Külp

Lehrbuch

der

Experimental-Physik

von

Dr. Edmund Külp,
Professor der Physik und Mathematik an der höheren Gewerbschule
zu Darmstadt.

In vier Bänden.

Zweiter Band.

Die Lehre vom Schall und vom Licht.

Mit 275 Abbildungen im Text und 4 Tafeln.

Darmstadt, 1858.
Verlag von Johann Philipp Diehl.

Buchdruckerei von H. Brill in Darmstadt.

Vorwort.

Im vorliegenden Buche sollen die Gesetze, nach denen die Erscheinungen des Schalles und des Lichtes vor sich gehen, auf dem Wege der experimentirenden Wahrnehmung zur Betrachtung kommen und dabei zugleich soweit es thunlich ist auf die Ursache zurückgegangen werden, welche jene Gesetze zur Ausführung bringt. Die Erscheinung des von einer Saite ausgehenden Schalles wie die Erscheinung des von einer leuchtenden Flamme herkommenden Lichtes ist nun nichts anders als das Resultat eines Processes, welcher die schwingenden Bewegungen der Saite oder der Flamme zu unserem Ohre oder zu unserem Auge vermittelst der Operationen eines Mediums trägt, das zwischen den Gegenständen, welche die Erscheinungen hervorbringen, und zwischen unseren Sinnen liegt, obschon die bloße Empfindung des Hörens und des Sehens uns nicht unmittelbar darauf hinweist, jene Erscheinungen auf eine rein mechanische Ursache zurückzuführen. Es war also an seinem Orte zunächst die primäre oscillirende Bewegung nebst deren secundären Uebertragung an die Umgebung als Ausgangspunkt zu wählen, für den einen wie für den andern Vorgang einen mathematischen Ausdruck zu gewinnen und die daraus gezogenen Folgerungen mit den Thatsachen der Erfahrungen zu vergleichen. Daß die aus dem Zusammentreffen zweier dergleichen Bewegungungen resultirende Bewegung oder das Princip der Interferenz der Wellen mit seinen einfachen Formeln, wonach die zusammengesetzte Schwingung aus den componirenden Schwingungen sich construiren läßt, gleich von vornherein zur Sprache kommen würde, war zu erwarten. —

Nach diesen einleitenden Betrachtungen schritt man zur näheren Untersuchung des eigentlichen Gegenstandes, wobei der Anfang mit der Lehre vom Schall gemacht wurde, weil eine klare Einsicht in die Theorie der Akustik immer die beste Propädeutik für die Optik bleiben wird. Gleichsam von selbst boten sich hier zunächst die Oscillationen der Saiten zur Untersuchung dar, indem wir nunmehr mit dem Ohre ähnlichen Erscheinungen nachgehen konnten, welche in minder schneller Aufeinanderfolge wir früher mit dem Auge zu verfolgen vermochten und dann mit Hülfe der Schwingungen der Saiten das gegenseitige Verhältniß der Töne zu einander auf die unmittelbarste Weise zu bestimmen im Stande waren. An dieser Stelle zugleich Etwas über das, was man unter Qualität des Schalles versteht, und über die Wirkungen der Töne zu sagen, schien ganz und gar angemessen zu sein. Die Ansicht, daß das Qualitative eines Tones mehr oder minder in der Form der Bahn des schwingenden Theilchens seinen Grund habe, dürfte gewissermaßen darin eine Unterstützung finden, wenn man die fraglichen Vorgänge mit den Phänomenen

des linear, circular und elliptisch polarisirten Lichtes vergleichend zusammenhält, bei welchen Phänomenen das Auge ebenfalls charakteristische Unterschiede wahrnimmt. Was das Wohlgefallen anlangt, welches die Töne in uns hervorbringen, so sehen wir dasselbe als eine Wirkung des in der Natur liegenden Gesetzmäßigen an, von welchem die Seele, wenn auch unbewußt angeregt wird. Ein solcher Gedanke mußte wohl bald in uns entstehen, wenn wir nur mit einiger Aufmerksamkeit die Physik der Töne studirten: die verschiedenen Tonverhältnisse der diatonischen Tonleiter aufsuchten, die unvollkommenen Consonanzen gegen die vollkommenen hielten, die consonirenden Accorde mit den dissonirenden verglichen und unter den verschiedenartigen dreistimmigen Combinationen consonirender Intervalle zuletzt blos zwei verschiedene dreistimmige consonirende Accorde herausfanden, deren einer zum Ausdruck der Freude stimmt, während der andere dem Ausdrucke der Wehmuth zusagt. Mit der bescheidenen Kundgebung einer solchen Ansicht sind wir doch weit davon entfernt behaupten zu wollen, daß es dereinst gelingen werde mit Hülfe unserer Mathematik die Theorie der Tonkunst völlig zu erschöpfen. Nein, diese Aufgabe liegt außerhalb der Grenzen der Mathematik des Menschen; die Lösung des Problems fordert eine höhere und tiefere Mathematik als die ist, welche uns zu Gebote steht. Unwillkührlich werden wir hier an den großen Meister in der mathematischen Analysis erinnert, an Lagrange, welcher in musikalischen Gesellschaften sich gänzlich isolirt fühlte. In solchen Momenten war dieser außergewöhnliche Geist mit Betrachtungen anderer Art beschäftigt, welche dem Gemüth den Genuß entzogen, welchen es sicherlich wohl auch gehabt haben würde, wenn es nur den Eindrücken der Töne freier und unbehinderter anheimgegeben worden wäre.

Bei den Transversal- und Longitudinal-Schwingungen der elastischen Stäbe beobachtete man dasselbe Verfahren, welches man bei den Vibrationen der Saiten eingehalten hatte. Man entlehnte nämlich wieder der mathematischen Physik die dafür gegebenen Ausdrücke und prüfte nach verschiedenen Seiten hin deren Resultate mit der Erfahrung, wobei zwischen beiden eine genaue Uebereinstimmung gefunden wurde. Weniger befriedigend war die Uebereinstimmung der Beobachtungen mit den Resultaten der Rechnung bei dem Problem der schwingenden Platten, weßhalb der dafür aufgestellte mathematische Ausdruck von Seiten der Experimentalphysik vor der Hand keine weitere Berücksichtigung erhielt. Mit vieler Sorgfalt wurden dagegen die mannigfaltigen symmetrischen Figuren untersucht, die auf regelmäßig gestalteten Platten entstehen, wenn sie in eine solche Bewegung versetzt werden, daß sie einen reinen Ton geben, und welche nach ihrem Entdecker die Chladnischen Figuren genannt werden. Auch die Schwingungen der Glocken wurden ausführlicher besprochen als es sonst zu geschehen pflegt; weil in der That es von Interesse sein mußte die Mittel festgestellt zu sehen, durch welche eine Tonerhöhung oder Tonerniedrigung der Glocke bewirkt werden konnte. Die Schwingungen der festen Körper, welche nicht nach allen Richtungen gleiche Elasticität besitzen, durften nicht unerwähnt bleiben, indem sie uns gewissermaßen auffordern zur Erklärung der Vorgänge bei der Doppel-

brechung in den Lichtschwingungen anzunehmen, was in den tönenden Schwingungen bereits mit der klarsten Evidenz erwiesen ist. —

Bei den Vibrationen der Luft in Röhren waren wir bemüht die verschiedenen Einflüsse kennen zu lernen, welche Länge und Weite des Rohrs, Mundansatz und Stärke des Anblasens auf den Ton ausüben. Ueber die Gesetze, nach denen die Zungenpfeifen tönen und welche wir unserm genialen Weber verdanken, haben wir vielfache Versuche angestellt und die Gesetze mit der Erfahrung in Einklang gefunden. Eine derartige Uebereinstimmung erhielten wir aber nicht bei unseren mit Sorgfalt unternommenen Versuchen über die Combinationstöne: wir fanden nämlich, daß die gewöhnliche Regel, zufolge der die Schwingungszahl des Combinationstones gleich dem Unterschiede der Schwingungszahlen der erzeugenden Töne gleich sein soll, sich nicht in allen Fällen bewährt, dagegen eine andere aufgestellte Regel stets ihre Gültigkeit behält. Den interessanten Erscheinungen, welche Savart und der leider nur zu früh dahin geschiedene Seebeck bei der Reflexion des Schalls wahrgenommen haben, sind wir mit größtmöglicher Genauigkeit nachgegangen und ebenfalls zu der von Seebeck gefundenen bemerkenswerthen Thatsache gelangt, wonach die zurückgeworfene Schallwelle in der Art modificirt worden, als wenn sie gleichsam einen um eine halbe Wellenlänge größeren Weg zurückgelegt hätte. Ich kann mir nicht versagen an dieser Stelle insbesondere den schuldigen Dank meinen verehrten wackeren Collegen Dr. Dreser und Waibler für den Fleiß und den Eifer öffentlich auszusprechen, mit welchen sie bei den letzterwähnten Versuchen überall mir unterstützend zur Seite getreten sind. Wie denn zu gleicher Zeit es mir zur hohen Freude gereicht, in dankbarer Erinnerung hier der seltenen Bereitwilligkeit erwähnen zu können, mit welcher die Officiere des Großherzoglichen Artilleriecorps uns gestatteten von ihren in größerem Maßstabe unternommenen Schießübungen nach der Scheibe den erwünschten rechtzeitigen Gebrauch zu machen, um die von Moll und Andern bestimmte Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalls in der Luft durch eigene Versuche zu bestätigen. — Manchen unter unsern Lesern wird es gewiß willkommen sein, in einer wissenschaftlichen Akustik auch Einiges über die Einrichtung der verschiedenen musikalischen Instrumente zu erfahren, in so weit dies mit der Theorie in verwandtschaftlicher Beziehung steht; desgleichen eine übersichtliche Zusammenstellung der Töne gelegentlich vor sich zu haben, wie dieselben bei jenen Instrumenten gewöhnlich gebraucht werden. Dem einen wie dem andern Wunsche ist an geeignetem Orte entsprochen worden. Um auf diesem Gebiete sich besser zu orientiren und die übersichtliche Zusammenstellung leichter zur Verwendung bringen zu können, haben wir die absoluten Tonwerthe für die unter der Benennung C verstandenen Töne angegeben und letztere zugleich durch die Art ihres Vorkommens näher zu bezeichnen gesucht. Bei dieser Gelegenheit erlaube ich mir die Bitte einen in dem Buche enthaltenen kleinen Fehler gefälligst verbessern zu wollen, nämlich für das drei gestrichene C nicht das höchste C auf der Violine zu nehmen, sondern darunter das gebräuchliche zweite höchste C auf derselben zu verstehen. —

In der Optik ist zuvörderst die Rede von der geradlinigen Fortpflanzung und der Reflexion des Lichtes, wobei die sphärischen Spiegel besonders hervorgehoben sind, weil sie eine häufige Anwendung finden. Das von Snellius entdeckte und von Descartes zuerst bekannt gemachte wichtige Gesetz der Refraction des Lichtes, in welchem gewissermaßen die ganze Optik enthalten ist, wurde zunächst durch ganz einfache Versuche nachgewiesen und dann vermittelst des Prismas durch sorgfältig ausgeführte Untersuchungen mit großer Genauigkeit festgestellt. Darzuthun wie Biot und Arago das Brechungsverhältniß der Luft in Bezug auf den leeren Raum gefunden haben, war hier ganz an seinem Orte. — Bei der Dispersion des Lichtes wurde die Erscheinung des Regenbogens ausführlich besprochen, wie denn überhaupt die Erscheinungen, welche im Großen auf unserer Erde und in der Atmosphäre wahrgenommen werden, jederzeit da zur Sprache kommen, wo sie gleichsam von selbst sich darbieten. Und in der That sind dergleichen Erscheinungen im Großen ja nichts anders als physikalische Versuche, welche die Natur ohne unser Zuthun ausführt: es ist daher ganz und gar angemessen derartige Versuche mit den unserigen, welche in kleinerem Maßstabe ausgeführt sind, in vergleichende Zusammenstellung zu bringen; nachzusehen in wie weit die Ergebnisse der beiden Versuchsweisen mit einander übereinstimmen und in wie weit von einander abweichen; und hierauf zu ermitteln, woher wohl der etwa wahrgenommene Unterschied zwischen beiden Resultaten herrühren mag. Zu Anstellung solcher Untersuchungen scheint unserm Dafürhalten nach der Moment vorzugsweise geeignet zu sein, in welchem man mit dem speciell vorliegenden Gegenstand insbesondere beschäftigt ist; es dürfte demnach die Methode, welche die sogenannte angewandte Naturlehre enger mit der eigentlichen Physik zu verweben sucht, in mancher Beziehung den Vorzug vor der gewöhnlichen Methode verdienen, welche den eben erwähnten Zweig des Wissens als einen besonders für sich bestehenden Gegenstand behandelt.

Den Grad der Schwächung, welchen das Licht bei dem Durchgange in durchsichtigen Mitteln erfährt, haben wir für weißes Glas und reines Wasser aus zahlreichen sorgsam angestellten Versuchen bestimmt und daraus das relative Durchsichtigkeitsverhältniß jener beiden Substanzen hergeleitet. Die Größe der Lichtabsorption in der Atmosphäre wurde nach der von Bouguer angegebenen Methode ermittelt, dagegen das gewöhnlich dabei eingehaltene Verfahren gänzlich bei Seite liegen gelassen. In Folge der durch die Atmosphäre bewirkten Lichtabsorption nimmt nämlich der Gesichtswinkel stärker ab als er bei blos fortgesetzter Entfernung abnehmen müßte. Auf Grundlage dieser Thatsache hin glaubte man nun mit Hülfe der einen oder der andern Voraussetzung die Größe der Lichtabsorption in der Atmosphäre bestimmen zu können. Solche Voraussetzungen lassen sich jedoch theoretisch gar nicht rechtfertigen, es sei denn daß anderweitige bis jetzt außer Acht gebliebenen Umstände dabei noch gehörig in Betracht gezogen werden. Zudem hat sich aus einer längeren Reihe von Versuchen, welche durch meine verehrten, für die Wissenschaft begeisterten Collegen, Dr. Fischer und Dr. Zehfuß, unter

Mitwirkung mehrerer fleißiger Schüler wiederholt mit der größten Sorgfalt vorgenommen wurden, unzweifelhaft herausgestellt, daß man bei Anwendung gedachten Verfahrens durchaus auf keine zuverlässige Resultate rechnen darf. Die bei den Versuchen erhaltenen Resultate standen öfters in dem grellsten Widerspruche zu einander, so daß wir einige Zeit uns versucht fühlten, dergleichen sich widersprechende Ergebnisse besonders aufzuführen, wenn hier der Ort zu einer solchen Aufzählung gewesen wäre.

Nach der Betrachtung der prismatischen oder Brechungsfarben ging man zu der Betrachtung der Absorptionsfarben über. Von denselben war zuvörderst nachzuweisen, daß sowohl die dioptrischen als die katoptrischen Farben hinsichtlich ihrer Grundeigenschaften mit den Brechungsfarben vollkommen übereinstimmen. Obschon keine genaue Theorie der Absorption des Lichtes gegeben werden konnte, so durfte doch nicht verabsäumt werden darauf aufmerksam zu machen, daß auf dem Gebiete der Akustik ganz analoge Erscheinungen auftreten, was vermuthen läßt, daß die Absorptionsphänomene mit den Gesetzen vibrirender Bewegung später vielleicht in völligen Einklang gebracht werden können. Es ist sogar sehr wahrscheinlich, daß mit Hülfe der Absorption es uns dereinst gelingen werde, einen tieferen Blick in das Spiel der Molecularkräfte zu werfen, wie solches mittelst des polarisirten Lichtes in einzelnen Fällen theilweise schon geglückt ist. Eine Bestätigung dieser Ansicht finden wir in den bemerkenswerthen Umänderungen des Lichtes, welche die sogenannten fluorescirenden Körper hervorbringen. Diese Erscheinungen, welche wir dem Untersuchungsgeiste der englischen Physiker Brewster und Stockes zu verdanken haben und denen wir mit der gebührenden Aufmerksamkeit nachgegangen sind, legen uns den Gedanken nahe, daß die Lichtwelle beim Eindringen in jene Körper unter deren kleinsten Theilchen schwingende Bewegungen hervorrufen kann, die ihrerseits wiederum die Lichtschwingung zu modificiren vermögen. Eine gewisse Aehnlichkeit zwischen den Erscheinungen der Fluorescenz und den chemischen Wirkungen des Lichtes läßt sich nicht verkennen; es war daher von selbst geboten nach der Fluorescenz mit den chemischen Wirkungen des Lichtes sich zu beschäftigen. Daß hier die interessanten von unserm geistreichen Moser auf's Sorgsamste angestellten Versuche über die Lichtwirkung auf empfindliche Substanzen eine ausführlichere Erörterung erhalten würden, ließ sich erwarten, da Daguerre's merkwürdige Entdeckung eigentlich nur als ein specieller Fall einer derartigen Lichtwirkung zu betrachten ist. Die anderweitigen von Moser unternommenen Versuche, aus denen hervorgeht, daß die Körper das Vermögen besitzen bei gänzlichem Ausgeschlossensein alles fremden Lichtes sich aufeinander abzubilden, durften nicht unerwähnt bleiben. Um die letzteren Erscheinungen zu erklären, brauchen wir doch nicht gerade jeden Körper für einen selbstleuchtenden zu erklären, indem sich dieselben sämmtlich auf die Gesetze der Absorption der Gase zurückführen lassen.

Bei der Theorie der Linsengläser glaubten wir uns der Hülfe der Mathematik etwas mehr bedienen zu müssen, als es in den meisten Lehrbüchern der Experimentalphysik zu geschehen pflegt. Wir konnten

damit den Gang eines Lichtstrahles besser verfolgen, die Größe der sphärischen und chromatischen Abweichung genauer ermitteln, die Bedingungen schärfer und präciser aussprechen, unter denen eine Linse zu einer Linse von der besten Form wird und Linsenverbindungen zu aplanatischen werden. Auch konnten wir die hier sich darbietende Gelegenheit nicht vorübergehen lassen, um zu zeigen, wann und wie die Physik das Feld der Mathematik zur weiteren Bearbeitung zu übergeben hat. Die Mathematik soll Naturgesetze kurz und bestimmt aussprechen, dieselben auf Grundlage sicherer Thatsachen herleiten; sie soll ungesehene Erscheinungen aufdecken und das dem Auge und den Meßinstrumenten Unerreichbare enthüllen; dabei soll sie das in dem Naturgesetz auf einmal enthaltene Viele, das eben wegen der Fülle des Inhaltes der beschränkte menschliche Verstand nicht zu übersehen vermag, nach und nach demselben deutlicher vor Augen legen, damit ihm die Natur immer durchsichtiger und klarer werde. So vereint gewähren Physik und Mathematik erst die wahre Befriedigung, welche man in jeder einzelnen vergebens sucht. — Bei dergleichen Anwendungen der Mathematik muß doch stets die eigenthümliche Natur des gerade vorliegenden Gegenstandes gehörig in Erwägung gezogen werden, da jeder Gegenstand gewissermaßen eine besondere Behandlung verlangt. Bei den sphärisch gekrümmten Linsen kam es nun mehr darauf an, den Gang eines Strahlenkegels als den Gang eines einzelnen Strahles zu verfolgen; es galt hier also zunächst darum die Veränderungen zu untersuchen, welche ein solcher Strahlenkegel an der brechenden Fläche erfährt. Hiernach mußte der analytische Ausdruck für die Vereinigungsweite des den Strahlen der mittleren Brechbarkeit angehörigen Kegels nach seiner zweimaligen Brechung in der Linse mit der Achse derselben die Form einer convergirenden Reihe nach aufsteigenden Potenzen der Elongation haben, d. h. des Winkels, welchen die Seiten des Kegels mit dessen Achse einschließen. Der auf der Seite 387 aufgestellte Werth von z genügt dieser Anforderung. Leider kommen in dem Zähler des dritten Gliedes jenes Ausdruckes zwei Druckfehler vor: stattt der Größe $ar + a(n-1)(r+r') - rr'$ muß nämlich die Größe $ar + a(n^2-1)(r+r') - (n+1)rr'$ gesetzt werden. Auf derselben Seite befinden sich noch einige andere Druckfehler, welche sich übrigens sämmtlich leicht verbessern lassen, wenn man einen derselben kennt, da sie von einerlei Art sind: statt $\frac{nar}{(n-1)(a-r)}$ z. B. ist nämlich $\frac{nar}{(n-1)a-r}$ zu setzen. —

Bei der Theorie der optischen Instrumente waren wir bemüht uns möglichst kurz zu fassen, weil diese Lehre eher der mathematischen Physik als der Experimentalphysik angehört, womit jedoch nicht gesagt sein soll, daß nicht zeitweise eine sorgfältige Vergleichung der mathematischen Resultate mit der Erfahrung vorzunehmen wäre. Wir waren um so eher verbunden einer derartigen Kürze uns zu befleißigen, als mit Nächstem eine vollständige Theorie der optischen Instrumente von Seiten des aus-

gezeichneten Mathematikers Petzval zu Wien zu erwarten steht, welche den Freunden der Wissenschaft wie den optischen Künstlern ein gleich ergiebiges Erntefeld verspricht. Namentlich dürfte Petzval's Methode der gleichen Maxima und Minima für die Wissenschaft von großem Belang sein. Denn in der That kann nicht in Abrede gestellt werden, daß die Dioptrik der Methode der kleinsten Quadratsumme ein fremdartiges Gebiet ist. Der letzteren Methode liegt zwar die richtige Voraussetzung zu Grunde, daß unsere Beobachtungen mehr oder weniger mit Fehlern behaftet sind, demnach verschiedene Grade der Wahrscheinlichkeit besitzen. Doch Dinge von ganz anderer Art und Natur sind die sphärischen und achromatischen Abweichungen, welche mit den Beobachtungsfehlern nicht verglichen werden können. Jene Abweichungen sind nämlich vollkommen bestimmte Größen, die keine Spuren des Zufälligen oder Fehlerhaften an sich tragen. Die Methode der gleichen Maxima und Minima, insofern sie die sphärischen und chromatischen Abweichungen in einer ihrem Charakter mehr entsprechenden Form behandelt und bei Durchführung der Rechnung immer Ungleichartiges gesondert auseinanderhält, verdient deßhalb auf dem Feld der Dioptrik den Vorzug vor der Methode der kleinsten Quadratsumme, welche jene wesentliche Punkte gänzlich außer Acht läßt. Auch soll der praktische Erfolg entschieden zu Gunsten der ersteren Methode ausgefallen sein, so daß aus Petzval's Untersuchungen für die dioptrische Praxis nicht minder bedeutende Verbesserungen zu erwarten stehen, wie sie früher aus der Erfindung der achromatischen Linsen hervorgegangen sind. Zugleich scheint aber durch Liebigs Methode eine polirte Glasfläche mit einem dünnen Silberüberzug zu bekleiden und durch Steinheils Bemühungen die Silberspiegel für optische Instrumente in angemessener Weise zu verwerthen, für die katoptrische Praxis ebenfalls Aussicht auf vielfache Verbesserungen und wesentliche Umgestaltungen sich zu eröffnen, so daß die Frage, ob den dioptrischen oder den katoptrischen Instrumenten der Vorzug gebühre, vorläufig wieder zu einer unentschiedenen geworden ist.

Den umfangreichsten Theil unserer Optik bildet der dritte Abschnitt, welcher sich mit den Erscheinungen der Interferenz und der Beugung des Lichtes, mit der doppelten Brechung und der Polarisation beschäftigt. Das wichtige Princip der Interferenz der Lichtstrahlen, diese unmittelbare und nothwendige Folgerung aus der Wellentheorie, war zunächst von verschiedenen Seiten her auf experimentellem Wege in Angriff zu nehmen, wie solcher von den beiden Begründern der neueren Optik, von August Fresnel und Thomas Young, ausgeführt wurde. Das zweite Unternehmen mußte dann darin bestehen, den einfachen und innigen Zusammenhang nachzuweisen, welchen das Princip der Interferenz mit den Reflectionsgesetzen und Refractionsgesetzen, mit den Diffractionserscheinungen und den Farben dünner Blättchen hat. Wie es möglich ward der Längen der Lichtwellen sich zu bemächtigen und einer genauen bestimmten Messung diese Größen zu unterwerfen, welche ihrer Kleinheit wegen selbst dem Gedanken zu entschlüpfen scheinen, durfte nicht versäumt werden klar vor Auge zu stellen, damit man die vollständige

Ueberzeugung gewann, daß jene ungewöhnlich kleinen Dinge in dem Bereich der Natur wirklich existiren und keineswegs als Producte einer inhaltsleeren Speculation angesehen werden dürfen. Um die Uebereinstimmung der Theorie mit den Thatsachen nicht nur in allgemeinen Zügen der Phänomene, sondern selbst in ihren kleinsten Einzelnheiten zu zeigen, konnten wir es uns nicht versagen der mathematischen Physik einige über die Intensität des gebeugten Lichtes aufgestellte Ausdrücke zu entlehnen, wie solche Schwerd in seinem classischen Werke über die Beugungserscheinungen mitgetheilt hat. An passendem Orte die Beschreibung der Wellenmaschine einzuschalten, wie sie der Mechaniker Fessel in Cöln nach Angabe des deutschen Physikers Plücker ausführt, schien nicht überflüssig zu sein. Mit Vergnügen sieht man den gefärbten Knöpfchen zu, welche die Aethertheilchen darstellen, wie sie in geraden Linien, in Kreisen, in Ellipsen und Lemniscaten schwingen; mit einiger Ueberraschung selbst, verfolgt man die verschieden gefärbten Knöpfchen, wenn sie vor unsern Blicken den Hergang bei der doppelten Brechung entfalten und mit seinen Bewegungsphasen so getreu vor Augen legen.

Eng schließt sich an die doppelte Brechung das Phänomen der Polarisation. Es ist daher ganz natürlich mit der doppelten Brechung der optisch einachsigen Krystalle das dazu gehörige Phänomen der Polarisation zu verbinden. Das Brechungsgesetz ist innig mit dem Gesetze für die Geschwindigkeiten verknüpft, die von der Elasticität des Aethers abhängen. Es erscheint deßhalb wieder ganz angemessen bei der Untersuchung der einachsigen Krystalle deren Elasticitätsfläche sofort in Betracht zu ziehen, d. h. derjenigen Fläche, welche die Größe der Elasticität nach verschiedenen Richtungen angibt. Diesen Gang einzuschlagen scheint um so nothwendiger zu sein, als bei der Untersuchung der verwickelteren Erscheinungen in den optisch zweiachsigen Krystallen sich ohne Hülfe der Elasticitätsfläche nicht leicht eine genaue Vorstellung der Wellenoberfläche, wie sie bei den letzteren Körpern vorkommt, gewinnen läßt. Um eine möglichst klare Anschauung von dieser bemerkenswerthen Fläche oder der sogenannten Fresnel'schen Fläche zu erhalten, haben wir die Durchschnitte verschiedener Ebenen mit der Fläche näher untersucht und deren allgemeine Gleichung mitgetheilt, aus welcher sich ergibt, daß die Wellenoberfläche in den optisch zweiachsigen Krystallen die Wellenoberfläche in den optisch einachsigen Krystallen nebst den Wellenoberflächen in den unkrystallisirten Substanzen und in den Krystallen des regulären Systems als besondere Fälle in sich begreift. Wir glaubten um so weniger auf die Mittheilung jener Gleichung Verzicht leisten zu dürfen, als nur durch eine genauere Untersuchung der Natur der Wellenoberfläche es möglich war die merkwürdige Erscheinung der kegelförmigen Brechung aufzufinden. Ebenso durfte die von dem scharfsinnigen Fresnel gegebene Erklärung der durch Reflexion entstandenen Polarisation nicht übergangen werden, weil mir scheint als enthalte sie die richtige Auslegung der Vorgänge in der Natur und seien die darin niedergelegten Ansichten insbesondere dazu geeignet, um zu befriedigenden Aufschlüssen über die reflectirten und gebrochenen Schwingungen zu gelangen. Man konnte

sich deßhalb nicht mit der blosen Angabe des Malus'schen Gesetzes begnügen, welches die Intensität des reflectirten oder gebrochenen Antheils ausdrückt, wenn der vollkommene polarisirte Strahl unter dem Polarisationswinkel zurückgeworfen wird. Die Fresnel'schen Formeln, welche die Mengen des reflectirten oder durchgelassenen Lichtes in allen Fällen angeben, mußten näher besprochen und von ihnen nachgewiesen werden, daß sie sich in der Erfahrung bewähren. Aus unsern auf's Sorgsamste angestellten Versuchen, welche in ähnlicher Weise ausgeführt wurden wie diejenigen, mit deren Hülfe das über die Absorption des Lichtes ausgesprochene Gesetz der Prüfung unterzogen wurde, hat sich ergeben, daß die Fresnel'schen Formeln mit den Beobachtungen bis auf Tausentel übereinstimmen; eine Uebereinstimmung, wie man sie bei dergleichen Untersuchungen nur erwarten kann. — Die Polarisationsfarben gehen aus der Interferenz hervor, wie die Beugungsfarben und Farben dünner Blättchen aus der Interferenz hervorgegangen sind. Der einzige Unterschied besteht darin, daß im zweiten Falle der Gangunterschied der zusammentreffenden Strahlen durch Ungleichheit in den Geschwindigkeiten hervorgebracht wird, mit welchen die Strahlen in der doppeltbrechenden Substanz den nämlichen Weg durchlaufen. Diese Entstehungsart der Farben dünner Blättchen einerseits und der Polarisationsfarben anderseits ließ die eine oder die andere Analogie zwischen beiden Gattungen von Farbenphänomenen vermuthen; wir mußten deßhalb bemüht sein, jenen Analogien nach verschiedenen Seiten hin nachzugehen. Um den Weg anzudeuten, welchen man bei genaueren Untersuchungen derlei Art einzuschlagen hat, war es nothwendig, die Fresnel'sche Theorie über die einfachste der hierher gehörigen Erscheinungen vollständig mitzutheilen. Woher die mancherlei Verschiedenheiten in den isochromatischen Curven kommen, welche die einachsigen und zweiachsigen Krystalle im polarisirten Lichte darbieten, haben wir angegeben soweit es hier geschehen konnte. Zugleich ist auf überzeugende Weise dargethan worden, warum unpolarisirtes durch doppeltbrechende Substanzen geleitetes Licht nach der Analyse keine Farbenerscheinungen zeigen kann.

Bei der Circularpolarisation konnten wir es uns nicht versagen von den theoretischen Betrachtungen auszugehen, mit deren Hülfe der große Fresnel zur Entdeckung derselben, gewiß zu einem der schönsten Triumphe der Theorie geführt wurde. Das bei der totalen Reflexion im Glase hervorgehende Licht ist aus zwei gleichen Bündeln zusammengesetzt, von denen der eine in der Einfallsebene und der andere in der zu ihr senkrechten Ebene polarisirt ist dergestalt, daß das erstere um eine Achtelundulation gegen das zweite Bündel zurücksteht. So lautet die von Fresnel gegebene Auslegung der imaginären Ausdrücke, in welche seine über die Oscillationsgeschwindigkeit des in der Einfallsebene und senkrecht gegen die Einfallsebene polarisirten reflectirten Lichtes aufgestellten Formeln übergehen, wenn der Fall der totalen Reflection eintritt. Die Richtigkeit dieser Interpretation ward durch die Versuche auf das Vollständigste bestätigt, so daß Fresnels Auffassung der circulären Polarisation allgemeinen Eingang gefunden hat. Aus dem rein analytischen

Gesichtspunkte betrachtet dürfte die Fresnel'sche Erläuterung etwas gewagt erscheinen, da ihr die mathematische Strenge und das Gepräge der mathematischen Einfachheit abgeht, wie wir solches sofort vor Augen haben, wenn der Brechungswinkel unter der imaginären Form sich darstellt. Doch mußte gerade dieser Umstand uns auffordern die Fresnel'sche Auslegung nicht unberührt zu lassen, indem in der Physik dergleichen imaginäre Ausdrücke zuweilen vorkommen und ihre Bedeutung haben, wenn auch die Uebersetzung derselben wegen des darin verborgenen Inhalts in die Sprache der Physik öfters große Schwierigkeiten darbieten mag. Die bemerkenswerthen Erscheinungen, welche durch Reflexion des Lichtes von metallischen Oberflächen zu Tage treten, sind in der erforderlichen Ausdehnung besprochen worden, wobei die von dem ausgezeichneten englischen Physiker Brewster mit großer Gewandtheit und Genauigkeit angestellten Untersuchungen als die sichersten Anhaltspunkte gelten mußten. Es war darum sehr von mir gefehlt, daß ich anfänglich von blosen theoretischen Betrachtungen geleitet die in Rede stehenden Phänomene unmittelbar aus den Formeln ableiten wollte, welche Fresnel für das von durchsichtigen Körpern reflectirte Licht aufgefunden hat. Viele vergebens ausgeführte Rechnungen wären in der That unterblieben, wenn ich mich strenger an die beobachteten Erscheinungen des von Metallflächen reflectirten Lichtes gehalten hätte. Ich nahm zwar an, daß das hier reflectirte Licht ebenfalls aus zwei Bündeln zusammengesetzt ist, von welchen das eine in der Zurückwerfungsebene und das andere senkrecht darauf polarisirt ist, und zwischen beiden ein von der Größe des Einfallswinkels abhängiger Phasenunterschied besteht. Doch diese Thatsache war nicht allein hinreichend, um das fragliche Problem zur befriedigenden Lösung zu bringen. Es mußte auch noch eine zweite dabei vorkommende Thatsache gehörig in Betracht gezogen werden, nämlich das Verhältniß der Schwächung jener beiden Bündel, welches nicht blos mit dem Einfallswinkel, sondern auch mit der Beschaffenheit des Metalls sich ändert. Ein solches Verhältniß ließ sich aber bis jetzt von vornherein nicht gut bestimmen; es lag darum in der Natur der Sache bei den theoretischen Untersuchungen die beobachteten Thatsachen mehr zu Rathe zu halten. Dies hat unser hochgefeierter Mathematiker Neumann gethan und so die Erscheinungen bei der Reflexion von Metallen auf ihre physikalischen Gründe zurückgeführt. Das durch Metallreflexion entstandene Licht ist identisch mit dem elliptisch-polarisirten Lichte der Wellentheorie. So hätte denn jenes bisher dunkle Problem der Reflexion nunmehr ebenfalls der Theorie seinen Tribut gebracht, wie solchen verschiedene andere Theile des Lichtes entrichtet haben.

Für jeden denkenden Menschen ist es gewiß von hohem Interesse, die Physiologie des Gehörsinnes wie die des Gesichtsinnes etwas näher kennen zu lernen. Dem einen wie dem andern psychischen Ereignisse mit möglichst unbefangener Genauigkeit nachzugehen, waren wir darum aufrichtig bemüht. Ohne Gehörsinn kein Ton, ohne Gesichtsinn keine Farbe. Die Saite tönt nicht, sie schwingt nur. Der Ton entsteht erst in uns;

er ist eine Empfindung, ein Act, welchen die Seele auf Anlaß eines auf das Gehörorgan geschehenen Eindruckes aus eigener Machtvollkommenheit vollzieht. Bis zu einem gewissen Punkte mehr oder weniger sind wir zwar im Stande die hier vor uns liegende lange Reihenfolge in einander greifender Bewegungen zu analysiren, von ihrem Anfangsgliede der Schwingung der Saite durch die Menge der Vermittlungsglieder hindurch bis zu ihrem Endgliede dem Nervenstrom. Anders steht's aber mit der Gehörsempfindung, einem Ereignisse von eigenthümlicher Natur, das mit den Schwingungen der Saite nichts gemein hat und das wir nicht weiter zu charakterisiren vermögen. Denn wollen wir eine specifische Tonempfindung näher bezeichnen, diejenige z. B., welche ein hoher oder tiefer Ton erweckt; so setzen wir an die Stelle der Merkmale der Empfindung die besonderen Eigenthümlichkeiten der sie hervorrufenden äußern Ursache, wenn wir sagen, daß die Zahl der Schwingungen bei dem hohen Tone größer als bei dem tiefen ist. Nein, die Tonempfindung selbst läßt sich nicht messen, obschon sie klar und lebhaft vor unser Bewußtsein tritt. Wir begreifen zum Theil wohl wie das Trommelfell unter dem Einfluß der Luftwellen zum synchronistischen Schwingen mit der Saite kommt, wie der kunstvoll eingerichtete Gehörknöchelapparat in rasche Aufeinanderfolge hin- und hergehender Bewegungen versetzt wird; wir begreifen wohl theilweise auch wie das im Labyrinth eingeschlossene Wasser in Wellenbewegung geräth, wie die im Labyrinthwasser hängenden Nervenenden in leise Erzitterung kommen. Wir begreifen aber durchaus nicht, wie dergleichen Bewegungen aufhören und zu der bewußten Tonempfindung sich umsetzen sollen, wenn hier nicht ein anders geartetes Wesen hinzutritt, durch dessen Mitwirkung solche Veränderungen und Umgestaltungen sich bewerkstelligen lassen.

Die Farben, welche von den Gegenständen ausgehen, gehören ihnen nicht wesentlich an, sind keine charakterisirenden Eigenschaften derselben; sie scheinen nur deswegen von ihnen herzukommen, weil unsere Augen als Werkzeuge einer fühlenden wissenden Seele dabei sind. Die Blätter der Buche oder Eiche sind nicht grün, die Empfindung nur ist es, welche die von den Blättern ausgehende Lichtwelle hervorruft, wenn sie mit ihren Nachwirkungen die Enden der Sehnerven im Hintergrunde des Auges erreicht. Wäre die von den Blättern herkommende Lichtwelle länger oder kürzer, so würde eine andere Farbenempfindung die mittelbare Folge davon sein. Wir befinden uns also bei der Gesichtsempfindung wie bei der Tonempfindung in der nämlichen Verlegenheit, insofern wir keinen genügenden Aufschluß geben können, was es eigentlich mit der einen wie mit der andern Empfindung für eine Bewandniß habe; und wir sind im Irrthum, wenn wir die Eigenthümlichkeit unserer Empfindung für eine Eigenschaft des äußeren Dinges halten, welches die Empfindung ins Leben gerufen hat. Wir vergessen oft gänzlich, daß die Empfindungen rein subjectiver Art sind und der Form und dem Wesen nach keine Vergleichung mit den Dingen der Außenwelt zulassen, obschon sie die Ursache der Empfindung abgeben. Eine derartige völlige Unvergleichbarkeit der Erscheinungen und der Veränderungen in den

Außendingen mit den Ergebnissen in unserm Innern verlangt nothwendigerweise für die Vorgänge auf dem letzteren Gebiete eine eigenthümliche Grundlage, ein besonderes Princip zur Geltung kommen zu lassen, von welchem solche Ereignisse in Wahrheit abhängen. Indem wir so für den Grund unserer inneren Zustände ein anders geartetes Wesen annehmen, das wir mit dem Worte Seele bezeichnen, thun wir übrigens ganz dasselbe, was bei den physischen Erscheinungen überall zu thun gestattet wird. Denn lassen sich zwei Klassen verschiedenartiger physischer Erscheinungen nicht auf die nämliche Ursache zurückführen, so tragen wir kein Bedenken diesen beiden geschiedenen Gruppen physischen Geschehens zwei von einander getrennte Ursachen zu unterstellen, deren eine dieser die andere jener Gruppe ausschließlich angehört.

Das eigentliche Wesen der Seele ist uns unbekannt; die Geburt der inneren Empfindung aus dem äußeren Eindruck bleibt uns ein Räthsel: wir wissen nicht, durch welche psychische Operation die Vorstellung sich so augenblicklich an die Empfindung anschließt; wir wissen nicht, durch welche psychische Mittel die mannigfachen Eindrücke mit ihren verschiedenen ursprünglichen Färbungen in der Erinnerung gesondert auseinander gehalten werden. Wir sehen aber ein, daß zwischen dem Aufhören der Bewegung der materiellen Elemente und dem Aufgehen der Empfindung der stetige Uebergang fehlt; wir fühlen aber, daß in der Mitte zwischen den wandelbaren Ereignissen etwas Festes, Selbstständiges besteht, das sie alle in sich aufbewahrt und vergleichend zwischen ihnen mit Bewußtsein auftritt. Wenn wir klagen, daß wir die Natur der Seele nicht zu enträthseln vermögen, wir nicht einsehen wie dieses innere Leben sein kann, keine Bahn des Verständnisses in die tieferen Geheimnisse des Lebens zu brechen im Stande sind, nicht entdecken können, wie das Sein der Seele geworden: so ist dies eine allgemeine Klage, welche sich über sämmtliche Zweige unseres Wissens erstreckt. Nichts weiter als blose Vermuthungen können wir aussagen über den Zusammenhang der Molecularkräfte mit dem Wesen der Materie, von welchen Kräften doch zuletzt die Schwingungsart abhängt, die den bestimmten Ton veranlaßt. Auf die Frage, was der Lichtäther an und für sich ist, müssen wir leider bekennen, daß es uns unmöglich ist, eine darauf befriedigende Antwort zu ertheilen. Wir wissen, daß die Wärme alle Körper ohne Ausnahme ausdehnt und die Ursache der Verschiedenheit der Aggregationsformen bei denselben ist; wir wissen aber wieder nicht worin und wodurch die Wärme besteht. Wir sehen, daß der Magnet das Eisen anzieht, sind aber wieder außer Stande die Ursache dieser Erscheinung mit Bestimmtheit anzugeben; denn Magnetismus und magnetisches Fluidum können doch nur als Bezeichnungen der Erscheinung gelten.

In einem gewissen Sinne ist also das Dasein aller Dinge für den Menschen unergründlich. In seiner eigenen Natur ist auf eine geheimnißvolle, ihm auf unenträthselbare Weise Seele und Leib, Geistiges und Körperliches verschmolzen. Die Erkenntniß des wahren Grundes aller Erscheinungen ist ihm versagt; um der inneren Sehnsucht nach Einheit zu genügen, läßt er an dessen Stelle die Vermuthung treten. Mit die-

ser hat er sich vorläufig zu bescheiden, sobald sie ihm gestattet, eine Mannigfaltigkeit verwandter Erscheinungen auf eine naturgemäße einfache Weise unter einem einzigen Princip zusammen zu fassen und so lange abzuwarten, bis ihm ein tieferdringender Blick weitere Enthüllungen gewährt. — Der Mensch darf nicht vergessen, daß seine Erkenntniß die Bestimmung hat die Dinge zu erforschen, wie sie in ihrem Erscheinen sich entfalten und die physischen Vorgänge soweit es möglich ist, auf allgemeine Gesetze zurückzuführen; daß seine Erkenntniß aber nicht die Aufgabe hat, die Welt zu schaffen und zu enträthseln wie die Dinge überhaupt sein und erscheinen können. Auch soll der Mensch nicht vergessen, daß die Natur ihrem Umfang und Inhalt nach ein Unendliches ist, daher von einem seinen intellectuellen Anlagen nach beschränkten Wesen niemals ganz erfaßt und völlig begriffen werden kann. Indem wir auf der einen Seite diese uns gesteckten Grenzen treulich anerkennen, empfinden wir aber auch auf der andern Seite eine in uns tief liegende Sehnsucht nach einer weiter gehenden Einsicht, deren Möglichkeit uns entgegen schimmert. Wir wollen darum nicht stille stehen und nicht müde werden, rüstig und mit lauterem Sinne in der Wissenschaft fleißig fortzuarbeiten, wenn sie uns auch nicht an das Ende der Dinge zu führen und des einen oder des anderen Räthsels Deutung zu finden vermag. Nicht soll aber das, was unbekannt noch ist, uns beirren in dem, was bestimmt wir einmal wissen. Der unersättliche Durst nach höherer Einsicht, welchen die Wissenschaft niemals ganz stillen kann, liefert gleichsam den Beweis, daß dem Menschengeschlechte ein in weiter Ferne liegendes hohes Ziel von der Hand des Schöpfers gesteckt ist, welchem es in rastlosem Kampfe mit der Sinnenwelt mehr und mehr näher zu kommen sich zu bestreben hat.

[illegible] vollständig zu beschreiben, sobald sie ihm gelungen, seine Sinnenwahrnehmungen [illegible] Erscheinungen auf eine naturgemäße Weise [illegible] ihrer richtigen Beziehung [illegible] zu lehren und so lange nothwendig, bis ihm ein tiefergehender Blick weitere Enthüllungen gewährt. — Der Mensch darf nicht erwarten, daß seine Erkenntniß die Bestimmung hat die Natur zu [illegible], wie sie in ihren Erscheinungen sich entfaltet und die [illegible] möglich ist, was allgemeine [illegible], daß seine Erkenntniß aber nicht die Gabe hat, die Welt zu [illegible] und zu [illegible] Dinge überhaupt [illegible]. Auch soll der Mensch nicht vergessen, daß die [illegible] Ganzes [illegible] und ein [illegible] so bader nur einem [illegible] Ursachen und [illegible] Gesetzen nie als ganz genau und völlig begriffen werden kann. [illegible] nur der [illegible] Seite [illegible] Ursache [illegible] zu erkennen, empfinden [illegible] auch [illegible] Einheit [illegible] Macht, deren Nothwendigkeit und [illegible] bestimmt. [illegible] nicht [illegible] und nicht mehr [illegible] in der Wissenschaft Kraft fortzuarbeiten, wenn sie uns auch nicht an das Ende der Dinge zu führen und die einen [illegible] spätern [illegible] Stufe [illegible] unsern [illegible] was [illegible] entdeckt, [illegible] sich [illegible] mit [illegible] machen. Der [illegible] Mensch [illegible] Empfindung [illegible] Wissenschaft [illegible] ganz glücklich [illegible] daß [illegible] der [illegible] Gebiete [illegible] des [illegible] gelangt ist, welchem es [illegible] der Sinnenwelt mehr und nicht näher zu kommen sich zu begeben hat.

Inhalt.

Erste Abtheilung: Die Lehre vom Schall. (Akustik.)

Erster Abschnitt: Schwingungen der festen Körper.

I. Stehende Schwingungen.

II. Fortschreitende Schwingungen.

III. Tönende Schwingungen.

IV. Schwingungsweisen verschiedener Körper.

Zweiter Abschnitt: Schwingungen der Luft.

I. Tönende Schwingungen der Luft.

II. Messung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles.

III. Numerische Bestimmung der absoluten Tonhöhen und Beisammensein mehrerer Schwingungen.

IV. Verbreitung des Schalls.

Dritter Abschnitt: **Werkzeuge des Gehörs und der Stimme.**

Vierter Abschnitt: **Schwingungen tropfbarer Körper.**

Zweite Abtheilung: **Die Lehre vom Licht.** (Optik.)

Erster Abschnitt: **Von den Eigenschaften des Lichtes, wie sie bis zur Entdeckung der Interferenz und Polarisation bekannt waren.**

I. Erscheinungen, welche von der geradlinigen Fortpflanzung des Lichtes abhängen. (Orthoptik.)

II. Von der Zurückwerfung oder Reflection des Lichtes. (Katoptrik.)

III. Von der einfachen Brechung oder Refraction des Lichtes. (Dioptrik.)

IV. Von der Zerstreuung oder Dispersion des Lichtes. (Dioptrische Chromatik.)

V. Von der Absorption oder Auslöschung des Lichtes. (Absorptive Chromatik.)

VI. Von den Linsengläsern.

Zweiter Abschnitt: **Vom Sehen.**

Dritter Abschnitt: **Von den Modificationen des Lichtes, wie sie bei der Interferenz und Polarisation auftreten.**

I. Interferenz des Lichtes. — Reflection und Refraction des Lichtes im Sinne der Wellentheorie.

II. Von der Beugung des Lichtes und den Farben dünner Körper.

III. Von der doppelten Brechung des Lichtes.

IV. Fortsetzung der Polarisation.

V. Polarisationschromatik.

VI. Kreisförmige und elliptische Polarisation.

Vierter Abschnitt: **Einiges über die optischen Instrumente und über die Photographie.**

Erste Abtheilung.

Die Lehre vom Schall. (Akustik.)

Erster Abschnitt.

Von den Schwingungen und Schallerregungen der festen Körper.

I. Stehende Schwingungen.

1. Schallerreger und Schallmittel.

Jeder ponderabele Körper ist aus materiellen Theilchen zusammengesetzt, welche durch die in ihnen obwaltenden Anziehungs- und Abstoßungskräfte in bestimmten gegenseitigen Abständen von einander gehalten werden, so daß zwischen jenen Theilchen ein gewisser Gleichgewichtszustand hergestellt ist. Wird dieser Gleichgewichtszustand durch irgend eine äußere Einwirkung gestört, so treten verschiedene dynamische Erscheinungen zu Tage, ehe der Körper im Innern wieder zur Ruhe gelangt. Indem nämlich die Theilchen ihren früheren räumlichen Zustand nach Abgang der äußern Kraft, durch welche sie jenen Zustand zu ändern gezwungen wurden, wiederherzustellen streben, überschreiten sie während der Bewegung die ursprüngliche Gleichgewichtslage und machen so um dieselbe kleine Schwingungen, die mehr und mehr abnehmen und endlich ganz aufhören. Dergleichen Schwingungen der materiellen Theilchen lassen sich in der Regel nicht unmittelbar wahrnehmen und es hat so den Anschein, daß wir darauf Verzicht leisten müßten, die darüber angestellten theoretischen Betrachtungen auf den Probirstein der Erfahrung zu bringen.

Glücklicher Weise trifft es sich aber, daß in Folge einer besondern Einwirkung solcher Bewegungen auf unser Gehörorgan der Eindruck des Schalls erzeugt wird und die verschiedenen Töne zu jenen Schwingungen in einem bemerkenswerthen Verhältniß stehen. Wir sind dadurch in Stand gesetzt, vermöge eines Sinnes das in der Natur klarer und bestimmter aufzunehmen, was mittelst des andern Sinnes

wir nur dunkel und unbestimmt zu fassen vermochten, und uns zugleich über die Vorgänge einer höhern sinnlichen Affection den gewünschten Aufschluß zu verschaffen. In der That betrachten wir mit einiger Aufmerksamkeit die Umstände, welche bei einer Schallwahrnehmung mitwirken; so überzeugen wir uns bald, daß diese Wahrnehmung von gewissen Einwirkungen abhängt, welche das Gehörorgan von dem dasselbe zunächst umgebenden und darauf Einfluß auszuüben fähigen Mitteln erfährt, wie von der Luft und andern elastischen Stoffen. Jene Einwirkungen rühren jederzeit von elastischen Körpern her, den sogenannten schallenden Körpern oder Schallerregern, und werden von diesen durch die vorhandenen elastischen Zwischenstoffe, die man Schallmittel oder Schallleiter nennt, bis zu dem Gehörorgan fortgepflanzt. Zu den besten Schallerregern gehören eine gespannte Saite, ein elastischer Stab, eine elastische Platte, eine Glocke, welche Körper sammt und sonders bekanntlich nur dann einen Schall geben, wenn sie auf angemessene Weise in eine schwingende Bewegung versetzt worden sind. Dieser Schwingungszustand läßt sich zur deutlichen Wahrnehmung bringen, wenn man den Schallerreger, z. B. eine Glocke während des Schalles leise mit dem Finger berührt: man wird dann unverkennbar eine Menge von Pulsationen oder kleinen Schlägen fühlen, welche mit großer Schnelligkeit auf einander folgen. An einer gespannten Saite, wenn sie klingt, gehen die Schwingungen so rasch vor sich, daß man sie einzeln nicht mehr unterscheiden kann: dem Auge erscheint aber die Saite gleichsam wie angeschwollen, weil wegen des einige Zeit andauernden Lichteindrucks es die Eindrücke, welche die Saite in ihren verschiedenen Stellungen während einer Schwingung in ihm macht, gewissermaßen zusammen faßt und so alle Stellungen der Saite auf einmal übersieht.

Das gewöhnliche Schallmittel ist die atmosphärische Luft; es ist aber jeder Körper, wenn er hinreichende Elasticität besitzt, dazu geeignet, wie man aus vielen Erscheinungen abnehmen kann. Man hört deutlich den Gang einer am Ende eines langen Balkens liegenden Uhr, wenn man das Ohr am andern Ende des Balkens anlegt; durch die Erde wird der Donner der Kanone auf bedeutende Entfernungen fortgepflanzt. Schall unter Wasser erregt, wird sowohl in demselben als außerhalb desselben vernommen: so hört man den Schall einer Glocke, die unter dem Wasser geläutet wird, recht vernehmlich über dem Wasser, und ein Taucher hört in der Tiefe von einigen Fuß die Stimme eines Menschen, der über dem Wasser spricht. — Die Anwesenheit des Schallmittels ist übrigens unumgänglich nothwendig, wenn der Schall

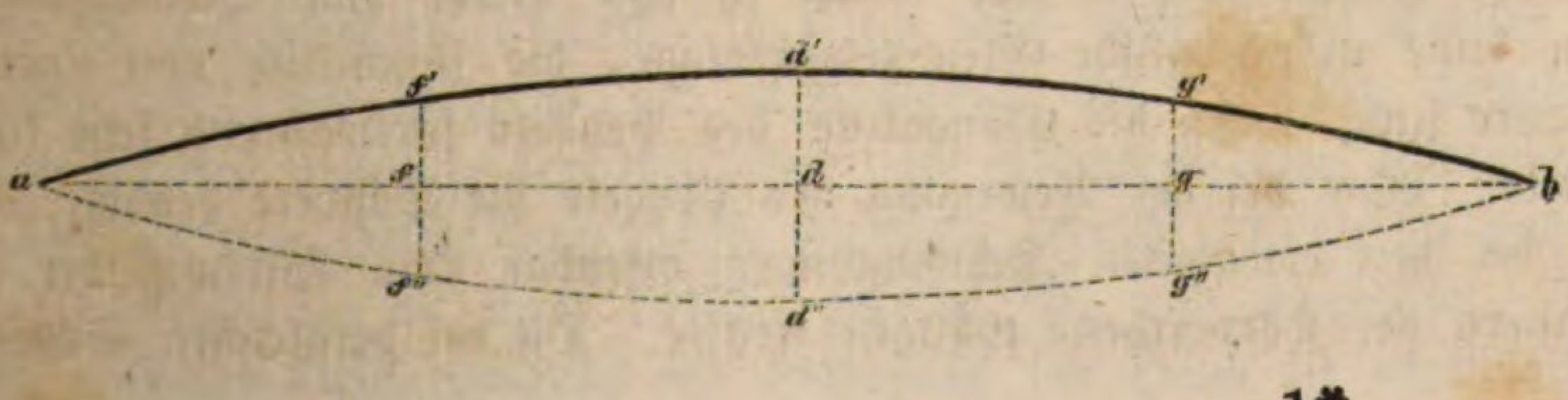
wahrgenommen werden soll, wie die Versuche mit der Luftpumpe zeigen. Setzt man nämlich ein unter den Recipienten der Luftpumpe gebrachtes Schlagwerk in Gang, so wird der Schall desto schwächer, je mehr die Luft unter dem Recipienten verdünnt ist und wird zuletzt bei starker Luftverdünnung nicht mehr vernehmlich. Die Genauigkeit des Versuchs erheischt, daß das Schlagwerk auf eine weiche Unterlage gestellt oder mittelst hanfener Schnüre aufgehängt werde, damit die Schwingungen gar nicht oder doch nur sehr gedämpft zur Wand des Recipienten fortgepflanzt werden können.

Da der Schall seinen Ursprung den schnell auf einander folgenden Schwingungen elastischer Körper verdankt, so steht die Lehre vom Schall oder die Akustik mit der Betrachtung dergleichen Schwingungen und deren Fortpflanzung in untrennbarer Verbindung. Um darum eine möglichst vollständige physikalische Theorie der verschiedenen auf diesem Gebiete vorkommenden Erscheinungen zu erhalten, müssen wir jede einzelne für sich betrachten und einer genaueren Prüfung unterwerfen. Wir hätten also zunächst uns mit der schwingenden Bewegung an und für sich zu beschäftigen und die Gesetze aufzusuchen, nach welchen diese Bewegung vor sich geht. Hierauf wäre zu ermitteln, wie dergleichen Schwingungen nach und nach in tönende übergehen können. Alsdann entstände die weitere Frage, auf welche Weise sich die Schwingungen des schallenden Körpers der Umgebung mittheilen, sich in der Luft fortpflanzen und das Ohr erreichen. Endlich hätten wir die verschiedenen Theile des Gehörorgans etwas näher ins Auge zu fassen, durch deren Zusammenwirken es uns vergönnt ist, die mannigfaltigen Unterschiede in Bezug auf Beschaffenheit, Stärke, Höhe und Richtung des Schalles zu erkennen.

2. Schwingungsweite und Schwingungsintensität.

Einen der einfachsten Fälle unter den Schwingungen fester Körper bietet ein nicht gar stark gespanntes Seil dar, welches in der Mitte von unten nach oben oder umgekehrt aus seiner Gleichgewichtslage gebracht wird, wie es in Fig. 1 dargestellt ist. Sobald die das Seil

Fig. 1.



aus dieser Lage bringende Ursache aufhört, sucht es vermöge der in ihm geweckten Elasticität in die frühere Stellung zurückzukommen. In Folge der stetigen Wirksamkeit der Elasticität werden die Theilchen des Seiles ihrer Gleichgewichtslage mit wachsender Geschwindigkeit sich nähern, vermöge der Trägheit diese Lage aber überschreiten und die Bewegung dann mit abnehmender Geschwindigkeit fortsetzen, da die Elasticität die Theilchen wieder in ihre primitive Stellung zurückzuführen und somit eine Bewegung in entgegengesetzter Richtung zu erzielen strebt. Wie in der Lehre von den festen Körpern gezeigt wird, ist bei denselben innerhalb der Grenze ihrer vollkommenen Elasticität erwähnte Kraft der Entfernung der Theilchen von ihrer Gleichgewichtslage direct proportionirt; ihre Intensität ist daher bei Annäherung der Theilchen an jene Lage beständig im Abnehmen und bei Entfernung von derselben beständig im Zunehmen begriffen; die Bewegung wird mithin im ersten Falle eine ungleichförmig beschleunigte und im zweiten eine ungleichförmig verzögerte sein. Die Geschwindigkeit nimmt während der verzögerten Bewegung in demselben Maße ab, in welchem sie während der beschleunigten zugenommen, was zur nothwendigen Folge hat, daß die Abnahme und die Zunahme von gleicher Dauer sind, ferner die Entfernung der Theilchen von der Gleichgewichtslage auf beiden Seiten gleich groß ist. Von der äußersten Lage, welche die Theilchen während ihrer verzögerten Bewegung erreichen und bei welcher ihre Geschwindigkeit Null geworden ist, gehen sie wieder mit ungleichförmig zunehmender Geschwindigkeit zu ihrer ursprünglichen Gleichgewichtslage zurück und von da mit ungleichförmig abnehmender Geschwindigkeit auf der andern Seite bis zu derjenigen Lage, wo sie ihre Bewegung angefangen haben: auf solche Weise schwingen die Theilchen hin und her und würden diese Bewegung ohne Ende fortsetzen, wenn derselben keine Hindernisse im Wege ständen.

Die hier betrachtete Schwingungsart hat viel Aehnlichkeit mit der Bewegung eines Pendels. Wird nämlich das Pendel aus seiner Gleichgewichtslage gebracht und dann frei gelassen, so kehrt es zunächst in Folge der Schwere in seine ursprüngliche Lage zurück, überschreitet aber diese Lage vermöge der während der Bewegung in ihm angesammelten Geschwindigkeit und macht so eine Reihe von Schwingungen um seine ursprüngliche Gleichgewichtslage, die sämmtlich von einerlei Dauer sind, wenn die Elongation des Pendels fortwährend sehr klein bleibt. Was bei der Bewegung des Pendels die Schwere bewirkt, das ist bei den erwähnten Schwingungen offenbar eine Wirkung der im Innern der Körpertheile thätigen Kräfte. Da bei dergleichen Schwin-

gungen die Molecularkräfte ins Spiel treten, von denen wohl ohne Widerrede angenommen werden darf, daß sie bei Körpern, die hinsichtlich der Anordnung ihrer kleinsten Theilchen von einander abweichen, meist auf verschiedene Art wirksam sind; so werden solche Bewegungen in verschiedenen Körpern in verschiedener Weise sich kundgeben.

Wenn man die Mitte des Seiles in verticaler Richtung hebt oder senkt, so wirkt neben der Elasticität des Seiles auch noch die Schwere, um die Theilchen in ihre ursprüngliche Gleichgewichtslage zurückzuführen; die auf solche Art hervorgerufenen Schwingungen werden deßhalb mehr oder minder von denen abweichen, welche die Theilchen von den Molecularkräften allein angeregt machen würden. Die Einwirkung der Schwere wird weniger fühlbar, wenn man die Mitte des Seiles nach der Rechten oder Linken aus der Gleichgewichtslage bringt, wiewohl bei einer nicht sehr starken Spannung des Seiles die Mitte immer etwas herabhängt und so der Einfluß der Schwere nur theilweise beseitigt ist. Wollte man das Seil stärker anspannen, um ihm eine mit der horizontalen Richtung möglichst nahe kommende Lage zu verschaffen; so würden die Schwingungen zugleich so schnell vor sich gehen, daß sie das Auge nicht mehr einzeln zu verfolgen im Stande wäre. Besser lassen sich die in Rede stehenden Schwingungen an dem Seile wahrnehmen, wenn man das eine Ende desselben fest macht und das andere in die Hand nimmt und mit demselben mit gleichförmiger Geschwindigkeit kleine Kreise beschreibt. Bei einer richtigen Führung der Hand, welche während des Versuchs ganz leicht ausfindig zu machen ist, wird das Seil in eine solche Bewegung gerathen, daß alle Punkte desselben um ihre Gleichgewichtslage Kreise beschreiben, welche um so größer sind, je näher die Punkte gegen die Mitte des Seiles zu liegen. Man kann bei einer passenden Beschleunigung in der Bewegung der Hand es leicht dahin bringen, daß in der Mitte des Seiles ein Ruhepunkt oder ein Schwingungsknoten entsteht: so nennt man nämlich jene Stellen eines schwingenden Körpers, die während dessen Schwingung in Ruhe verharren. Jede Hälfte des Seiles schwingt dann gerade auf dieselbe Weise wie vorhin das ganze Seil; die Mitte einer jeden Hälfte beschreibt größere Kreise als die übrigen Punkte; es bildet sich dort ein Schwingungsbauch: so pflegt man nämlich die Stellen zu nennen, die sich während der Schwingung am heftigsten bewegen. Beide Hälften gehen zu derselben Zeit nach entgegengesetzten Richtungen, so daß die eine Hälfte ihre höchste Stellung erreicht, wenn die andere Hälfte gleichzeitig zu ihrer tiefsten gelangt ist, und umgekehrt. Bei noch größerer Beschleunigung der Bewegung der Hand ist es möglich,

das Seil in drei und in noch mehr Theile abzutheilen, die stets durch einen Schwingungsknoten getrennt sind und deren je zwei benachbarte während der ganzen Dauer der Bewegung ihre Schwingungen im entgegengesetzten Sinne machen.

Die seither ins Auge gefaßte Schwingungsweise, wobei alle Theilchen eines Körpers oder auch nur eines Stückes desselben gleichzeitig in Bewegung gerathen, gleichzeitig in ihre Gleichgewichtslagen eintreten, gleichzeitig den äußersten Abstand von der Ruhelage erreichen und gleichzeitig ihre Rückkehr beginnen, heißt eine stehende Schwingung. Sie kann transversal oder longitudinal sein, je nachdem die Theilchen senkrecht auf die Längenrichtung oder parallel mit ihr schwingen. Erstere heißen auch Längeschwingungen, die andern Querschwingungen, wie wir sie hier an dem Seile gesehen haben. Ein vollständiger Hin- und Hergang bei dieser schwingenden Bewegung heißt eine Schwingung, Oscillation, Vibration; die größte Entfernung des Theilchens von der Ruhelage wird die Schwingungsweite, Amplitude, und die größte Geschwindigkeit, die es während der Schwingung besitzt und beim Eintritt in die Gleichgewichtslage erlangt, die Schwingungsintensität genannt. Die zu einer Schwingung erforderliche Zeit heißt die Schwingungsdauer. Der Bewegungszustand, in welchem sich das Theilchen an irgend einer Stelle seiner Bahn befindet, heißt die dieser Stelle entsprechende Phase der Schwingung; jede einzelne Phase wird durch den Abstand des Theilchens von der Ruhelage, Elongation, und durch die Größe und Richtung seiner Geschwindigkeit, Vibrationsgeschwindigkeit, angegeben; die Zeit, welche von einem bestimmten Augenblicke an bis zum Eintreten einer gewissen Phase verfließt, nennt man Phasenzeit.

3. Relation zwischen Elongation und Phasenzeit.

Um den Zusammenhang zwischen Elongation, Geschwindigkeit und Phasenzeit aufzufinden, stellen wir folgende Betrachtungen an, wie sie Baumgärtner und Ettingshausen in ihren Lehrbüchern der Physik schon angestellt haben. — Es sei das Massetheilchen m in A mit einer Geschwindigkeit in Bewegung gesetzt worden, bei welcher es den Weg AB zurücklegen kann; t sei die Zeit, in welcher es den Weg AM = s macht, und v die Geschwindigkeit, welche es in M besitzt. Während eines unendlich kleinen Zeittheilchens dt lege das Theilchen den Weg MM' = ds zurück und seine Geschwin-

Fig. 2.



digkeit in M' sei $= v - dv$, mithin dv der Verlust an Geschwindigkeit, welchen das Theilchen in Folge der continuirlichen Wirksamkeit der zurücktreibenden Kraft während der unendlich kleinen Zeit dt erlitten hat. Der Buchstabe d gilt hier nur als ein Zeichen und keineswegs als eine Größe; durch Vorsetzung desselben vor einen andern Buchstaben x, welcher eine Größe darstellt, soll immer angedeutet werden, daß gedachte Größe dx eine Größe bezeichnet, welche auf jeden beliebigen Grad der Kleinheit gebracht werden kann. Dies vorausgeschickt darf unbeschadet der Genauigkeit der Rechnung gesetzt werden: $ds = v\,dt$. Für die bewegende Kraft haben wir einerseits den Ausdruck $m\frac{dv}{dt}$ und andererseits, wenn wir annehmen, daß dieselbe dem Abstand $AM = s$ direct proportional sei, den Ausdruck kms, wo k einen unveränderlichen, von der besonderen Beschaffenheit der Kraft abhängigen Coefficienten vorstellt. Man hat demnach die Gleichung:

$$m\frac{dv}{dt} = mks \text{ oder } \frac{dv}{dt} = ks.$$

Multiplicirt man auf beiden Seiten mit ds und erwägt, daß $\frac{ds}{dt} = v$ ist; so hat man $v\frac{dv}{k} = s\,ds$ oder $ds : \frac{dv}{\sqrt{k}} = \frac{v}{\sqrt{k}} : s$. Man errichte nun in M und M' die Geraden MN, M'N' senkrecht auf AB, und nehme $MN = \frac{v}{\sqrt{k}}$ und $M'N' = \frac{v - dv}{\sqrt{k}}$; ziehe ferner N'U parallel zu AB und verbinde N mit A und N'. Weil $N'U = ds$ und $NU = \frac{dv}{\sqrt{k}}$, so ist obiger Proportion zu folge:

$$N'U : NU = MN : AM;$$

d. h. die Dreiecke NN'U und AMN sind ähnlich, mithin die Winkel UN'N und ANM einander gleich. Aber $UNN' + UN'N =$ einem rechten Winkel, folglich auch $UNN' + ANM$ oder $ANN' =$ einem rechten Winkel. Errichtet man also in jedem Punkte der Bahn AB eine Senkrechte, deren Länge dem Quotienten gleich ist, welchen man bekommt, wenn man die in diesem Punkte vorhandene Geschwindigkeit durch $\sqrt{k}$ dividirt, verbindet dann alle Endpunkte gedachter Senkrechten miteinander; so entsteht eine krumme Linie, welche die Eigenschaft hat, daß jedes unendlich kleine Stück NN' desselben auf der von A zum Anfangspunkt dieses Elements gezogenen Geraden AN senkrecht steht; woraus sofort hervorgeht, daß jene krumme Linie ein Kreis ist, welcher A zum Mittelpunkte und die Amplitude $AB = a$ zum Halbmesser hat. Die Aehnlichkeit der Dreiecke NUN' und AMN gibt ferner

$$NN' : UN' = AN : MN,$$

$$\text{oder } NN' = \frac{AN \, . \, UN'}{MN} = \frac{a\,ds \, . \sqrt{k}}{v} = a\sqrt{k}\,dt.$$

Errichtet man in A die Senkrechte $AC = a = \frac{c}{\sqrt{k}}$, wo c die größte vorkommende Oscillationsgeschwindigkeit des Theilchens m bedeutet, und theilt die Zeit t in unendlich viele Theilchen und den Bogen CN in ebenso viele Theile; so ist der oben angegebenen Relation zufolge jedes Bogenstückchen dem Produkte des zugehörigen Zeittheilchens mit dem Factor $a\sqrt{k}$ gleich. Die Summe sämmtlicher Theile des Bogens CN muß mithin dem Produkte der Summe sämmtlicher Zeittheilchen mit $a\sqrt{k}$ gleichkommen, d. h. es muß $CN = at\sqrt{k}$ sein. Setzt man den Winkel $CAN = \varphi$, so ist

$$CN = a\varphi;\quad AM = a \sin \varphi;\quad MN = a \cos \varphi = t\sqrt{k};$$

woraus
$$s = a \sin (t\sqrt{k})$$
und
$$v = a\sqrt{k} \cos (t\sqrt{k}) = c \cos (t\sqrt{k}),$$
welche Formeln das Gesetz der hier betrachteten schwingenden Bewegung enhalten.

Heißt T die Schwingungsdauer, so ist $\frac{T}{4}$ die Zeit, in welcher das Theilchen einen der Schwingungsweite $AB = a$ gleichen Weg zurücklegt; mithin ist $\frac{\pi}{2} = \frac{T}{4}\sqrt{k}$ oder $T = \frac{2\pi}{\sqrt{k}}$, wobei π das bekannte Verhältniß des Kreisumfanges zum Durchmesser bedeutet. Setzt man den aus dieser Relation entnommenen Werth von $\sqrt{k}$ in die vorhin erhaltenen Formeln, so bekommt man:

$$s = a \sin \left(\frac{2\pi t}{T}\right) \text{ und } v = c \cos \left(\frac{2\pi t}{T}\right).$$

Zählt man die Phasenzeit von dem Augenblicke an, wo sich das Theilchen in B befand und seine Geschwindigkeit Null war und führt in den Formeln den Winkel $MAN = \Psi$ ein, wo dann $\Psi = t\sqrt{k}$; so ist

$$s = a \cos (t\sqrt{k}) = a \cos \left(\frac{2\pi t}{T}\right),$$

und
$$v = a\sqrt{k} \sin (t\sqrt{k}) = a\sqrt{k} \sin \left(\frac{2\pi t}{T}\right).$$

Für die Phasenzeit $\frac{T}{2} + t$ hat man bei Anwendung der letzteren Formeln:

$$s = a \cos \left(\pi + \frac{2\pi t}{T}\right) = - a \cos \left(\frac{2\pi t}{T}\right),$$

und
$$v = a\sqrt{k} \sin \left(\pi + \frac{2\pi t}{T}\right) = - a\sqrt{k} \sin \left(\frac{2\pi t}{T}\right);$$

mithin erscheint das Theilchen in Phasen, welche um eine halbe Schwingung von einander abstehen, in gleichen Abständen von der Ruhelage auf entgegengesetzten Seiten derselben und hat gleiche und entgegengesetzte Geschwindigkeiten.

Die Relation $T = \frac{2\pi}{\sqrt{k}}$ sagt aus, daß, wenn ein Körper durch irgend welche Kraft aus seiner ursprünglichen Lage in eine andere gebracht worden ist, jedes Theilchen beim Verschwinden der wegführenden Kraft gleich viel Zeit braucht, um in seine primitive Lage zurückzukehren, wie klein oder wie groß auch der Unterschied zwischen den beiden Lagen sein mag, insofern derselbe die Grenzen der vollkommenen Elasticität nicht überschreitet. Diese Eigenthümlichkeit der aus der Elasticität eines Körpers entspringenden Schwingungen drückt man in der Regel so aus: Die Schwingungen eines elastischen Körpers sind isochronisch. — Um diese Aussage durch einen Versuch zu bestätigen, wurde ein Seil von 10,54 Meter Länge, 1 Centimeter Dicke genommen, dasselbe an einem seiner beiden Enden befestigt und am andern mit dem Gewichte von 2½ Kilogramme gespannt. Bei einem in seiner Mitte angehängten Gewichte von 63 Grammes senkte sich dieselbe um 1½ Centimeter. Bei dem doppelten Gewichte ging sie um 3, bei dem dreifachen um 4½ und bei dem vierfachen um 6 Centimeter herab. Da nun bei festen Körpern innerhalb der Grenzen ihrer vollkommenen Elasticität die Größe der Formveränderung stets der darauf verwendeten Kraft proportional ist, wie in der Lehre vom Gleichgewicht der Körper gezeigt wird; so kann in dem vorliegenden Falle angenommen werden, daß bei einer Hebung oder Senkung der Mitte des Seiles von 1 bis 6 Centimeter die Grenzen seiner vollkommenen Elasticität nicht überschritten worden sind. Mit Hülfe einer gut eingerichteten Pendeluhr, an der sich mit großer Genauigkeit noch die Tertien wahrnehmen ließen, fanden wir nun, daß das Seil jederzeit 120 Schwingungen in der Minute machte, wenn die Mitte desselben um 1 bis 6 Centimeter weit aus ihrer ursprünglichen Lage abgeführt worden war.

Um die Richtigkeit des Princips der Proportionalität der Kraft und der aus ihr resultirenden Formveränderung auf den räumlichen Zustand der Körpertheile, mit dessen Zugrundlegung die oben aufgeführten Gesetze hergeleitet wurden, durch einen anderweitigen Versuch nachzuweisen, verfuhren wir folgendermaßen. Wir nahmen einen spiralförmig gewundenen Messingdraht von 1,038 Meter Länge und 3,7 Millimeter Durchmesser und versahen ihn an beiden Enden mit Ringen. An dem einen derselben wurde der Draht aufgehängt, an dem andern nach und nach mit verschiedenen Gewichten belastet, wodurch er sich verlängerte. Die dabei erhaltenen Verlängerungen finden sich hier unten kurz zusammengestellt:

Angehängte Gewichte in Grammes	Verlängerungen des Drahts in Millimeter
20	5;
40	12;
60	15;
80	20;
100	28;
120	35;
140	45;
160	55;
180	65;
200	75.

Aus der vergleichenden Zusammenstellung dieser Resultate ergibt sich, daß bei den Zulaggewichten von 120 bis 220 Grammes die Ausdehnung dem Gewichte proportional ist, nämlich für das Zulagegewicht von 20 Grammes gerade 10 Millimeter beträgt. Wenn demnach das Gewicht von 160 Grammes angehängt war und dann dasselbe noch um 10 Millimeter heruntergezogen wurde, so suchte es in die vorige Lage anfänglich mit einer Kraft von 20 Grammes zurückzukehren, welche in dem Maße abnahm als das Gewicht seiner ursprünglichen Lage näher kam. Wir dürfen daher von der Formel

$$P = mks,$$

Gebrauch machen, wo P die Kraft darstellt, mit welcher das angehängte Gewicht in seine ursprüngliche Lage zurückzukehren strebt, wenn es in vertikaler Richtung um die Größe s herabgezogen wird. Die obige Gleichung geht vermöge der Relation $Q = mg$ über in $P = \frac{Q}{g} sk$, wo Q das an den Draht gehängte Gewicht und g die Acceleration der Schwerkraft bezeichnet. Aus der letzteren Gleichung entspringt nun: $k = \frac{Pg}{Qs}$, wodurch die Relation $T = \frac{2\pi}{\sqrt{k}}$ in $T = 2\pi \sqrt{\frac{Qs}{Pg}}$ übergeht. Für unseren speciellen Fall war $Q = 160$ Grammes; $s = 0{,}01$ Meter; $P = 20$ Grammes: hieraus ergab sich, mit Berücksichtigung, daß $g = 9{,}81$ Meter ist, die Schwingungsdauer $T = 0{,}568$ Secunden, während der Versuch $T = 0{,}571$ Secunden lieferte, welche Resultate hier als gleichlautend betrachtet werden können.

4. Transversalschwingungen der Saiten.

Die Schwingungen einer an zwei festen Punkten gespannten Saite, welche mit einem Violinbogen seitwärts gestrichen aus ihrer geradlinigen Lage entfernt wird und sich dann selbst überlassen bleibt, gehen ganz in der nämlichen Weise wie die Schwingungen eines Seiles vor

sich. In Folge der continuirlichen Wirksamkeit ihrer Elasticität schwingt sie um ihre Ruhelage viele Male hin und her, bis sie endlich durch den Widerstand der Luft, welcher ihre Bewegung mehr und mehr schwächt, gänzlich zur Ruhe kommt. Sie bringt einen Ton hervor, der so lange anhält, als die Saite schwingt, und um so höher ist, je schneller die Schwingungen geschehen, um so tiefer, je langsamer dieselben vor sich gehen. Die Anzahl der in einer Secunde vollbrachten Schwingungen ist daher das natürliche Maß der Tonhöhe.

Wie in der mathematischen Physik zu ersehen ist, findet man für die Dauer T der Transversalschwingung einer homogenen Saite, Hin- und Hergang zusammen für eine Schwingung gerechnet, die Formel $T = 2\sqrt{\frac{Q\,l}{g\,P}}$, in welcher Q das Gewicht der Saite, l die Länge derselben, P die Kraft mit welcher sie gespannt wird, und g die Acceleration der Schwere bezeichnet. Wenn δ das specifische Gewicht der Saite, d. h. das auf die Volumeneinheit bezogene Gewicht und r der Radius derselben bedeutet, so ist $Q = \pi r^2 l \delta$; mithin auch $T = 2\,r\,l\sqrt{\frac{\pi\delta}{g\,P}}$. Bezeichnet n die Anzahl der in einer Secunde vollbrachten Schwingungen, welche Anzahl wir kurzweg die Schwingungszahl nennen wollen; so ist $n = \frac{1}{T}$ oder $n\,T = 1$; folglich

$$n = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{g\,P}{Q\,l}} \text{ oder } n = \frac{1}{2\,r\,l} \cdot \sqrt{\frac{g\,P}{\pi\delta}}.$$

Hieraus ergeben sich für eine der ganzen Länge nach transversal schwingende Saite folgende Gesetze: Die Schwingungszahl einer Saite ist unter übrigens gleichen Umständen umgekehrt ihrer Länge und direct der Quadratwurzel aus dem spannenden Gewichte proportional. Die Schwingungszahlen verschiedener Saiten desselben Stoffes verhalten sich unter sonst gleichen Umständen umgekehrt wie ihre Dicken; und die Schwingungszahlen von Saiten verschiedener Stoffe umgekehrt wie die Quadratwurzeln ihrer specifischen Gewichte. Die Erfahrung hat diese Gesetze aufs Vollkommenste bestätigt, wie nachstehende zwei beispielsweise angeführten Versuche zeigen.

Ein Seil wurde an einem Ende befestigt und in einer Entfernung von 10,54 Meter über eine Rolle geführt und daselbst durch ein Gewicht von 15,5 Kilogramm angespannt; aus seiner Gleichgewichtslage gebracht, machte es in einer Minute 92 Schwingungen, während ein auf die nämliche Weise angespanntes Seil, dessen Dicke zu jener des ersten Seiles sich wie 5:8 verhielt, in einer Minute 147,2 Schwingungen zurücklegte. Es ist nun $\frac{147{,}2}{92}$ gleich $\frac{8}{5}$, d. h. die Schwingungs-

zahlen verschiedener Seile derselben Materie stehen im umgekehrten Verhältnisse ihrer Dicken.

Eine Metallsaite von 10,54 Meter Länge und 1,5 Millimeter Dicke, deren specifisches Gewicht 8,2 war, und eine Schnur von gleicher Länge und Dicke, deren specifisches Gewicht 0,9 betrug, wurden beide durch ein gleiches Gewicht von 3,5 Kilogrammes angespannt; aus ihrer Gleichgewichtslage abgeführt und dann freigelassen, vollbrachte die Metallsaite 138, die Schnur aber 416 Schwingungen in einer Minute. Das Verhältniß $\frac{416}{138}$ kommt ziemlich genau mit dem Verhältniß $\sqrt{\frac{8,2}{0,9}} = \frac{2,06}{0,95} = 3$ überein: d. h. es verhalten sich die Schwingungszahlen zweier Saiten, die ihrer ganzen Dicke und Länge nach homogen sind, umgekehrt wie die Quadratwurzeln ihrer specifischen Gewichte.

Um die Gesetze der Schwingungen der gespannten Saiten und ihrer Töne durch den Versuch zu zeigen, bedient man sich des sogenannten Monochords. Dieses Instrument ist ein hohler Kasten, dessen Wände aus trockenen, dünnen, elastischen, hölzernen Brettchen bestehen, wie solche bei den gewöhnlichen Saiteninstrumenten vorkommen. Ueber dem oberen Brett an einem Ende des Kastens wird eine Metallsaite oder eine Darmsaite eingezwängt, hierauf über einen untergesetzten Steg geführt, dann über eine am andern Ende des Kastens angebrachte

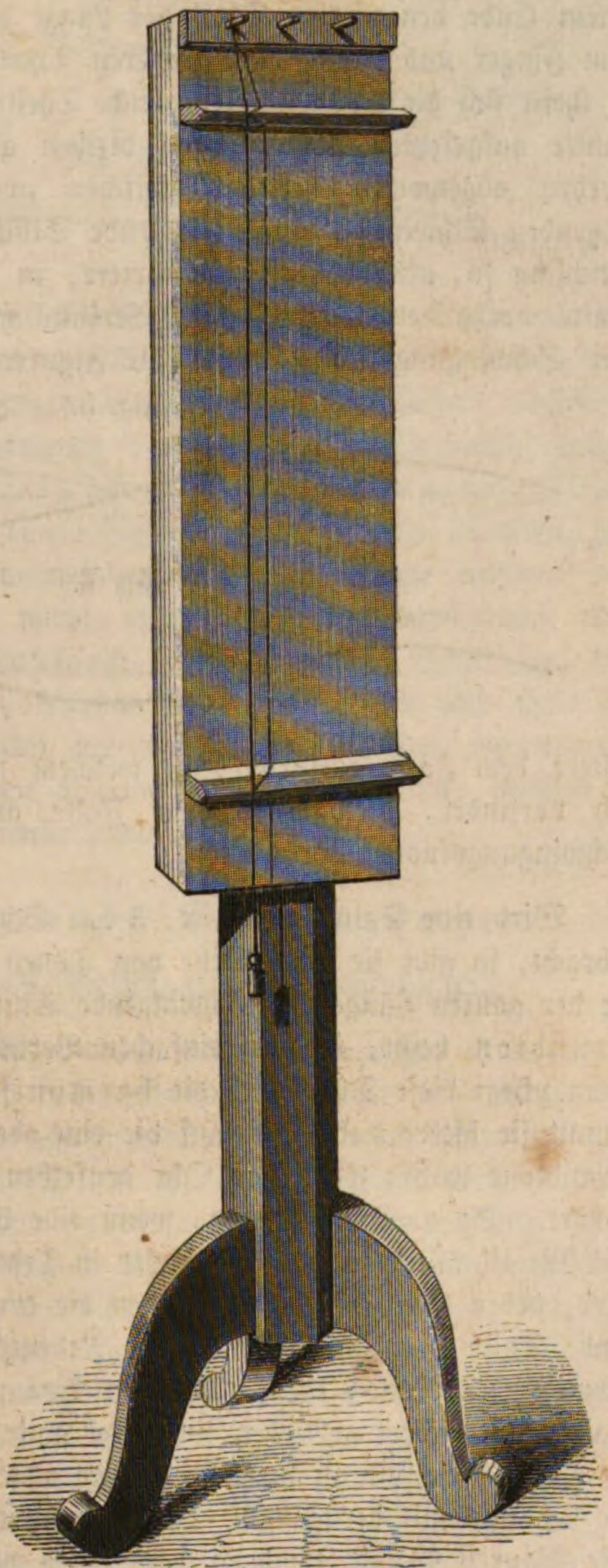
Fig. 3.



Rolle geleitet und endlich mit einem Gewichte belastet. Der bewegliche Steg, welcher sich an eine beliebige Stelle verschieben läßt, bewirkt, daß die Länge des in Schwingung zu versetzenden Theils der Saite sich nicht während der Bewegung verändert. Durch die Reibung, welche die Rolle an ihrer Achse erfährt, wird nämlich die Saite an einem Ende stark befestigt und dann vertical durch ein Gewicht gespannt. Wenn sie auf diese Weise eine genaue und bestimmte Spannung angenommen hat, bedient man sich, um eine gewisse Länge der Saite scharf abzugrenzen, abermals einer Art von Steg aus hartem Holz, der den Kasten des Monochords umfaßt, an demselben auf- und niedergeschoben und an beliebiger Stelle festgestellt werden kann. An beiden Monochorden dient der hohle Kasten mit seinem Brettchen den Ton, den die

Saite gibt, zu verstärken, weil die Töne einer einfachen, von jedem andern Körper abgesonderten Saite nur sehr schwach ausfallen und bald verhallen würden.

Fig. 4.



Auch eine gespannte Saite läßt sich wie ein Seil in mehrere gleiche Unterabtheilungen theilen, deren jede für sich allein so schwingt und deren je zwei anliegende in der nämlichen Zeit nach entgegengesetzter Richtung schwingen und durch Schwingungsknoten von einander getrennt sind. Man kann diese Bewegung dem Auge bemerklich machen, indem man an verschiedenen Stellen der Saite kleine, sehr leichte in der Mitte gebogene Papierstreifchen aufsetzt, am besten zweifach gefärbte Papierstreifchen, die einen an die Stellen, wo sich Schwingungsbäuche bilden, die andern an die Punkte, wo Schwingungsknoten entstehen, und hierauf die Saite mit dem Violinbogen streicht. Mit dem Eintreten der Schwingung sieht man dann die an den Schwingungsbäuchen aufsitzenden Streifchen in Bewegung gerathen und sämmtlich herabfallen, während die an den Schwingungsknoten befindlichen unbeweglich bleiben.

Berührt man z. B. die Saite in einem Punkte, dessen Abstand von einem Ende den vierten Theil der Länge der Saite beträgt, sanft mit dem Finger und streicht den kürzeren Theil derselben mit dem Bogen; so theilt sich die Saite in vier gleiche Theile, die auf die Viertheilungspunkte aufgesetzten Papierstreifen bleiben allein sitzen und die übrigen werden abgeworfen. Jedes zwischen zwei unmittelbar aufeinander folgenden Schwingungsknoten liegende Stück der Saite schwingt mithin gleichsam so, als ob bloß eine kürzere, in dergleichen Punkte befestigte Saite vorhanden wäre. Zur Versinnlichung solcher Schwingungen mit Schwingungsknoten dienen die Figuren 5 und 6, von denen die

Fig. 5.

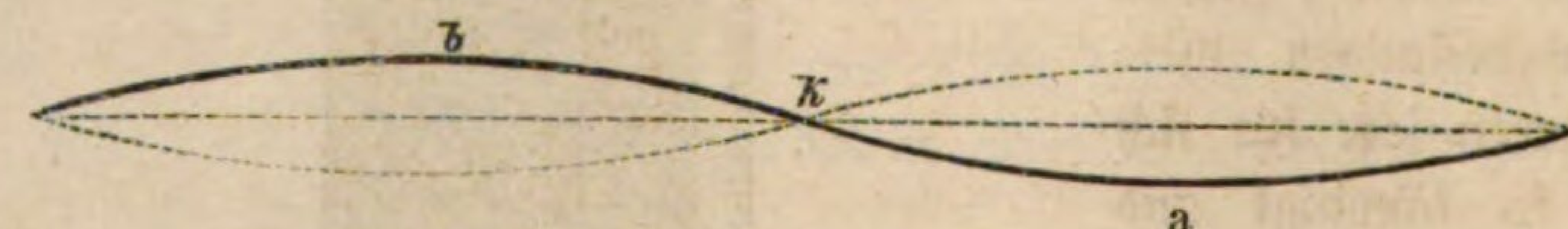
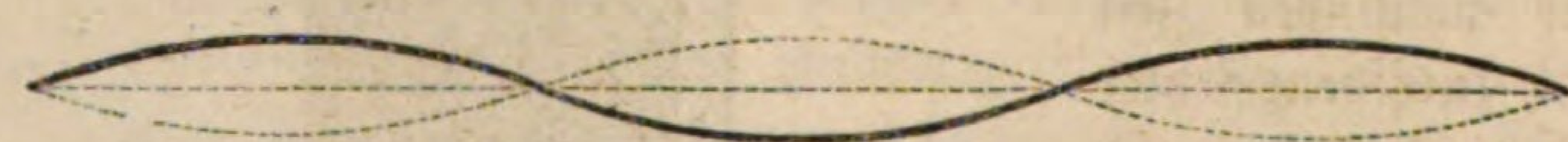


Fig. 6.



erstere dem Falle entspricht, in welchem nur ein Schwingungsknoten sich vorfindet, die zweite dem Falle angehört, in welchem zwei Schwingungsknoten vorkommen.

Wird eine Saite mit 1, 2, 3 ... Schwingungsknoten zum Tönen gebracht, so gibt sie eine Reihe von Tönen, welche zu dem Tone, den die der ganzen Länge nach schwingende Saite erzeugt und welcher der **Grundton** heißt, in dem einfachen Verhältnisse 2, 3, 4 . . . stehen. Man pflegt diese Töne auch die **harmonischen Töne** zu nennen und nimmt sie öfters neben dem auf die eine oder die andere Weise erzeugten Grundtone wahr, wenn das Ohr denselben mit einiger Aufmerksamkeit anhört. So z. B. hört man, wenn eine hinreichend lange, am besten mit Metall übersponnene Darmsaite in Transversalschwingungen versetzt wird, neben dem Hauptton, welchen die der ganzen Länge nach schwingende Saite gibt, mehrere höhere Nebentöne, die in der Reihe der harmonischen Töne liegen. Da nun Spannung, Länge und Dicke der Saite unverändert geblieben sind, so muß sich in einem solchen Falle die Saite gleichsam in mehrere Stücke abgetheilt haben, welche einzeln für sich und mit der ganzen Saite gleichzeitig zu schwingen vermögen. Die Figuren 7 und 8 mögen dem Auge vorlegen, welche Gestalt die Saite in dergleichen Schwingungszuständen annehmen kann. Die Erstere entspricht dem Zustande, bei welchem die Saite zugleich mit ihren beiden Hälften schwingt, die Zweite gehört dem Zustande an, bei welchem die

Fig. 7.

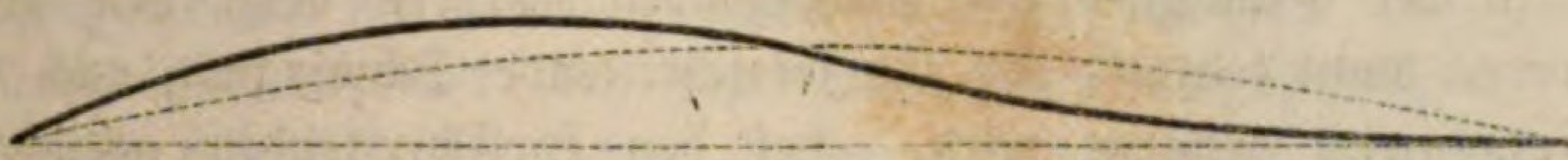
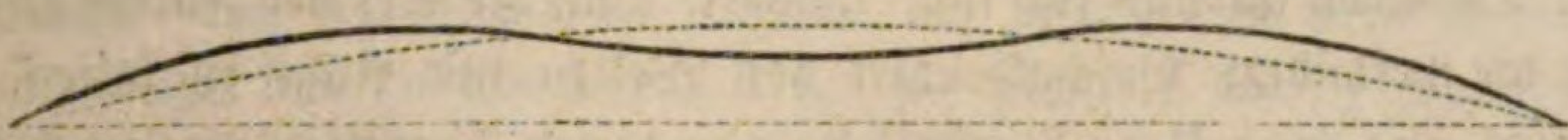


Fig. 8.



Saite sich selbständig in drei Theile getheilt hat, die einzeln mit der ganzen Saite zugleich schwingen. Dieses gleichzeitige Stattfinden verschiedener einzelner Bewegungen in einem und demselben elastischen Körper dient als eine Bestätigung des von Daniel Bernouilli aufgestellten Princips der Coexistenz der kleinen Bewegungen. Diesem Principe zufolge können in einem System von materiellen Punkten, das sehr wenig aus seiner ursprünglichen Gleichgewichtslage entfernt und dann sich selbst überlassen wird, unter Umständen verschiedene Bewegungen zu gleicher Zeit statthaben. Die Coexistenz dergleichen Bewegungen gibt sich bei den schwingenden Saiten kund und stellt sich als ein nothwendiges Resultat der für die schwingenden Bewegungen durch die Theorie gefundenen allgemeinen Gesetze heraus, welches in der mathematischen Physik nachgesehen werden kann.

II. Fortschreitende Schwingungen.

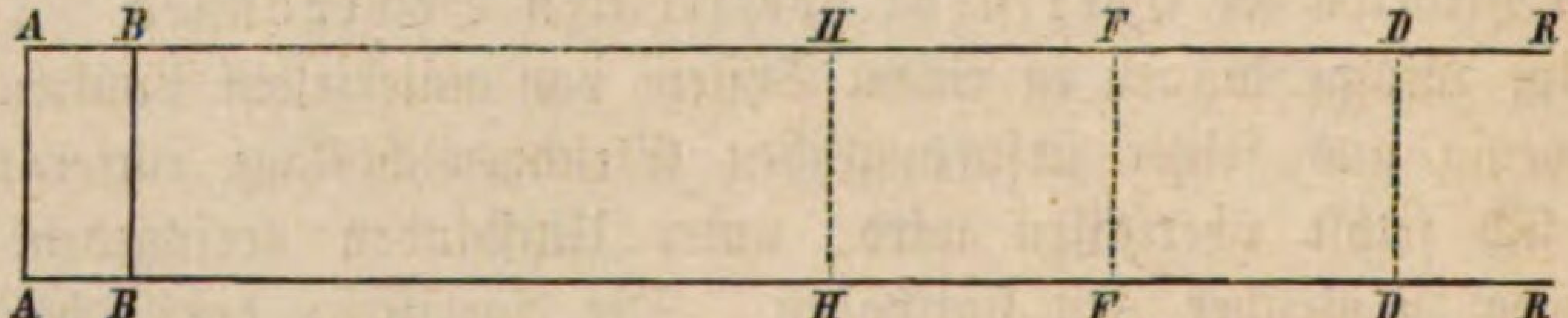
1. Wellenlänge und Fortpflanzungsgeschwindigkeit.

Wird die an einer Stelle eines Körpers angeregte Schwingung von Theilchen zu Theilchen fortgepflanzt, dergestalt daß sämmtliche Theilchen die nämliche Schwingung machen, nur desto später die Bewegung beginnen, je weiter sie von der Erregungsstelle entfernt sind; so hat man eine sogenannte fortschreitende Schwingung. Bei dieser Schwingungsweise befinden sich also in einem und demselben Augenblicke die Theilchen in verschiedenen Schwingungsphasen, sind mithin in verschiedenen Abständen von ihrer Ruhelage und haben verschiedene Oscillationsgeschwindigkeiten. Hieraus erwächst eine Veränderung entweder in der Gestalt oder in der Dichtigkeit der verschiedenen Schichten des schwingenden Körpers, je nachdem die Theilchen entweder transversal oder longitudinal schwingen; oder mit andern Worten, je nachdem die Theilchen entweder senkrecht auf der Richtung, in der sich die Bewegung weiter trägt, oder parallel zu jener Richtung oscilliren, erfolgt entweder eine Aenderung in der Form, oder eine Aenderung in der natürlichen Dichtigkeit des Körpers. Die auf solche Weise während

der Dauer einer Schwingung resultirende Aenderung in der Gestalt, oder in der Dichtigkeit des schwingenden Körpers heißt eine Welle, woher es dann kommt, daß die fortschreitende Schwingung auch Wellenbewegung genannt wird. Bei den fortschreitenden oscillirenden Bewegungen hätten wir demnach nicht blos die Schwingungen der einzelnen Theilchen an und für sich, sondern auch die Art der Fortpflanzung, sowie die besondere Beschaffenheit der Wellen ins Auge zu fassen.

Um uns eine klare Vorstellung von dieser Fortpflanzung zu machen, betrachten wir sie zuvörderst, wie sie an einem langen cylindrischen elastischen Körper von gleichförmiger Dichte vor sich geht, wenn die Theilchen longitudinal oder in der Fortpflanzungsrichtung oscilliren.

Fig. 9.



Zu diesem Behufe denken wir an einem Ende A des erwähnten Körpers, durch eine schwingende ebene Fläche, welche mit dem Körper einerlei Querschnitt hat, eine der Längenrichtung AR parallelen Impuls ausgeübt, wobei die Fläche während einer bestimmten kurzen Zeit von der Lage AA zu der nicht weit davon abstehenden Lage BB übergeht. Indem die Fläche zu schwingen anfängt, erschüttert sie die angrenzende Körperschichte, wodurch dieselbe vorwärts geschoben und, weil die entfernteren Schichten dem Andrang der ersteren nicht plötzlich ausweichen können, auch noch verdichtet wird. Die dergestalt zusammengedrückte erste Schichte stößt mit der Geschwindigkeit, welche sie von der schwingenden Fläche durch den Anstoß erhalten hat, an die noch ruhende nächste zweite Schichte, gibt die empfangene Geschwindigkeit an dieselbe ab und kommt selbst zur Ruhe. Hierdurch entsteht in gedachter zweiten Schichte ebenfalls eine Verschiebung und Verdichtung, die auf die nämliche Art auf die nächstfolgende dritte Schichte übertragen wird. So pflanzt sich denn die Verschiebung und Verdichtung von Schichte zu Schichte fort und zwar meist mit einer viel größeren Geschwindigkeit, als diejenige ist, mit welcher sich die schwingende Fläche bewegt. Wegen völliger Uebereinstimmung aller Umstände geht diese Fortpflanzung der Bewegung in allen Schichten mit gleichförmiger Geschwindigkeit vor sich und hat Aehnlichkeit mit der Fortpflanzung des Stoßes in einer Reihe elastischer Kugeln von gleicher Masse, wobei jede Kugel ihre Geschwindigkeit an die nächstfolgende abgibt und zur Ruhe kommt. Auf solche Weise wird jede Geschwindigkeit und Verdichtung, welche die Fläche beim Uebergange

von AA nach BB annimmt, weiter getragen, so daß ihre sämmtlichen Bewegungsphasen bei diesem Hingange ebenfalls in jeder Schichte zum Vorschein kommen, mit dem Unterschiede, daß jene Phasen in einer bestimmten Schichte desto später eintreten, je weiter sie von dem Ende A absteht.

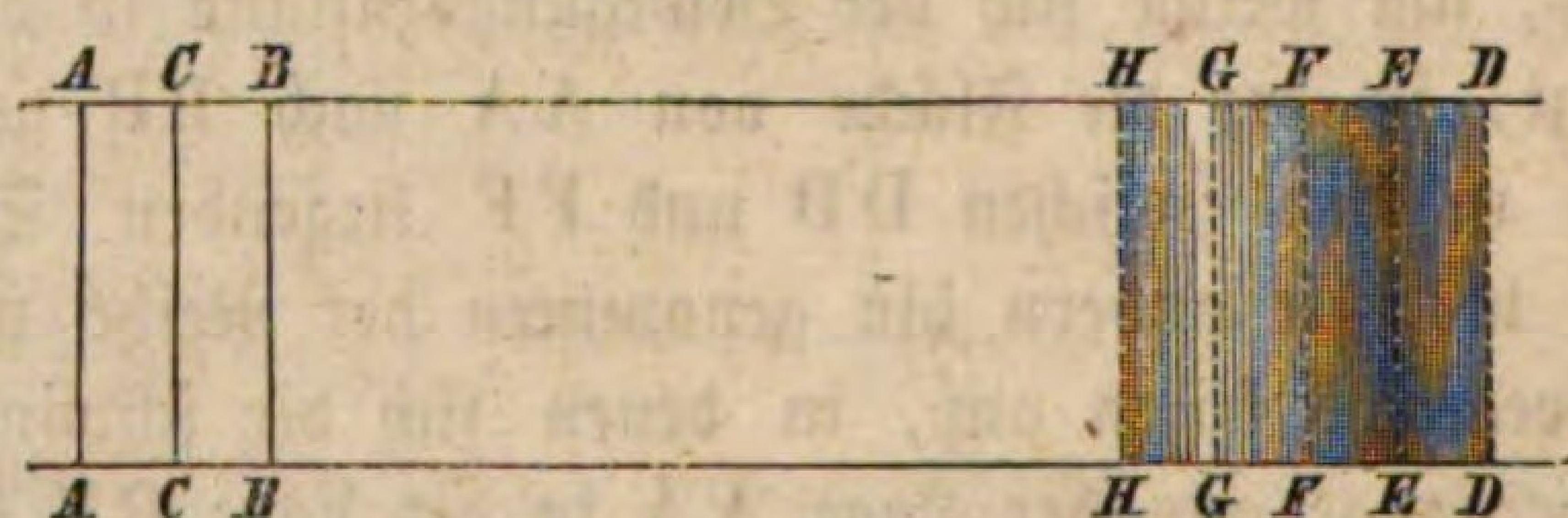
Sind nun die Bewegungsphasen der Fläche bei dem Uebergange von der Lage AA in die von BB an ein gewisses Gesetz gebunden, so wird sich dasselbe in den gleichzeitig in Bewegung begriffenen Schichten ausgeprägt finden. Hat sich die Bewegungsphase, welche der schwingenden Fläche bei dem Beginne der Bewegung in AA eigen war, in einer bestimmten Zeit t bis DD und die Bewegungsphase, welche ihr in der Lage BB zukam, zu derselben Zeit bis FF fortgetragen; so ist FD die Strecke Weges, um welche sich der Bewegungszustand in der nämlichen Zeit fortpflanzt, in der die Fläche von AA nach BB gekommen ist, und es treten in den zwischen DD und FF liegenden Schichten von der ersten an bis zur andern hin genommen der Reihe nach die verschiedenen Bewegungsphasen auf, in denen sich die schwingende Fläche bei ihrem Uebergange aus der Lage AA in die Lage BB befand.

Lassen wir jetzt die ursprünglich bewegte Fläche von BB nach AA zurückkehren, so wird sich die rückgängige Bewegung längs der Richtung AD in gleicher Weise fortpflanzen, wie die nach dieser Richtung vorhin betrachtete Bewegung fortgeschritten ist. Angenommen, daß HH die Schichte darstellt bis zu welcher die letzte Bewegungsphase, die der Fläche bei dem Rückgange von BB nach AA zukommt, vorgedrungen ist; so werden in den zwischen FF und HH liegenden Schichten alle Bewegungsphasen sich vorfinden, welche die rückgängige Bewegung der Fläche charakterisiren. Die Gesammtheit DFH der in Folge eines Hin- und Herganges der schwingenden Fläche, nach Verlauf irgend einer Zeit t, im Bewegungszustande begriffenen Schichten macht hier die Welle aus. Das Stück DF, in welchem alle Bewegungsphasen der schwingenden Fläche beim Uebergange von AA nach BB vorkommen, heißt der Vordertheil, während das Stück FH, das die rückgängige Bewegung der Fläche von BB nach AA in allen Phasen nachahmt, der Hintertheil der Welle genannt wird. Die Strecke Weges DH, auf welche sich innerhalb eines Hin- und Hergangs der Fläche von AA nach BB und umgekehrt sämmtliche Bewegungsphasen derselben nach Verlauf irgend einer Zeit t übertragen haben, heißt die Wellenlänge oder Undulationslänge. DF ist die Länge des Vordertheils, FH jene des Hintertheils der Welle. Bezeichnet u die Fortpflanzungsgeschwindigkeit, T die Zeit, in welcher die Fläche eine volle Schwingung vollbringt, λ die Wellenlänge und t eine Zeit, welche größer ist als die Schwingungs-

dauer T: so hat man $DH = \lambda = uT$;
ferner $DF = AD - AF = AD - BF - AB$,
oder $DF = ut - u\left(t - \frac{T}{2}\right) - AB = \frac{uT}{2} - AB$;
und $FH = AF - AH = AB + BF - AH$,
oder $FH = AB + u\left(t - \frac{T}{2}\right) - u(t - T) = \frac{uT}{2} + AB$;
Die Länge des Vordertheils ist also um den Betrag der Schwingungsweite kleiner und die Länge des Hintertheils um eben so viel größer als die halbe Wellenlänge.

Geht die Schwingung der Fläche wie die eines Pendels vor sich, wird mithin sowohl beim Hingange als beim Rückgange die erste Hälfte

Fig. 10.



AC des Weges AB, Fig. 10, in beschleunigter, die zweite Hälfte BC in verzögerter Bewegung zurückgelegt; so hat die schwingende Fläche in der Lage CC die größte Geschwindigkeit, bewirkt somit in dem elastischen Körper die größte Verdichtung bei ihrem Hingange: es findet daher in der Mitte EE des Vordertheils die größte Dichte oder stärkste Verdichtung statt, welche gegen die Enden DD und FF zu immer kleiner wird. Wenn die schwingende Fläche ihren Rückzug macht, wird eine Verdünnung in der angrenzenden Schichte des Körpers herbeigeführt, die sich wie die frühere Verdichtung von Schichte zu Schichte fortpflanzt und an die Reihe der Verdichtungen unmittelbar anschließt. Auf diese Weise besteht der Hintertheil HF aus verdünnten Schichten, deren Grad der Verdünnung in der Mitte GG am stärksten ist und gegen die Enden FF und HH zu abnimmt, so daß sowohl Vordertheil als Hintertheil der Welle von Schichten unveränderter Dichte begrenzt sind.

Da jeder Schwingungsphase der ursprünglich bewegten Fläche eine Welle entspricht, so sieht man ein, daß die Bildung solcher Wellen, welche unabhängig von dem Erreger der Bewegung längs dem elastischen Körper auf die nämliche Weise fortschreiten und von denen eine immer auf die andere folgt, nur so lange andauern kann, als gedachte Fläche im Schwingungszustande begriffen ist. Es werden darum nicht mehr und nicht weniger Wellen sich bilden können, als die Fläche Schwingungen gemacht hat. Verharrt die Fläche einige Zeit in ihrem schwingen-

den Zustande, so kommt in dem, die oscillirende Bewegung fortpflanzenden, elastischen Körper ein sogenanntes **Wellensystem** zu Stande, d. h. eine Reihe von unmittelbar aufeinander folgenden Wellen von gleicher Länge.

Die hier in Betracht gezogene Fortpflanzung longitudinaler Schwingungen wird in ähnlicher Weise vor sich gehen, wenn die schwingende Fläche nach entgegengesetzter Richtung ihre Bewegung beginnt, mithin am Ende des elastischen Körpers statt der Zusammendrückung eine Dehnung hervorgebracht wird. Dieser Fall kommt insbesondere vor, wenn man einen elastischen Stab an einem seiner Enden in die Länge zieht, oder eine gespannte Saite ihrer Länge nach reibt. In beiden Fällen erhält man Wellen, die aus einem verdünnten Vordertheile bestehen, während bei dem oben ausführlich betrachteten Fall dieser Wellentheil ein verdichteter war. Denkt man sich den elastischen Stab nicht an einem seiner Enden, sondern an einer beliebigen andern Stelle in longitudinale Schwingungen versetzt, so erhält man zwei Wellensysteme, die nach entgegengesetzten Richtungen gehen; das eine beginnt mit einem verdichteten, das andere mit einem verdünnten Wellentheile. Macht endlich die ursprünglich bewegte Fläche bloß eine Bewegung in der Richtung AB ohne zurückzukehren, so kommt nur eine verdichtete Welle zum Vorschein; in ähnlicher Weise bildet sich nur eine verdünnte Welle, wenn nur eine Bewegung in der Richtung BA angenommen wird.

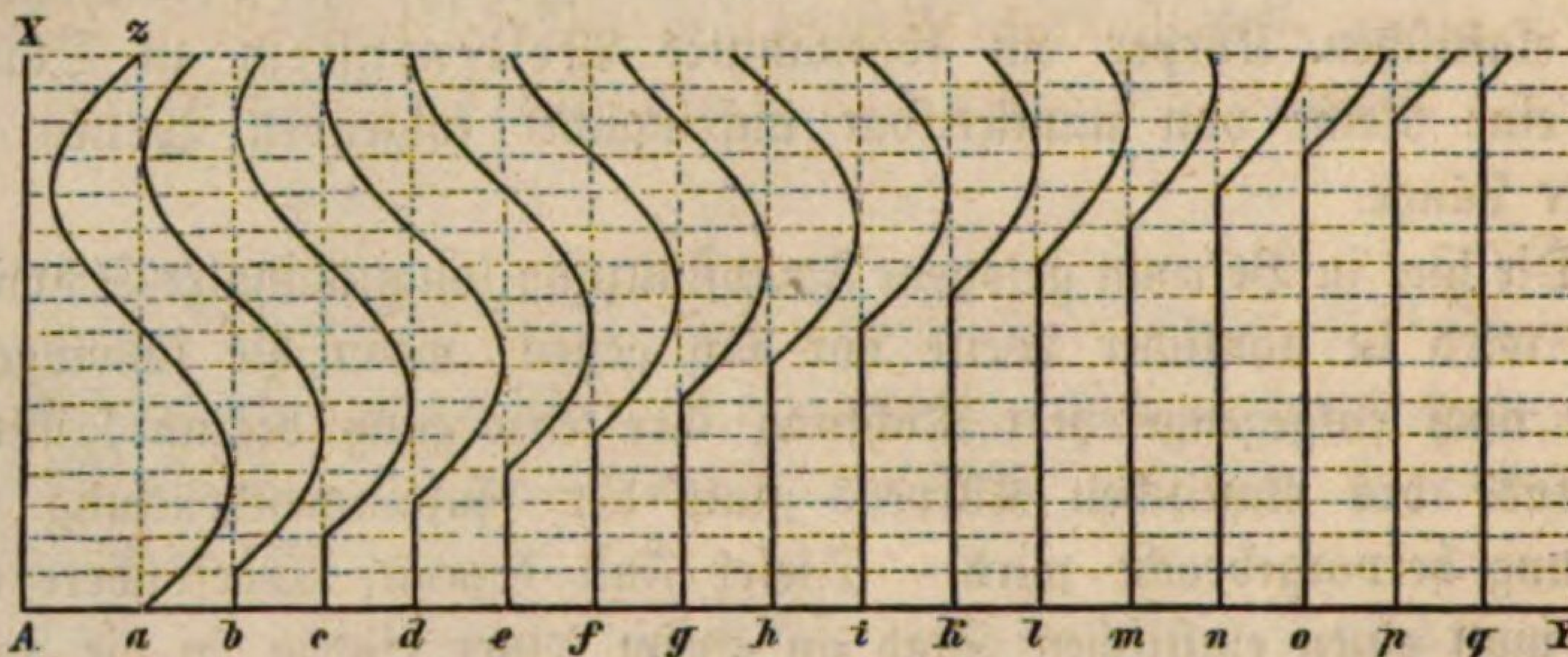
Um sich diese hin und her gehenden Längenschwingungen anschaulich zu machen, hat Wheatstone einen Apparat construirt. Derselbe besteht aus einem hölzernen ohngefähr 1 Meter langen, schwarz angestrichenen Kasten, Fig. 11, und aus einer fast gleich langen Walze, die

Fig. 11.



einen Durchmesser von etwa einem Decimeter hat und mittelst einer Kurbel in Umdrehung versetzt werden kann. Auf der vordern Seite des Kastens befindet sich in gleicher Höhe mit der Achse der Welle eine derselben parallel laufende, einen Centimeter breite, Spaltöffnung, durch welche man auf die dicht dahinter liegende Walze sieht. Auf die Walze, die ebenfalls schwarz angestrichen ist, wird in hervorstechender weißer Farbe eine Zeichnung aufgetragen, wie sie aus folgenden Betrachtungen sich ergibt. Man wählt von einer beliebigen Seitenlinie

Fig. 12.

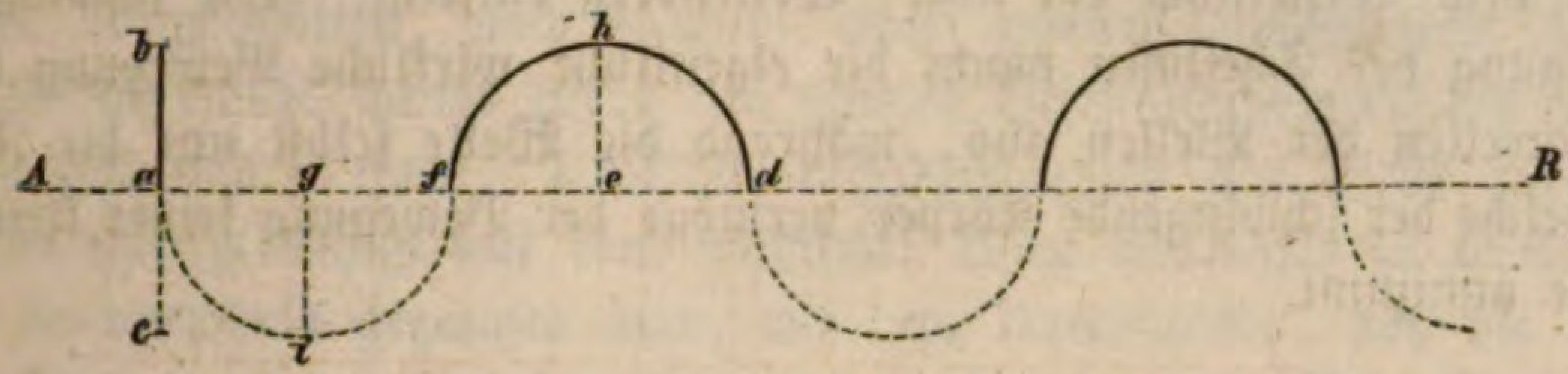


AY das größere Stück aq (Fig. 12) heraus, das eine Wellenlänge repräsentiren soll, und legt auf denselben die sechszehn Striche a, b, c...q an, welche Körpertheilchen darstellen sollen, die vor dem Beginn der Bewegung in gleichem Abstande von einander stehen. Nimmt man nun die Umdrehungszeit der Walze gleich der Schwingungsdauer der Theilchen an und stellt sie durch die Linie AX vor, welche mit dem Umfange der Welle von der nämlichen Größe ist; denkt sich ferner jene Zeit oder diese Linie in 16 gleiche Theile getheilt und aus den Theilungspunkten parallel zu der Fortpflanzungsrichtung AY Linien gezogen und auf denselben von az aus Stücke aufgetragen, wie sie die zwischen der Zeit und der Elongation stattfindende Relation $s = a \sin 2\pi \frac{x}{16}$ erheischt, wo x eine zwischen o und 16 liegende ganze Zahl bezeichnet; endlich die dergestalt erhaltenen einzelnen Punkte auf der Walze mit einander verbunden: so bekommt man eine Curve arz, welche die Bewegung eines Theilchens darstellt. Für das Theilchen b beginnt die nämliche Curve erst in der Höhe der ersten Parallellinie zu AY, weil dieses Theilchen um $\frac{1}{16}$ der Schwingungsdauer später zu schwingen beginnt; aus demselben Grunde fängt die Curve für das Theilchen c erst auf der zweiten mit AY parallelen Linie an u. s. w. In der Spaltöffnung in Fig. 11 zeigt sich von diesen Curven nur ein sehr kleiner Theil als weißer Fleck, welcher nach den Pendelgesetzen hin und her oscillirt, sobald die Walze in Umdrehung versetzt wird. Zuerst fängt a seine Bewegung an, etwas später ist dies bei b der Fall u. s. w., und in dem Augenblick wo a wieder zur Ruhe gelangt, beginnt q in Schwingung zu gerathen.

Nachdem wir den Hergang der Wellenbewegung in der nöthigen Ausdehnung für den Fall betrachtet haben, in welchem die Verschiebung nach longitudinaler Richtung, d. h. im Sinne des Fortschreitens der Welle vor sich geht, wollen wir noch einige Worte über die Beschaffen-

heit der Welle hinzufügen, wenn die Schwingungen transversal, d. h. in einer auf der Fortpflanzungsrichtung der Welle senkrechten Richtung erfolgen. Angenommen daß die in einer geraden Linie AR (Fig. 13)

Fig. 13.



liegenden Theilchen nach einander in transversale Schwingungen versetzt werden, wobei ein ins Auge gefaßtes Theilchen a sich über die Linie AR um die Größe ab erhebt, hierauf der Gleichgewichtslage wieder nähert, dann auf der entgegengesetzten Seite von derselben um die gleiche Größe ac entfernt, von da wieder zur Ruhelage zurückkehrt und somit eine Schwingung vollbringt; vorausgesetzt weiter, daß diese Bewegungsform sich während einer Schwingungsdauer T vom Theilchen a bis zum Theilchen d fortgepflanzt habe, so wird das letztere in dem Moment seine Schwingung beginnen, in welchem das erstere eine ganze Schwingung gemacht hat. In demselben Augenblicke befindet sich das Theilchen e, das um $\frac{3T}{4}$ später als a in Bewegung kam, im größten Abstande von seiner Gleichgewichtslage oberhalb AR im Punkte h; zu derselben Zeit hat das Theilchen f, das um $\frac{T}{2}$ später als a die Schwingung antrat, die Gleichgewichtslage erreicht, um auf der andern Seite von AR die Bewegung fortzusetzen; zugleich hat das Theilchen g, das um $\frac{T}{4}$ später als a zur Bewegung angeregt wurde, drei Hauptphasen zurückgelegt und befindet sich in i in der größten Entfernung von der Ruhelage. Die krumme Linie, welche diese während einer Schwingung aus ihrer Gleichgewichtslage gebrachten Theilchen bilden, von welcher die eine Hälfte über der Gleichgewichtslage, die andere unter derselben sich befindet, gibt die Form und die gerade Linie ad die Länge der Welle an.

Jener Theil der Welle, welcher sich über der Ruhelage befindet, wird auch Wellenberg, der unter dieser Lage befindliche Wellenthal genannt. Die Entfernung des höchsten Punktes des Wellenberges von der Ruhelage heißt die Höhe des Wellenberges, die Entfernung des tiefsten Punktes des Wellenthales von der Ruhelage die Tiefe des Wellenthales. Die Summe aus der Höhe eines Wellenberges und der Tiefe des dazu gehörigen Wellenthales macht die Höhe der ganzen Welle aus, gleichwie die Länge des Wellenberges sammt der des Wellen-

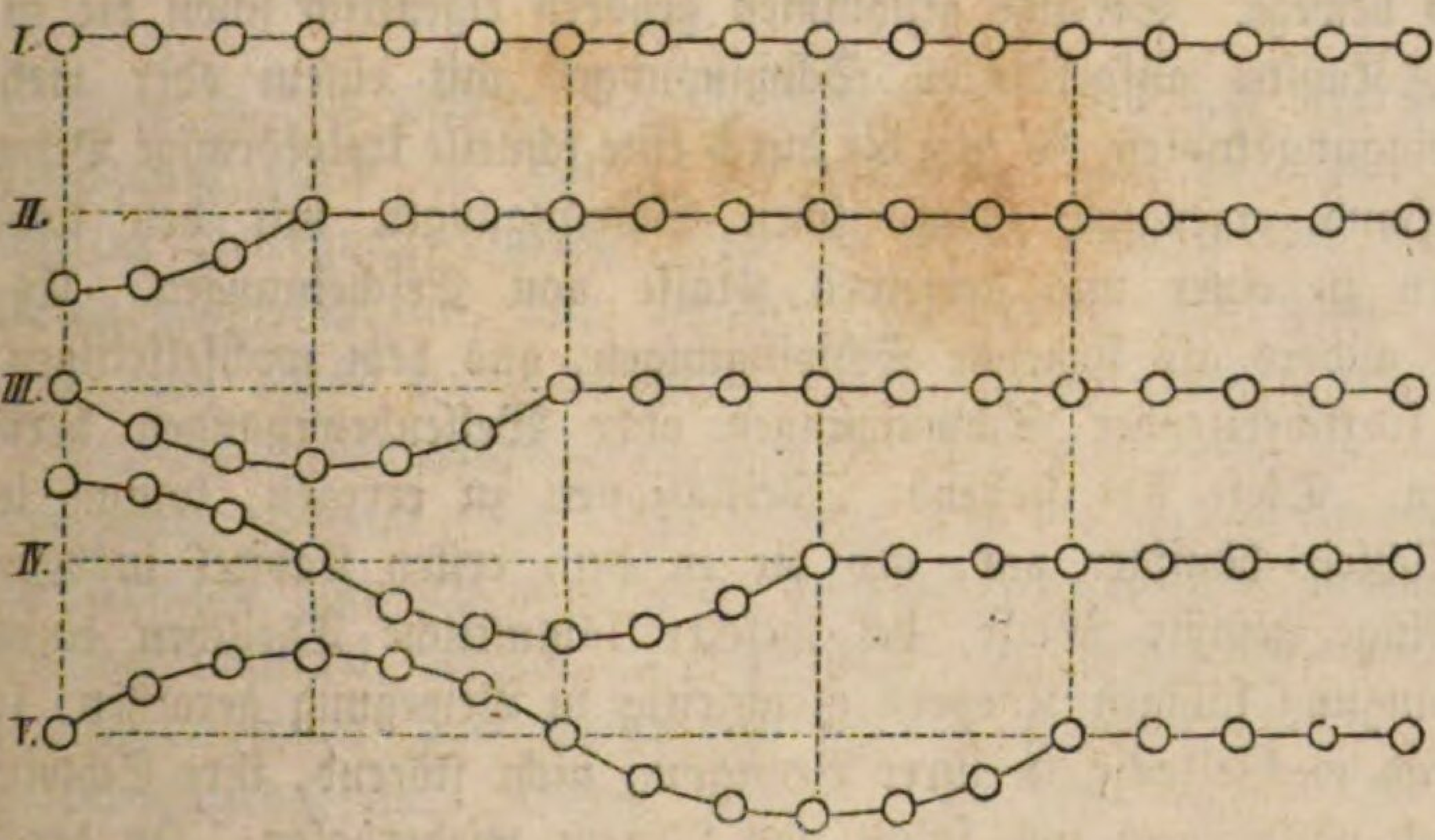
thales die Länge der ganzen Welle ausmachen. Wird a zu einer zweiten Schwingung angeregt, so bildet sich eine zweite Welle, welche sich unmittelbar an die erste Welle anschließt, die ihrerseits weiter schreitet, dergestalt daß, wenn sie um eine halbe Wellenlänge fortgerückt ist, hinter dem Wellenthal ein neuer Wellenberg entsteht. Die schwingende Bewegung der Theilchen macht die eigentliche wirkliche Bewegung beim Fortschreiten der Wellen aus, während die Welle selbst nur die Form ist, welche der schwingende Körper vermöge der Bewegung seiner kleinsten Theile annimmt.

Wir können von dieser Bewegungsform eine deutlichere Vorstellung erlangen, wenn wir sie mit der Bewegung vergleichen, welche der Wind auf einem Kornfelde hervorbringt: hier scheinen über das Feld in der Richtung des Windes Fruchtwellen hinzuwogen, welche keinem sich wirklich fortbewegenden Gegenstande angehören, sondern nur Umrisse und Formen sind, welche über das Feld hinziehen und die Kornähren in sich begreifen, die gleichzeitig sich im schwingenden Zustande befinden. Jede Aehre wird nämlich in der Richtung des Windes niedergebogen und steht in Folge der Elasticität der Halme nicht nur wieder auf, sondern beugt sich auch fast eben so weit in entgegengesetzter Richtung rückwärts und fährt dann fort auf und ab zu schwanken, so lange der Widerstand der Luft dies zuläßt. Eine solche Schwankung findet für jede einzelne Aehre statt, nur beginnt sie nicht für alle zu gleicher Zeit, sondern ergreift sie nach und nach, was in irgend einem bestimmten Augenblicke eine Mannigfaltigkeit von Stellungen in den Kornähren verursacht. Eine Anzahl darunter wird mehr oder weniger vorwärts sich neigen, andere werden mehr oder weniger rückwärts sich beugen, wieder andere werden ihre natürlichen aufrechten Stellungen haben, so daß eine scheinbare Welle auf dem Kornfeld entsteht, über das sie mit der Schnelligkeit des Windes dahinläuft. Der Unterschied zwischen den Wellen des Kornfeldes und jenen eines elastischen Körpers besteht nur darin, daß jede Kornähre durch eine äußere Ursache zur Bewegung veranlaßt wird und von der Bewegung der übrigen unabhängig ist, während bei dem elastischen Körper das Theilchen, wenn es zu oscilliren beginnt, seine Schwingungen dem angrenzenden Theilchen mittheilt, das seinerseits sie wieder an das nächstfolgende abgibt.

Um uns die Fortpflanzung der Transversal- oder Querschwingungen noch weiter zu veranschaulichen, nehmen wir unsern Versuch mit einem dicken, sehr langen Seil, welches an seinen beiden Enden befestigt und nicht gar stark gespannt ist, wieder auf. Wird nämlich gegen das Seil in der Nähe eines seiner Befestigungspunkte ein plötzlicher Schlag

geführt und dann dasselbe sich selbst überlassen, so sieht man in dem Augenblick des Schlages nur den Theil des Seiles, welcher der getroffenen Stelle nahe liegt, aus seiner Gleichgewichtslage gebracht. Nach Verlauf eines kleinen Zeitabschnitts sieht man die Ausbeugung weiter vorgeschritten, nach Verlauf eines zweiten gleichgroßen Zeitabschnitts abermals weiter gegen den zweiten Befestigungspunkt des Seiles fortgerückt und so fort. Daselbst angelangt wird die Welle zurückgeworfen und genöthigt auf dem nämlichen Wege rückwärts zu gehen, auf dem sie vorwärts gegangen war, mit dem Unterschiede, daß die Welle eine Ausbeugung nach oben hat, wenn sie vor der Abprallung eine Ausbeugung nach unten besaß. Die Linien I, II, III, IV der Figur 14

Fig. 14.



sollen eine Vorstellung von den Gestalten geben, wie sie durch Versuche mit dem Seile ohngefähr wahrgenommen worden sind. An einem 25 Meter langen Seile kann man eine und dieselbe Welle wohl zehn und noch mehreremal hin und herlaufen sehen, wobei sie jedesmal beim Zurücklaufen eine Ausbeugung annimmt, die derjenigen entgegengesetzt ist, welche sie beim Hinlaufen hat. Man denke sich an einem Ende A des so befestigten Seiles eine Welle erregt, deren Länge der halben Seillänge gleichkommt, die sich mithin nach Verlauf eines gewissen Zeitabschnitts auf die zweite Hälfte des Seiles nach dem andern Befestigungspunkte B hin überträgt; so wird nach Verlauf eines zweiten gleich großen Zeitabschnittes die Welle an jenem Punkte B abprallen, dabei eine umgekehrte Lage annehmen und nach A zurückgehen. Ist nun genau in dem nämlichen Momente daselbst eine neue nach B fortschreitende Welle erregt worden, so wird letztere mit der in A abgeprallten Welle in der Mitte des Seiles zusammenstoßen. Dieser Punkt wird unbeweglich bleiben oder ein sogenannter Schwingungsknoten sein, indem

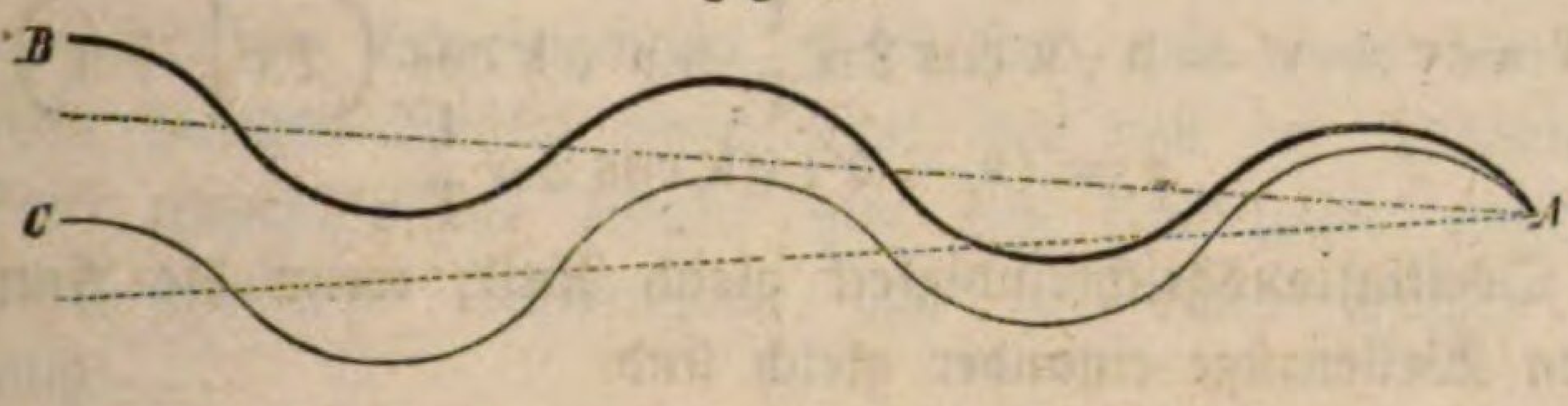
ihn die beiden Wellen mit gleicher Kraft nach entgegengesetzter Richtung zu bewegen streben. Auf die nämliche Art entstehen 2, 3 und mehr Schwingungsknoten, wenn die Länge der hervorgerufenen Wellen dem dritten oder vierten oder irgend einem aliquoten Theile des Seiles an Größe gleich kommt und dergleichen Wellen in regelmäßigen aufeinander folgenden Zeitabschnitten entstehen, deren Dauer den Zeitintervallen entspricht, in welchen eine Welle um das Doppelte ihrer Länge fortschreitet. Die auf solche Weise zu Stande gekommenen stehenden Oscillationen pflegt man öfters auch stehende Wellen zu nennen. Man kann sie mehr oder weniger leicht dadurch hervorbringen, daß man blos an einem Ende das Seil befestigt und das andere Ende in die Hand nimmt und dann dieselbe mit größerer oder geringerer Geschwindigkeit auf und abwärts bewegt. Strenge genommen gehören eigentlich schon die in dem ersten Kapitel aufgeführten Schwingungen mit einem oder mehreren Schwingungsknoten, so wie die durch eine schnelle kreisförmige Bewegung der Hand erzeugten rotatorischen Schwingungen mit den stehenden Wellen zu einer und derselben Klasse von Erscheinungen. Es sind nichts anders als stehende Schwingungen, aus dem wechselseitigen Einfluß fortschreitender Schwingungen oder Wellenbewegungen hervorgegangen. Diese Art stehende Oscillationen zu erregen, kommt in der Wirklichkeit häufiger vor, als die in dem ersten Kapitel insbesondere ins Auge gefaßte Weise, bei welcher sämmtliche Theilchen eines der Schwingung fähigen Körpers gleichzeitig in Bewegung gerathen, so daß alle sich wechselseitig in ihrer Bewegung nicht störend, ihre Schwingung zugleich vollbringen und solche von Neuem wiederholen. In der That schlägt man z. B. eine Glocke an, um sie zum Tönen zu bringen, so kann man keineswegs alle Punkte derselben gleichzeitig aus ihrer Ruhelage entfernen. Ebenso wird, wenn man den Finger an eine beliebige Stelle der Saite einer Violine legt und in der Nähe des Steges von oben mit dem Bogen streicht, eine transversale Welle erzeugt, welche bis zu dem Berührungspunkt der Saite mit dem Finger sich fortpflanzt und daselbst reflectirt wird, so daß von da gleichsam eine neue Welle ausgeht, welche rücksichtlich der ersteren eine entgegengesetzte Lage und Fortpflanzungsrichtung hat.

2. Interferenz der Wellen.

Wenn zwei Wellen an einer und derselben Stelle des Fortpflanzungsmittels zusammentreffen, so nimmt das Theilchen daselbst eine Bewegung an, welche aus der Zusammensetzung derjenigen Bewegungen hervorgeht, die jede Welle demselben zu übertragen sucht. Man nennt dieses Aufeinanderwirken zweier Wellenbewegungen im Allgemeinen

Interferenz der Wellen. Um eine möglichst klare Vorstellung von dem Erfolge des Aufeinanderwirkens solcher Wellenbewegungen zu erlangen, wollen wir verschiedene Fälle davon nach und nach zum Gegenstande unserer Betrachtungen machen. Wir fangen mit dem einfachsten Fall an, in welchem zwei in sehr nahe gleicher Richtung fortschreitende, aber von zwei verschiedenen, um eine ganze Wellenlänge von einander abstehenden, Punkten B und C, Fig. 15, ausgehende Wellensysteme von

Fig. 15.



gleicher Länge in dem Punkte A zusammentreffen. Da hier das Theilchen gleichzeitig durch die beiden Wellensysteme nach der nämlichen Richtung zur Bewegung angeregt wird, so erhält dasselbe eine stärkere Oscillationsgeschwindigkeit und größere Amplitude, als wenn seine Bewegung nur durch die Einwirkung eines Wellensystems veranlaßt wäre. Der Erfolg der Interferenz wird derselbe sein, wenn die beiden Ausgangspunkte B und C der Wellenzüge um ein ganzes Vielfaches einer Wellenlänge oder um eine gerade Anzahl von halben Wellenlängen von einander abstehen, mithin der Unterschied der Phasenzeiten in den bei A vorkommenden zwei Schwingungen ein gerades Vielfache der halben Schwingungsdauer beträgt. Heißt t die Phasenzeit rücksichtlich der Schwingung, welche der von B ausgegangene Wellenzug in A bewirkt, also t + T die Phasenzeit rücksichtlich der durch den zweiten Wellenzug hervorgerufenen Schwingung; so hat man für die Oscillationsgeschwindigkeit die Relation:

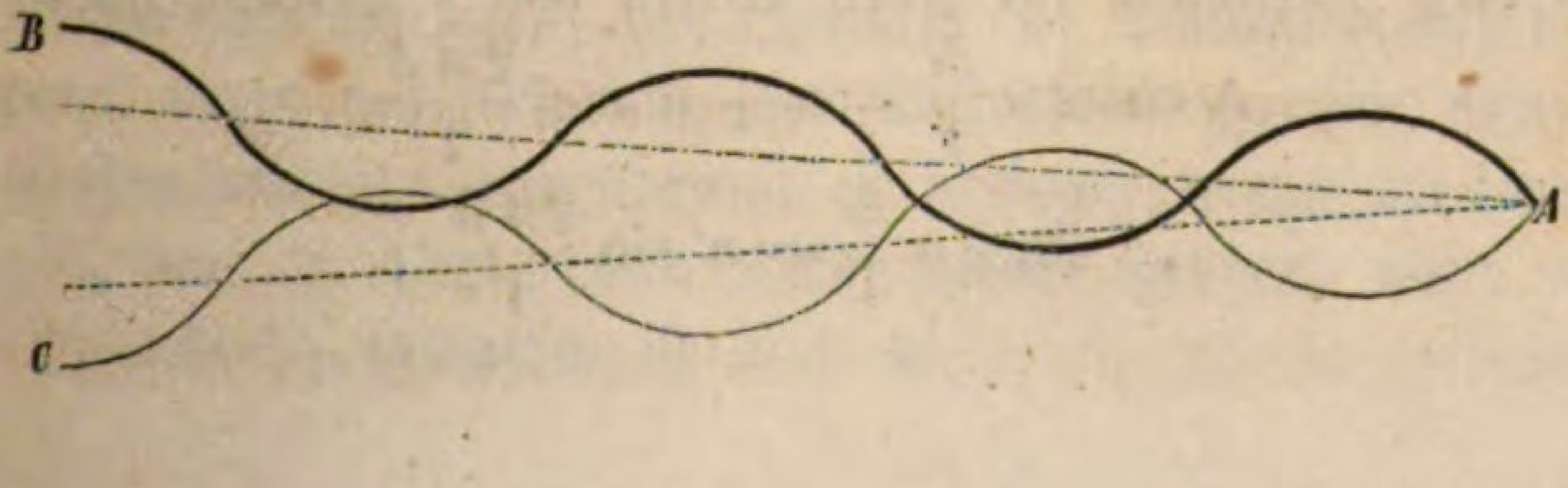
$$V = v + v' = a\sqrt{k}\ \cos 2\pi\frac{t}{T} + a'\sqrt{k}\cos 2\pi\left(\frac{t}{T} + 1\right)$$

oder

$$V = (a + a')\sqrt{k}\ \cos 2\pi\frac{t}{T}.$$

Sind die Schwingungsweiten a und a' einander gleich, so wird die Oscillationsgeschwindigkeit doppelt so groß als bei einem Wellensysteme. Sind die beiden Orte B und C, Fig. 16, von denen die beiden Wellen-

Fig. 16.



gänge herkommen, um eine halbe Wellenlänge von einander entfernt; so wird das Theilchen in A in demselben Augenblicke nach zwei direct einander entgegengesetzten Richtungen zur Bewegung angetrieben, weßhalb das Theilchen in Ruhe bleibt. Derselbe Erfolg findet statt, wenn die Ausgangspunkte B und C um 3, 5, 7... halbe Wellenlängen von einander entfernt liegen, mithin der Unterschied der Phasenzeiten in den in A hervorgerufenen zwei Schwingungen ein ungerades Vielfache der halben Schwingungsdauer ist. Man hat hier

$$V = v - v' = a\sqrt{k}\cos 2\pi\frac{t}{T} + a'\sqrt{k}\cos\left(2\pi\frac{t}{T} + \pi\right)$$

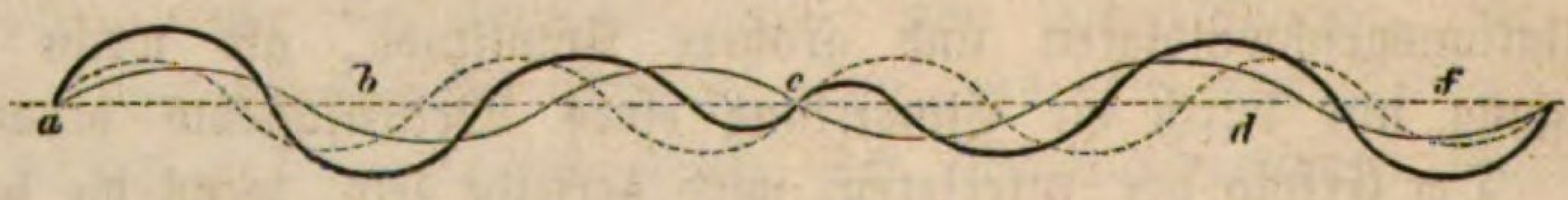
oder

$$\gamma = (a - a')\sqrt{k}\cos 2\pi\frac{t}{T}$$

also die Oscillationsgeschwindigkeit gleich Null, wenn die Amplituden der beiden Wellenzüge einander gleich sind.

Beträgt der Abstand der beiden Orte B und C, Fig. 17, von denen die Wellenzüge ausgehen, weder ein Vielfaches einer ganzen

Fig. 17.



Wellenlänge noch ein ungerades Vielfaches einer halben Wellenlänge, so wird durch die Interferenz der beiden Wellenzüge ein dritter hervorgebracht, welcher sich auf folgende Art ermitteln läßt. Stellt δ die Zeit dar, um welche der eine Wellenzug später als der andere in A anlangt; so ist

$$v = a\sqrt{k}\cos 2\pi\frac{t}{T} \text{ und } v' = a'\sqrt{k}\cos\frac{2\pi}{T}(t + \delta).$$

Aus der Zusammensetzung beider Bewegungen entspringt:

$$V = v + v' = a\sqrt{k}\cos 2\pi\frac{t}{T} + a'\sqrt{k}\cos\frac{2\pi}{T}(t + \delta).$$

Da der Ausdruck für V periodisch ist, so dürfen wir setzen:

$$V = A\sqrt{k}\cos\frac{2\pi}{T}(t + \Delta),$$

wo es nun darauf ankommt, die Constanten A und Δ zu bestimmen. Wir erhalten:

$$A\cos\frac{2\pi}{T}(t + \Delta) = a\cos 2\pi\frac{t}{T} + a'\cos\frac{2\pi}{T}(t + \delta),$$

oder, da diese Gleichung für jeden Werth von t Bestand haben muß:

$$A\cos 2\pi\frac{\Delta}{T} = a + a'\cos\frac{2\pi\delta}{T},$$

und

$$A\sin 2\pi\frac{\Delta}{T} = a'\sin\frac{2\pi\delta}{T}.$$

Daraus ergibt sich:

$$\tang \frac{2\pi\Delta}{T} = \frac{a' \sin \frac{2\pi\delta}{T}}{a + a' \cos \frac{2\pi\delta'}{T}}$$

und
$$A = \sqrt{a^2 + a'^2 + 2\, a\, a' \cos \frac{2\pi\delta}{T}}.$$

Die Amplitude der resultirenden Schwingung ist also der Diagonale eines Parallelogrammes gleich, dessen anliegende Seiten den Amplituden der componirenden Schwingungen gleich sind und einen dem Phasenunterschiede gleichen Winkel einschließen; der von der Diagonale und jeder Seite eingeschlossene Winkel gibt den Unterschied zwischen der Phase der mittleren Schwingung und der entsprechenden Seitenschwingung.

Wären wir von den beiden Gleichungen

$$x = a \sin 2\pi \frac{t}{T} \text{ und } x' = a' \sin \frac{2\pi}{T}(t + \delta)$$

ausgegangen, wo x und x' beziehungsweise die Abstände des Theilchens von der Gleichgewichtslage in Folge der besonderen Wirkung der beiden Wellen darstellen, und hätten weiter gesetzt:

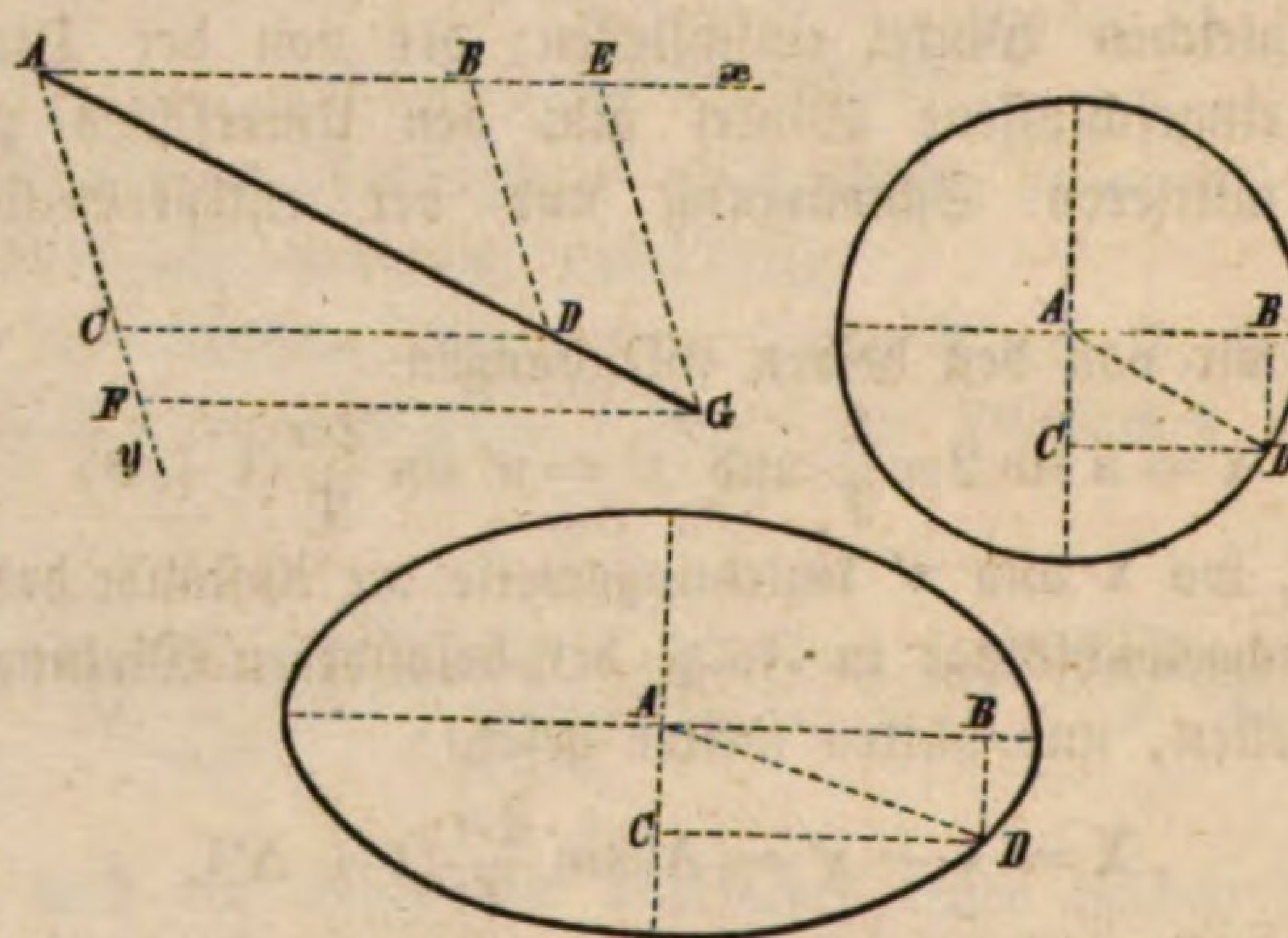
$$X = x + x' = A' \sin \frac{2\pi}{T}(t + \Delta'),$$

so würden wir für A' und Δ' dieselben Werthe wie für A und Δ erhalten haben.

Aus der oben aufgestellten Relation ergeben sich nachstehende Folgerungen: Ist der Ursprung zweier gleich starken Wellenzüge um den vierten Theil einer Undulation verschieden, so verhält sich die Amplitude der mittleren Schwingung zu der der componirenden Seitenschwingungen wie $\sqrt{2}:1$. — Jede Schwingung kann in zwei andere zerlegt werden, die verschiedenen Ursprung und verschiedene Amplitude haben, wobei dieselben Regeln gelten, welche in der Mechanik bei der Zerlegung der Kräfte in Anwendung kommen. — Auf die nämliche Art kann eine beliebige Menge nach derselben Richtung fortschreitender ähnlicher Wellen, d. h. bei denen die Schwingungen nach denselben Gesetzen und in gleichen Zeiten vor sich gehen, zusammengesetzt werden, so daß die mittlere Schwingung dieselbe Periode wie die componirenden Schwingungen besitzt. — Die Summe der Quadrate der Amplituden der beiden Seitenschwingungen übertrifft das Quadrat der Amplitude der mittleren Schwingung, wenn der Ursprung der Seitenschwingungen weniger als ¼ Undulation beträgt; jene Summe ist geringer, wenn der Unterschied zwischen ¼ und ½ liegt, und wird wieder größer, wenn derselbe zwischen ½ und ¾ enthalten ist u. s. w.

Nachdem wir in dem Vorhergehenden die Beschaffenheit der Interferenzen für den Fall untersucht haben, in welchem die Wellen von einerlei Periode in der nämlichen Richtung fortschreiten, an Ursprung und Amplitude aber verschieden sind, wollen wir jetzt das Zusammentreffen von Wellen betrachten, die wieder dieselbe Schwingungsdauer besitzen, aber sonst von einander verschieden sind. Wir heben dabei zunächst folgende drei besondere Fälle hervor, ehe wir zu dem allgemeinsten Fall übergehen. Wird ein Theilchen A (Fig. 18) gleichzeitig zu zwei

Fig. 18.



geradlinigen Bewegungen von einerlei Schwingungsdauer angetrieben, deren Phasen übereinstimmen und deren Richtungen A x und A y einen Winkel einschließen; so erwächst daraus wieder eine geradlinige Schwingung von der nämlichen Dauer. Denn kommt das Theilchen in Folge der einen Schwingung in der Zeit t bis B und in der Zeit t′ bis E, und in Folge der andern Schwingung in denselben Zeiten bis C und F; so befindet es sich durch das Zusammenwirken beider am Ende der Zeit t in D und am Ende der Zeit t′ in G. Es ist aber

$$AB = CD = a \sin \frac{2\pi t}{T} \text{ und } AC = a' \sin \frac{2\pi t}{T};$$

ferner $$AE = FG = a \sin \frac{2\pi t'}{T} \text{ und } AF = a' \sin \frac{2\pi t'}{T};$$

mithin $$CD : FG = AC : AF;$$

woraus folgt, daß D und G mit A in der nämlichen Richtung, also die Orte des schwingenden Theilchens in einer geraden Linie liegen.

Wird das Theilchen A gleichzeitig zu zwei geradlinigen Schwingungen von einerlei Dauer angeregt, deren Amplituden gleich, deren Phasenzeiten aber um ein Viertel der Schwingungsdauer verschieden sind und deren Richtungen einen rechten Winkel BAC machen; so wird das Theilchen A in eine kreisförmige Schwingung versetzt. Denn

heißt x die der Phasenzeit t zugehörige Elongation und y die Elongation, welche das Theilchen in Folge der zweiten Schwingung in der Zeit $t + \frac{T}{4}$ besitzt; so ist

$$x = a \sin 2\pi \frac{t}{T} \text{ und } y = a \sin \frac{2\pi}{T}\left(t + \frac{T}{4}\right) = a \cos 2\pi \frac{t}{T};$$

mithin

$$x^2 + y^2 = a^2.$$

Der Abstand des Theilchens vom Punkte A während der ganzen Bewegung ist also unveränderlich und gleich a, woraus folgt, daß es einen Kreis vom Halbmesser a beschreibt.

Beträgt der Phasenunterschied der zusammensetzenden Bewegungen mehr oder weniger als ein Viertel der Schwingungsdauer, oder ist der Winkel, den ihre Richtungen einschließen, kein rechter, oder sind die Amplituden verschieden; so entsteht eine elliptische Schwingung. Denn ist t die Phasenzeit der einen, $t + \delta$ die der andern Schwingung, sind a und b die Amplituden, so hat man:

$$x = a \sin 2\pi \frac{t}{T} \text{ und } y = b \sin \frac{2\pi}{T}(t + \delta)$$

oder

$$y = b \sin \frac{2\pi t}{T} \cos \frac{2\pi \delta}{T} + b \cos \frac{2\pi t}{T} \sin \frac{2\pi \delta}{T};$$

nun ist

$$\sin \frac{2\pi t}{T} = \frac{x}{a} \text{ und } \cos \frac{2\pi t}{T} = \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}}.$$

Substituirt man diese Werthe in den Ausdruck für y, so erhält man nach Wegschaffung des Wurzelzeichens für die Bahn des schwingenden Theilchens folgende Gleichung:

$$a^2 y^2 + b^2 x^2 - 2 b a x y \cos \frac{2\pi \delta}{T} = a^2 b^2 \sin^2 \left(\frac{2\pi \delta}{T}\right),$$

welche einer Ellipse angehört.

Wir beschließen diesen Gegenstand der Untersuchung mit folgender allgemeinen Betrachtung, indem wir nämlich das Theilchen A der Einwirkung einer beliebigen Anzahl von Wellen unterworfen denken, die sämmtlich dieselbe Schwingungsdauer besitzen, aber sonst in allen übrigen Stücken verschieden von einander sind, mithin verschiedenen Ursprung und andere Amplitude haben und in verschiedenen Ebenen liegen. Wie groß nun auch die Anzahl der zusammensetzenden Schwingungen sein mag, so lassen sich dieselben nach dem oben Gesagten immer auf drei einander senkrechte Schwingungssysteme zurückführen. Sind nun x, y, z die Verschiebungen, welche das Theilchen nach den Richtungen dieser drei Bewegungen erfährt, ferner a, b, c die dazu gehörigen Amplituden, endlich t, $t + \delta$, $t + \varphi$ die entsprechenden Phasenzeiten; so haben wir

$$x = a \sin 2\pi \frac{t}{T},$$

$$y = b \sin \frac{2\pi}{T}(t + \delta),$$

und
$$z = c \sin \frac{2\pi}{T}(t + \varphi),$$

Indem wir nun aus den beiden letztern Gleichungen die Zeit t mittelst der erstern eliminiren, bekommen wir folgende zwei Finalgleichungen:

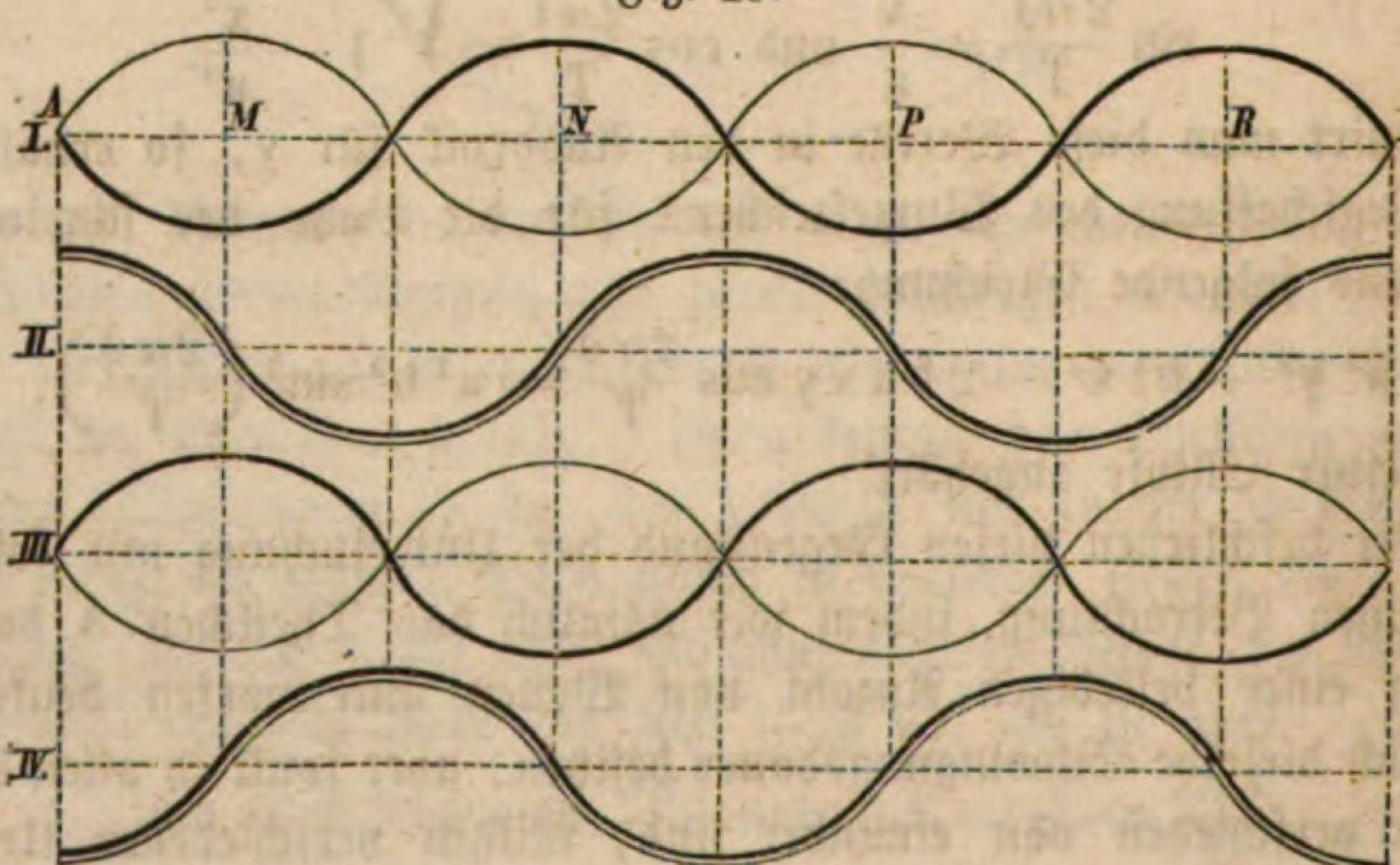
$$a^2 y^2 + b^2 x^2 - 2 b a x y \cos \frac{2\pi\delta}{T} = a^2 b^2 \sin^2 \left(\frac{2\pi\delta}{T}\right)$$

und
$$a^2 z^2 + c^2 x^2 - 2 a c x z \cos \frac{2\pi\varphi}{T} = a^2 c^2 \sin^2 \left(\frac{2\pi\varphi}{T}\right).$$

Aus demselben ergibt sich, daß das Theilchen im Allgemeinen eine geschlossene Curve von doppelter Krümmung beschreibt, die als Durchschnitt zweier Cylinderflächen mit elliptischer Basis angesehen werden kann.

Wir wollen nun etwas näher die Umstände ins Auge fassen, unter denen fortschreitende Schwingungen in stehende sich verwandeln und zunächst den Fall betrachten, in welchem die Theilchen transversale Oscillationen vollbringen. Wir nehmen deßhalb an, daß eine Reihe von einander sich anschließenden transversalen Wellen oder ein transversales Wellensystem V von A nach B (Fig. 19) und ein demselben

Fig. 19.

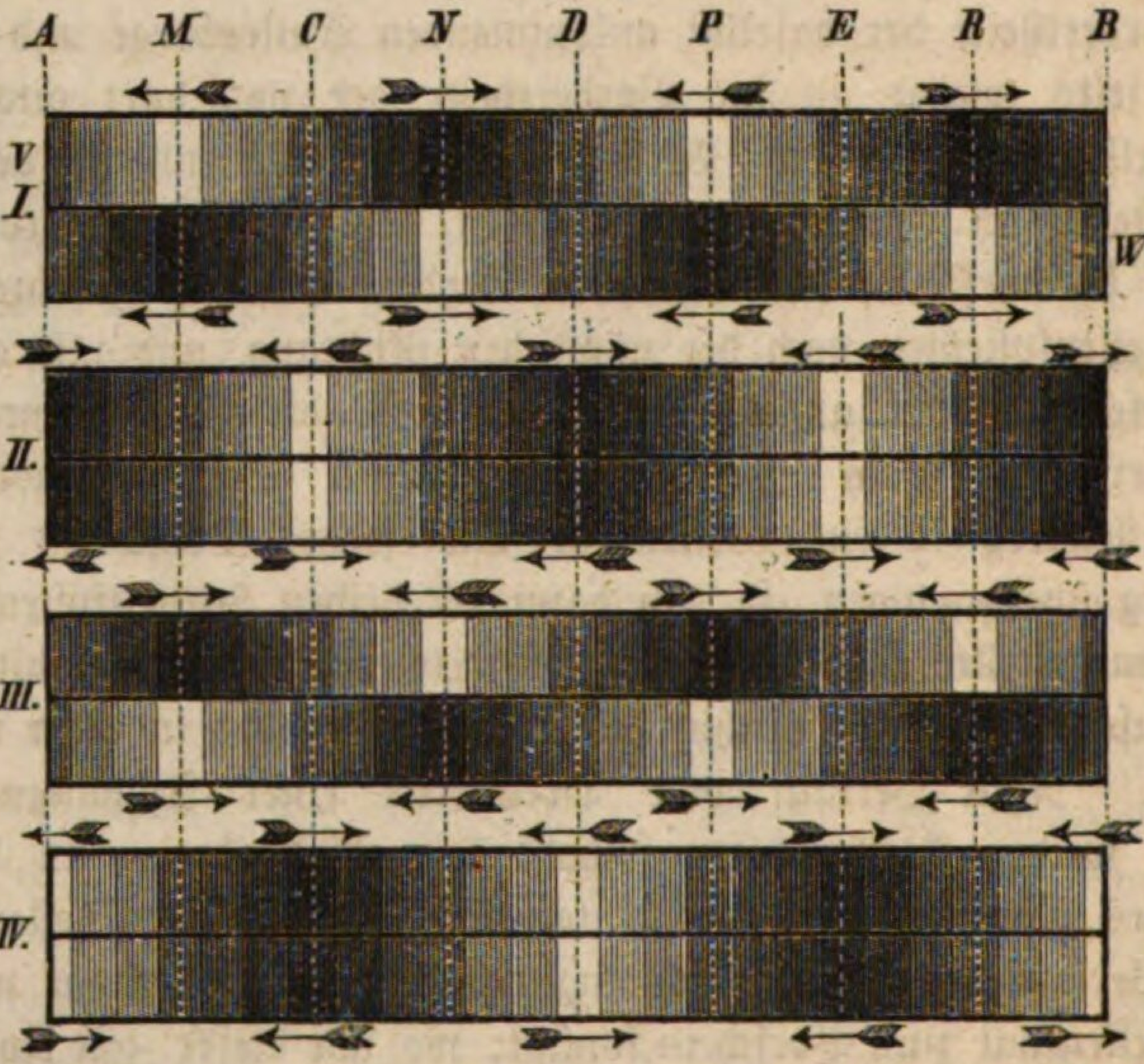


ganz gleiches Wellensystem W nach der gerade entgegengesetzten Richtung von B nach A fortschreite. In dem Augenblick, wo das Wellensystem W mit dem Wellensystem V dergestalt zusammentrifft, daß jederzeit ein Wellenthal des einen mit einem Wellenberg des andern zusammenfällt, wie Fig. I. zeigt, wird jedes Theilchen auf gleiche Weise nach entgegengesetzten Seiten zur Bewegung angetrieben, mithin in Ruhe sein; alle Theilchen werden daher in ihrer Gleichgewichtslage sich befinden. Nach Verlauf von einem Viertel einer Schwingungsdauer sind beide Wellenfolgen um ein Viertel einer Wellen-

länge fortgerückt, zugleich verschwinden einerseits sowohl bei A wie bei B die Vordertheile der daselbst ankommenden Wellenberge und schließen sich anderseits wieder an die Vordertheile der von dort ausgehenden neuen Wellenberge, so daß Wellenthäler wie Wellenberge der beiden Wellensysteme an den nämlichen Stellen des Raumes auftreten, wie dies Fig. II. darstellt; die Theilchen werden demnach gleichzeitig von beiden Wellensystemen nach der nämlichen Richtung und mit der nämlichen Geschwindigkeit angetrieben, mithin in dieselben Schwingungsphasen versetzt. Nach Verlauf einer halben Schwingungsdauer ist jeder Wellenberg in ein Wellenthal und jedes Wellenthal in einen Wellenberg übergegangen, so daß dann die beiden Wellensysteme die in Fig. III. dargestellte Lage annehmen, in welcher Wellenberge mit Wellenthälern zusammenfallen, mithin die Theilchen wieder in ihrer Ruhelage erscheinen. Nach Verlauf von Dreiviertel einer Schwingungsdauer erscheinen wieder Wellenthäler sowohl wie Wellenberge an denselben Stellen des Raumes, mit dem Unterschied, daß da ein Wellenberg ist, wo vor Verlauf der halben Schwingungszeit ein Wellenthal war, und da ein Wellenthal zum Vorschein kommt, wo vor dieser Zeit ein Wellenberg gewesen: die Lage der beiden Wellenzüge zeigt uns die Fig. IV. Nach Verlauf einer ganzen Schwingungsdauer bekommen die Wellenzüge wieder die in Fig. I. dargestellte Lage, worauf nach Verlauf eines Zeitintervalls von einem Viertel einer Undulation abermals die oben besprochenen Schwingungszustände zurückkehren. In Folge der Interferenz der zwei betrachteten Wellensysteme theilt sich also die Gerade AB in gleiche Theile von der Größe der halben Länge der interferirenden Wellen. Die Theilchen jedes Stückes kommen gleichzeitig an den Grenzen ihrer Oscillationsbahnen an und erreichen gleichzeitig ihre Gleichgewichtslage, d. h. sie vollbringen stehende transversale Schwingungen, deren Dauer der Zeit gleichkommt, während welcher eine Welle um den Betrag ihrer Länge weiter rückt. Je zwei benachbarte Theile verrichten entgegengesetzte Bewegungen, wodurch es kommt, daß ihre Trennungspunkte, in denen fortwährend zwei entgegengesetzte Phasen zusammentreffen, stets in Ruhe bleiben oder Schwingungsknoten bilden.

In ähnlicher Weise wird das Resultat der Interferenz fortschreitender longitudinaler Wellen ermittelt. Es gehe nämlich von A ein Wellenzug v von A nach B und ein Wellenzug w von gleicher Länge von B nach A; die verdichteten Wellen des einen Zugs werden also in der Richtung der verdünnten Wellen des andern Zugs schwingen, da die Oscillation der ersteren in derselben Richtung, in welcher die Welle fortschreitet, die Oscillation der zweiten dagegen in der entgegen-

Fig. 20.



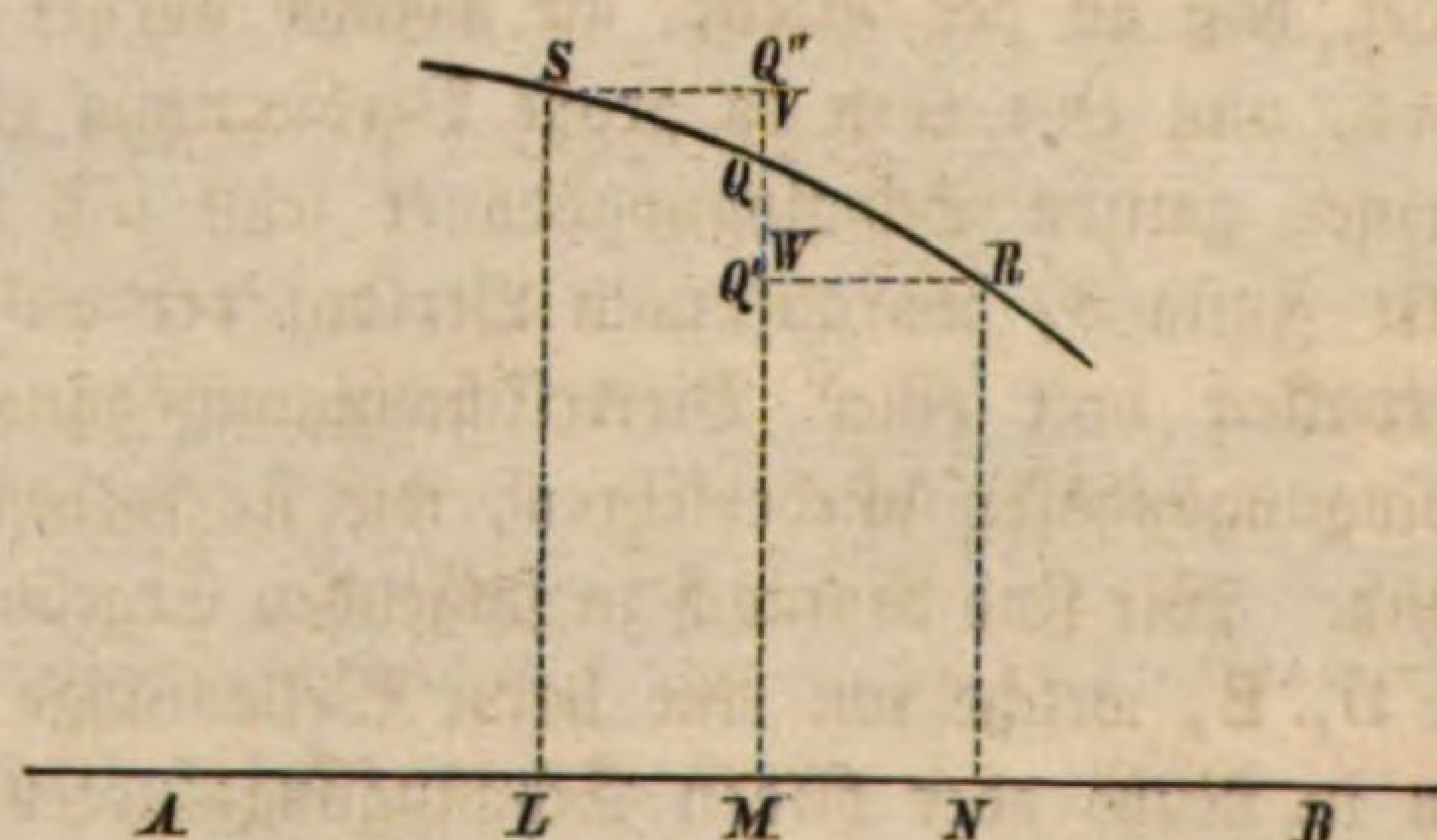
gesetzten Richtung vor sich geht. In dem Augenblick, wo die verdichteten Wellen des einen mit den verdünnten Wellen des andern Zuges zusammenfallen und den Nr. I., Fig. 20, darstellen soll, werden die Theilchen nach der nämlichen Richtung in Bewegung gesetzt, mithin eine doppelt so große Geschwindigkeit erlangen, als diejenige ist, welche ein Wellenzug für sich erzeugt. Die Theilchen A, C, D, E, B, welche um eine halbe Wellenlänge von einander entfernt sind, befinden sich in ihrer Gleichgewichtslage und trennen die Schichten von einander, deren Theilchen entgegengesetzte Schwingungen verrichten. In der Mitte der einzelnen Schichten M, N, P, R findet die größte Oscillationsgeschwindigkeit statt, die von da nach beiden Seiten hin abnimmt; dagegen tritt überall die natürliche Dichte ein, da die jeweilige Verdünnung durch eine gleiche starke Verdichtung ausgeglichen ist. Nach Verlauf von einem Viertel einer Schwingungsdauer schreitet jede Welle um den vierten Theil einer Wellenlänge voran, zugleich erscheinen bei A wie bei B die Vordertheile der verdichteten Hälften neuer Wellen. Zur Versinnlichung des nunmehr obwaltenden Vorganges dient Nr. II., wo die mit tieferer Schattirung angelegten Theile die Verdichtungen und die helleren Stellen die Verdünnungen bezeichnen sollen. Die Theilchen werden an allen Orten mit gleichen Geschwindigkeiten zu entgegengesetzten Bewegungen angeregt, bleiben mithin in Ruhe; an jeder Stelle zeigt sich eine doppelt so große Verdichtung oder Verdünnung als diejenige ist, welche ein Wellenzug für sich bewirkt; nur an den Stellen M, N, P, R

kommt abermals die natürliche Dichte vor. Nach Verlauf von einer halben Schwingungsdauer ist der Schwingungszustand ein solcher, wie ihn Nr. III. darstellt; zwei benachbarte Wellenhälften verrichten also Bewegungen, die denen in Nr. I. entgegengesetzt sind. Am Ende von Dreiviertel einer Schwingungsdauer hat der Schwingungszustand die in Nr. IV. vorgestellte Form, die von der in Nr. II. verzeichneten sich darin unterscheidet, daß an der Stelle, an welcher vorher eine Verdichtung stattgefunden, nun eine eben so große Verdünnung eingetreten ist. Nach Verlauf einer ganzen Schwingungsdauer zeigt sich wieder der in Nr. I. dargestellte Zustand, worauf nach Verlauf der aufeinander folgenden Zeitintervallen von einer Viertelschwingungsdauer genau die nämlichen Schwingungsphasen wiederkehren, wie sie soeben auseinander gesetzt worden sind. Wir sind demnach zu folgenden Ergebnissen geführt: Die Stellen C, D, E, welche um eine halbe Wellenlänge von einander abstehen, bleiben in Ruhe oder bilden Schwingungsknoten, in dem daselbst fortwährend entgegengesetzte schwingende Bewegungen erscheinen und sich aufheben; die Theilchen zwischen je zwei Schwingungsknoten schwingen gleichzeitig nach der einen und dann wieder gleichzeitig nach der entgegengesetzten Richtung, d. h. vollbringen stehende longitudinale Schwingungen, deren Dauer abermals der Zeit gleich kommt, in welcher die Welle um ihre Länge weiter rückt; an den Schwingungsknoten wechselt während einer Schwingung Verdünnung mit Verdichtung ab, indem die Theilchen während einer Hälfte der Schwingungsdauer sich den Schwingungsknoten nähern, während der andern Hälfte sich von denselben entfernen; an den Stellen in der Mitte zwischen den Schwingungsknoten herrscht fortwährend die natürliche Dichte, dagegen ist die Geschwindigkeit an jenen Stellen größer als bei den andern dazwischen befindlichen und erlangt ihren größten Werth in den Zeitmomenten, die von denen, in welchen die größte oder geringste Dichte an den Schwingungsknoten obwaltet, um ein Viertel der Schwingungsdauer abweichen. Aus dem Gesagten ergibt sich auch der Unterschied, der zwischen einer fortschreitenden und einer stehenden Schwingung stattfindet: bei der ersteren ist nämlich die Dichte der Schichte am größten oder am kleinsten, deren Theilchen die größte Oscillationsgeschwindigkeit haben, und bleibt in ihrem natürlichen Zustande da, wo die Oscillationsgeschwindigkeit Null ist; bei der stehenden Schwingung hingegen wird die Dichte der Schichten da am größten oder kleinsten, wo die Theilchen stets in Ruhe verharren und bleibt unverändert in den Schichten, deren Theilchen am schnellsten schwingen.

3. Theoretische Ermittelung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit.

Um die Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer transversalen wie longitudinalen Welle zu finden, schlagen wir den nämlichen Weg ein, den Baumgärtner und Ettinghausen gegangen sind. Es seien SQ, QR die

Fig. 21.



Lagen, in denen sich zwei benachbarte gleiche Stücke einer gespannten gleichförmig dicken Saite AB in irgend einem Augenblicke ihrer Bewegung befinden. Zieht man SL, QM, RN senkrecht auf AB, so sind L, M, N die Positionen von S, Q, R im Zustande der Ruhe, und es ist bei der Ausbeugung LM in SQ und MN in QR übergegangen. Da sich die Theile SQ, QR nur sehr wenig aus der Gleichgewichtslage entfernen, so ist es gestattet, wenn LM und MN sehr klein sind, QS und QR als gerade Linien anzunehmen, welche zugleich die Richtungen angeben, nach denen der Punkt Q in Folge der Spannung der Saite gezogen wird. Weil die Spannung P, welche die Saite in der Ruhelage hat, nicht merklich geändert wird; so läßt sich jede der beiden nach QS und QR wirkenden Kräfte gleich P setzen. Zerlegt man jetzt jede dieser Kräfte in zwei Componenten, wovon eine parallel und die andere senkrecht zu AB wirkt; so erhält man für gedachte parallele Kräfte die Ausdrücke: $P.\frac{SV}{SQ}$ und $P.\frac{WR}{QR}$, und für die senkrechten Kräfte die Ausdrücke: $P.\frac{QV}{SQ}$ und $P.\frac{QW}{QR}$. Die ersteren heben sich auf, insofern der Punkt Q aus der Geraden QM nicht heraustreten soll; die letzteren dagegen liefern die Resultante $P\left(\frac{QV}{SQ} - \frac{QW}{QR}\right)$ oder $\frac{P}{\alpha}(QV - QW)$, indem SQ und QR nur unmerklich von $LM = MN = \alpha$ abweichen. Diese Kraft hat nun die Bewegung des Saitenstückchens SQ zu bestimmen und läßt sich nach der allgemeinen Theorie der beschleunigenden Kräfte auch durch $\mu\gamma$ ausdrücken, wo μ die Masse des fraglichen Stückes SQ und γ die ihr in der Zeiteinheit ertheilte Geschwindigkeit

bedeutet. Die Masse μ ist gleich $\frac{M\alpha}{l}$, wo M die Masse und l die Länge der Saite bezeichnet. Um die Geschwindigkeit γ zu ermitteln, denken wir uns, daß Q' und Q'' die Orte sind, an denen der Punkt M um das Zeittheilchen dt früher und später ankommt, als er in die Lage Q eintritt; er durchläuft also die Wege Q'Q, QQ'' mit den Geschwindigkeiten $\frac{QQ'}{dt}$, $\frac{QQ''}{dt}$, hat also die Aenderung $\frac{QQ''-QQ'}{dt}$ an Geschwindigkeit innerhalb des Zeittheilchens dt erhalten. Es besteht hiernach die Gleichung:

$$\frac{P}{\alpha}(QV-QW)=\frac{M\alpha}{l}\left(\frac{QQ''-QQ'}{dt^2}\right),$$

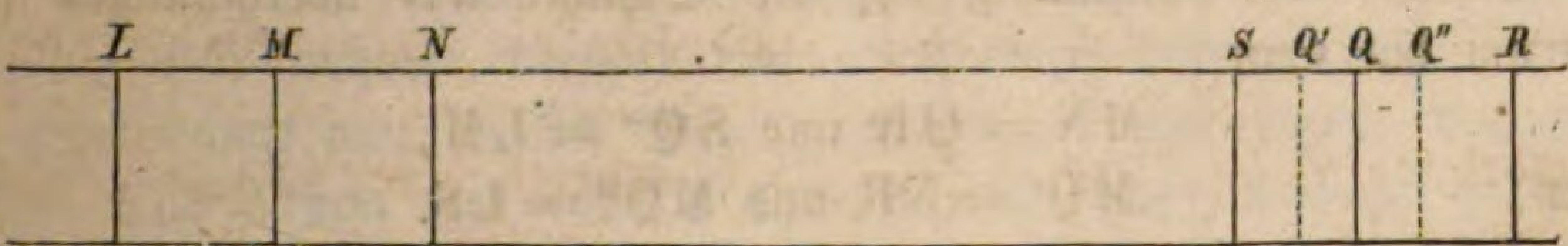
woraus

$$\frac{\alpha^2}{dt^2}=\frac{Pl}{M}\left(\frac{QV-QW}{QQ''-QQ'}\right).$$

Sieht man jetzt α als den Weg an, welchen die transversale Welle während des Zeittheilchens dt zurücklegt, so ist die Fortpflanzungsgeschwindigkeit $u=\frac{\alpha}{dt}$; ferner ist in Folge einer derartigen Bewegung $Q''M = SL$ und $Q'M = RN$ oder $Q''M = VM$ und $Q'M = MW$: d. h. es fällt der Punkt Q'' mit V und Q' mit W zusammen, oder es ist $\frac{QV-QW}{QQ''-QQ'}=1$. Hieraus entspringt für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer transversalen Welle die Formel $u=\sqrt{\frac{Pl}{M}}$, welche in $u=\sqrt{\frac{Pgl}{Q}}$ übergeht, wenn für die Masse M das Gewicht Q der Saite eingeführt wird.

Wir gehen nun zu der Berechnung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer longitudinalen Welle in einem gleichförmig dichten elastischen Mittel über. Es seien deßhalb an einer elastischen Säule, deren Querschnitt gleich 1 ist, L, M, N (Fig. 22) drei von einander gleichweit

Fig. 22.



abstehende Schichten im Zustande der Ruhe, so daß $LM = MN = \alpha$; ferner S, Q, R die Lagen dieser Schichten in irgend einem Augenblicke, wo sie an der Fortpflanzung einer longitudinalen Schwingung Theil nehmen. Insoweit die Abstände SQ, QR der Schichten SQ, QR während der Bewegung untereinander verschieden sind, werden in denselben ungleiche Elasticitätskräfte rege; es mögen E', E'' diese Elasticitätskräfte heißen, die man offenbar den Verdichtungen proportionirt an-

nehmen kann, in denen die zugehörigen Schichten sich befinden. Das Maß der Verdichtung von LM bei dem Uebergange in SQ wird nun durch den Quotienten $\frac{LM - SQ}{LM} = \frac{\alpha - SQ}{\alpha}$ angegeben; man darf mithin setzen: $E' = k\left(\frac{\alpha - SQ}{\alpha}\right)$, wo k eine constante, von der Elasticität des Mittels abhängige Zahl darstellt: auf gleiche Weise ist $E'' = k\left(\frac{\alpha - QR}{\alpha}\right)$. Der Unterschied $E' - E'' = k\left(\frac{QR - SQ}{\alpha}\right)$ dieser Elasticitätskräfte ist die Kraft, welche die Schichte SQ in dem betrachteten Zeitpunkt beschleunigt. Diese Kraft läßt sich aber auch wieder durch $\mu\gamma$ ausdrücken, wo μ die beschleunigte Masse und γ die ihr in der Zeiteinheit ertheilte Geschwindigkeit bedeutet. Heißt δ die Dichte der elastischen Säule, so ist $\delta\alpha$ die Masse der Schichte LM, mithin auch die der Schichte SQ. Um die in Frage stehende Geschwindigkeit zu bestimmen, seien Q' und Q'' die Lagen, in denen der Querschnitt Q in den Zeitintervallen dt früher und später sich befindet, als er in die Lage Q eintritt; er durchläuft also die Wege QQ', QQ'' mit den Geschwindigkeiten $\frac{QQ'}{dt}$, $\frac{QQ''}{dt}$, hat mithin in dem ins Auge gefaßten Zeitpunkt die Acceleration $\frac{QQ'' - QQ'}{dt^2}$. Es besteht sonach die Gleichung:

$$\delta\alpha\left(\frac{QQ'' - QQ'}{dt^2}\right) = k\left(\frac{QR - SQ}{\alpha}\right),$$

woraus

$$\frac{\alpha^2}{dt^2} = \frac{k}{\delta} \cdot \frac{QR - SQ}{QQ'' - QQ'}.$$

Ist nun α der Weg, den die longitudinale Welle in dem Zeitabschnittchen dt zurücklegt, so ist die Fortpflanzungsgeschwindigkeit $u' = \frac{\alpha}{dt}$. Aber alsdann müßten auch in dieser Zeit alle Bewegungsphasen aus der Schichte LM vollständig auf die Schichte MN übergegangen sein. Darum hat man

$$MN = QR \text{ und } SQ'' = LM,$$

oder

$$MQ' = NR \text{ und } MQ'' = LS.$$

Nun ist

$$QR = NR - NQ = MQ' - (MQ - MN),$$

oder

$$QR = MN - (MQ - MQ') = MN - QQ';$$

ferner ist

$$SQ = LQ - LS = LQ - MQ'',$$

oder

$$SQ = LM + MQ - MQ'' = LM - QQ'';$$

folglich

$$QR - SQ = QQ'' - QQ',$$

oder

$$\frac{QR - SQ}{QQ'' - QQ'} = 1.$$

Hiernach ergibt sich für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer longi-

tudinalen Welle die einfache Formel: $u' = \sqrt{\frac{k}{\delta}}$. Um für die Größe k einen bestimmteren Ausdruck zu erhalten, denken wir uns ein Stück von der Länge 1 herausgenommen und dasselbe mit einem seinem eigenen Gewichte gleichen Gewichte belastet. Es tritt dadurch eine Aenderung in seiner Länge ein, welche wir mit β bezeichnen wollen. Auf die Länge α beträgt sonach die Verlängerung $\beta\alpha$. Die geweckte Elasticität tritt mit der einwirkenden Kraft δg ins Gleichgewicht, daher

$$E = \delta g; \text{ zugleich ist aber } E = \frac{k}{\alpha}\alpha\beta;$$

mithin $$\delta g = k\beta; \text{ folglich } u' = \sqrt{\frac{g}{\beta}}.$$

Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer longitudinalen Schwingung in einem gleichförmig elastischen Stoffe wird demnach durch die Quadratwurzel aus dem Quotienten angegeben, welchen man erhält, wenn man die Acceleration der Schwere durch die Größe der Längenänderung dividirt, die eine Säule des Stoffes vom Querschnitt = 1 und der Länge = 1 erleidet, wenn sie mit ihrem eigenen Gewichte belastet wird.

Diesem Ausdrucke läßt sich in Bezug auf die Saite noch eine andere Form geben. Es sei l die Länge, a der Querschnitt, M die Masse der Saite und γ die Verlängerung derselben, wenn die spannende Kraft um P zunimmt. Da $\frac{P}{a}$ die auf die Flächeneinheit reducirte Aenderung der Spannung, mithin auch die geweckte Elasticität darstellt; so ist $$\frac{P}{a} = k\frac{\gamma}{l}, \text{ woraus } k = \frac{lP}{a\gamma}.$$

Das Volumen der Saite ist $= al$, mithin deren Dichte $\delta = \frac{M}{al}$; daraus entspringt $\frac{k}{\delta} = \frac{l^2 P}{M\gamma}$ und $u' = l\sqrt{\frac{P}{M\gamma}}$ oder $u' = l\sqrt{\frac{Pg}{Q\gamma}}$, wenn die Masse M durch das entsprechende Gewicht Q der Saite ersetzt wird.

Es kam nun darauf an, die obige Berechnung durch Versuche zu prüfen. Wir nahmen deßhalb eine gleichförmig dicke Schnur, welche bei einer Länge von 12,975 Meter ein Gewicht von 19,09 Grammes hatte. Die Schnur war dadurch vertical angespannt, daß sie an ihrem einen Ende befestigt, am andern Ende mit einem bestimmten Gewichte belastet wurde. In der Nähe des Befestigungspunktes der Schnur erregten wir dann durch schwächeres oder stärkeres Anschlagen mit dem Finger eine transversale Welle, welche wir fünfmal hin und her laufen, mithin einen Weg von 129,75 Meter zurücklegen ließen, wobei wir nicht verabsäumten, mit Hülfe einer genauen Tertienuhr die dazu verwendete Zeit aufs Sorgfältigste zu bestimmen. Von den verschiedenen darüber angestellten Versuchen mögen folgende vier hier angeführt werden:

Bei einer Spannung von 100 Grammes war die Zeit 4,6 Secunden, was die Geschwindigkeit von 28,2 Meter lieferte; bei einer Spannung von 200 Grammes betrug die Zeit 3,4 Secunden, woraus sich die Geschwindigkeit von 38,16 Meter ergab; bei einer Spannung von 300 Grammes war die Zeit 2,81 Secunden, was die Geschwindigkeit von 46,17 Meter lieferte; bei einer Spannung von 400 Grammes betrug die Zeit 2,45 Secunden, woraus die Geschwindigkeit von 52,87 Meter sich ergab. Die nach der Formel $u = \sqrt{\frac{g l P}{Q}}$, wo $g = 9{,}808$ Meter, $l = 12{,}975$ Meter, $Q = 19{,}09$ Grammes und P mit Hinzufügung des Gewichtes der Schnur, nach und nach gleich 119,1; 219,1; 319,1; und 419,1 Grammes war, berechneten Werthe fanden wir beziehungsweise gleich 28,17 Meter; 38,20 Meter; 46,11 Meter; 52,87 Meter, welche mit den oben angegebenen, durch Versuche gefundenen Werthen sehr genau übereinstimmen.

4. Schwingungszahl einer transversal und longitudinal schwingenden Saite als Ergebniß der Wellenbewegung.

Die stehende transversale Schwingung einer an zwei fixen Punkten befestigten Saite läßt sich immer als das Resultat der Interferenz eines von einem Ende ausgehenden, mit dem vom anderen Ende reflectirten Wellensystems ansehen, wobei zwei Schwingungsknoten in die Befestigungspunkte der Saite fallen. Daraus ergibt sich, wenn l die Länge, T die Schwingungsdauer der Saite, u die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der transversalen Schwingung bezeichnet, und in Erwägung genommen wird, was über das Zustandekommen der stehenden Schwingung durch Interferenz zweier gleicher, aber entgegengesetzt gehender Wellenzüge oben gesagt worden ist, die Relation $\frac{T}{2} . u = l$. Setzt man für u den früher gefundenen Werth $\sqrt{\frac{P g l}{Q}}$, so kommt $T = 2\sqrt{\frac{Q l}{g P}}$ oder wegen $n T = 1$, wo n die Anzahl der in einer Secunde vollbrachten Schwingungen ausdrückt: $n = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{g P}{Q l}}$ heraus; ganz die nämliche Formel, wie solche schon in dem Kapitel über stehende Schwingungen in Anwendung gekommen ist.

Eine Saite läßt sich auch in Längenschwingungen versetzen. Es geschieht, wenn man mit dem unter einem sehr spitzen Winkel gehaltenen Violinbogen oder mit einem mit Kolophonium bestreuten Stücke Tuch die gespannte Saite der Länge nach streicht. Schwingt die ganze Saite der Länge nach, so stemmen sich ihre Theile bei ihrer Bewegung an die befestigten Enden. Es bildet sich in der Mitte der Saite ein

Schwingungsknoten, wenn man sie daselbst leicht mit dem Finger berührt; ebenso entstehen 2, 3 . . . Schwingungsknoten, wenn man die Saite in dem dritten, vierten . . . Theil ihrer Länge sanft berührt. Das Streichen geschieht im ersten Falle, wenn die Saite ohne Schwingungsknoten schwingt, nicht allzu weit von der Mitte; bei den andern Schwingungsarten aber am besten näher bei einem Ende der Saite oder innerhalb eines schwingenden Theiles. Die in einer Secunde vollbrachte Anzahl dergleichen Schwingungen läßt sich ebenfalls leicht bestimmen. Denn ist l die Länge der Saite oder des ohne Knoten schwingenden Stückes, T′ die Zeit einer Schwingung, so hat man, wenn wieder berücksichtigt wird, was oben über die Bildung der stehenden longitudinalen Schwingungen durch Interferenz gesagt worden: $l = u' \frac{T'}{2}$. Daraus folgt, wenn in einer Secunde n′ Schwingungen vollbracht werden und für u′ der früher gefundene Werth $\sqrt{\frac{g}{\beta}}$ gesetzt wird:

$$n' = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{g}{\beta}}.$$

Die Gesetze der Längenschwingungen stimmen mit denen der Transversalschwingungen darin überein, daß die Schwingungszahlen im umgekehrten Verhältnisse der Längen stehen; sie weichen aber darin von einander ab, daß bei den Längenschwingungen es weniger auf die größere oder geringere Dicke der Saiten und auf die stärkere oder schwächere Spannung als auf die Beschaffenheit des Materials der Saite ankommt. Bei den Schwingungen einer Saite, mögen sie nun transversal oder longitudinal sein, ereignet es sich häufig, daß ihre kleinsten Theile sich sowohl der Länge nach als der Quere nach zugleich bewegen, weßhalb es begreiflich ist, daß transversale Schwingungen fast immer von longitudinalen begleitet sind und umgekehrt. Jederzeit ist diese Molecularbewegung aber eine oscillirende Bewegung, indem die Theilchen nach einer und hierauf nach der entgegengesetzten Seite aus der Gleichgewichtslage treten: alle diese Bewegungszustände der Theilchen machen die Bewegung der Saite aus, die demnach auch eine oscillirende ist. — Zwischen den Längenschwingungen und den Transversalschwingungen einer und derselben Saite bei gleichen Umständen besteht übrigens ein höchst einfaches Verhältniß. Es seien nämlich n′, n die den einfachsten dieser beiden verschiedenen Schwingungsarten entsprechenden Schwingungszahlen, l die Länge und Q das Gewicht der Saite, γ die durch das spannende Gewicht P bewirkte Verlängerung derselben: man hat dann vermöge der oben aufgestellten Formeln einmal $n = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{Pg}{Ql}}$; ferner aus der vergleichenden Zusammenstellung der Ausdrücke: $2l = u'T'$,

$n'T' = 1$ und $u' = l\sqrt{\frac{P g}{Q \gamma}}$ die Formel: $n' = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{P g}{Q \gamma}}$. Hieraus und aus dem obigen Werthe für n ergibt sich $\frac{n'}{n} = \sqrt{\frac{l}{\gamma}}$; d. h. das Quadrat der Schwingungszahl bei den Längenschwingungen verhält sich zu dem Quadrat der Schwingungszahl bei den Transversalschwingungen wie die Saitenlänge zu der durch ihre Spannung erzeugten Verlängerung.

Um dieses Resultat durch einen Versuch zu prüfen, nahm man einen spiralförmig gewundenen 1,715 Meter langen Draht aus Stahl, welcher bei 2 Millimeter Durchmesser ein Gewicht von 51,5 Grammes hatte. Durch ein Gewicht von 65 Grammes gespannt verlängerte sich der Draht um 0,194 Meter. Die nach den Formeln $n = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{g P}{Q l}}$ und $n' = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{g P}{Q \gamma}}$ berechneten Werthe von n und n', wo $g = 9{,}808$ Meter, $P = 65$ Grammes, $Q = 51{,}5$ Grammes, $\gamma = 0{,}194$ Meter und $l = 1{,}715$ Meter war, sind $n = 1{,}29$ und $n' = 3{,}9$, woraus $\frac{n'}{n}$ nahe $= 3$. Mit Hülfe eines Taktmessers fanden wir, daß der Draht 156 Transversalschwingungen, dagegen 468 Längenschwingungen in der Minute machte, welche Zahlen in der That in dem oben angegebenen Verhältnisse zu einander stehen.

III. Tönende Schwingungen.

1. Höhe und Tiefe des Schalles.

Hörbare Schwingungen eines elastischen Körpers nennen wir einen Schall. Derselbe läßt unzählige Besonderheiten zu, die wir mit erstaunlicher Genauigkeit zu unterscheiden und wieder zu erkennen vermögen. Eine Schalläußerung, die sich als etwas Geregeltes, Gleichartiges darstellt, heißt ein Klang, dagegen ein Geräusch, wenn sich darin Verworrenes, nichts Bestimmbares kund gibt. Ein in allen seinen Theilen gleichartiger und einfacher Klang heißt ein Ton, dessen Höhe oder Tiefe sich mit der Schnelligkeit der Schwingungen ändert. Aus der Vergleichung zweier Töne mit einander ergibt sich ihre relative Tonhöhe, zum Unterschiede mit der frühergenannten absoluten Tonhöhe; das Maß der relativen Tonhöhe wird durch den Quotienten der Zahlwerthe der absoluten Höhen der zwei gegen einander gehaltenen Töne ausgedrückt.

Sollen die Schwingungen eines elastischen Körpers einen Ton hervorbringen, so müssen sie mit einer gewissen Schnelligkeit vor sich gehen. Gemeiniglich nimmt man an, daß wenigstens sechszehn Schwing=

ungen, einen Hin- und Hergang des schwingenden Körpers zusammen für eine Schwingung gerechnet, geschehen müssen, wenn die schwingende Bewegung als ein Ton von dem menschlichen Ohr empfunden werden soll. Im Uebrigen erfolgen die hörbaren Schwingungen nach den nämlichen Gesetzen, wie die unhörbaren, sind daher davon nicht wesentlich unterschieden. Macht demnach eine 4 Meter lange Saite, welche 4 Millimeter dick und 49 Grammes wiegt, bei einer Spannung von 1 Kilogramme in einer Secunde drei Schwingungen; so wird sie bei einer Spannung von 5 Kilogrammes 6 Schwingungen in einer Secunde vollbringen, und wir dürfen sagen, daß die geringere Anzahl von 6 Schwingungen in der Secunde sich noch zu einem unterscheidbaren Ton gestalten kann, insofern das Ohr einen solchen dabei aufzufassen vermochte. Es war dies nun bei dem erwähnten Versuche mit mehreren Personen wirklich der Fall, während andere keinen eigentlichen Ton, sondern blos eine Art von Brummen vernahmen.

Aber auch eine zu große Anzahl von Schwingungen, wie dies bei 20000 und noch mehr Schwingungen in der Secunde sich ereignet, erzeugt in dem Ohr keinen deutlichen Ton, sondern nur eine Art von Zischen. Um über die Grenzen der Hörbarkeit nach dieser Seite hin vorläufig auch einen Versuch anzustellen, spannten wir auf dem 100,8 Centimeter langen verticalen Monochord eine Saite an und stimmten sie in den Ton $\bar{a}$, welcher, wie wir später sehen werden, 426 Schwingungen in der Secunde vollbringt. Hierauf verkürzten wir die Saite bis auf eine Länge von 5 Centimeter und strichen sie dann mit dem Bogen. Der Ton, welcher $\frac{426 \,.\, 100,8}{5} = 8587,5$ Schwingungen in der Secunde machte, war an der Grenze angelangt, wo er abwechselnd in ein Pfeifen oder Zischen überging. Wir dürfen also wieder sagen, unter Umständen können selbst die Ergebnisse einer geringern Anzahl von Schwingungen als 20000 in dem Bewußtsein nicht mehr mit hinreichender Sicherheit festgehalten werden, um daraus den Eindruck eines Tones in dem Gehörorgan zu Stande zu bringen.

Sehr hohe und sehr tiefe Töne werden von Allen nicht gleich gut gehört, weßhalb die Grenze der noch vernehmlichen Töne, d. h. solcher, die ihrer Höhe und Tiefe nach sich noch vergleichen lassen, keine scharfe Bestimmung gestattet. Es geht uns mit dem Gehörsinn wie mit den übrigen Sinnen; von dem tiefsten bis zu dem höchsten Ton ist er innerhalb bestimmter Grenzen eingeschlossen, außerhalb deren er nichts mehr recht deutlich zu erfassen vermag, die Naturerscheinungen für ihn gleichsam als nicht vorhanden zu betrachten sind. Möglich daß die eine oder die andere Thiergattung die Schallwahrnehmung dort ihren

Anfang hat, wo die unserige ihr Ende erreicht; möglich daß andere Geschöpfe, die nichts mit uns gemeinschaftlich hören, mit einem andern Sinne ausgerüstet sind, mit Hülfe dessen sie die für uns hörbaren Schwingungen als gänzlich davon verschiedenartige Empfindungen wahrnehmen, so daß jener Sinn mit dem unserigen nur darin zusammentrifft, insofern er das nämliche Mittel hat, durch welches er geweckt und angeregt wird.

2. Tonleiter und Tonarten.

Wenn auf dem Monochord zwei nebeneinander gespannte Saiten den nämlichen Ton geben, welcher der Grundton heißen mag, und man stellt unter die Mitte der einen einen Steg und läßt ihre Hälfte schwingen; so erscheint der Ton der letztern als die Octave des Grundtones: Der Octave (Oberoctave) entspricht mithin eine doppelt so große Anzahl von Schwingungen als dem Grundtone. Bleibt die Länge der einen Saite unverändert und verkürzt man hierauf die andere allmählig, so erzeugt man eine gewisse Folge von immer höher werdenden Tönen, welche dem Ohr eine besondere Befriedigung gewährt. Diese Stufenfolge von Tönen wird in der Musik die diatonische Tonleiter (Scale) genannt und besteht, den Grundton und die Octave mit eingeschlossen, aus 8 Tönen, die den Namen Prim, Secund, Terz, Quart, Quinte, Sext, Septime, Octave führen und mit den Buchstaben C, D, E, F, G, A, H, c bezeichnet werden. Indem man die den Tönen der Scale entsprechenden Saitenlängen untersucht und erwägt, daß das umgekehrte Verhältniß der beobachteten Saitenlängen die relativen Tonhöhen anzeigt, erhält man für die einzelnen Glieder der Tonleiter in Bezug auf den Grundton folgende Werthe:

$$\begin{array}{cccccccc} C, & D, & E, & F, & G, & A, & H, & c, \\ 1, & \frac{9}{8}, & \frac{5}{4}, & \frac{4}{3}, & \frac{3}{2}, & \frac{5}{3}, & \frac{15}{8}, & 2. \end{array}$$

Nimmt man die Octave als Grundton an, so stehen die Töne der höheren Tonleiter zu jenen der tieferen in dem nämlichen Verhältniß, wie die Octave zum Grundton, und die eine Scale ist nur die Wiederholung der andern in einer höheren Tonlage, so daß zwei Töne, deren Schwingungszahlen sich wie 1:2 verhalten, einander in ihrer Wirkung auf die Empfindung ganz ähnlich sind, und in ihrem Zusammenklingen in dem Ohr den Eindruck hervorbringen, als wenn gleichsam nur ein Ton vorhanden wäre. Es werden daher die Töne aller Scalen, deren Grundtöne genau um eine oder mehrere Octaven von einander entfernt liegen, mit den nämlichen Buchstaben des Alphabets bezeichnet.

Der Abstand oder das Intervall zweier Töne wird durch den Quotienten ihrer relativen Tonwerthe bestimmt, wobei der Tonwerth des tiefern Tones den Divisor abgibt. Hiernach haben die Intervalle zwischen den Tönen der diatonischen Tonleiter in ihrer Aufeinanderfolge nachstehende Werthe:

$$\frac{9}{8}, \frac{10}{9}, \frac{16}{15}, \frac{9}{8}, \frac{10}{9}, \frac{9}{8}, \frac{16}{15};$$

mithin gibt es nur die drei Intervalle $\frac{9}{8}, \frac{10}{9}, \frac{16}{15}$. Das erste heißt ein großer ganzer Ton, das zweite ein kleiner ganzer Ton, das dritte ein großer halber Ton. Das Intervall zwischen einem großen und einem kleinen ganzen Ton ist $\frac{9}{8} : \frac{10}{9} = \frac{81}{80}$ und heißt ein Komma.

Zwischen der Secunde $\frac{9}{8}$ und der Terz $\frac{5}{4}$ liegt ein Ton, dessen Werth $\frac{6}{5}$ ist; er heißt die kleine Terz, der Ton $\frac{5}{4}$ aber die große Terz. Das Intervall zwischen der großen Terz und kleinen Terz ist $\frac{5}{4} : \frac{6}{5} = \frac{25}{24}$ und heißt ein kleiner halber Ton. Wird die kleine Terz statt der großen Terz in die Tonleiter aufgenommen, so entsteht die weiche oder Molltonart im Gegensatz zur harten oder Durtonart; letztere stimmt eher zum Ausdrucke der Freude, der Heiterkeit, erstere eher zum Ausdrucke der Wehmuth, der Sehnsucht.

Zwei Töne die gleichzeitig auf das Ohr einwirkend in demselben einen angenehmen Eindruck machen, bilden eine Consonanz oder einen Wohlklang und heißen consonirende Töne. Klingen sie nicht angenehm zusammen, so bilden sie eine Dissonanz oder einen Uebelklang und heißen dissonirende Töne. Mit dem Grundtone consoniren die Octave, die Quinte, Terz, Quart und Sext; die Secunde und die Septime sind rücksichtlich des Grundtones dissonirende Töne.

Drei Töne, welche paarweise consonirend sind, bilden einen Dreiklang oder Accord, wenn sie zusammen in dem Ohr auftretend auf dasselbe einen befriedigenden Eindruck machen. Er besteht aus dem Grundtone, der Terz und der Quinte und heißt ein harter oder Duraccord, wenn er die große Terz enthält, zum Unterschiede von dem weichen oder Mollaccord, in welchem die kleine Terz vorkommt. Die drei Töne des ersten stehen in folgenden Verhältnissen:

$$1 : \frac{5}{4} : \frac{3}{2} = 4 : 5 : 6;$$

die des zweiten in nachstehenden Verhältnissen:

$$1 : \frac{6}{5} : \frac{3}{2} = 10 : 12 : 15$$

zu einander. Die Verhältnisse des Duraccords sind einfacher als jene des Mollaccords; auch lehrt die Erfahrung, daß jeder von diesen beiden Accorden auf das Gemüth eine verschiedene Wirkung ausübt.

Die in dem Duraccord vorkommenden einfachen Verhältnißzahlen führen uns zur Bildung der diatonischen Tonleiter, d. h. der natürlichen Reihe von Tönen, durch welche man von dem Grundton zu der Octave fortschreiten kann, ohne das Gefühl des Grundtones zu verlieren. Verdoppelt man den Grundton, so werden die Töne 1, $\frac{5}{4}$, $\frac{3}{2}$, 2, sowohl wenn man sie gleichzeitig als auch nach einander hört, das Gefühl des durch die schicklichsten Consonanzen verstärkten Grundtons erzeugen. In dieser Reihe von Tönen sind jedoch die Fortschreitungen noch zu groß und ungleich; es kommt also darauf an, dazwischen noch mehrere Töne einzuschalten. Am meisten werden sich solche Töne dazu eignen, welche mit den Consonanzen, die dem Grundtone die nächsten sind, den Dreiklang ausmachen. Nehmen wir dazu die Quinte, welche unter allen Consonanzen das einfachste Verhältniß zum Grundtone hat; so erhält man die neuen Töne $\frac{3}{2} \times \frac{5}{4}$ und $\frac{3}{2} \times \frac{3}{2}$ oder $\frac{15}{8}$ und $\frac{9}{8}$. Die Tonleiter wird nunmehr zwei weitere Stufen haben und aus folgenden Tönen: 1, $\frac{9}{8}$, $\frac{5}{4}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{15}{8}$, 2 bestehen. Diese Stufen sind aber noch zu ungleich; es wird also passend sein, zwischen jede der Stufe $\frac{5}{4} : \frac{3}{2}$ und $\frac{3}{2} : \frac{15}{8}$, welche gegen die übrigen gehalten zu groß sind, noch einen Ton einzuschalten. Es schickt sich kein Ton besser zur Einschaltung, als die Quarte $\frac{4}{3}$, welche nach der Quinte dem Grundtone am meisten verwandt ist und zu der Octave 2 in dem nämlichen Verhältniß steht, wie der Grundton zu seiner Quinte. Diese Quarte nebst der ihr zugehörigen Terz $\frac{4}{3} \times \frac{5}{4}$ oder $\frac{5}{3}$ werden die Intervalle $\frac{5}{4} : \frac{3}{2}$ und $\frac{3}{2} : \frac{15}{8}$ am besten ausfüllen und die Tonleiter vervollständigen, die demnach aus folgender Reihe von Tönen

$$1, \frac{9}{8}, \frac{5}{4}, \frac{4}{3}, \frac{3}{2}, \frac{5}{3}, \frac{15}{8}, 2$$

besteht, welche dem Gehör am meisten zusagt, und bei der die Bezeichnung auf den Grundton sich am deutlichsten ausspricht.

Ein Tonverhältniß oder Intervall befriedigt das Gehör um so mehr, in einem je einfacheren Verhältnisse die Schwingungszahlen der Töne, welche das Intervall bilden, zu einander stehen. Die Intervalle nun, innerhalb deren das Ohr noch eine derartige Befriedigung in merklichem Grade findet, sind in den Zahlen 1, 2, 3, 4, 5, 6 oder

deren Verdoppelungen enthalten. Ordnet man alle durch die Zahlen 1 bis 6 oder deren Verdoppelungen entstehende zwischen den Zahlen 1 und 2 liegende consonirende Verhältnisse nach ihrer Größe, so bekommt man die Reihe: $\frac{6}{5}, \frac{5}{4}, \frac{4}{3}, \frac{3}{2}, \frac{8}{5}, \frac{5}{3}$, in welcher der neue Ton $\frac{8}{5}$ erscheint, den man die kleine Sexte nennt. Der Einklang, die Octave und die Quinte heißen gewöhnlich vollkommene, die beiden Terzen und Sexten unvollkommene Consonanzen. Verbindet man je zwei von diesen sechs consonirenden Tonintervallen, so erhält man im Ganzen 15 Combinationen von drei Tönen oder 15 Accorde. Man nennt den Accord consonirend, wenn er lauter Intervalle enthält, die sowohl gegen den Grundton als auch unter sich consoniren; dagegen dissonirend, wenn ein oder mehrere dissonirende Intervalle darin vorkommen. So bilden der Grundton, die große Terze, die Quinte einen consonirenden Accord, weil $\frac{5}{4}, \frac{3}{2}$ und $\frac{6}{5}$ lauter consonirende Intervalle sind; desgleichen geben der Grundton, die kleine Terze und die Quinte einen consonirenden Accord, weil $\frac{6}{5}, \frac{3}{2}$ und $\frac{5}{4}$ zu den consonirenden Intervallen gehören. Dagegen liefern der Grundton, die kleine Terz und die große Terz einen dissonirenden Accord, weil das Verhältniß $\frac{5}{4}:\frac{6}{5}=\frac{25}{24}$ dissonirend ist; ebenso geben der Grundton, die große Terz und die Quarte einen dissonirenden Accord, weil das Verhältniß $\frac{4}{3}:\frac{5}{4}=\frac{16}{15}$ kein consonirendes ist. Auf diese Weise ergibt sich, daß von den 15 möglichen dreistimmigen Combinationen consonirender Intervalle blos folgende 6 consonirende Accorde sind:

I.	II.	III.	IV.	V.	VI.
1 Grundton	1 Grundton	1 Grundton	1 Grundton	1 Grundton	1 Grundton
$\frac{5}{4}$ gr. Terz	$\frac{6}{5}$ kl. Terz	$\frac{6}{5}$ kl. Terz	$\frac{5}{4}$ gr. Terz	$\frac{4}{3}$ Quart	$\frac{4}{3}$ Quart
$\frac{3}{2}$ Quinte.	$\frac{3}{2}$ Quinte.	$\frac{8}{5}$ kl. Sext.	$\frac{5}{3}$ gr. Sext.	$\frac{5}{3}$ gr. Sext.	$\frac{8}{5}$ kl. Sext.

Da der Erfahrung zufolge zwei Töne, die in Verhältniß des Grundtons zur Octave stehen, einander in ihrer Wirkung auf die Empfindung ganz ähnlich sind; so nimmt man diejenigen Intervalle für gleichgeltend an, in deren einem der eine oder der andere Ton um eine oder mehrere Octaven höher oder tiefer ist, als in dem andern Intervall, oder man betrachtet das Intervall als nicht geändert, wenn von den Schwingungszahlen, die es ausdrücken, eine oder mehreremale mit 2 multiplicirt oder dividirt wird. Unter dieser Voraussetzung lassen sich von den vorstehenden 6 consonirenden Accorden die vier letzten auf die beiden ersten zurückführen. Zu diesem Behufe dividirt

man in den Combinationen III. und IV. die Brüche $\frac{8}{5}$ und $\frac{5}{3}$ durch 2, multiplicirt ferner bei der ersten alle Zahlen mit $\frac{5}{4}$ und bei der zweiten alle Zahlen mit $\frac{6}{5}$, was in dem gegenseitigen Verhältniß der Zahlen nichts ändert und blos darauf zurückläuft, den Accorden einen andern Grundton zu geben. Desgleichen multiplicirt man in den Combinationen V. und VI. die Einheit mit 2 und in beiden alle Zahlen mit $\frac{3}{4}$. Die vier letzten Accorden sind demnach als bloße Umkehrungen der beiden ersten anzusehen, welche dem Gehöre in anderen Lagen dargestellt werden. Außer dem Duraccord und dem Mollaccord gibt es also keinen andern dreistimmigen consonirenden Accord mehr.

Die diatonische Tonleiter umfaßt nicht alle Töne, welche zwischen dem Grundtone C und seiner Octave möglich sind; auch enthält sie nicht die nöthigen Fortschreitungen, um den Anforderungen der praktischen Musik zu genügen, wenn man einen von C verschiedenen Grundton annimmt, wie folgende Betrachtung zeigt. Wählt man z. B. G als Grundton, so wäre G A H c d e f g die Tonleiter, wo dann e die Sext und f die Septime ist; diese Töne stehen aber in der angegebenen Tonleiter nur um einen halben Ton von einander ab, während sie um einen ganzen Ton verschieden sein sollen; dagegen weichen die Töne f und g um einen ganzen Ton von einander ab, während ihr Abstand nur einen halben Ton betragen soll. Man kann deßhalb bei dem Grundtone G den Ton f nicht brauchen, man schaltet dafür einen neuen Ton ein, der um einen kleinen halben Ton höher ist. Aehnliche Erhöhungen müssen mit mehreren Tönen vorgenommen werden, wenn man D, A u. s. w. als Grundton wählt, dagegen muß H um einen halben Ton erniedrigt werden, wenn man von F als Grundton ausgehen will. Man bezeichnet die Erhöhung eines Tones um den kleinen halben Ton $\frac{25}{24}$ dadurch, daß man dem Buchstaben, der ihn ausdrückt, die Sylbe is anhängt, und die Vertiefung um ebensoviel dadurch, daß man dem Buchstaben die Sylbe es beisetzt, blos mit der Ausnahme, daß der durch Vertiefung des h entstandene Ton nicht hes, sondern b, und der durch Vertiefung des a erzeugte nicht aes, sondern as genannt wird. Indem man auf solche Weise in die Lage kommt, jeden einzelnen der sechs Töne D, E, F, G, A, H zu erhöhen und zu erniedrigen, dagegen C bloß zu erhöhen und c bloß zu erniedrigen, erhält man für die vollständige Tonleiter in jeder Octave $8 + 14 = 22$ Töne, deren Werthe und Namen in folgender Tabelle angegeben sind.

Name.	Werth.	Name.	Werth.	Name.	Werth.
c	1	fes	$\frac{32}{25}$	a	$\frac{5}{3}$
cis	$\frac{25}{24}$	f	$\frac{4}{3}$	ais	$\frac{125}{172}$
des	$\frac{27}{25}$	fis	$\frac{25}{18}$	b	$\frac{9}{5}$
d	$\frac{9}{8}$	ges	$\frac{36}{25}$	h	$\frac{15}{8}$
dis	$\frac{75}{64}$	g	$\frac{3}{2}$	his	$\frac{125}{64}$
es	$\frac{6}{5}$	gis	$\frac{25}{16}$	ces	$\frac{48}{25}$
e	$\frac{5}{4}$	as	$\frac{8}{5}$	c	2
eis	$\frac{125}{96}$				

Die eingeschalteten Töne reduciren sich in der praktischen Musik, wo zwischen cis und des, fis und ges u. s. w., insofern sie wenig von einander abweichen, kein Unterschied gemacht wird, auf fünf, so daß die vervollständigte Tonleiter, welche die chromatische heißt, ohne die Octave bloß 12 Töne umfaßt. Jeder dieser 12 Töne kann als Grundton angenommen werden und läßt eine harte und eine weiche Tonleiter zu, wonach es in der Musik 24 Tonarten gibt.

Wenn man auf einem musikalischen Instrument, das mehrere Octaven der 12 Töne umfaßt, wie sie in einer chromatischen Tonleiter vorkommen, nach reinen Verhältnissen von einem Tone zum andern fortschreitet, so erscheinen die Töne nicht im richtigen Verhältnisse. Der Grund hiervon liegt darin, daß, wenn die Töne in Bezug auf einen Grundton rein sind, sie bezüglich eines andern unrein werden, was beim Fortschreiten durch mehrere Octaven das Ohr unangenehm berühren kann. Denn geht man z. B. nach reinen Quinten von C aus aufwärts, so ist der Werth der ersten Quinte $G = \frac{3}{2}$, jener der zweiten $d = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$, der dritten $a = \left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{27}{8}$. Es soll aber a zugleich die Octave der Sext A sein, mithin müßte der letztere Ton sich auch durch $\frac{27}{16}$ darstellen lassen und diese Zahl mit $\frac{5}{3}$ übereinstimmen, wenn bei einem reinen Quintenverhältnisse auch das Verhältniß gegen den Grundton rein bleiben soll. Nun ist aber $\frac{27}{16} : \frac{5}{3} = \frac{81}{80}$; man ist also um ein Komma vom reinen Verhältnisse zum Grundton abgewichen. Schreitet man nach reinen Quinten zu den höheren Tönen

fort, so kommt man bei der zwölften Quinte auf die siebente Octave des Grundtones; es müßte also der Tonwerth $\left(\frac{3}{2}\right)^{12}$ der zwölften Quinte mit dem Tonwerth 2^7 der siebente Octave übereinstimmen, was nicht der Fall ist, weil $\left(\frac{3}{2}\right)^{12}$ größer als 2^7. Es können demnach nicht alle Octaven und Quinten zugleich rein sein; woraus die Nothwendigkeit erwächst, die Octaven etwas zu erhöhen, wenn die Quinten rein ausfallen, dagegen die Quinten ein wenig zu erniedrigen, wenn die Octaven nicht unrein werden sollen. Die Erfahrung lehrt nun, daß das Ohr die Unreinheit in den Octaven nicht gut verträgt, dagegen eine kleine Abweichung von dem Quintenverhältnisse sich gefallen läßt. Es ist daher am zweckmäßigsten die Quinten dergestalt zu modificiren, oder wie man sagt zu temperiren, daß man den Unterschied $\left(\frac{3}{2}\right)^{12} - 2^7$ auf alle Quinten gleichmäßig vertheilt. Man nennt diese Anordnung die gleichschwebende Temperatur, zum Unterschiede von der ungleichschwebenden, bei welcher nur einige Quinten abgeändert werden. Stellt x den Tonwerth für die erste Quinte bei der gleichschwebenden Temperatur dar, so hat man $x^{12} = 2^7$, woraus $x = 1{,}49831$, was von dem wahren Werth $\frac{3}{2}$ um $0{,}00169$ verschieden ist. Es ist leicht am Monochord, dessen Saite bei einer gewissen Spannung den Grundton gibt, eine Abtheilung der Saite anzugeben, die uns gestattet, die temperirten Töne der chromatischen Tonleiter hervorzubringen.

3. Mehrere Versuche über tönende Schwingungen der Saiten und Einiges über die Saiteninstrumente.

Einiges Interesse dürften die Mittheilungen der Versuche haben, welche angestellt worden sind, um die Schwingungsgesetze der Saiten mit Hülfe des Gehörorgans zu prüfen. Die Ergebnisse dieser Versuche können gleichsam zur Bestätigung des oben gethanen Ausspruches dienen, zufolge dessen die hörbaren Schwingungen von den oscillirenden Bewegungen, welche auf das Gehör nicht zu wirken vermögen, nicht wesentlich von einander verschieden sind. Zwei Darmsaiten von gleicher Dicke und gleicher Länge wurden auf dem Monochord aufgespannt, dann die eine mit 1 Kilogramme und die andere mit 4 Kilogrammes angezogen; mit dem Violinbogen gestrichen gaben sie zwei Töne, welche in dem Verhältniß des Grundtons zu seiner höheren Octave standen: die Schwingungszahl einer Saite ist demnach der Quadratwurzel aus dem spannenden Gewichte proportional. — Zwei gleich lange Darmsaiten,

deren Dicken sich wie 3 : 2 verhielten und wovon jede mit einem Gewichte von $3\frac{1}{2}$ Kilogrammes auf dem Monochord aufgespannt war, ließen mit dem Violinbogen gestrichen zwei Töne vernehmen, die in solcher Beziehung wie der Grundton zur Quint erschienen: die Schwingungszahlen verschiedener Saiten verhalten sich also unter sonst gleichen Umständen umgekehrt wie ihre Dicken. — Um nachzuweisen, daß die Schwingungszahlen von Saiten verschiedener Materie sich umgekehrt wie die Quadratwurzeln ihrer Dichtigkeiten verhalten, nahmen wir eine Darmsaite und eine Stahlsaite, deren Durchmesser sich wie 5 : 2 verhielten, und spannten sie beide auf dem verticalen 100,8 Centimeter langen Monochord durch gleiche Gewichte von 7,5 Kilogrammes an. Die Stahlsaite mußte auf 91,6 Centimeter verkürzt werden, damit sie den nämlichen Ton wie die Darmsaite gab. Das specifische Gewicht der Stahlsaite war 7 und das der Darmsaite 0,9. Als Maß der relativen Tonhöhe dieser zwei gegeneinander gehaltenen Töne ergab sich nach der allgemeinen Formel $n = \frac{1}{2rl} \cdot \sqrt{\frac{gP}{\pi\delta}}$ der Ausdruck $\frac{91{,}6 \,.\, 2 \,.\, \sqrt{7}}{100{,}8 \,.\, 5 \,.\, \sqrt{0{,}9}}$, dessen Werth von 1 wenig abweicht.

Um die oben aufgefundene Relation $\frac{n'}{n} = \sqrt{\frac{l}{\gamma}}$ zwischen den durch die einfachsten Longitudinal- und Transversalschwingungen derselben Saite hervorgebrachten Töne gleichfalls durch einen derartigen Versuch zu bestätigen, wo n′ und n die denselben entsprechenden Schwingungszahlen, l die Länge der Saite und γ die durch das spannende Gewicht bewirkte Veränderung derselben bedeuten, wurde auf dem Monochord eine 1,008 Meter lange Stahlsaite von $0{,}00023^{m}$ Dicke durch ein Gewicht von 5 Kilogrammes aufgespannt. Ein anderes Saitenstück von gleicher Dicke und Länge verlängerte sich bei einer Spannung von 5 Kilogrammes um $0{,}0033^{m}$; woraus $\frac{n'}{n} = \sqrt{\frac{1{,}008}{0{,}0033}} = 17{,}3$: der Longitudinalton mußte somit etwas höher als die vierte Octave des Transversaltons erscheinen, wie es in der That auch der Fall gewesen.

Die Longitudinalschwingungen der Saiten kommen in der Anwendung nicht vor, weil sie nicht angenehm klingen und zu hohe Töne geben. Man sucht die Saiten immer nur in Transversalschwingungen zu versetzen, was bei den verschiedenen Saiteninstrumenten auf verschiedene Art geschieht. Bei dem Fortepiano werden Stahl- und Messingsaiten gebraucht: jedem Tone entspricht eine andere Saite oder vielmehr zur Verstärkung des Tones ein Inbegriff mehrerer gleichgestimmter Saiten, welche durch das Anschlagen eines bei dem Niederdrücken der Taste in Bewegung gesetzten Hammers zum Tönen gebracht werden;

dabei hebt sich gleichzeitig der sogenannte Dämpfer, welcher bei dem Loslassen der Tasten auf die Saiten niederfällt und das Forttönen derselben hindert. Die Verschiedenheit der Töne der Saiten beruht auf ihrer verschiedenen Länge, Dicke und Spannung und richtet sich ganz nach den oben angegebenen Gesetzen, so daß die physikalische Theorie der Saiteninstrumente keiner weiteren Erörterungen bedarf.

Bei den Streichinstrumenten, wie bei der Violine und dem Violoncelle, werden Darmsaiten gebraucht, welche man mit einem durch Kolophonium harzig gemachten Bogen in Schwingungen versetzt. In der Regel werden die verschiedenen Töne einer Saite durch Verkürzen ihrer Länge entlockt, indem man die Saiten mit dem Finger auf das Griffbrett niederdrückt und so nur dem zwischen dem Finger und dem Stege liegendem Stücke zu schwingen gestattet. Die vier Saiten der Violine oder Discantgeige differiren rücksichtlich ihrer Grundtöne um eine Quinte und heißen g, $\bar{d}$, $\bar{a}$, $\bar{\bar{e}}$, den Tönen entsprechend, in welche sie gestimmt werden. Aus einem ähnlichen Grunde heißen die vier Saiten des Violoncells oder der kleinen Baßgeige, sowie die der Viola oder Bratsche, die ebenfalls quintenweis gestimmt werden und von denen die zwei tiefsten mit Draht übersponnen sind, C, G, d, a; und die Saiten des viersaitigen Contrebaßes oder der großen Baßgeige, bei welchem dieselben quartenweis gestimmt werden, die Contra E, die Contra A, die große D und die große G.

Bei andern Saiteninstrumenten, wie bei der Harfe und der Guitarre einleitet und erhält man die Schwingungen der Saiten durch Anschlagen mit den Fingern. Bei der ersteren gebraucht man Darmsaiten und auch Saiten aus Seide, die mit Draht übersponnen sind. Das Instrument ist durch ein sogenanntes Pedal vervollkommnet worden; dasselbe besteht aus mehreren auf beiden Seiten des Instrumentes befindlichen kleinen Tritten, die ganz bequem mit den Füßen niedergedrückt werden können. Durch diese Tritte werden Federn in Bewegung gesetzt, die so gestatten, jeden Ton durch alle Octaven um einen halben Ton zu erhöhen. Die Guitarre ist mit sechs Saiten bezogen; die drei höheren Saiten sind gewöhnliche Darmsaiten, die drei tiefern aber übersponnene. Die Stimmung dieser Saiten ist E, A, d, g, h, $\bar{e}$.

Man macht auf der Violine und dem Violoncell auch zuweilen von den höheren Tönen Gebrauch, wo sich die Saite in aliquote Theile abtheilt. Man nennt diese Töne Flageolet-Töne; sie klingen besonders angenehm auf der a Saite des Violoncells. Man erhält jene Töne, wenn man die Saite durch ein gewöhnliches Greifen mit dem Daumen verkürzt, dann mit einem andern Finger irgend einen

Schwingungsknoten der verkürzten Saite leise berührt und hierauf das eine oder andere Stück, jedoch nicht an der Stelle, in welche ein Schwingungsknoten zu liegen kommt, mit dem Bogen streicht.

Die Aeolsharfe ist ein Saiteninstrument, welches durch einen darauf wirkenden Luftstrom zum Klange gebracht wird. Indem die Saiten von dem Winde auf verschiedene Art getroffen werden, theilen sie sich in eine größere oder geringere Zahl von gleichen Theilen ab, wodurch Töne in mannigfaltiger Vermischung zum Vorschein kommen.

Der Resonanzboden sammt der Resonanzdecke machen einen wesentlichen Theil aller Saiteninstrumente aus, ohne welchen kein deutlicher vernehmlicher Ton durch die Saiten hervorgebracht werden kann. Die Saiten theilen der Decke und dem Boden, sowie der zwischen ihnen befindlichen Luft ihre Schwingungen mit, wodurch der Schall bedeutend verstärkt wird. Die Resonanz nebst den Mitteln sie zu erzeugen, sollen später an geeigneter Stelle zur Sprache kommen. Durch Aenderung der Temperatur wird die Länge der Saite und damit auch der Ton geändert; ebenso übt die Feuchtigkeit der Luft auf Darmsaiten einen Einfluß aus, indem bei zunehmender Feuchtigkeit die Saite sich zusammenzieht, mithin bezüglich ihres Tones eine Aenderung erleidet. Daher kommt denn der Gebrauch, vor der Ausführung eines Musikstückes die Saiteninstrumente nach einem festen Stimmton einstimmen zu lassen.

4. Stärke und Qualität des Schalles und Wirkungen der Töne.

Die Stärke oder Intensität des Schalles hängt, abgesehen von der Empfindlichkeit des Gehörorganes, von der Stärke des Impulses ab, welcher auf jenes Organ ausgeübt wird. Dieser Impuls wächst mit der Masse und der Geschwindigkeit der schwingenden Theile. Der Schall wird also einmal desto stärker erscheinen, je größer die schwingende Masse ist: deßhalb hört man Glockengeläute auf weite Strecken, während man den Ton einer Saite schon in kleiner Entfernung nicht mehr wahrnimmt; deßwegen werden Darmsaiten mit Metalldraht überzogen, um die schwingende Masse und damit den Ton zu verstärken. Dann wird der Schall desto stärker, je größere Schwingungen die Theile machen: darum verstärkt bei den Saiten das Aufdrücken mit dem Bogen und das Rauhmachen desselben mit Kolophonium den Ton; aus ähnlichem Grunde geben Körper, die sehr elastisch sind, sehr starke Töne, indem sie beim Schwingen sich bedeutend auf beiden Seiten ihrer Gleichgewichtslage ausbeugen. — Je dichter das Schallmittel, desto intensiver wird der Schall: darum hört man an sehr kalten Tagen mittelst recht dichter Luft ein entferntes Glockengeläute besser, als an warmen Tagen; darum erscheint auf hohen Bergen, wo die Luft sehr

dünn ist, der Knall einer Pistole nicht stärker, als der einer Peitsche; deßhalb legt man das Ohr auf die Erde, um einen entfernten Schall zu hören; deßhalb hört man durch einen Stab, dessen Ende man zwischen die Zähne nimmt und das andere Ende an den Resonanzboden des Fortepiano anlegt, die Töne deutlicher als durch die Luft. — Je schneller die Schwingungen vor sich gehen, desto häufiger erfolgen die Wirkungen auf das Ohr, das dadurch eher zur Schallwahrnehmung angeregt wird: aus diesem Grunde sind hohe Töne, insbesondere solche, die dicken Saiten entlockt werden, so ausgiebig; darum ragt aus einem starkbesetzten mehrstimmigen Chor die Sopranstimme, namentlich wenn sie rein ist, vor allen andern Stimmen hervor, während die Baßstimme in ihren tiefen Tönen in einiger Entfernung nicht mehr hörbar wird. — Die Stärke des Schalles hängt auch von der Richtung ab, in welcher er von dem Ohr vernommen wird. So hören wir den Redner besser, wenn er sich uns zuwendet, als wenn er sich von uns wegwendet; deßgleichen hören wir bei einer entfernten Kanonade die hergehenden Schüsse vernehmlicher, als die abwärts gehenden: der Schall wird demnach in der Richtung, in welcher er ursprünglich erregt wurde, deutlicher und leichter wahrgenommen, als in einer andern.

Ueber die quantitative Eigenschaft des Schalles, welche die Höhe, Tiefe und Stärke des Tones bestimmt, vermag die Physik die gehörige Auskunft zu ertheilen. Anders verhält es sich mit der Qualität oder dem Charakter des Schalles, über deren Natur man noch keineswegs ins Reine gekommen ist, sondern mehr oder weniger nur schwankende Vermuthungen ausgesprochen hat. Unter Qualität des Schalles versteht man nämlich jene Eigenthümlichkeit, durch welche Töne abgesehen von ihrer Höhe und Stärke sich von einander unterscheiden. Sie macht das aus, wodurch der Ton einer Violine von dem einer Flöte verschieden ist, wenn sie auch dieselbe musikalische Höhe haben, wodurch eine Menschenstimme sich von dem Klange eines musikalischen Instrumentes auszeichnet. Der Grund dieses verschiedenen Charakters dürfte wohl vorzugsweise in der qualitativen Verschiedenheit der Materie zu suchen sein, vermöge deren im Innern der schallenden Körper verschiedene kleine Bewegungen stattfinden, welche jene besondere Modificationen des Klanges zur unmittelbaren Folge haben. Eine Stütze für diese Ansicht finden wir in der einfachen Thatsache, daß bei derselben Schwingungsart, gleicher Höhe und der nämlichen Stärke wir schon eine Verschiedenheit zwischen dem Ton einer Darmsaite und dem einer Messing- oder Stahlsaite wahrnehmen, wenn wir die Töne mit einiger Aufmerksamkeit anhören. Eine weitere Bestätigung dafür haben wir in den

mannigfaltigen Modificationen, welche der Schall durch die verschiedenen Fortleitungsmittel erfährt, von denen jedes einzelne den Schall mit Beibehaltung seines ursprünglichen Charakters gleichsam anders modificirt. So spricht z. B. die Luft unsere Worte auf eine andere Weise aus, als ein langes gespanntes Seil, das zwischen den Zähnen gehalten wird. — Andere halten es für wahrscheinlich, daß die Qualität oder der Charakter des Tones von der Gestalt abhängt, welche der schallende Körper bei seinen Schwingungen annimmt. Diese Behauptung scheint durch die vergleichende Zusammenstellung nachstehender zwei Thatsachen gerechtfertigt. Einmal ändert sich einerseits für ein aufmerksames Ohr der Klang der Saite etwas ab, je nachdem man sie in der Mitte oder in der Nähe eines ihrer Befestigungspunkte anschlägt. Dann zeigt sich anderseits für ein scharf beobachtendes Auge die Gestalt einer schwingenden dicken, kurzen weißen Schnur, welche in ihrer Mitte langsam aus der Gleichgewichtslage gebracht wurde und sich hierauf überlassen blieb, merklich verschieden von der Gestalt einer im Schwingungszustande begriffenen gleichen Schnur, welche in der Nähe eines ihrer Befestigungspunkte aus ihrer Ruhelage gezogen und hierauf losgelassen wurde. Welche von den beiden Ansichten den Vorzug verdient, lassen wir dahin gestellt. Immerhin bleibt die Genauigkeit und Feinheit des Ohrs höchst bewunderungswürdig, mit welcher es den verschiedenen Klang der Instrumente, die menschliche Stimme, die der Thiere, den Gesang der Vögel, das Summen der Insekten, das Rollen des Donners, das Brausen der Wogen, das Sausen des Windes und die übrigen zahllosen Besonderheiten des Schalles wahrzunehmen befähigt ist. Mag man übrigens diese Verschiedenheiten auf Unterschiede in den Bewegungen der kleinsten Theile oder auf Unterschiede in den Bewegungsphasen, an welche der schwingende Körper bei dieser oder jener Schwingungsart gebunden ist, zurückführen wollen; so kommt doch in letzter Instanz die qualitative Verschiedenheit des Tones stets auf Unterschiede in den molecularen Schwingungen zurück, da die Materie nicht anders als durch Bewegung auf uns wirken kann.

Eine fortschreitende Folge von Tönen heißt Melodie. Insofern die Melodie als Ausdruck dieser oder jener Empfindung gelten soll, muß sie eine Tonart zum Grunde haben, welche zu dem Charakter der Empfindung paßt. Indem man die auszudrückende Empfindung in ihren verschiedenen Modificationen darzustellen sucht, geht man gewöhnlich von der angenommenen Tonart zu einer andern damit verwandten Tonart über. Nur ist bei einem solchen Wechsel der Tonarten möglichst darauf zu achten, daß die ursprüngliche Tonart in der Vorstellung nicht

gänzlich verloren wird, vielmehr der Eindruck eines zusammengehörigen Ganzen bleibt, in welchem Einheit und Mannigfaltigkeit in der rechten Weise mit einander verbunden sind. — Eine Folge von Accorden heißt Harmonie. Sie verleiht der Melodie eine größere Bestimmtheit und eine höhere Bedeutung, indem sie die mannigfaltigsten Mittel darbietet, die Ausdrücke unserer Gefühle zu vervielfältigen und so gestattet das Tongemälde in vollendeter Form hinzustellen. Schon als einfache Begleiterin der Melodie leistet sie dies, im höheren Grade aber thut sie es, wenn bei Ausführung eines Tonstückes mehrere Stimmen als Hauptstimmen zu einem gemeinsamen Zwecke sich verbinden. Kurz, nur durch Harmonie konnte die Musik zu einer ausgebildeten Sprache der Empfindungen werden. Bei dem Vortrage eines Tonstückes kommt noch die Bewegung oder das Zeitmaß oder Tempo in Betracht, in welchem dasselbe ausgeführt wird. Man theilt deßhalb die Tonstücke in gleiche Zeitabschnitte, die man Takte nennt. Diese Takte theilt man wieder in größere oder kleinere Zeiträume, die Takttheile heißen. So hat man halbe, viertel, achtel ... Takttheile, deren Dauer die Hälfte, den vierten, den achten ... Theil von der Dauer des ganzen Taktes beträgt. Hat man angegeben, mit welcher Geschwindigkeit eine Gattung dieser Theile aufeinander folgen sollen, so ist damit auch die Zeitdauer aller übrigen Gattungen bestimmt. In einer Tonfolge z. B., welche einigermaßen schnell geht, kann der Viertel-Takttheil eine halbe, bei geringerer Schnelligkeit eine ganze Secunde dauern. Mittelst des Metronoms oder Taktmessers, dessen Einrichtung in der Lehre vom Pendel auseinandergesetzt wird, läßt sich leicht und sicher die Geschwindigkeit angeben, mit welcher das eine oder das andere Tonstück ausgeführt werden soll. — Die verschiedenen Takttheile werden auf mancherlei Weise in dem Takte vertheilt, dergestalt, daß die gleichlangen Takte ungleichartige Takttheile erhalten. Diese innere Verschiedenheit in den Takten läßt man in einer gewissen Ordnung sich wiederholen; es entstehen dadurch die sogenannten Taktperioden, von denen wieder zwei oder mehrere zu größeren Perioden verbunden werden können. Diese Vereinigung verschiedenartig eingetheilter Takte in Ansehung ihres Umfanges zu Perioden, so daß die Folge ihrer Theile dem Gefühle eine angenehme Wirkung macht, bildet die Taktordnung oder den Rhythmus. Schon durch die bloße rhythmische Wiederholung einfacher Töne kann eine Art von Musik hervorgebracht werden, wie wir es aus dem Gebrauch der Trommel sehen, auf deren Haut alle Schläge den nämlichen Ton geben, wenn die Spannung der Haut unverändert bleibt. In der Choralmusik wird der Taktwechsel nicht gebraucht, sondern nur die Tonfolge kommt da in Betracht; dagegen verknüpfen die

andern Musikarten Taktwechsel mit Tonfolge und erhalten dadurch eine größere Mannigfaltigkeit.

Fragen wir nach der Ursache des Vergnügens, das die Töne bei uns hervorbringen, so irren wir wohl nicht, wenn wir sagen, daß dies eine Wirkung des Schönen, Gesetzmäßigen in der Natur ist, von welchem unsere Seele, wenn auch unbewußt, doch mächtig angeregt und ergriffen wird. Denn nicht befriedigt wird sie durch das verworrene Geräusch, ihr sagen erst zu der geregelte Klang und die gleichartigen Töne, die desto angenehmer erscheinen, in je leichter faßlicher Zusammenstellung sie sich darbieten. Nicht jede beliebige Folge von Tönen gewährt dem Gehör eine besondere Befriedigung, sondern erst diejenige Reihe von Tönen vermag es zu thun, durch welche man von dem Grundtone zu seiner Octave aufsteigen kann, ohne das Gefühl des Grundtones zu verlieren. Können doch selbst dissonirende Tonverhältnisse in Verbindung mit gewissen andern einiges Wohlgefallen erwecken, wenn nur die Dissonanzen sich wieder auflösen und als verständliche Theile eines größeren Ganzen sich zeigen. Das eben Gesagte wird uns klarer und begreiflicher werden, wenn wir auf das achten, was an den sichtbaren Gegenständen auf unser Auge einen anziehenden und angenehmen Eindruck macht. Wir finden hier das Symmetrische und Regelgebundene schöner als das Unsymmetrische und Nichtregelrechte; denn kein Gefallen haben wir an einem Gebäude, an welchem die Fenster ohne jede Ordnung und ohne bestimmtes Verhältniß neben und unter einander angebracht sind, so daß bald eines isolirt, bald zwei oder mehrere zusammenstehen, oder daß eines derselben groß, das andere klein ist. Ebenso finden wir, daß unser Auge in Bälde ermüdet, wenn unter den geordneten Theilen eines betrachteten Gegenstandes keine gefällige Mannigfaltigkeit wahrzunehmen ist, wenn es, um bei dem gewählten Beispiele stehen zu bleiben, eine Reihe Häuser erblickt, in welcher bei jedem die Fenster in der nämlichen Entfernung und in derselben Ordnung auf einander folgen. Gefallen uns doch unter den geradlinigen Figuren schon die gleichseitigen besser als die ungleichseitigen, die symmetrischen besser als die unsymmetrischen. Das Quadrat macht einen angenehmeren Eindruck auf das Auge, als das gleichseitige Dreieck; am schönsten erscheint ihm unter allen Vielecken das regelmäßige Sechseck und dieß bloß wegen der darin herrschenden großen Symmetrie, worin das verschiedene Mannigfaltige zu einer innern Einheit sich zusammenfügt. Wie also in der Schönheit der Formen durch die ihnen zum Grunde liegende Idee der eine Sinn unbewußt befriedigt wird, so ist auch der andere unbewußt befriedigt durch das Gepräge des Ver-

nunftgemäßen, welches der reine Ton, der zusammenstimmende Accord, die aufgelöste Dissonanz an sich tragen.

Nachdem wir gesehen, daß das Schöne für Ohr und Auge ein gemeinsames Grundwesen haben, wollen wir auch ein Paar Worte über die sinnlichen Wirkungen sagen, welche die Töne hervorbringen können. Wir betrachten zuerst die Wirkungen der Taktmusik. Sie erleichtert, wie uns die Trommel der Kriegsleute zeigt, die Bewegung des Gehens, bestimmt die Geschwindigkeit oder Langsamkeit der Schritte. Auch ist die Taktmusik allein schon hinreichend, um danach zu tanzen, wie wir dies bei einigen wilden Völkerstämmen sehen, die bloß nach solchen lärmenden Trommelschlägen ihre Tänze ausführen. Weil diese eintönigen rhythmischen Schläge das Ohr bald ermüden, so begleiten die civilisirten Nationen ihre Tänze mit Melodien, die theils dem Charakter des Tanzes angemessen sind, theils die rhythmischen Schläge fühlbar machen, nach denen der Tänzer seine Schritte abzumessen hat. Es ist daher richtig, wenn wir sagen, daß die reine Taktmusik die willkührlichen Bewegungen ordnet und regelt. Gedenken wir jetzt der Wirkung, die eine feierliche Choralmusik auf uns ausübt, wenn sie auf einem einsamen Spaziergang plötzlich unserm Ohre ertönt. Wir stehen still, vergessen die Außenwelt und sind ganz in uns versenkt; tiefe und innige Gefühle werden in uns rege, in eine höhere Region des Daseins fühlen wir uns gehoben. Es ist darum wieder richtig, wenn wir sagen, daß die reine Tonmusik der Seele die Stimmung gibt. So wird denn eine Musik, die ihren hauptsächlichen Charakter in den Tonverhältnissen hat, eher auf die Stimmung des Gemüths, dagegen die Musik, welche auf den rhythmischen Gang vorzugsweise Gewicht legt, eher auf die willkührlichen Bewegungen einen Einfluß ausüben. Das Vorstehende wird hinreichend sein, um uns einigermaßen einen Begriff von der eigentlichen Naturwirkung der Töne zu geben, wiewohl es noch weit davon entfernt ist, in irgend welcher Weise die Grenze der Wirkungssphäre zu bestimmen, bis zu denen die eine oder die andere Art der gemischten Musik gehen kann. Eine solche Bestimmung liegt außer der Macht des Menschen. Ja wenn selbst der Einzelne dies zu thun im Stand wäre, sogar alle Tonverhältnisse in jeder Musikart aufs Genaueste berechnen könnte, so würde er sich derselben während des Genusses doch nicht bewußt werden.

IV. Schwingungsweisen verschiedener Körper.

1. Schwingungen der Stäbe.

Die festen Stäbe, z. B. aus Stahl oder aus einem andern hinlänglich elastischen Metall, aus Holz oder Glas können wie die

Saiten transversal oder longitudinal schwingen. Ihre Transversalschwingungen befolgen andere Gesetze wie jene der Saiten, weil in letzteren die Elasticität bloß der Länge nach, in den Stäben dagegen nach allen Richtungen wirkt. Es kommen dabei mancherlei Fälle in Betracht; man kann den Stab entweder an einem Ende befestigen und am andern Ende freilassen; oder man kann ihn an beiden Enden befestigen; oder man kann ihn an einem Ende fest machen und das andere Ende an einem harten Gegenstand anstemmen; oder man kann ihn an beiden Enden anstemmen. Zur Anstellung der Versuche bedient man sich solcher Stäbe, welche gerade, cylindrisch oder platt, dabei gleichdick und homogen sind. Soll eins der Enden fest sein, so schraubt man es in einen Schraubenstock ein. Um den Stab in Schwingungen zu versetzen, schlägt man ihn an irgend einer Stelle mit dem Finger an oder streicht ihn der Quere nach mit einem mit Kolophonium bestrichenen Bogen.

Das allgemeine Gesetz, nach denen die Transversalschwingungen bei den cylindrischen Stäben sich richten, ist in der Formel: $n = \frac{c^2 r}{l^2} \sqrt{\frac{g k}{\delta}}$ ausgesprochen. In dieser Formel bedeutet n die Schwingungszahl; r der Radius des Stabes, l die Länge desselben; δ das specifische Gewicht; g die Acceleration der Schwere; k das Elasticitätsmaß der Materie, woraus er besteht; c eine von der Schwingungsart abhängige constante Zahl. Bei übrigens gleichen Umständen stehen die Schwingungszahlen im geraden Verhältnisse mit der Dicke und im verkehrten mit dem Quadrat der Länge. — Für einen hohlen cylindrischen Stab verwandelt sich jene Formel in: $n = \frac{c^2}{l^2} \sqrt{r'^2 + r^2} \sqrt{\frac{g k}{\delta}}$, wo r′ und r die Halbmesser der Röhre sind.

Für einen prismatischen Stab von der Länge l, der Breite b und der Dicke h wird die Schwingungszahl n durch die Formel: $n = \frac{c'^2 h}{l^2} \sqrt{\frac{g k}{\delta}}$ angegeben, wo k, δ und g die nämliche Bedeutung wie vorhin haben, c′ wieder eine constante aber von c verschiedene Zahl bedeutet. Bei transversaler Schwingung der Stäbe hat mithin die Breite keinen Einfluß, insofern nämlich dieselbe noch nicht eine solche Größe erlangt hat, bei welcher der Stab als Scheibe angesehen werden müßte. Wenn also die Schwingung zu einer tönenden sich steigert, wird der breite wie der schmale Stab den nämlichen Ton geben, obschon der des breiten stärker ausfallen kann. Dann stehen in Stäben von dem nämlichen Stoffe und ähnlicher Gestalt die Schwingungszahlen im umgekehrten

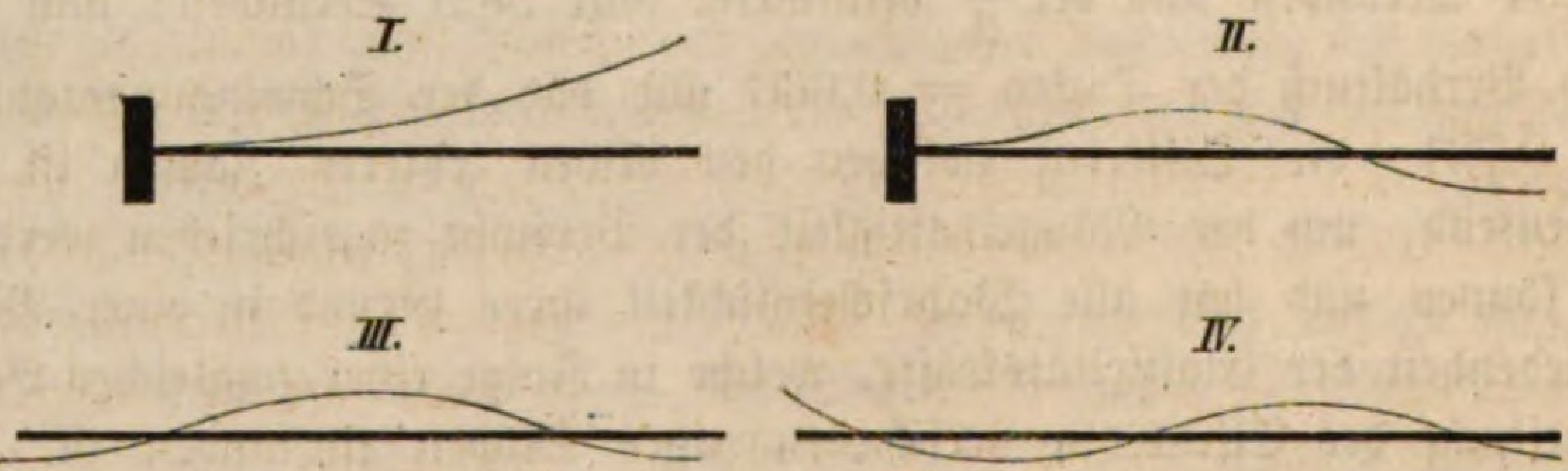
Verhältniß der homologen Dimensionen, mithin im umgekehrten Verhältniß der Cubikwurzeln der Gewichte, weil in solchem Falle die Gewichte wie die dritten Potenzen der homologen Dimensionen sich verhalten. Eine den Transversalschwingungen der cylindrischen wie prismatischen Stäbe gemeinsam angehörige Formel ist die nachstehende: $n = c''^2 \sqrt{\frac{gP}{\gamma Q}}$, wo Q das Gewicht des ganzen Stabes, γ die Senkung, welche das an dem freien Ende des Stabes angehängte Gewicht P daselbst bewirkt, und c'' wieder eine von der Schwingungsweise des Stabes abhängige constante Zahl darstellt.

Von den verschiedenen zur Bestätigung dieser Gesetze angestellten Versuchen wollen wir hier nur folgende vier specielle anführen. Ein Eisenstab von 4 Centimeter Breite, 2 Millimeter Dicke und 0,75 Meter Länge, der an einem Ende in einen Schraubenstock eingespannt und am andern Ende frei gelassen wurde, machte in einer Minute 129 Schwingungen, während ein 1 Meter langer Eisenstab von derselben Breite und Dicke wie der vorige unter gleichen Umständen nur 76 Schwingungen in jener Zeit vollbrachte: nun ist $\frac{129}{76}$ sehr nahe gleich $\frac{1}{0{,}75^2}$, d. h. es steht die Zahl der Schwingungen elastischer Stäbe im verkehrten Verhältniß mit dem Quadrat der Länge. — Von zwei 1,495 Meter langen Stäben aus Tannenholz, die auf gleiche Weise wie die oben erwähnten Eisenstäbe in den Schraubenstock eingespannt waren, brauchte der 7,12 Millimeter dicke Stab zu 20 Schwingungen 8,38 Secunden, dagegen der 3,4 Millimeter dicke Stab zu der nämlichen Anzahl von Schwingungen 19,86 Secunden: es ist nun $\frac{7{,}12}{3{,}4}$ nahe gleich $\frac{19{,}86}{8{,}38}$, d. h. unter sonst gleichen Umständen steht die Zahl der Schwingungen im geraden Verhältniß mit der Dicke. Wir können nicht unterlassen, hier noch zu bemerken, daß die Stäbe aus dem nämlichen Stücke Holz geschnitten waren, bei welchem die Fasern nach einem Ende zu enger als nach dem andern zusammenliefen: dieser scheinbar geringe Unterschied war jedoch in Bezug auf die Schnelligkeit der Schwingungen von Einfluß, insofern der Stab bei dem Einspannen an dem Ende, an welchem die Fasern enger zusammenliefen, sich schneller bewegte, also eine größere Elasticität besaß, als bei dem Einspannen an dem andern Ende, wo die Fasern weiter auseinander lagen; bei dem dünnen Stab betrug für 20 Schwingungen der Unterschied in der Zeit 1,23 Secunden, bei dem dicken Stab aber nur 0,78 Secunden. Eine ähnliche Bewandniß hat es mit der Abweichung, welche in dem Gesetze in Bezug auf die Dicke zweier gleich langen Eisenstäbe sich ergab.

Zu 50 Schwingungen brauchte nämlich der 2 Millimeter dicke Stab 52,64 Secunden und der $\frac{4}{3}$ Millimeter dicke 38,5 Secunden; nun ist das Verhältniß der Dicken = 0,666 und das der Schwingungszahlen = 0,731; die Differenz zwischen den beiden letzteren Zahlen ist zu bedeutend, um der Mangelhaftigkeit der Versuche zugeschrieben werden zu können und hat alle Wahrscheinlichkeit ihren Grund in einer Verschiedenheit der Elasticitätskräfte, welche in Folge einer ungleichen Verarbeitung des Eisens zu verschiedenartigen Stäben entstanden ist. — Ein Stab aus Buchenholz von 1,495 Meter Länge und 7 Millimeter Dicke und dem specifischen Gewichte 0,85 an einem Ende in den Schraubenstock eingespannt und am andern Ende frei gelassen, vollbrachte in 9,68 Secunden 20 Schwingungen, während ein gleich dicker und gleich langer Stab aus Tannenholz und dem specifischen Gewichte 0,55 zu derselben Anzahl von Schwingungen 8,38 Secunden brauchte: es ist nun $\frac{9{,}68}{8{,}38}$ nahe $= \sqrt{\frac{0{,}85}{0{,}55}}$, d. h. unter übrigens gleichen Umständen stehen die Schwingungszahlen im umgekehrten Verhältniß der Quadratwurzeln der specifischen Gewichte. — Um endlich auch zu zeigen, daß bei den tönenden Schwingungen elastischer Stäbe das oben ausgesprochene allgemeine Gesetz ebenfalls seine Gültigkeit behält, wurde ein Stahlstäbchen von 10,6 Centimeter Länge und 3 Millimeter Dicke einmal auf $10\sqrt{1} = 10$ Centimeter, ferner auf $10\sqrt{\frac{1}{2}} = 7{,}07$ Centimeter, dann auf $10\sqrt{\frac{2}{3}} = 8{,}16$ Centimeter im Schraubenstock eingespannt und in den drei Fällen an derselben Stelle auf gleichmäßige Weise mit dem Violinbogen gestrichen. Indem man die dergestalt hervorgebrachten drei Töne mittelst des Monochords gegeneinander hielt, erschienen sie in einer solchen Beziehung wie der Grundton, die Octave und die Quinte zu einander, gerade so wie es das Gesetz erheischt.

Es lassen sich bei den Stäben wie bei den schwingenden Saiten mehrere Schwingungsarten hervorbringen. Die einfachste Schwingungsart ist diejenige, bei welcher der Stab nur eine einzige Krümmung gegen die geradlinige Achse bildet; bei den übrigen Schwingungsarten wird die letztere in mehreren Punkten durchschnitten. Sollen dieselben zum Vorschein kommen oder mit anderen Worten Schwingungsknoten entstehen, so braucht man bloß den Stab an einer Stelle gelinde zu berühren und dann mit dem Bogen zu streichen. Die einfachste Schwingungsart versinnlicht uns die Figur 23, I.; bei einem Schwingungsknoten schwingt der Stab wie Fig. II.; bei zwei wie Fig. III.; bei drei wie Fig. IV. zeigt. Mit der Anzahl der Schwingungsknoten nimmt

Fig. 23.



die Höhe des Tones zu; den tiefsten Ton gibt mithin ein Stab, der ohne Knoten schwingt. In dem Fall, wo ein Ende des Stabes fest, das andere frei ist, verhält sich der tiefste Ton zum zweiten, welcher bei einem Schwingungsknoten entsteht, wie 24 : 25. Von der zweiten Schwingungsart an gerechnet verhalten sich die Tonhöhen wie die Quadrate von 3, 5, 7, 9 u. s. w. Um diese Aussage durch einen Versuch zu bestätigen, wurde ein 16 Centimeter langer, 5 Millimeter dicker cylinderförmiger Stab aus Buchenholz an einem Ende in einen Schraubenstock eingespannt, am anderen Ende frei gelassen und hierauf an drei verschiedenen Stellen gleichmäßig mit dem Bogen gestrichen, bis drei verschiedene reine Töne zum Vorschein kamen. Um die so erhaltenen Töne mit den auf dem Monochord gleichzeitig hervorgerufenen in Uebereinstimmung zu bringen, mußte die Länge einer und derselben schwingenden Saite successive auf 57,5 Cent., 9,5 Cent., 3,3 Cent. reducirt werden; Zahlen, deren reciproke Werthe in der That in den oben angegebenen Verhältnissen zu einander stehen.

In dem Falle, wo beide Enden fest sind, hat man für die Folge der Töne die Reihe von den Quadraten der Zahlen 3, 5, 7, 9 .... Um dies in der Erfahrung nachzuweisen, wurde ein ähnlicher Stab von drei Decimeter Länge an beiden Enden eingespannt und dann durch Streichen mit dem Bogen drei verschiedene Töne daraus gezogen. Die Längen einer und derselben Saite auf dem Monochord, denen jene drei gleichen Töne nach und nach entsprachen, waren 34,66 Cent., 12,66 Cent., 6,5 Cent.; Zahlen, deren reciproken Werthe in dem verlangten Verhältnisse zu einander stehen.

In dem Falle, wo das eine Ende fest und das andere Ende angestemmt ist, kommt die Tonreihe mit den Quadraten der Zahlen 5, 9, 13, 17 ... überein. Indem man den nämlichen Stab der erwähnten Behandlungsweise unterwarf, ergaben sich drei Töne, welche die Saite auf dem Monochord ebenfalls lieferte, wenn sie successive eine Länge von 54,2 Cent., 16,9 Cent., 8,2 Cent. hatte; Zahlen, deren reciproke

Werthe gerade sich so zu einander verhalten, wie die Quadrate der erwähnten Zahlen.

Für den Fall, daß beide Enden angestemmt sind, kommt die Folge der Töne mit den Quadraten der natürlichen Zahlenreihe 1, 2, 3, 4... überein. Um dieses Resultat in der Erfahrung nachzuweisen, wurde der nämliche Stab zwischen zwei feste Widerlagen gebracht und dann aus demselben drei verschiedene Töne mit dem Bogen hervorgerufen. Die Längen, bei welchen die nämliche Saite nach und nach dieselben Töne gab, waren 85 Cent., 20,2 Cent., 9,4 Cent.; Zahlen, deren reciproke Werthe sich zu einander verhalten, wie die Quadrate der natürlichen Zahlen 1, 2, 3....

Die Gestalt, welche der Stab während seiner Bewegung annimmt, hängt von seiner Form, der Schwingungsweite und andern Umständen ab. Meistens geschehen die Schwingungen der einzelnen Punkte in krummen Linien. Um durch einen Versuch davon sich zu überzeugen, spanne man einen dünnen polirten Stahlstab an einem Ende in einen Schraubenstock ein, versehe das andere Ende mit einem glänzenden Knöpfchen, lasse dasselbe vom Sonnenlichte oder von einer Kerzenflamme beleuchten und versetze hierauf den Stab in Querschwingungen. Wheatstone hat einen eigenen Apparat construirt, Kaleidophon genannt, welcher diese beim Schwingen der Stäbe vorkommende Figuren in großer Mannigfaltigkeit zeigt.

Elastische Stäbe können auch wie die Saiten in longitudinale Schwingungen versetzt werden. Man reibt zu diesem Behuf den Stab, wenn er von Glas ist, mit einem Stück feuchten Tuches, oder wenn er von Holz oder Metall ist, mit einem mit Harz eingeriebenen Lappen. Die Längeschwingungen lassen sich auch dadurch hervorbringen, daß man dem Stab in der Richtung seiner Länge einen Schlag gibt. Man bewirkt diese Schwingungen ebenfalls, indem man an ein Ende des Stabes und in der Richtung seiner Verlängerung eine kleine Glasröhre anlöthet und an derselben das Reiben vornimmt. Bei den in Rede stehenden Schwingungen theilt sich der Stab unter Umständen in aliquote Theile ab, die durch Schwingungsknoten von einander getrennt sind, und läßt Töne hören, die einfachen Gesetzen unterliegen; ihre Zahlenwerthe stehen nämlich im umgekehrten Verhältniß mit den Längen. Die Höhe der Töne ist bedeutend im Verhältniß zu der, welche transversale Schwingungen bei gleichen Längen geben; man muß sich deßhalb beträchtlich langer Stäbe bedienen, um die Töne vernehmen zu können. Die Schwingungsknoten erzeugt man gewöhnlich dadurch, daß man einen oder mehrere Punkte des Stabes gelinde berührt.

Für einen an einem Ende befestigten und am andern Ende freien Stab, dessen Länge l ist, wird die Schwingungszahl n entweder durch die Formel: $n = \frac{1}{4l}\sqrt{\frac{gk}{\delta}}$ oder $n = \frac{l}{2r}\sqrt{\frac{gP}{\gamma Q}}$ angegeben, wo δ das specifische Gewicht und 2r die Dicke des Stabes, k das Elasticitätsmaß, g die Acceleration der Schwere, ferner Q das Gewicht des Stabes und γ die Senkung bedeuten, welche das am freien Ende des Stabes angehängte Gewicht P hervorbringt. Der Stab schwingt mit einem, zwei, drei ... Schwingungsknoten: dabei ist das freie Ende stets halb so lang als ein zwischen zwei Schwingungsknoten liegendes Stück. Die Tonfolge kommt mit der Zahlenreihe 1, 3, 5, 7 . . . überein.

Für einen an beiden Enden befestigten Stab wird die Schwingungszahl n durch die Formel: $n = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{gk}{\delta}}$ oder $n = \frac{l}{r}\sqrt{\frac{gP}{\gamma Q}}$ bestimmt, wo die Buchstaben g, k, δ, P, Q, γ die nämliche Bedeutung wie vorhin haben, mit dem einzigen Unterschiede, daß letzterer die Senkung anzeigt, welche das in der Mitte des Stabes angehängte Gewicht P bewirkt. Bei der einfachsten Schwingungsart bildet sich in der Mitte ein Schwingungsknoten; es können aber auch 2, 3 ... Schwingungsknoten vorkommen, wo wieder das Gesetz herrscht, daß jedes nach den Enden zuliegende Stück halb so lang ist, als dasjenige, welches zwischen zwei Schwingungsknoten liegt. Betrachtet man den Ton, welchen der an einem Ende befestigte und am andern freie Stab gibt, als Grundton; so sind die relativen Werthe der Töne des an beiden Enden befestigten Stabes 2, 4, 6 ... Diese Gesetze haben wir durch vielfältige Versuche, welche mit Glas- und Holzstäben von verschiedener Gattung vorgenommen wurden, bestätigt gefunden: die Versuche bewerkstelligten wir in ähnlicher Weise wie die an früheren Orten schon besprochenen analogen, weßhalb wir es für unnöthig erachteten, dieselben hier einzeln anzuführen.

Das Verhältniß der Zahlen der Longitudinal- und Transversalschwingungen (n' und n) eines an einem Ende befestigten und am andern Ende freien cylindrischen Stabes ist gleich $\frac{n'}{n} = \frac{l}{4c^2 . r}$; aus welcher Gleichung hervorgeht, daß für verschiedene Stäbe von dem nämlichen Material das Produkt der Verhältnißzahlen $\frac{n'}{n}$ und $\frac{r}{l}$ gleich einer constanten Größe $\frac{1}{4c^2}$ ist. Um die Richtigkeit dieser Aussage durch einen Versuch nachzuweisen, wurde ein 3,8 Millimeter dicker Stab bei einer Länge von 198,5 Centimeter in einen Schraubenstock eingespannt und longitudinal gestrichen; er gab einen Ton, dem eine Saitenlänge auf dem Monochord von 21,8 Centimeter entsprach. Beim transver-

salen Streichen eines 13,3 Centimeter langen Stabes von der nämlichen Dicke und demselben Holz bekam man einen Ton, der auf dem Monochord eine Saite von 56 Centimeter lieferte. Aus dem letzteren Versuche ergibt sich nun, daß der 198,5 Centimeter lange Stab transversal gestrichen einen Ton geben würde, wie eine $12474 = \left(\frac{56 \cdot \overline{198{,}5}^2}{\overline{13{,}2}^2}\right)$ Centimeter lange Saite. Wurde der Stab auf 100 Centimeter eingespannt, so gab er longitudinal gestrichen einen Ton wie eine 11 Centimeter lange Saite; transversal gestrichen würde er einen Ton wie eine $3165{,}75 = \left(\frac{56 \cdot \overline{100}^2}{13{,}3^2}\right)$ Centimeter lange Saite geben. Die den beiden Versuchen entsprechende Zahlen in die Formel $\frac{n'}{n} \cdot \frac{r}{l} = \frac{l}{4c^2}$ eingeführt geben einerseits:

$$\frac{12474}{21{,}8} \cdot \frac{0{,}35}{198{,}5} = 1{,}0069$$

und anderseits

$$\frac{3165{,}75}{11} \cdot \frac{0{,}35}{100} = 1{,}00704,$$

welche beide Resultate so genau übereinstimmen, als man es nur erwarten konnte.

Hält man den Stab in der Mitte und streicht die eine Hälfte der Länge nach, so entsteht durch Interferenz der reflectirten mit den directen Wellen eine stehende Schwingung. In diesem Falle bildet sich in der Mitte ein Schwingungsknoten, dessen Abstand vom freien Ende gleich dem vierten Theil einer Wellenlänge ist. Heißt letztere λ und l die Länge des Stabes, so hat man $\frac{l}{2} = \frac{\lambda}{4}$ oder $2\,l = \lambda$. Bedeutet nun n die dem Tone, welcher in diesem Falle zum Vorschein kommt, zugehörige Schwingungszahl und u die Geschwindigkeit, mit welcher die Schallwelle durch den Stab weiter getragen wird; so ist $n\,\lambda = u$, folglich $2\,n\,l = u$. Diese Gleichung kann dazu dienen, um die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in Stäben von verschiedenem Material zu ermitteln, wie dies zuerst Chladni gethan hat. Man braucht deßhalb nur den durch die longitudinale Schwingung erzeugten Ton mit dem gleich hohen eines Monochords zusammenzuhalten, um daraus zunächst den Werth von n zu bestimmen, worauf sich denn die Geschwindigkeit der Schallfortpflanzung für den Stoff, aus welchem der Stab besteht, nach der Formel $2\,n\,l = u$ leicht berechnen läßt. — Will man bloß diese Fortpflanzungsgeschwindigkeiten unter einander vergleichen, so nehme man gleichlange Stäbe und suche ihre Tonhöhen mit Hülfe des Monochords. Gehören u', n' einem zweiten Stabe von der nämlichen Länge l an, so ist $u : u' = n : n'$: es stehen demnach die

Geschwindigkeiten der Fortpflanzung mit den Tonhöhen bei gleicher Schwingungsweise in einerlei Verhältniß. So z. B. gab ein 2 Meter langer freier Stab von Fichtenholz in der Mitte gehalten und longitudinal gestrichen einen Ton, welchen wir auf dem Monochord auf einer 100 Millimeter langen Saite hervorbrachten. Unter denselben Umständen lieferte ein gleicher Stab aus Glas einen Ton, welchen die nämliche Saite bei einer Länge von 70 Millimeter gab. Also $u : u' = 100 : 70$, d. h. die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles im Glase verhält sich zu der im Fichtenholz wie $10 : 7$.

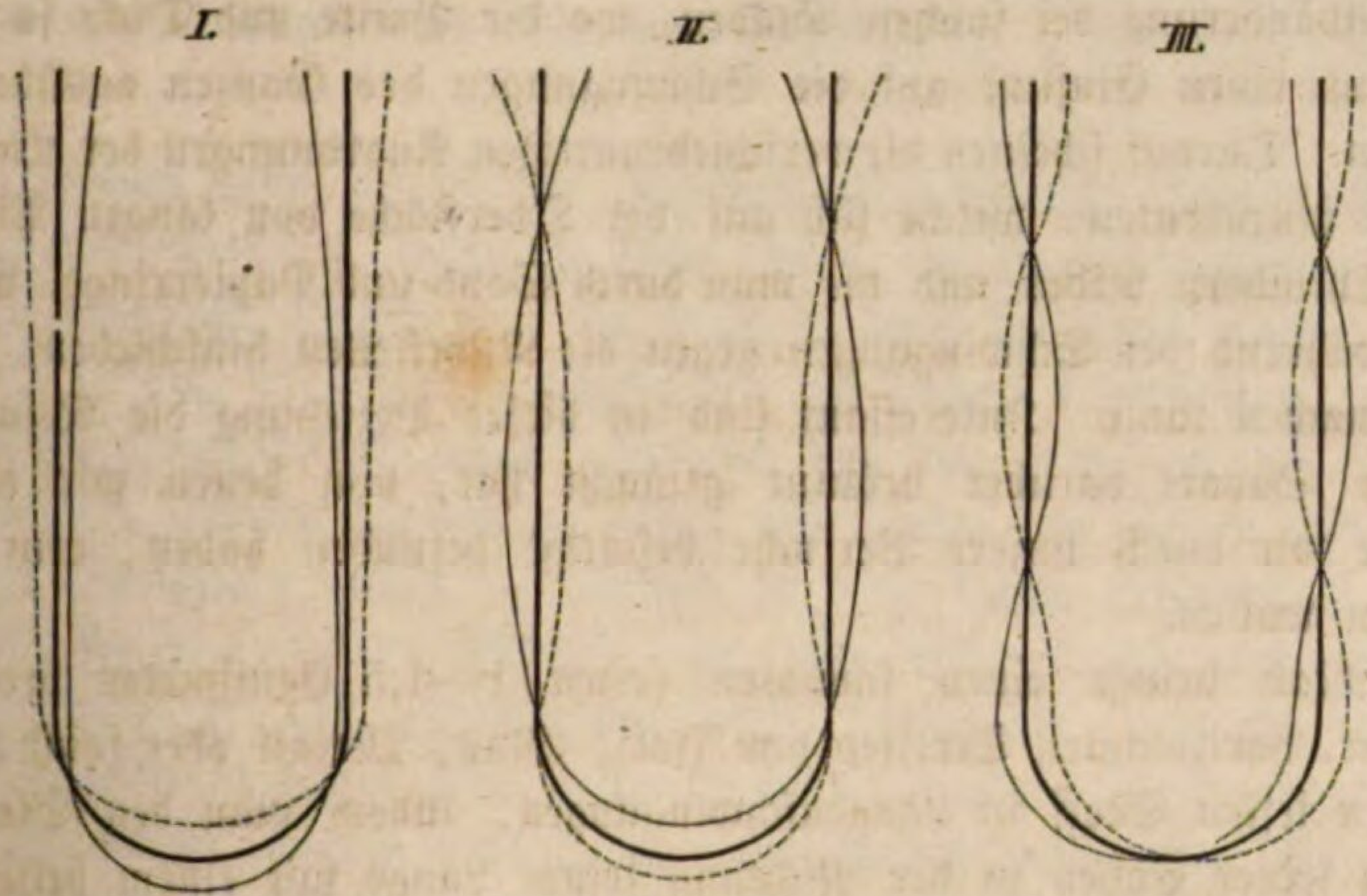
Außer den vorhin angeführten zwei Schwingungsarten sind die geraden Stäbe noch einer andern Schwingungsart fähig, welche Chladni die drehende nennt. Um sie hervorzubringen, spannt man den Stab an einem Ende in einen Schraubenstock ein, hält ihn am andern Ende mit der Hand fest und streicht ihn in drehender Bewegung mit einem Violinbogen. Durch Berührung mit Fingern läßt sich auch eine Abtheilung in schwingende Theile bewirken. Der den drehenden Schwingungen zukommende Ton ist tiefer als der den Longitudinalschwingungen entsprechende. Nach Poissons analytischen Untersuchungen besteht zwischen den Zahlen der drehenden und longitudinalen Schwingungen desselben Stabes ein constantes Verhältniß. Dieses Gesetz haben wir durch mehrfach angestellte Versuche in so weit bestätigt gefunden, als es bei einer und derselben Art der Haltung des in Drehung versetzten Stabes Gültigkeit hat. Das in Frage stehende constante Verhältniß hängt also wie gesagt mehr oder weniger von der Art des Haltens des Stabes ab und liegt nach den Resultaten unserer Versuche zwischen den Grenzen $1 : 1{,}5$ und $1 : 3{,}96$.

Um die Bewegungen, welche der schwingende Stab im umgebenden Medium bewirkt, dem Auge sichtbar zu machen, kittet man ein dünnes gläsernes Röhrchen an den schwingenden Körper an, am besten senkrecht auf die Länge desselben in seiner Mitte. Dann taucht man das eine Ende des Stabes in Wasser, nur wenig unter dessen Oberfläche, indem man ihn an seinem oberen Schwingungsknoten zwischen den Fingern der linken Hand locker hält, und streicht den angekitteten gläsernen Stab mit den befeuchteten Fingern der rechten Hand. Der Stab geräth auf diese Weise in Schwingung und setzt dabei die umgebende Flüssigkeit in eine sichtbare Art von Bewegung, die wahrscheinlich unter denselben Umständen in der Luft in ähnlicher Weise stattfindet.

Die Gesetze der Schwingungen gerader Stäbe gelten auch für die gekrümmten, jedoch mit dem Unterschiede, daß die Schwingungsknoten, zwischen denen die Biegung liegt, durch die Krümmung einander näher

gerückt und so die Töne erhöht werden. Man überzeugt sich davon, wenn man eine Stange von Metall allmählig stärker biegt und sie bei jedem Grade der Biegung zum Tönen bringt. Ein gabelförmiger Stab gibt den tiefsten Ton bei der einfachsten Bewegungsart, bei welcher seine beiden Schenkel gegen einander und von einander schwingen, wie Fig. 24 I. zeigt; einen höheren Ton gibt er, wenn er mit zwei Knoten,

Fig. 24.



wie in Fig. II., und einen noch höheren, wenn er mit vier schwingt, wie in Fig. III. zu ersehen ist. Die verschiedenen Schwingungsarten lassen sich leicht durch Streichen mit dem Bogen am Ende eines Schenkels hervorbringen, wobei man den andern Schenkel an einem seiner äußersten Schwingungsknoten gelinde zwischen die Finger nimmt.

Ein kreisförmig gebogener Stab theilt sich bei seinen Schwingungen in 4, 6, 8, 10 . . . gleiche Bogentheile ab, die nach entgegengesetzten Richtungen schwingen. Berührt man ihn an den Grenzen solcher Theile und streicht ihn an einer Stelle, die zwischen zwei derartigen Grenzen liegt; so erhält man Töne, deren Werthe mit den Quadraten der Zahlen 3, 5, 7 . . . übereinkommen. Zu Versuchen eignet sich am besten ein etwas starker Draht von Messing, der an seinen Enden sauber zusammengelöthet ist. Um jede Bewegungsart hervorzubringen, lege man den Ring auf einen Tisch an drei Stellen auf starken Bindfaden oder auf eine andere nicht allzu harte Unterlage und drücke ihn an jenen Stellen mit den Fingern etwas an, damit er sich bei dem Streichen mit dem Violinbogen nicht verrücke. Die Schwingungen kommen leichter zu Stande, wenn der Ring bei der angegebenen Lage mehr in verticaler als in horizontaler Richtung mit dem Bogen gestrichen wird. Um den Ring in der erforderlichen Weise streichen zu können, thut

man am besten, wenn man ihn auf einen Tisch auf seine Unterlagen dergestalt legt, daß der zu streichende Theil etwas über den Rand des Tisches hervorragt.

Die verschiedenen oben angegebenen Gesetze über die Schwingungen elastischer Stäbe finden ohne merkliche Fehler statt, wenn sie hinreichend lang und dünn sind; dagegen erleiden jene Gesetze mehr oder weniger eine Abänderung bei solchen Stäben, wo die Breite und Dicke so groß ist, um einen Einfluß auf die Schwingungen des Ganzen ausüben zu können. Darauf scheinen die verschiedenartigen Anordnungen der Knotenlinien hinzudeuten, welche sich auf der Oberfläche von langen Platten und Cylindern bilden und die man durch Sand und Papierringe, welche sich während der Schwingungen gegen die Ruhestellen hinschieben, sichtbar machen kann. Interessant sind in dieser Beziehung die Resultate, welche Savart darüber bekannt gemacht hat, von denen wir einige, welche wir durch unsere Versuche bestätigt gefunden haben, nun mittheilen wollen.

Man bringe einen schmalen (etwa 1—1,5 Centimeter breiten), langen, horizontalen Streifen von Holz, Glas, Metall oder sonst einem andern festen Stoff in Längenschwingungen, indem man den Stab an einem seiner Enden in der Richtung seiner Länge mit einem beliebigen festen Körper schlägt. Hat man Sand auf seine Oberfläche gestreut, so ordnet sich derselbe in bestimmten Linien, die bei jedem Streifen sich immer gleich bleiben, mag man an das eine oder das andere Ende schlagen. Kehrt man aber den Streifen um und versetzt ihn aufs Neue in Längenschwingungen, so ordnet sich der Sand zwar wieder auf eine bestimmte und für beide geschlagene Enden gleich bleibende Weise an; allein die Vertheilung der Knotenlinien wird eine andere als für die erste Oberfläche sein. Die Art, wie sich auf solche Weise jeder Stab von selbst abtheilt, ändert sich nach der Stelle ab, an welcher er gehalten wird. In allen Fällen hört man nur einen einzigen Ton; die Vielfachheit der Knotenlinien läßt jedoch vermuthen, daß dabei zugleich andere Töne vorkommen. Die letzteren werden vom Ohr nicht wahrgenommen, entweder weil sie zu hoch oder weil sie zu schwach sind, oder mit dem tiefsten Tone dergestalt sich verschmelzen, daß sie mit ihm nur eine Empfindung hervorrufen.

Savart wiederholte seine Versuche mit Streifen, deren Breite und Dicke gestattete, die Gestalt der Knotenlinien auf jeder ihrer vier Seitenflächen nach und nach zu untersuchen, indem er sie auf die nämliche Art in longitudinale Schwingungen versetzte. Zu diesem Behufe löthete er an eins der Enden des Streifens ein dünnes, einige Deci-

meter langes Glasstäbchen, durch dessen Reibung die Schwingung hervorgerufen wurde. Er verzeichnete hierauf die Richtung der Knotenlinien, die bei der Schwingung des Streifens auf seinen vier Seitenflächen entstanden, und fand so, daß sie um jeden Streifen eine fortlaufende Spirallinie bildeten. Die Richtung ihrer Windungen und der Zwischenraum zwischen denselben bleibt sich an jedem Streifen für den nämlichen Ton gleich, ändert sich aber in dem Maße, als man die verschiedenen Töne nach einander hervorbringt, deren der Streifen fähig ist.

Savart hing auf die zu untersuchenden Cylinder schmale Papierringe und vertheilte, wenn sie hohl waren, im Innern derselben feinen Sand möglichst gleichförmig und strich sie dann der Länge nach. Dabei fand er, daß die Schwingungsknoten an beiden Oberflächen nicht in dieselben Querschnitte fallen, sondern daß dort, wo an der inneren Fläche ein Schwingungsknoten fällt, die Theile der äußern Fläche die größte Bewegung haben. — Indem er eine solche cylindrische Röhre anhaltend in derselben Richtung um ihre Achse drehte und in jeder Lage den Ort der Schwingungsknoten untersuchte, entdeckte er, daß die Knotenlinien beider Oberflächen in spiralförmigen Curven liegen, die bei den meisten Röhren nicht gleichförmig gebeugt herumgehen, bei einigen an einer Hälfte rechts, an der andern links gewunden sind, bei andern wieder um die Röhre auf dieselbe Weise sich winden.

Um die Saiteninstrumente und das Fortepiano im Orchester in dem einmal festgesetzten Stimmtone zu erhalten, bedient man sich der Stimmgabel. Sie ist von Stahl und besteht aus zwei Zinken und einem Griffe, dessen Verlängerung eine Art Fuß bildet; diese Einrichtung gestattet die Stimmgabel, wenn sie in Schwingung versetzt ist, auf einen Tisch oder sonst einen Resonanzboden zu stellen und somit den hervorgebrachten Ton zu verstärken. Die Zinken sind von der Stärke und Länge, daß das Instrument, wenn man es bei dem Griffe anfaßt und die Zinken an einen harten Körper anschlägt, den Ton $\bar{a}$ nach dem angenommenen Stimmtone angibt. Der Ton der Stimmgabel wird erhöht, wenn man die Zinken an den freien Stellen abfeilt, dagegen vertieft, wenn man dem untern gekrümmten Theil, wo die beiden Zinken mit einander vereinigt sind, innerhalb einen Feilstoß ertheilt.

Die Transversalschwingungen der elastischen Stäbe kommen ebenfalls bei der Eisenvioline vor. Dieselbe besteht aus eisernen Stäben, welche senkrecht auf einem Resonanzboden in einem Halbkreise aufgestellt

sind, so daß jeder einzelne mit dem Violinbogen gestrichen werden kann. Die Längen der Stäbe werden nach Verhältniß der Töne der Tonleiter bestimmt, so daß der Stab für den folgenden Ton immer ein wenig kürzer ist als derjenige, welcher dem vorhergehenden Tone entspricht. Die Lage der Stäbe ist für den Gebrauch des Bogens ungünstig; deßhalb lassen sich auf diesem Instrumente bloß Melodieen von mäßiger Bewegung hervorbringen.

Von den transversalen Schwingungen elastischer Stäbe macht man auch Gebrauch bei der sogenannten Strohfiedel, bei welcher schmale Streifen von Holz oder Glas auf zusammengedrehtes Stroh gelegt werden: man ändert die Dicke und die Länge der Stäbe dergestalt ab, daß sie die Töne der Tonleiter geben, wenn man sie mit hölzernen Hämmern schlägt. In der Zauberflöte von Mozart wird gewöhnlich ein solches Instrument als Glockenspiel des Papageno gebraucht.

Transversale Schwingungen der Stäbe kommen bei den Spieluhren und Spieldosen vor; die an einem Ende befestigten Metallfedern werden stark gebogen und gehen durch eine Reihe von Schwingungen wieder zur Ruhe, wobei sie sehr angenehme Töne geben, die zugleich eine ziemliche Ausführung und Ausdrucksweise zulassen.

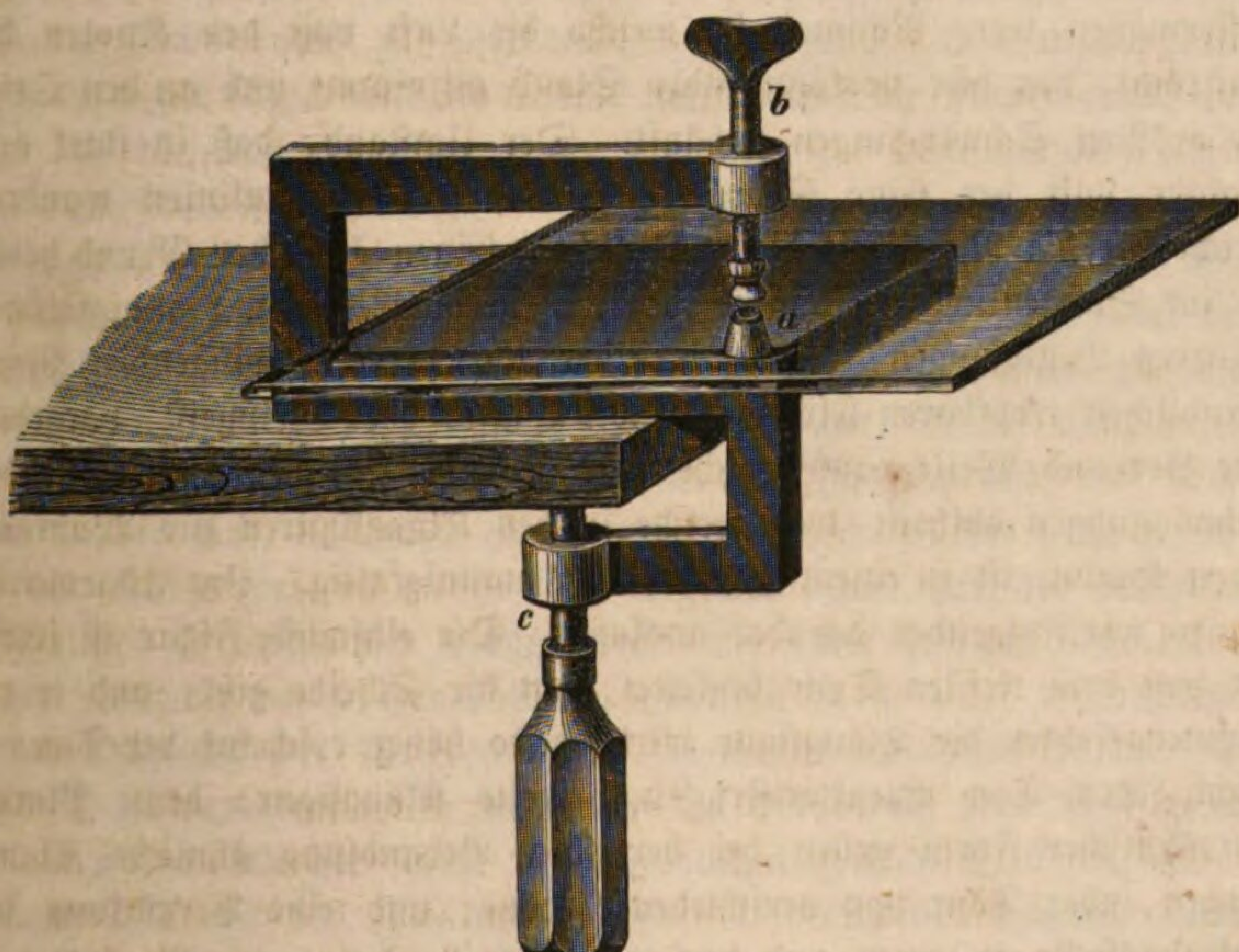
2. Schwingungen der Platten.

Nach den Stäben sind elastische Platten die einfachsten starren Systeme, die sich zu Untersuchungen über Schwingungen eignen. Man nimmt zu dieser Art von Versuchen verschieden gestaltete Scheiben von Glas, Metall und selbst Holz, die so viel als möglich von gleichförmiger Dicke und Consistenz sein müssen. Man bedient sich deßhalb am häufigsten der Scheiben von grünem, dünnem Fensterglase, denen die Schärfe des Randes mit einer Feile benommen worden ist, damit beim Streichen die Haare des Violinbogens nicht zerschnitten werden. Wenn man eine solche Platte an einer schicklichen Stelle zwischen den Fingern hält und an dem Rande mit dem Violinbogen normal streicht, so geräth sie in Transversalschwingungen, wobei sie einen entsprechenden Ton gibt. Bei solchen Schwingungen bilden sich Knotenlinien, die man durch aufgestreuten Sand sichtbar macht, welcher sich an den ruhenden Stellen anhäuft und bemerkenswerthe Figuren darstellt, die nach ihrem Entdecker Chladnische Klangfiguren heißen. Die Abtheilung der Platten in verschiedene entgegengesetzt schwingende durch Knotenlinien von einander geschiedene Theile ist das Ergebniß der durch das Streichen mit dem Bogen erzeugten directen und der von den Rändern der Platte reflectirten Wellen. Daher geben Platten von verschiedener Gestalt auch verschiedene Klangfiguren; deßhalb lassen sich aus derselben Platte ver-

schiedene Klangfiguren hervorrufen, je nachdem man die Art des Streichens abändert, oder den Ort des Streichens wechselt, oder die Lage des Punktes, wo man die Platte hält, verrückt, oder mehrere Punkte der Platte fixirt.

Die Haltung der Scheibe bewirkt man am besten mit dem Daumen und dem Zeigfinger und zwar so viel als thunlich nur mit den äußersten Spitzen dieser Finger. Man kann auch die Scheibe auf ein Stückchen Kork oder auf eine andere nicht zu harte Unterlage legen und mit einem Finger gelinde aufdrücken und etwa noch an einer passenden Stelle mit der Spitze eines Fingers berühren. Dann kann man an einem Punkte der Scheibe ein kleines dünnes Holzstäbchen mit Siegellack befestigen und sie wie an einer Art Handgriff daran halten. Man bedient sich zur Feststellung der Scheiben, namentlich der größeren, auch einer hölzernen Zwinge. Dieselbe wird, wie Fig. 25 zeigt, unterwärts

Fig. 25.



bei c an einen Tisch festgeschraubt; oberwärts hat sie einen feststehenden Theil b und eine bewegliche Schraube, zwischen welche die Scheibe an einer schicklichen Stelle so eingeklemmt wird, als ob sie mit dem Finger gehalten würde; die Enden von b und a sind mit Kork oder Leder besetzt. — Bei dem Streichen muß der Bogen stets an der nämlichen Stelle des Randes gleichmäßig senkrecht auf- und abgeführt

werden. Gewöhnlich lassen sich Schwingungsarten, welchen tiefere Töne entsprechen, leichter durch einen langsameren und stärkeren, diejenigen aber, welche höheren Tönen zukommen, leichter durch einen schnellern und schwächern Bogenstrich hervorrufen. Für die Schärfe der Figuren ist es von Wichtigkeit, nur wenig Sand auf die Scheibe zu streuen und ihn so viel als möglich gleichförmig darauf zu vertheilen.

Vermengt man zum Bestreuen der Platte den Sand mit feinen Staubtheilchen, z. B. Hexenmehl, so häufen sich die Sandtheilchen an den Knotenlinien, die feineren Staubtheilchen aber an den Stellen der stärksten Bewegung an. Die Ursache zur Bildung dieser Staubfiguren liegt in der mechanischen Wirkung der schwingenden Fläche auf die darüber befindliche Luft. Bei der aufsteigenden Schwingung der Fläche wird nämlich die den Stellen der stärksten Bewegung angrenzende Luft, welche Stellen natürlich zwischen zwei Knotenlinien liegen, mehr als die in der Nähe dieser Linien befindliche Luft zurückgestoßen; bei der abwärts gehenden Schwingung entstehen darum über jenen Stellen gewissermaßen leere Räume, in welche die Luft von den Knoten her hinströmt, den hier vorkommenden Staub mitnimmt und an den Orten der größten Schwingungen anhäuft. Der Umstand, daß in stark verdünnter Luft der feine Staub auch nach den Knotenlinien wandert, spricht für die Richtigkeit dieser Ansicht. Einen ähnlichen Grund haben die im Sonnenlichte besonders deutlich hervortretenden mannigfaltigen kleineren Bewegungen, welche in einer auf einer schwingenden Platte befindlichen tropfbaren Flüssigkeit, wie Wasser oder Weingeist, vorgehen. Die Art und Weise, auf welche eine Scheibe sich bei ihren tönenden Schwingungen abtheilt und welche in den Klangfiguren zur Wahrnehmung kommt, ist in einem hohen Grade mannigfaltig. Im Allgemeinen können wir Folgendes darüber aussagen: Die einfachste Figur ist jederzeit von dem tiefsten Tone begleitet, den die Scheibe gibt; und je zusammengesetzter die Klangfigur wird, desto höher erscheint der Ton. — Nicht jeden Ton charakterisirt eine eigene Klangfigur: denn Platten von ähnlicher Form geben bei derselben Behandlung ähnliche Klangfiguren, aber Töne von verschiedener Höhe; und eine Verrückung der Haltungsstelle an einer und derselben Scheibe kann eine Veränderung der Klangfigur bewirken, ohne daß der Ton aufhört, der nämliche zu sein. Die ähnlichen Klangfiguren entsprechenden Töne von Platten aus gleichem Material und von ähnlicher Gestalt der Oberfläche verhalten sich gerade wie die Dicken und verkehrt wie die Quadrate homologer Dimensionen der Platten. — Die Knotenlinien sind bald gerade, bald mehr oder weniger gekrümmt; wenn sie nicht in sich zurückkehren, gehen sie immer bis an die Ränder der Scheibe. — Verwickelte Klang-

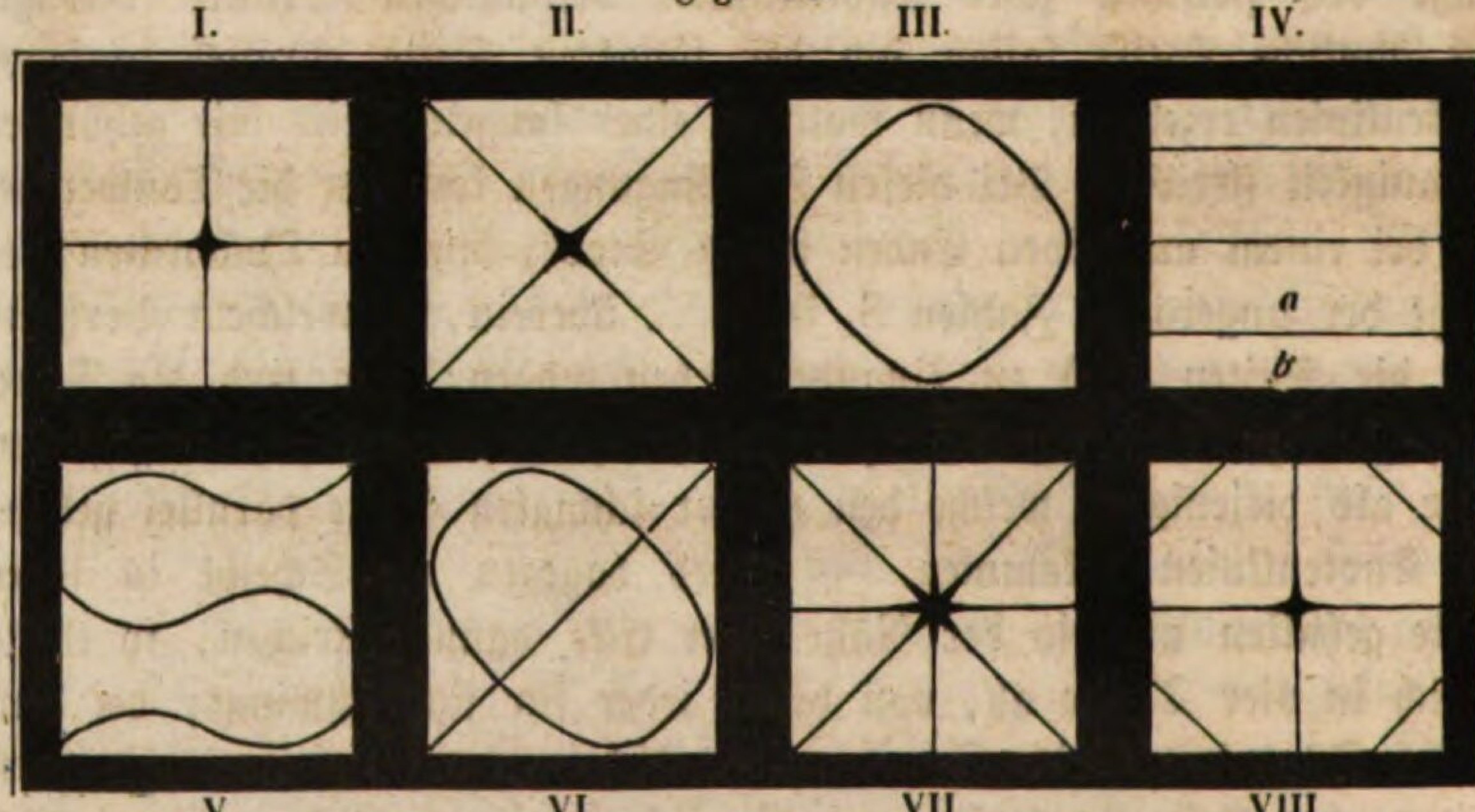
figuren haben das Eigene, daß sie durch gehörige Zusammensetzung mehrerer einfachen Klangfiguren sich darstellen lassen.

Wir gehen zu einigen besonderen Gesetzen der Schwingungen der Rectangel- und Quadratscheiben über. Hält man eine solche Scheibe gegen das eine oder andere Ende hin frei mit dem Daumen und dem Zeigefinger und streicht sie in der Mitte einer schmalen Seite, so zeigen sich bei dem Aufstreuen des Sandes 2, 3, 4... gerade zu derselben parallel laufende Knotenlinien, von denen die äußersten von den Enden der Scheiben immer beinahe halb so weit entfernt sind, als die Länge des zwischen zwei Knotenlinien befindlichen Stückes beträgt. Auf ähnliche Weise lassen sich der längeren Seite parallel laufende Knotenlinien erzeugen, wenn man an einer langen Seite mit gehöriger Genauigkeit streicht. Bei diesen Schwingungen kommen die Tonwerthe, wie bei einem an beiden Enden freien Stabe, mit den Quadraten der Reihe der ungeraden Zahlen 3, 5, 7... überein, in welchem Verhältnisse die Seiten auch zu einander stehen mögen: nur sind die Töne, welche den zur längeren Seite parallel laufenden Knotenlinien angehören, höher als diejenigen, welche den zu der schmalen Seite parallel gehenden Knotenlinien zukommen. — Wird dagegen die Scheibe in ihrer Mitte gehalten und in der Nähe einer Ecke dann gestrichen, so theilt sie sich in vier Theile ab, von denen jeder für sich schwingt; bei dem tiefsten Ton, den so die Scheibe gibt, erscheinen auf ihr zwei mit ihren Seiten parallele Knotenlinien, die sich in ihrer Mitte rechtwinklich durchschneiden. Aendert man die Stelle des Haltens und des Streichens in der Art, daß man die Scheibe in einem Punkte hält, welcher auf der durch ihre Mitte zu der längeren Seite parallel laufenden Linie liegt; so lassen sich Klangfiguren mit einer einzigen Knotenlinie in der Richtung der längeren Seite, aber mit 2, 3, 4... Knotenlinien in der Richtung der kürzeren Seite erhalten: die Töne stimmen bei diesen Schwingungen, wenn die Breite im Verhältniß der Länge gering ist, ohngefähr mit der Folge der natürlichen Zahlen 1, 2, 3, 4..., kommen also mit den Zahlen der Querlinien überein; dagegen folgen die Töne nach anderen Gesetzen auf einander, je weniger die Breite von der Länge verschieden ist. Es lassen sich auch 2, 3... der längeren Seite parallel laufende Knotenlinien mit jeder Zahl von Knotenlinien nach der Richtung der kleineren Seite darstellen, wobei sich wieder andere Tonverhältnisse zeigen, die mit den Verhältnissen der Seiten zu einander sich ändern.

Die Knotenlinien der Quadratscheiben erscheinen meistens unter einer mehr oder minder gekrümmten Form, wobei die Krümmungen

entweder einwärts oder auswärts gehen können; im ersten Falle ist der Ton allemal tiefer als im zweiten. Dieser Unterschied ist als eine wesentliche Verschiedenheit der Schwingungsarten zu betrachten und findet bei solchen Klangfiguren statt, wo die Summe der Linien, die nach beiden Richtungen gehen, eine gerade ist, nicht aber bei solchen, wo jene Summe ungerade ist, sowie bei der Schwingungsart, wo nach der einen Richtung so viel Linien gehen, wie nach der andern. Den tiefsten Ton gibt eine Quadratscheibe, wenn man sie in der Mitte hält und nahe an einer Ecke streicht: die dazu gehörige Klangfigur zeigt Fig. 26, I. Der Ton, welcher dem vorigen in der Tiefe am nächsten

Fig. 26.

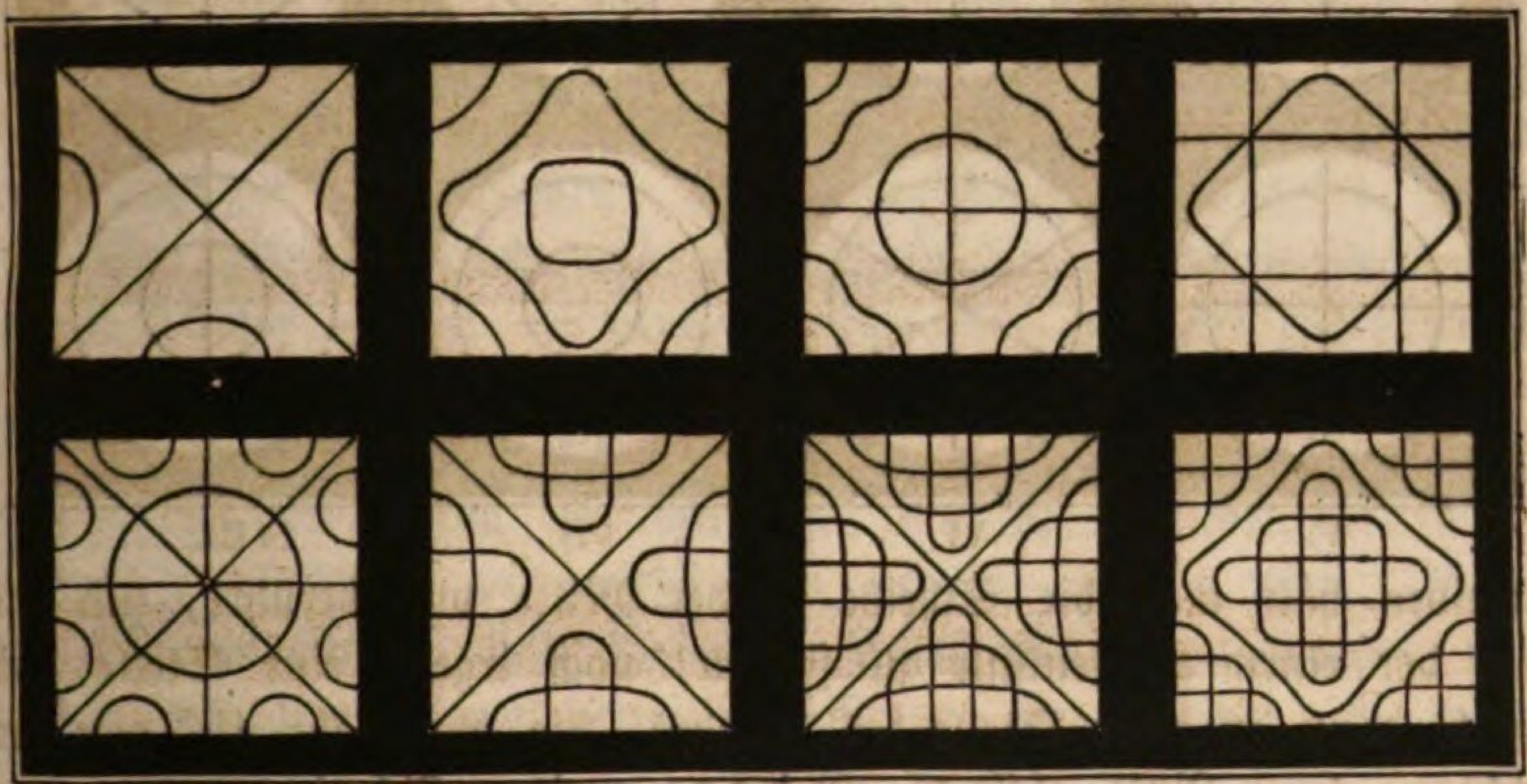


kommt und ohngefähr die Quinte desselben ist, entsteht bei der Klangfigur II.; man erhält sie, wenn man die Scheibe in ihrer Mitte faßt und mit dem Bogen in der Mitte einer Seite streicht. Hält man die Scheibe nahe am Rande in der Mitte einer Seite und streicht sie an einer der gegenüberstehenden Ecken, so kommt die Klangfigur III. zum Vorschein und es entsteht ein Ton, der beinahe um eine kleine Terz höher ist, als der zweite der oben erwähnten Töne. — Hält man die Scheibe, wie Fig. IV. angibt, an der durch a bezeichneten Stelle und streicht sie an der nächsten Stelle des Randes bei b, so erscheinen drei gerade Linien, die, wenn man mit den Fingerspitzen etwas weiter einwärts rückt und an der nämlichen Stelle wie vorher streicht, in krumme Linien, wie Fig. V. zeigt, übergehen, und bei weiterem Einwärtsrücken mit den Fingern sich mehr und mehr krümmen und sich endlich an zwei Stellen vereinigen, wie aus Fig. VI. ersichtlich ist. Bei allen diesen verschiedenen Klangfiguren bleibt übrigens der Ton ungeändert, der um zwei Octaven und beinahe einen ganzen Ton höher ist, als derjenige, welcher bei der Klangfigur I. entsteht. — Hält man die

Scheibe in der Mitte und streicht weder an einer Ecke noch mitten an einer Seite, sondern zwischen zwei solchen Stellen; so bekommt man die Klangfigur VII. — Wird die Scheibe am Rande an einer von der Mitte verschiedenen Stelle gehalten und dann an der dieser Stelle nächst liegenden Ecke gestrichen, so erscheint die Klangfigur VIII. — Die Klangfigur 27 I. erhält man leicht, wenn man die Scheibe in

Fig. 27.

I. II. III. IV.



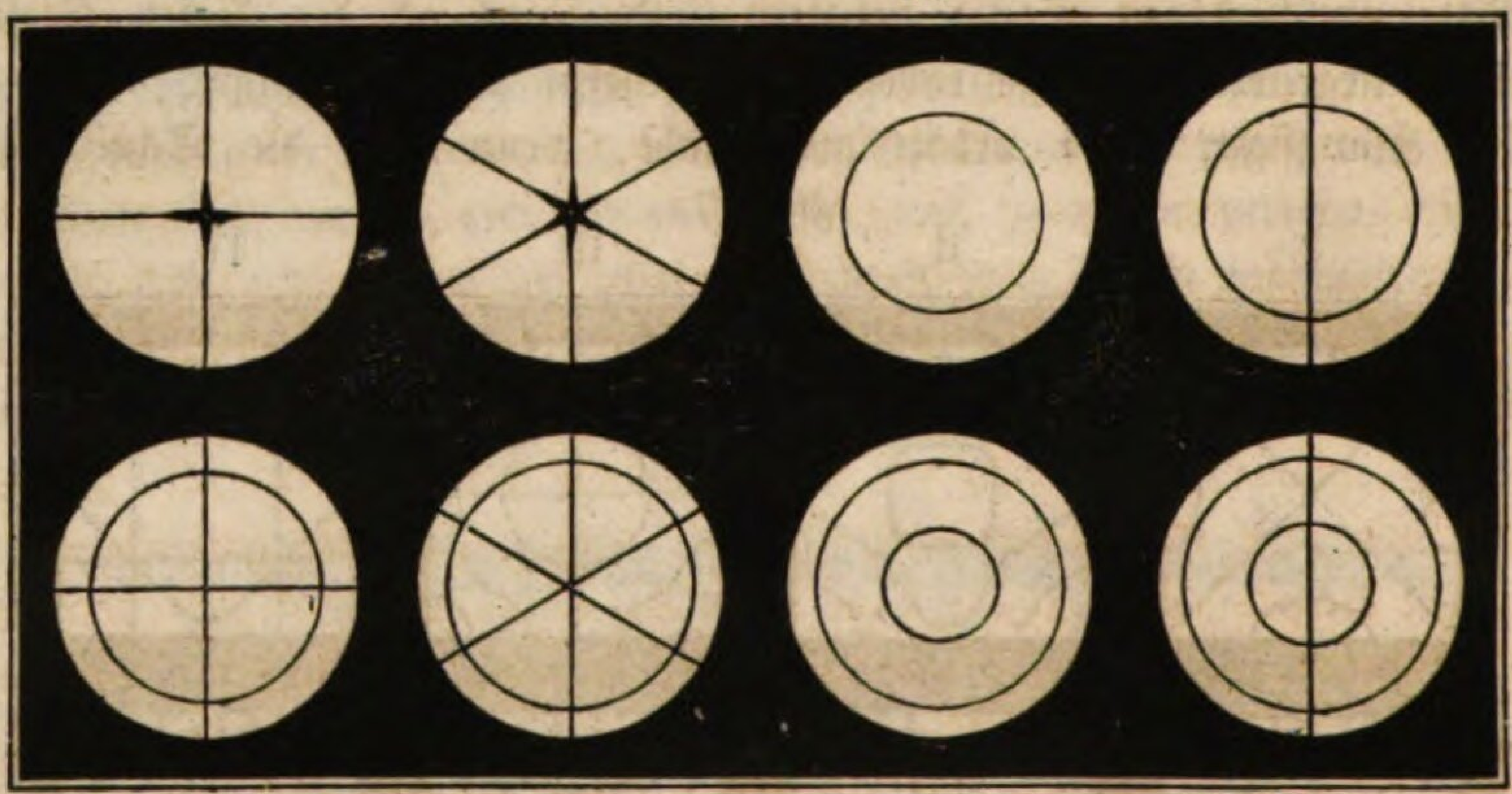
V. VI. VII. VIII.

der Mitte hält und zugleich eine Stelle leise mit dem Finger berührt und an der nächsten Stelle des Randes mitten an einer Seite streicht. — Die Klangfigur 27 II. entsteht, wenn man eine Stelle einer Knotenlinie hält, dabei eine Stelle einer andern Linie nächst an einer Ecke mit dem Finger berührt und an dieser Ecke streicht. — Wie mannigfaltig durch die Manipulation sich die Klangfiguren bei den Schwingungen einer quadratischen Platte gestalten können, mögen die übrigen sechs Figuren zeigen, deren Entstehungsweise näher anzugeben wir nicht für nöthig erachten.

Wir wollen jetzt Einiges über die Schwingungen runder und anderweitig gestalteter Scheiben mittheilen. Bei den Schwingungen einer runden Scheibe zeigen sich die Knotenlinien entweder als Linien, die von einer Stelle des Randes zur andern in geraden oder krummen Richtungen gehen, oder als concentrische Kreise, die in den meisten Fällen jedoch eine gewisse Anzahl von Biegungen annehmen. Die Klangfiguren mit durchgehenden Linien ohne Kreise zeigen sich sternförmig, wenn die Linien gerade sind und in der Mitte der Scheibe zusammentreffen; es können aber die Linien ihre Lage ändern, sich krümmen, sich trennen und verbinden, was weder in ihrer Zahl noch in dem Tonverhältniß eine Aenderung zur Folge hat. Der tiefste Ton

entspricht der Schwingungsart, bei welcher zwei durchgehende Linien sich kreuzförmig schneiden, wie Fig. 28 I. zeigt. Zur Hervorbringung

Fig. 28.

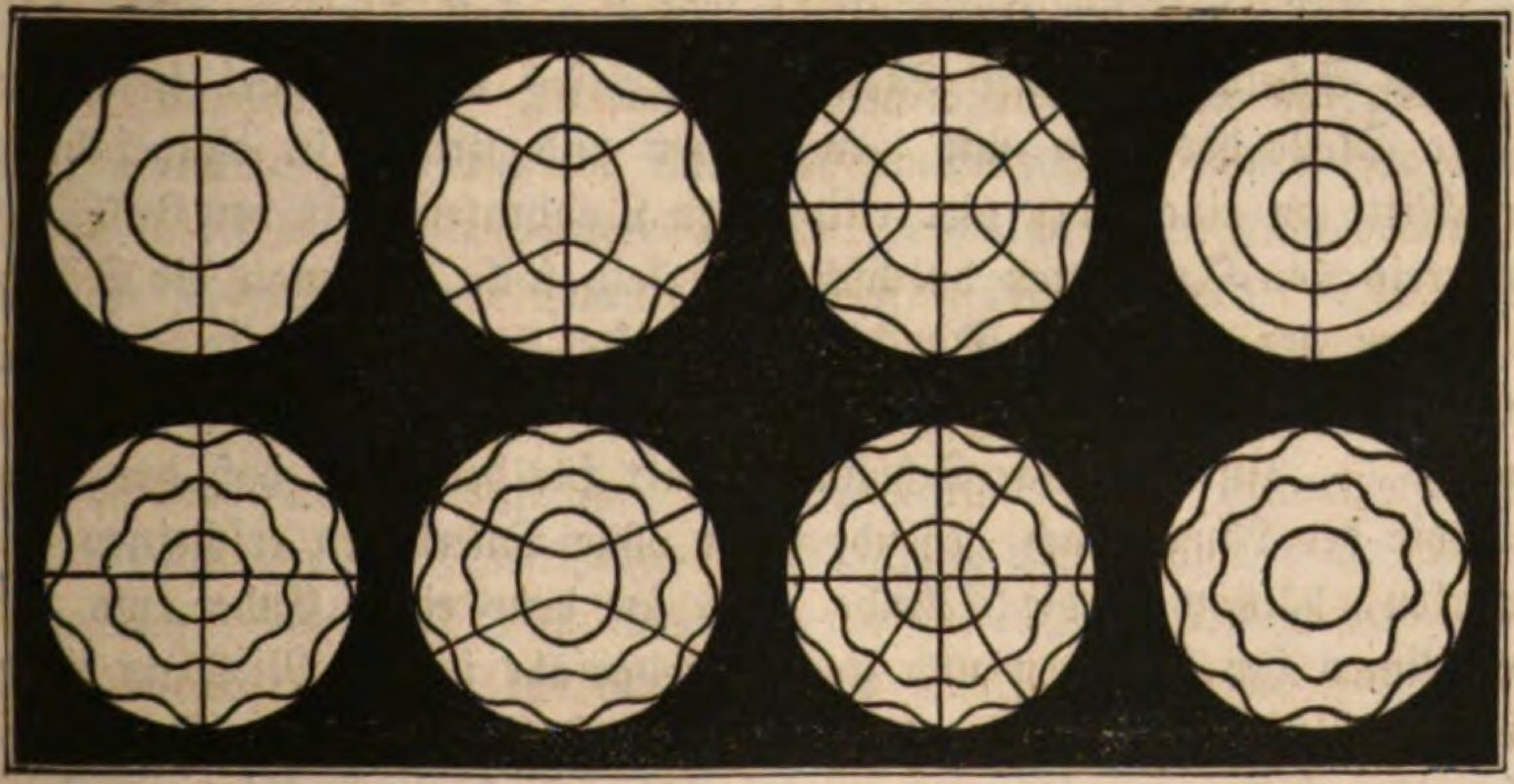


derselben hält man die Scheibe in der Mitte und berührt, um die Lage der einen Knotenlinie zu fixiren, noch irgend eine Stelle und streicht dann an einer Stelle des Randes, die ohngefähr 45° von der Richtung jener Linie abliegt. Bei der zweiten Schwingungsart, wo drei Linien in der Mitte sich durchkreuzen, wie II. darstellt, ist der Ton um eine Octave und einen ganzen Ton höher als bei der ersten. Man hält und berührt die Scheibe wie vorhin, streicht aber an einer Stelle des Randes, die von der durch die Berührung bestimmten Linie ohngefähr 90° entfernt ist. — Bei Schwingungsarten, wo ein Kreis vorhanden ist, kann derselbe entweder allein oder von 1, 2, 3... Linien durchschnitten sein. Der Klangfigur III. entspricht ein Ton, der ohngefähr um eine kleine Sexte höher ist, als der Ton, welcher der Klangfigur I. zukommt; man hält die Scheibe an einer Stelle, auf welche ein Kreis fällt und streicht an der nächsten Stelle des Randes. — Der Ton, welcher bei der Klangfigur IV. entsteht, ist beinahe um eine Octave und einen ganzen Ton höher als jener bei der Klangfigur III. erzeugte; man hält die Scheibe an irgend einer Stelle nahe am Rande, wo der Kreis und die durch den Mittelpunkt gehende Linie einander schneiden sollen, und streicht an einer Stelle, die ohngefähr 90° davon entfernt ist. Die Klangfigur V. erscheint, wenn man die Scheibe wie vorhin hält, aber an einer Stelle streicht, die ohngefähr 45° von der Haltungsstelle absteht. Um die Klangfigur VI. hervorzubringen, hält man die Scheibe ebenso, streicht aber in einer noch geringeren Entfernung von der Haltungsstelle. Zwei und mehrere Kreise können ebenfalls allein oder von irgend einer Zahl durchgehender Linien durch-

schnitten sein. Die Kreise erscheinen bisweilen als concentrische Zirkel; meistens nimmt aber der äußere Kreis eine bestimmte Zahl von Biegungen an, während der innere Kreis in der Regel einer Ellipse ähnlich ist. Wenn die durchgehenden Linien sich krümmen, so nehmen sie gewöhnlich eine der Hyperbel ähnliche Gestalt an. Man erhält die Klangfigur VII., wenn man eine Stelle des einen Kreises hält, die nächste Stelle des andern Kreises gelinde mit dem Finger berührt und an der nächsten Stelle des Randes streicht; die gehaltene, die berührte und die gestrichene Stelle müssen ohngefähr in demselben Halbmesser liegen. Der Ton ist um zwei Octaven höher als derjenige, welcher der Klangfigur III. angehört. Die Klangfigur VIII. erscheint, wenn man wie vorhin verfährt und zugleich eine Stelle des äußeren oder inneren Kreises berührt. — Eine besondere Art, mehrere concentrische Kreise hervorzubringen, hat Savart angegeben. Man bringt am Mittelpunkt ein 2 bis 3 Millimeter weites Loch an, zieht ein Büschel Pferdehaare durch und streicht mit demselben die Scheibe, während sie in horizontaler Richtung an verschiedenen Stellen gehalten wird. Durch kleine Veränderungen des Haltens, Berührens, Anstemmens und Streichens lassen sich mancherlei Klangfiguren hervorrufen, wie deren einige Fig. 29 zeigt.

Fig. 29.

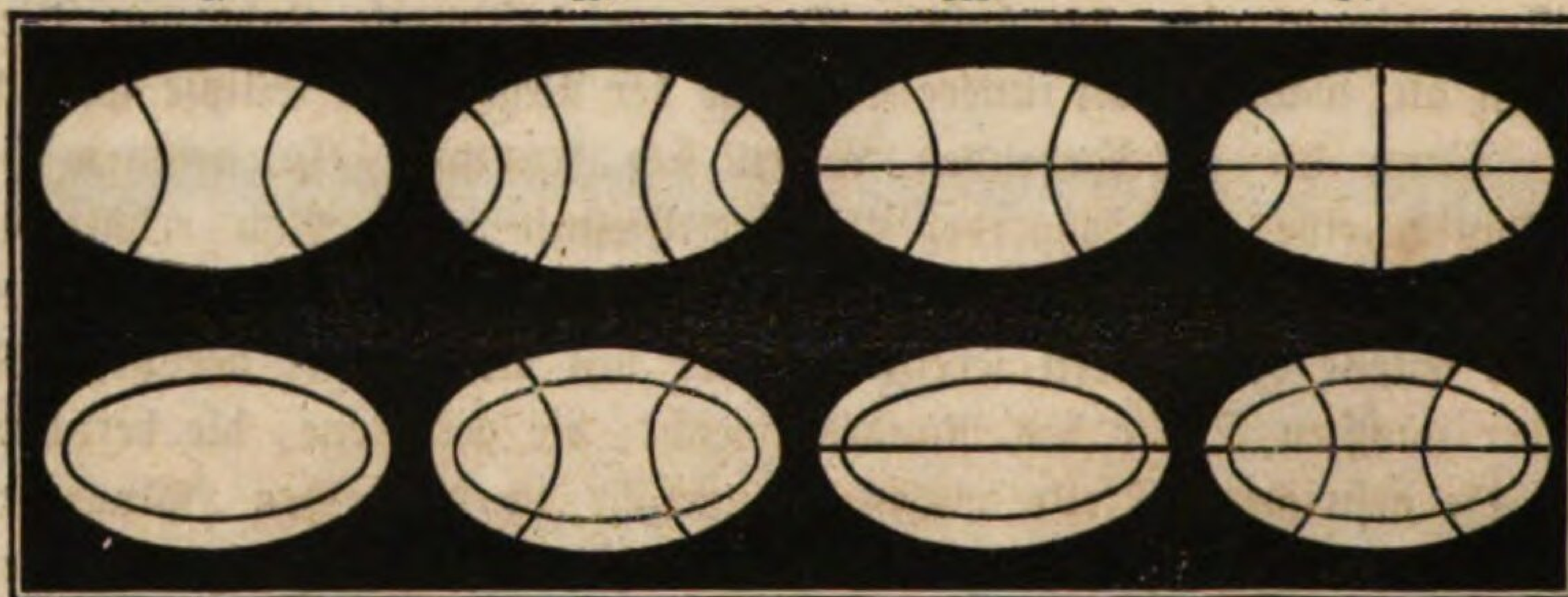
I. II. III. IV.



V. VI. VII. VIII.

An elliptischen Scheiben können die Knotenlinien in die Quere, d. h. in der Richtung des kürzern Durchmessers gehen; sie haben Aehnlichkeit mit den Zweigen einer Hyperbel und kehren ihre convexe Seite der Mitte zu: Fig. 30 I. und II. — Es kann auch eine Knotenlinie in die Länge, d. h. in die Richtung des größeren Durchmessers gehen und von den Querlinien durchschnitten werden: Fig. III. und IV. — Es können ferner die Knotenlinien in der Form von Kreisen sich zeigen,

Fig. 30.

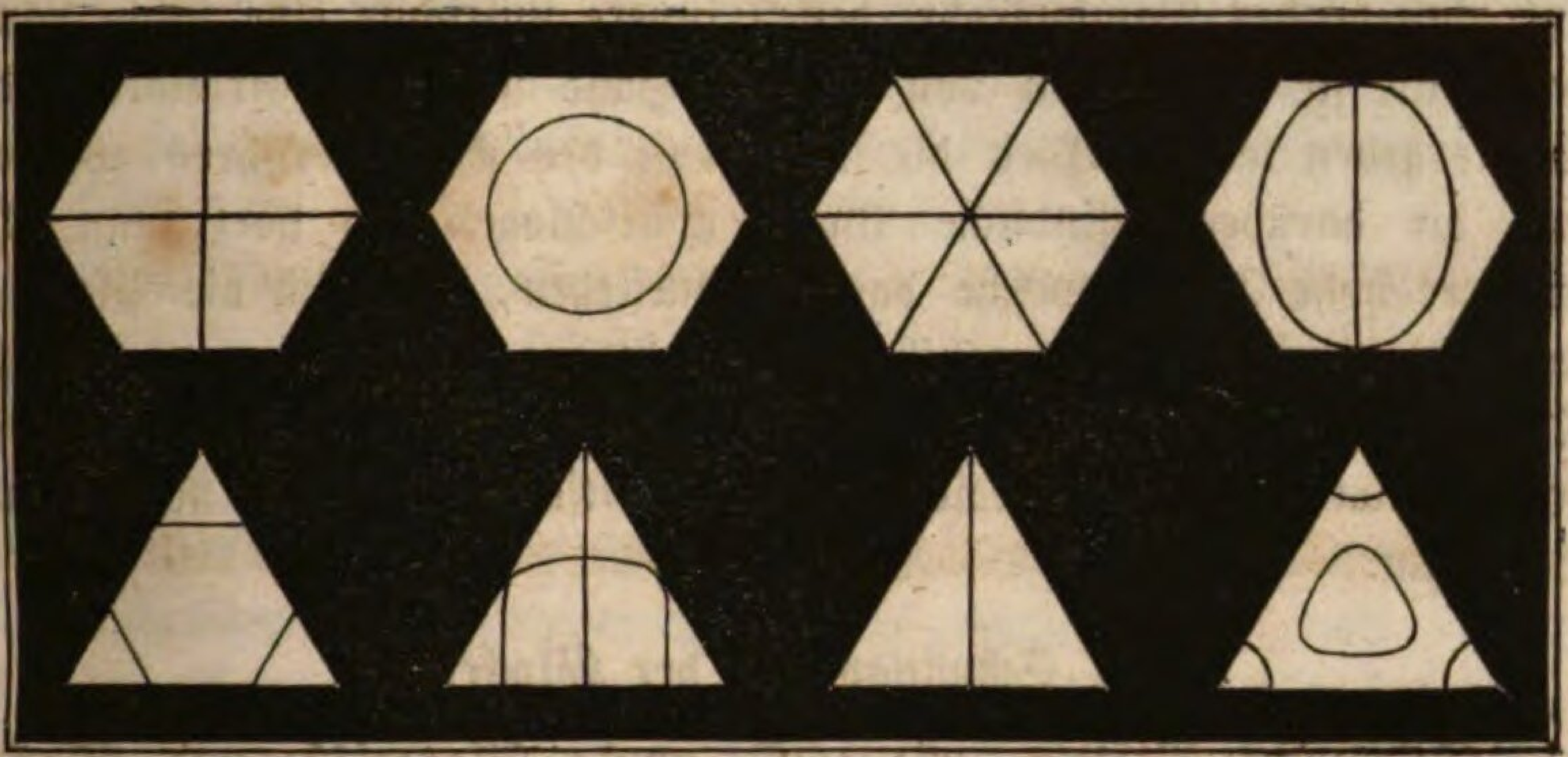


die entweder klein oder von Querlinien durchschnitten sind: Fig. V. und VI. — Dabei können endlich jene Kreise und Querlinien von einer in die Länge gehenden Linie durchschnitten werden: Fig. VII. und VIII. — Um die erste Reihe der Schwingungsarten hervorzubringen, hält man die Scheibe mitten auf einer der äußersten solcher Linien und streicht mit dem Bogen am nächsten Ende des größern Durchmessers. Zur Erzeugung der zweiten Schwingungsart hält man die Scheibe an einer Stelle, wo die der Länge nach gehende Linie von einer Querlinie geschnitten wird und streicht zwischen den Enden der letztern Querlinie und der in die Länge gehenden Linie. Um die dritte Schwingungsart für den Fall, daß der Kreis allein erscheinen soll, hervorzurufen, hält man die Scheibe an einer Stelle des Kreises und berührt noch eine andere Stelle desselben mit dem Finger und streicht sie ohngefähr in der Mitte an einem der vier elliptischen Quadraten; für den Fall, daß der Kreis von Querlinien durchschnitten sein soll, hält man die Scheibe an einem der äußersten Durchschnittspunkte und streicht sie an einer Stelle des durch eine der letzten Querlinien abgeschnittenen elliptischen Bogens. — Um die letzte Schwingungsart für den Fall, daß der Kreis und die der Länge nach gehende Linie ohne Querlinien erscheinen, zu bewirken, hält man die Scheibe nahe an dem einen Ende, wo jene zwei Linien sich schneiden und streicht ohngefähr in der Mitte an einem der vier elliptischen Quadranten; für den Fall, daß auch Querlinien sich zeigen sollen, verfährt man ohngefähr ebenso, wie bei der dritten Schwingungsart, nur mit dem Unterschiede, daß die Haltungsstelle und die Berührungsstelle desto weiter nach außen zu liegen kommen, je zusammengesetzter die Schwingungsart ist, welche man hervorrufen will.

Unter allen Schwingungsarten, welche an einer gleichseitig sechsseitigen Scheibe sich zeigen, gibt die, wo sich zwei Knotenlinien kreuzförmig durchschneiden, wie Fig. 31 I. zeigt, den tiefsten Ton. Anderweitige Formen der bei diesen Scheiben vorkommenden Knotenlinien

Fig. 31.

I. II. III. IV.



V. VI. VII. VIII.

zeigen uns die Figuren II., III. und IV. Den tiefsten Ton, welche eine gleichseitig dreieckige Scheibe gibt, entspricht die Klangfigur V. Die Figuren VI., VII. und VIII. stellen andere Knotenlinien solcher Scheiben dar.

Von den Schwingungen der Scheiben macht man bei uns in der Musik nur einen sehr beschränkten Gebrauch. Zunächst kommen sie bei der Pauke in Anwendung, die aus einem kupfernen Kessel besteht, über welchen eine gegerbte Eselshaut aufgespannt ist, die vermittelst eiserner Schrauben mehr oder weniger angezogen, mithin höher oder tiefer gestimmt werden kann. Da das Instrument nur einen einzigen Ton gibt, so bedient man sich im Orchester zweier Pauken von verschiedener Größe, von denen die kleinere in den Grundton, die größere aber in die eine Octave tiefere Quinte desselben gestimmt wird. Die Pauke wird mit hölzernen Klöppeln geschlagen, die mit Filz belegt sind, damit der sehr starke Ton dieses Instrumentes etwas gedämpft wird.

Dann kommen dergleichen Schwingungen bei dem Tambourin und dem Becken vor, welcher beiden Instrumente man sich bei der Janitscharenmusik bedient. Das erstere dieser Instrumente besteht aus einem breiten Reife, der auf der einen hohlen Seite mit einem Felle überzogen ist, das mit der Hand geschlagen wird. Die Becken sind zwei Scheiben von Messing, die in der Mitte ein Becken haben, an welchem ein Griff von Leder befestigt ist, an welchem sie mit den Händen gehalten und zusammengeschlagen werden.

In Java bedient man sich eines musikalischen Instrumentes, dessen Töne schwingende Metallplatten geben, wenn sie mit Klöppeln geschlagen werden. Das Instrument enthält 11 solcher Platten, deren Töne denen der diatonischen Tonleiter entsprechen, wo aber die vierte und siebente Stufe fehlen. Die Platten sind neben einander horizontal jede

an zwei Schnüren aufgehängt. Unter jeder Platte befindet sich ein aufrechtstehendes Bambusrohr, dessen innere Luftsäule eine solche Länge hat, daß sie einen Ton von gleicher Höhe mit dem Grundtone der Platte geben kann. Wird die Oeffnung des Bambusrohres zugedeckt und die darüber befindliche Platte angeschlagen, so hört man blos mehrere hohe Töne, welche dadurch entstehen, daß sich die Platte in mehrere schwingende Unterabtheilungen abtheilt. Nimmt man aber den Deckel von der Oeffnung des Bambusrohres ab, so kommt ein tiefer voller Ton durch die Resonanz der Luftsäule in dem Rohre zum Vorschein.

3. Schwingungen der Glocken.

Gekrümmte Platten, wie z. B. runde Glasgefäße und Glocken, theilen sich beim Schwingen in 4, 6, 8 oder in eine noch größere Anzahl von Theilen ab, welche durch Knotenlinien von einander getrennt sind. Um sich hiervon zu überzeugen, füllt man ein Trinkglas mit Wasser, hält den Rand an einer Stelle und streicht ihn an einer andern, die davon um 45° entfernt ist, in der Richtung des Durchmessers mit dem Violinbogen: es erscheinen auf der Oberfläche des Wassers kräuselnde Bewegungen und ruhende Stellen, welche letztere offenbar den Knotenlinien in dem Gefäße selbst entsprechen. Bei dieser Schwingungsart erhält man den tiefsten Ton, welchen das Glas zu geben vermag.

Bei der zweiten Schwingungsart theilt sich das runde Gefäß wie gesagt in sechs schwingende Theile ab. Zur Hervorbringung dieser Schwingungsart wird das Gefäß an zwei Stellen gehalten, die um 60° von einander entfernt sind und dann an einer Stelle mit dem Bogen in der Richtung des Durchmessers gestrichen. Bei der dritten Schwingungsart theilt sich das Gefäß in 8 Theile ab; man hält zu diesem Behufe dasselbe an zwei Stellen, die um 45° von einander abstehen, und streicht es an einer schicklichen Stelle. Durch Wasser, dessen Oberfläche mit Hexenmehl oder Blüthenstaub bestreut ist, läßt sich der Unterschied zwischen den bewegten und ruhenden Stellen noch mehr hervorheben. — Die Tonwerthe bei diesen Schwingungsarten verhalten sich ohngefähr wie die Quadraten der Zahlen 2, 3, 4, 5... Jedoch kann diese Tonfolge wegen Verschiedenheit in der Gestalt der Gefäße wie auch wegen Verschiedenheit in der Dicke an verschiedenen Stellen manche Abänderungen erleiden.

Wie früher schon gelegentlich bemerkt worden, können die tönenden Schwingungen durch das Mittel, worin sie vor sich gehen, mehr oder weniger modificirt werden. Selbst die Tonhöhe des schwingenden Körpers wird durch das Schallmittel geändert und zwar dies in desto

höherem Grade, je größer die in Bewegung gesetzte Masse des letzteren ist, wie es sich an einem und demselben Glasgefäße zeigen läßt, das einmal leer und dann nach und nach mit verschiedenen Flüssigkeiten gefüllt, bei gleichmäßiger Behandlung zum Klingen gebracht wird. Der Ton wird desto tiefer, je dichter die Flüssigkeit ist.

Reibt man mit nassem Finger ein rundes gläsernes Gefäß am Rande in der Richtung seines Umkreises, so theilt es sich ebenfalls in schwingende Theile ab, welche unbeschadet der Schwingungsweise und der Tonhöhe aber jeden Augenblick ihren Ort ändern und in dem ganzen Umfange des Gefäßes fortrücken. Man kann ein derartiges Weiterschreiten durch Hexenmehl sichtbar machen, oder auch dadurch, daß man Sonnenlicht auf das im Gefäß befindliche Wasser fallen läßt und das Bild der Sonne beim Schwingen desselben beobachtet. Auch an kreisrunden Scheiben läßt sich ein solches Weiterrücken der Knotenlinien bewirken. Man braucht deßhalb blos die Platte durch einen raschen Bogenstrich in Schwingungen zu versetzen, den Bogen schnell zurückzuziehen, wieder einen Strich zu thun und so mehreremal hintereinander zu verfahren. Je schneller man streicht und den Bogen wieder zurückzieht, desto rascher wird man die Knotenlinien herumführen können.

Da die Metallglocken mehrfach gebraucht werden, so dürfte es von Interesse sein, die Mittel festzustellen, durch welche eine Tonerhöhung oder Tonerniedrigung der Glocke bewirkt werden kann. Wir erwägen deßhalb, daß sich eine Glocke einmal als eine festzusammenhängende Verbindung von elastischen Stäben und dann wieder als ein festverbundenes Aggregat von elastischen Ringen betrachten läßt. Was darum bei elastischen Stäben und Ringen eine Aenderung ihres Tones hervorbringt, das wird mehr oder minder dies auch bei den Glocken zu bewirken im Stande sein. Wie darum ein gekrümmter Stab eine Tonerniedrigung erleidet, wenn er an seiner Biegungsstelle dünner gemacht wird; so wird der Ton einer Glocke tiefer werden, wenn man die durchschnittliche Wand derselben zunächst ihrer Haube vermindert. Deßgleichen wird eine Tonerniedrigung bei der Glocke erfolgen, wenn man an der inneren Fläche ihres Schlagringes ihre Masse verringert, gerade so wie der Ton eines elastischen Ringes tiefer gestimmt wird, wenn man ihn an seiner inneren Fläche dünner macht.

Um den Ton einer Stimmgabel zu erhöhen, braucht man nur die Länge ihrer Schenkel zu vermindern; es ist daher anzunehmen, daß die Verkürzung der Glockenwand eine Erhöhung des Tones zur Folge hat. Es ist dies auch wirklich der Fall, so lange die Glockenwand durchgängig eine gleiche Dicke besitzt. Dagegen tritt das entgegengesetzte

Resultat ein, d. h. eine Tonerniedrigung erfolgt durch eine solche Verkürzung der Glockenwand, wenn die Dicke des Glockenrandes oder Schlagringes jene der oberen Glockenwand übertrifft. Um den Ton einer Glocke zu erhöhen, wird man mithin durch ein gehöriges Abdrehen zunächst der Glocke eine möglichst gleichförmige Dicke zu geben suchen und dann die Glockenwand vom Rande an aufwärts dünner machen oder letzteren verkürzen. Ein anderes Mittel, den Ton einer Glocke zu erhöhen, besteht darin, daß man den inneren Raum derselben theilweise mit einer festen Masse ausfüllt; ein Verfahren, das nichts Anderes bezweckt, als die Längen der zu einer Kegelfläche vereinigten Stäbe zu verkürzen und somit deren Oscillationen zu beschleunigen.

Handelt es sich um die Herrichtung eines schönen Kirchengeläutes, so kommt außer der Stärke, Andauer, Reinheit und Fülle des Tones bei den Glocken auch noch der Accord in Betracht, welchen sie zusammen geschlagen angeben. Um diesen verschiedenartigen Anforderungen zu genügen, müssen die Glocken ein hinlängliches Volumen einnehmen, aus einem gut elastischen Stoff bestehen, den richtigen Guß erhalten haben, jede einzelne in einem bestimmten Grundtone anklingen, in einem hohlen Raume aufgehängt sein, der als kräftige Resonnanz mitwirkt. Eine in neuerer Zeit zu Glocken in Gebrauch gekommene Metallmischung ist die Zusammensetzung aus 21,5 Theilen Zinn, 2 Theilen Blei, 2,5 Theilen Nickel und 74 Theilen Kupfer. Das aus diesen Bestandtheilen zusammengesetzte Glockengut ist als ein dauerhaftes, nicht schwer zu bearbeitendes Metall und zugleich hinsichtlich der Tonerzeugung als eine gute Composition befunden worden. Was die Auswahl des Accords für das Kirchengeläute betrifft, so ist eine weiche Tonart einer harten vorzuziehen, indem die erstere eher als die letztere den Gefühlsstimmungen zusagt, wie solche die Religionsübung verlangt. Hiervon dürften wir wohl bald überzeugt sein, wenn wir Gelegenheit haben, zwei dergleichen verschiedenartige Geläute mit einander zu vergleichen, wie z. B. das Geläute auf der katholischen Kirche zu Darmstadt mit jenem auf der größeren der dortigen protestantischen Kirche, von denen das eine in der Cismoll Tonart und das andere in dem C-dur Accord tönt. — Statt der Glockengeläute sind hier und dort, wie z. B. an verschiedenen Orten in Deutschland und England, die weniger kostspieligen Stahlstabgeläute eingeführt worden, namentlich an denjenigen Kirchen, deren Thürme von leichterer Bauart sind. Ein solches Stabgeläute besteht aus drei gebogenen Stahlstäben, deren jedem einzelnen ein besonderer Grundton entspricht und die durch Hämmer angeschlagen werden. Die Stärke des Tones wächst mit dem Gewichte des Stabes;

für einen Stab von 20 Kilogrammes kann der Ton schon auf eine ziemliche Strecke hingehört werden, doch können verschiedene Lokalverhältnisse denselben mehr oder weniger verstärken: so z. B. fällt der Ton eines und desselben Stabes an einem Thalorte ergiebiger aus, als an einem auf höheren Gebirgen frei gelegenen Orte. Im Uebrigen steht das Stahlstabgeläute dem Glockengeläute bedeutend nach in Ansehung der Stärke, Nachhaltigkeit und Reinheit des Klanges.

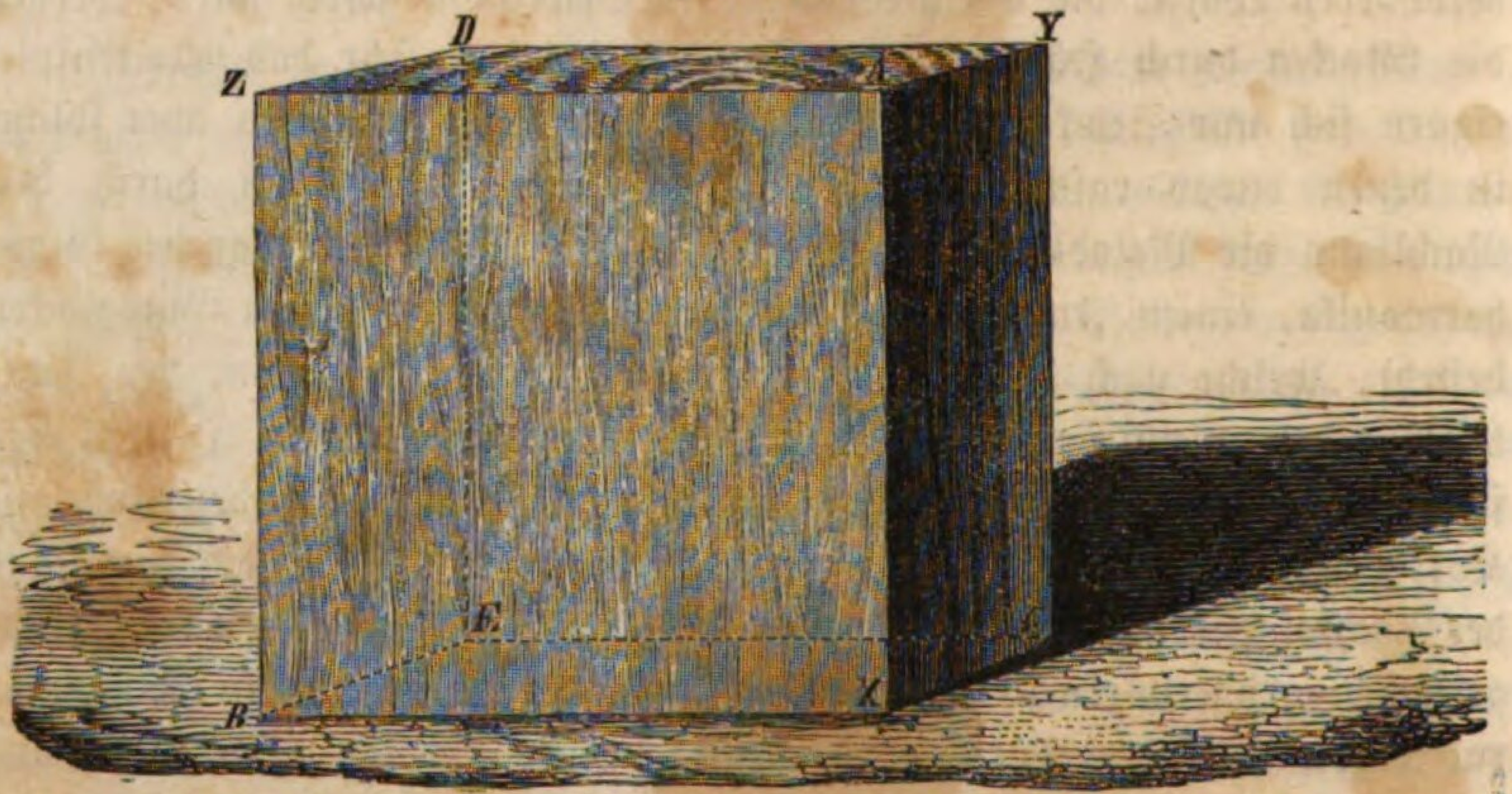
Die tönenden Schwingungen der Glocken kommen auch bei dem Glockenspiel in Anwendung. Dasselbe besteht aus einer Anzahl von Glocken von verschiedener Größe, die nach der Tonleiter gestimmt sind. Mittelst einer eigens dazu eingerichteten Claviatur oder mittelst einer besonderen Walze, die durch Gewichte in Bewegung gesetzt wird, werden die Glocken durch Hämmer zum Tönen gebracht. Für das Glockenspiel eignen sich nur Stücke mit einfacher Melodie, am wenigsten aber solche, in denen etwas rasche Tonfolgen vorkommen, weil dann durch den Nachklang die Melodie undeutlich wird. — Dasselbe gilt von der Glasharmonika, einem Instrumente, das aus einer Anzahl von Glasglocken besteht, welche nach dem Verhältnisse ihrer Größe die Töne der Tonleiter geben, wenn sie mit nassen Fingern gerieben werden. Die Glocken sind auf einer horizontalen eisernen Achse ineinander geschoben und mit Kork befestigt, so daß sie einander nicht berühren und immer der Rand der nachfolgenden kleineren unter dem Rande der unmittelbar vorhergehenden größern etwas hervorragt. Mit der Achse ist ein Schwungrad verbunden, das durch den rechten Fuß des Spielers in Bewegung gesetzt wird. Auf diese Art werden sämmtliche Glocken zugleich um ihre Achse nach dem Spieler hin gedreht, der durch Auflegen der nassen Finger aus den umschwingenden Glocken den Ton nach Belieben hervorrufen kann. Die den Glocken entnommenen Töne haben eine außerordentliche Reinheit und überdies den eigenthümlichen Charakter, daß sie mehr als andere Töne zum Ausdrucke melancholischer Empfindungen geeignet sind. Die Glasharmonika wird am füglichsten ohne alle weitere Instrumentalbegleitung gespielt, indem neben dem Tone derselben die Töne der übrigen Instrumente dem Ohr minder angenehm erscheinen.

4. Schwingungen solcher Körper, die nicht nach allen Richtungen dieselbe Elasticität haben.

Die Schwingungen tönender Körper geben uns zugleich ein Mittel an die Hand, einigen Aufschluß über die Größe und Vertheilung der Elasticität in starren Körpern zu erhalten. Die über die Schwingungen prismatischer Stäbe gegebene Formel: $n = \frac{c'^2 h}{l^2} \sqrt{\frac{g k}{\delta}}$ lehrt uns näm-

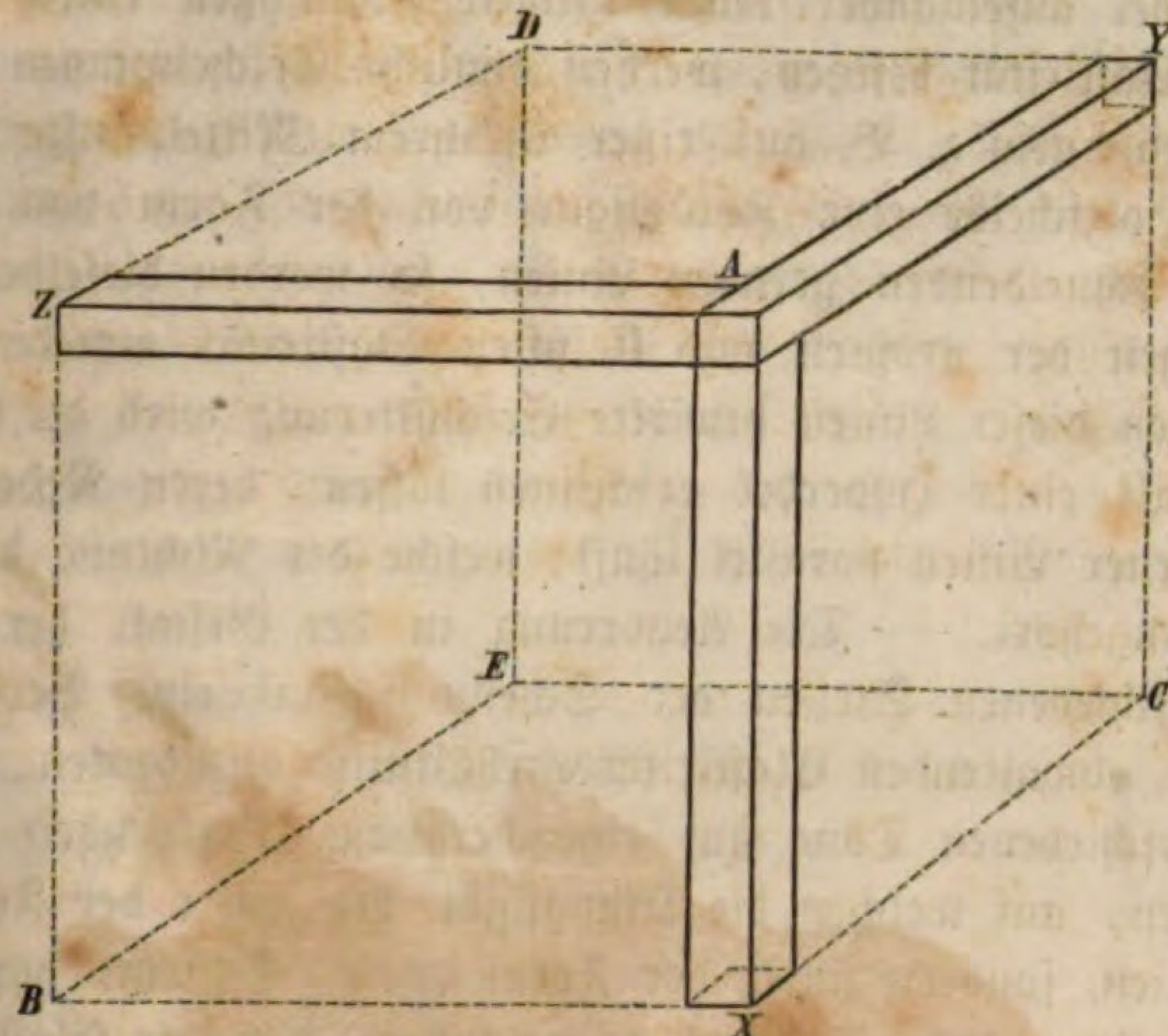
lich, daß bei einer und derselben Schwingungsart das Elasticitätsmaß sich wie das Quadrat der Schwingungszahl verhält. Gestützt auf diese Thatsache ließen wir uns zunächst, wie schon Savart gethan, aus einem und demselben knotenfreien cylindrischen Buchenholzstamme drei parallelepipedische Stäbe von gleichen Dimensionen nach verschiedenen Richtungen schneiden, nämlich einen in der Ebene der Fasern parallel zur Richtung derselben, den zweiten in der Ebene der Fasern senkrecht zur Richtung derselben, den dritten rechtwinklich auf der Ebene der Fasern. Um eine bestimmtere Vorstellung von den verschiedenen Richtungen zu erhalten, in welchen die Stäbe geschnitten worden sind, möge Fig. 32

Fig. 32.



einen Würfel aus Buchenholz darstellen, an welchem die Fläche AXBZ parallel mit der Ebene der Fasern und die Kante AX in der Richtung der Fasern liegt und die Kante AY senkrecht auf ihrer Ebene ist: die drei Stäbe werden also beziehungsweise eine parallele Richtung mit den Kanten AX, AY, AZ des Würfels haben, wie es die Fig. 33 angibt. Indem wir nun erwähnte drei Stäbe auf einerlei Weise in Schwingungen versetzten, konnten wir aus der Tonhöhe der Stäbe auf ihre Schwingungszahl und daraus auf ihre Elasticität schließen. Bei einem Versuch mit drei auf die angegebene Weise zugeschnittenen 8 Centimeter langen Stäben von quadratischem Querschnitte, dessen Seite 3 Millimeter betrug, fanden wir drei Töne, für welche sich mit Hülfe des Monochords die Schwingungszahlen 35:32:31 herausstellten. Das Holz besitzt demnach nach den angenommenen drei unter sich rechtwinkligen Richtungen verschiedene Elasticitäten. Die Elasticität nach jeder andern Richtung liegt zwischen denen, welche in den eben betrachteten Richtungen sich vorfinden, was veranlaßt hat, die drei Kanten AX, AY, AZ

Fig. 33.



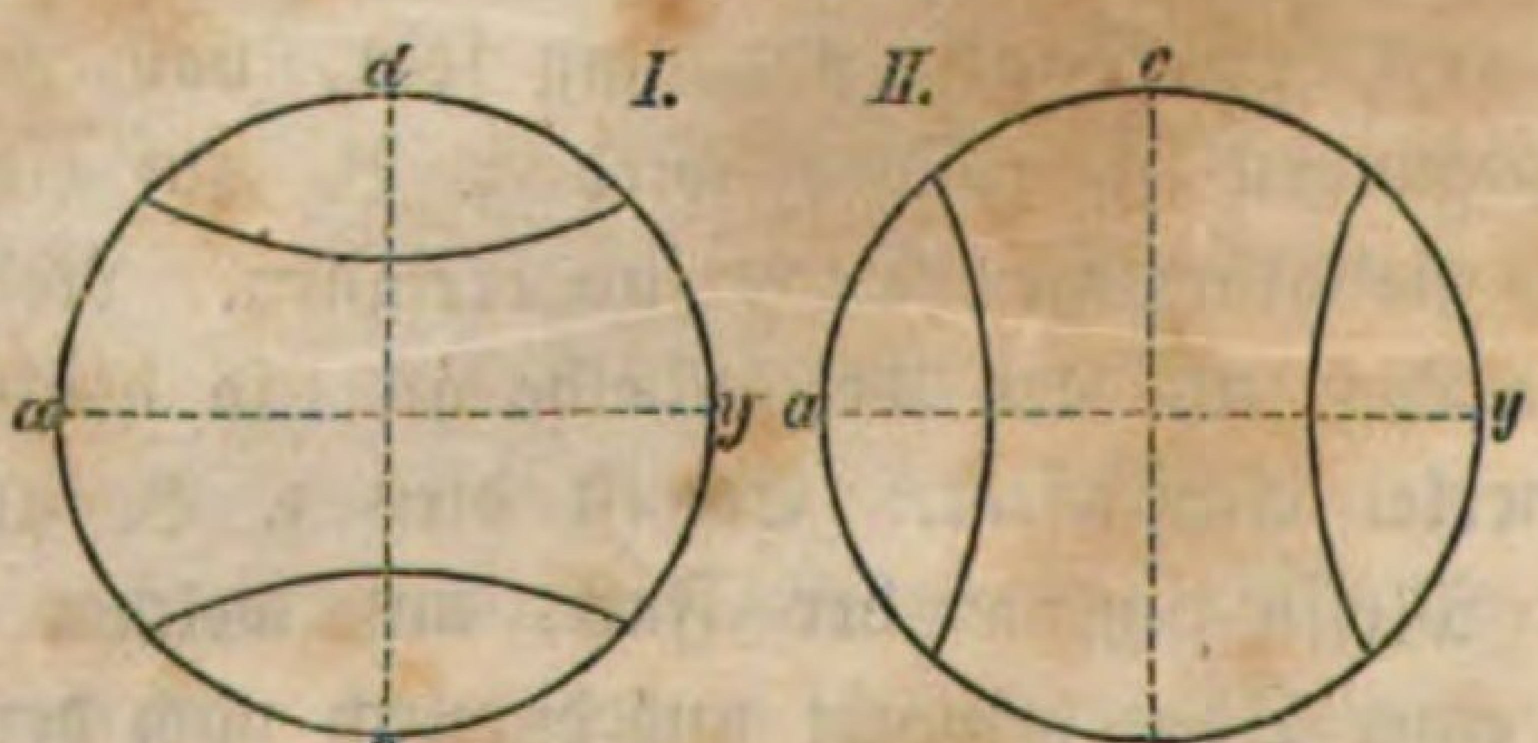
Elasticitätsachsen zu nennen, und zwar die erstere die Achse der größeren Elasticität, die zweite die Achse der mittleren Elasticität, die dritte die Achse der kleineren Elasticität, indem die Elasticität in der Richtung AZ geringer und jene in der Richtung AX größer als in den übrigen Richtungen ist.

Schneidet man von einem Körper gleichförmig dicke Kreisscheiben und versetzt sie in Schwingungen, so werden, falls die Klangfigur aus diametralen Linien besteht, diese Linien jede mögliche Richtung annehmen können, wenn die Scheibe allenthalben gleich elastisch ist, d. h. ihre Lage wird blos von dem Punkte abhängig sein, von welchem die Erschütterung ausgegangen ist. Dies wird z. B. auf einer messingenen Kreisscheibe von gleichförmiger Dicke sich ereignen. Nehmen aber jene Linien nicht jede Lage auf der Kreisscheibe an, so besitzt dieselbe nicht allenthalben einerlei Elasticität. Es ist dies z. B. auf einer gleichförmigen dicken Messingscheibe der Fall, auf welcher man parallele Einschnitte mit einer Säge gemacht und dadurch nach der Richtung derselben ihre Elasticität geschwächt hat. Die zwei aufeinander senkrechten Durchmesser der Klangfigur können nun nicht mehr jede beliebige Lage annehmen, sondern das diametrale System fällt immer so, daß die eine Knotenlinie mit den Einschnitten parallel und die andere darauf senkrecht steht, welche letztere an den Stellen, wo keine Einschnitte hinfallen, in eine hyperbolische Curve übergeht, deren Hauptachse jederzeit mit den Einschnitten parallel ist, also immer in der Richtung liegt, in welcher die Scheibe die geringste Elasticität besitzt.

Kreisrunde Scheiben von überall gleicher Dicke, welche in ihrer Ebene in zwei aufeinander rechtwinkligen Richtungen einen ungleichen Grad von Elasticität besitzen, werden ähnliche Erscheinungen darbieten. Bekommt man also z. B. auf einer in ihrem Mittelpunkte gehaltenen derartigen Holzscheibe eine Klangfigur von der Form von zwei sich rechtwinklig schneidenden geraden Linien, so werden dieselben jederzeit die Richtungen der größten und kleinsten Elasticität annehmen. Eine an den Enden dieser Linien bewirkte Erschütterung wird die Klangfigur in der Gestalt einer Hyperbel erscheinen lassen, deren Nebenachse mit derjenigen jener Linien parallel läuft, welche der Richtung der größten Elasticität angehört. — Die Aenderung in der Gestalt der Hyperbel an den verschiedenen Stellen der Scheibe scheint eine Verschiedenheit der daselbst obwaltenden Elasticitätsverhältnisse anzudeuten, wie denn auch die verschiedenen Töne auf eine derartige Ungleichheit hinweisen. Bei Scheiben, auf welchen die Klangfigur nie unter der Form zweier geraden Linien, sondern unter der Form zweier Systeme hyperbolischer Linien erscheinen, wäre hiernach anzunehmen, daß die Elasticität nach verschiedenen Richtungen eine andere ist. — Auf Grundlage dieser Bemerkungen ließen wir uns nun, wie Savart ebenfalls schon gethan, eine Menge kreisförmiger Platten von 8 Centimeter Durchmesser und 3 Millimeter Dicke nach verschiedenen Richtungen schneiden und untersuchten hierauf die auf denselben zum Vorschein gekommenen Knotenlinien.

Bei einer Scheibe, welche senkrecht auf der Würfelfläche AXBZ und zugleich senkrecht auf der Richtung AX stand, erhielt man an jeder

Fig. 34.



Stelle eine Klangfigur mit diametraler Knotenlinie: die Holzscheibe ist also rings um das Centrum der Jahrringe gleich elastisch. Bei den Scheiben, welche rings um die Achse senkrecht gegen die Würfelfläche AXBZ aus dem Holz geschnitten waren, bestand die eine Knotenlinie aus zwei sich rechtwinklig schneidenden Linien, deren eine ay mit der Richtung der Achse der mittleren Achse AY zusammenfiel. Bei einer Reihe von Scheiben hatte die andere Knotenlinie die Gestalt einer

Hyperbel wie Fig. I., so daß die Nebenachse die Richtung der Linie a y nahm: in dieser Reihe war mithin die Elasticität in der Richtung a y größer als in der darauf senkrecht stehenden. Bei einer zweiten Reihe von Scheiben hatte jene Knotenlinie die Gestalt einer Hyperbel wie Fig. II., so daß die Hauptachse in die Richtung von a y kam: bei diesen Scheiben war also die Elasticität in der Richtung a y kleiner, als in der darauf rechtwinkligen. An einer einzigen Scheibe, die unter einer gewissen Neigung erhalten wurde, gingen die zwei Hyperbelzweige in zwei sich rechtwinklig schneidende gerade Linien über: dieser Fall trat ein, als die Elasticitäten in den Richtungen der beiden Achsen gleich groß waren. Die Töne fielen in dem Maße höher aus, als die Scheiben dem Parallelismus mit der größeren Elasticität sich näherten.

Bei den Scheiben, welche um die Achse AZ der kleinsten Elasticität und senkrecht gegen die Ebene CYAX geschnitten waren (Fig. 35), be-

Fig. 35.

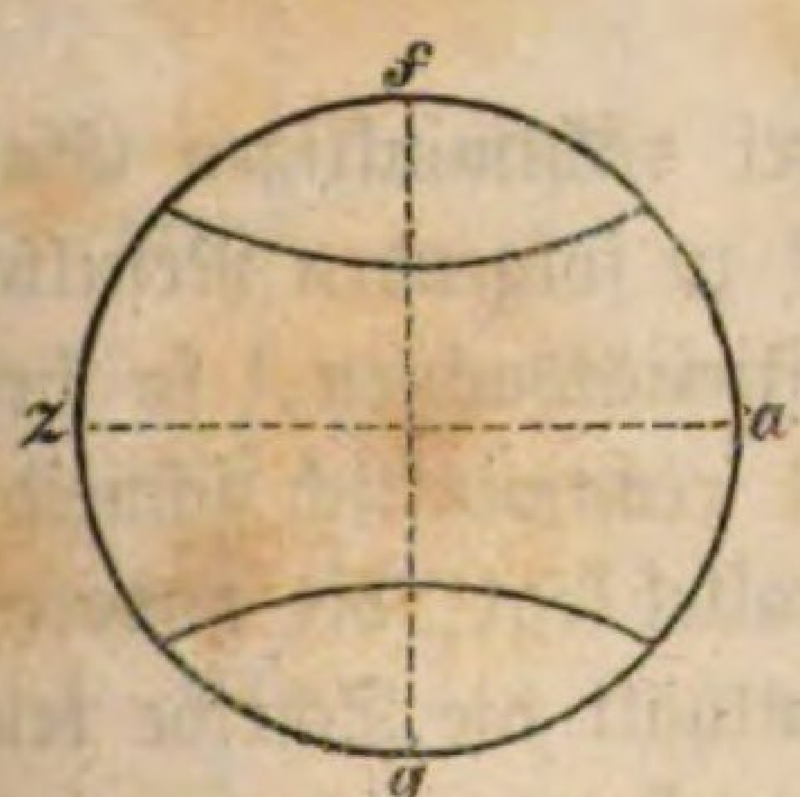
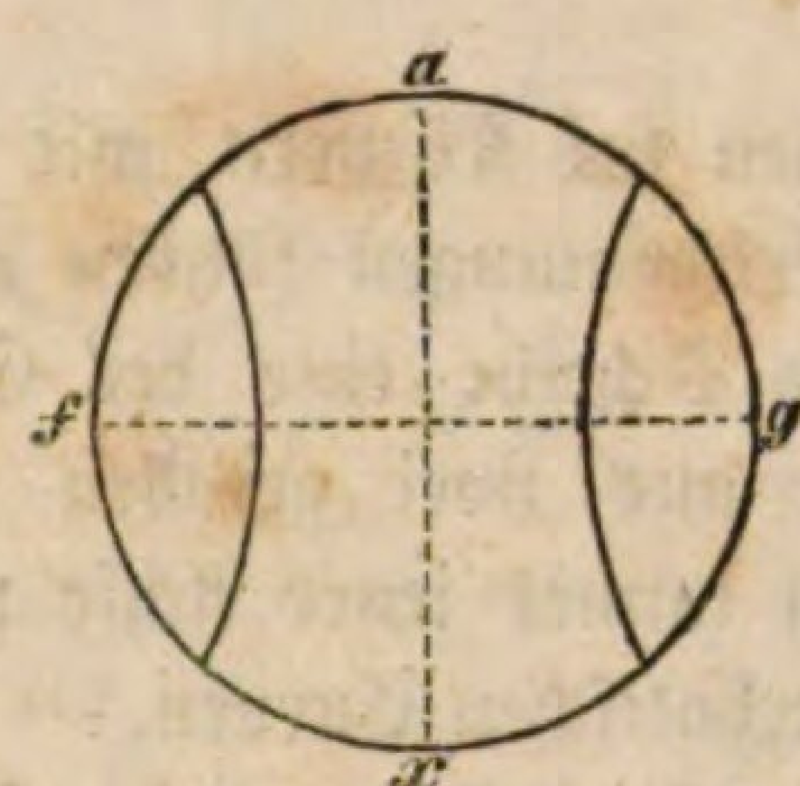


Fig. 36.

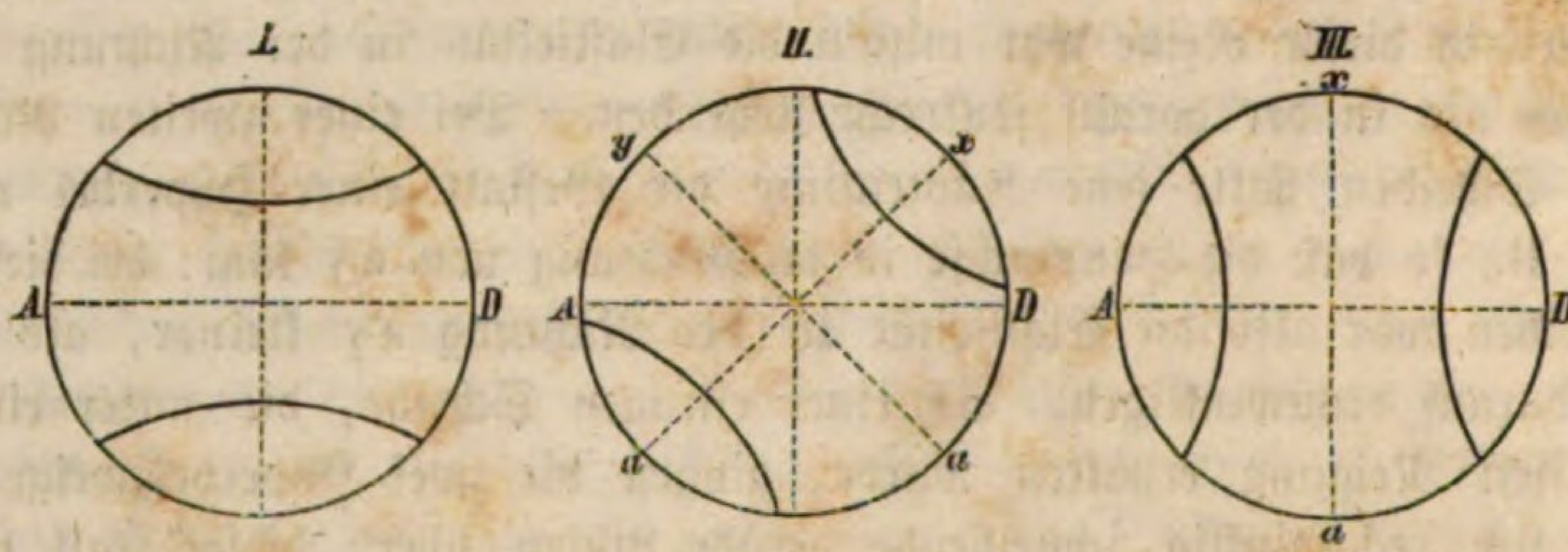


stand die eine Knotenlinie aus zwei sich schneidenden geraden Linien, deren eine a z der Achse AZ entsprach. Diese letztere blieb bei allen Scheiben die Nebenachse des hyperbolischen Knotensystems, Fig. I., das in dem Maße flacher wurde, als die Scheiben sich dem Parallelismus mit der Ebene AXBZ näherten. In gleicher Weise nehmen auch die Töne stufenweise an Höhe zu.

Bei den Scheiben, welche senkrecht um die Achse AX der größeren Elasticität und senkrecht gegen die Ebene AYDZ geschnitten waren, (Fig. 36), bestand das eine Knotensystem aus zwei sich rechtwinklig schneidenden Linien, von denen die eine a x mit der Achse AX der größeren Elasticität zusammenfiel. Dieselbe war zugleich die Nebenachse der hyperbolischen Curven, Fig. I., aus denen das zweite Knotensystem bestand. Die den Scheiben zugehörigen Töne fielen in dem Maße höher aus, als die Scheiben sich dem Parallelismus der mittleren Elasticität näherten.

Bei den Scheiben, welche um die Diagonale AD senkrecht gegen die Ebene ACYZ geschnitten waren, stellten sich die beiden Knotensysteme unter der Form zweier hyperbolischen Curven dar, wie Fig. 37 I.

Fig. 37.

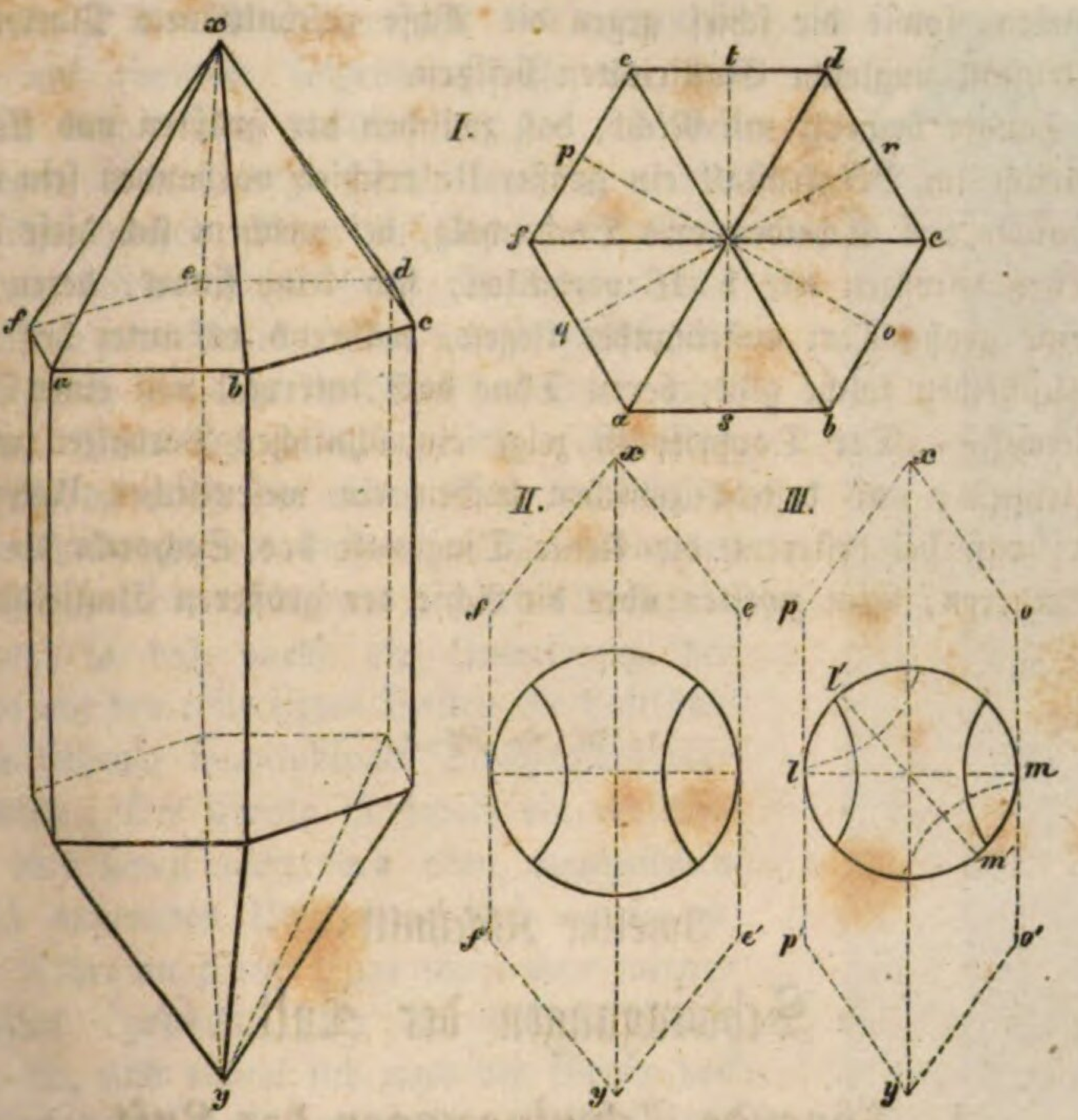


zeigt. Nur bei zwei Scheiben erhielt man ein System von zwei sich rechtwinklig schneidenden Geraden: nämlich auf der Scheibe, in welcher zwei Elasticitätsachsen lagen, die Fig. II., und auf der Scheibe, welche eine derselben umschloß, die Fig. III. Der Ton fiel in dem Maße höher aus, als die Scheibe dem Parallelismus der Achse der größeren Elasticität näher kam.

Die obigen bei Körpern mit drei rechtwinkligen Elasticitätsachsen beobachteten Erscheinungen führen uns zu folgenden Resultaten: Enthält die Ebene der Scheibe eine der Elasticitätsachsen, so besteht eine der Knotenfiguren aus zwei geraden sich rechtwinklich schneidenden Linien, deren eine sich immer jener Achse parallel legt; die andere Figur besteht aus zwei hyperbolischen Curven. — Enthält die Scheibe keine der Achsen in ihrer Ebene, so bestehen beide Knotenfiguren jedesmal aus hyperbelähnlichen Curven. — Die Hauptachse der hyperbolischen Curven stellt sich jederzeit in die Richtung der kleinsten Elasticität, so daß also, wenn diese Achse die früher von der Nebenachse angenommene Lage erhält, die Elasticität in dieser Richtung geringer, als in der andern geworden ist. — Die Scheibe, welche die Achse der größten und mittleren Elasticität in ihrer Ebene enthält, gibt den höchsten Ton; die Scheibe, welche senkrecht auf der Achse der größeren Elasticität steht, dagegen den tiefsten Ton.

Aehnliche Versuche hat Savart mit dem Bergkrystall angestellt. Die daraus sich ergebenden Resultate sollen hier mitgetheilt werden. Dieser Körper erscheint gewöhnlich in der Gestalt einer sechsseitigen Säule, welche durch sechsseitige Pyramiden begrenzt sind (Fig. 38); die Linie XY, welche die Scheitel der Pyramiden verbindet, ist die Achse des Krystalls. In solchen Scheiben nun, welche senkrecht auf diese Achse geschnitten sind, erhielt man an jeder Stelle eine Klangfigur mit diametraler Knotenlinie, woraus folgt, daß die Elasticität nach allen Richtungen senkrecht auf die Achse dieselbe ist.

Fig. 38.



Bei den drei Scheiben, welche parallel zur Achse des Krystalls nach den Richtungen fc und denen der diagonalen ad und eb des Sechsecks geschnitten sind, besteht die eine Knotenlinie aus zwei sich rechtwinklig schneidenden Geraden, von denen die eine xy parallel zur Achse XY ist; die andere Knotenlinie hat Aehnlichkeit mit zwei Hyperbelzweigen, denen die ersteren Linien als Achsen dienen, wie Fig. II. zeigt. Diese Scheiben enthalten also wenigstens eine der Elasticitätsachsen in ihrer Ebene. — Bei den drei Scheiben, welche parallel zur Achse des Krystalls nach den Richtungen po, qr und st, deren jede beziehungsweise auf zwei gegenüberliegenden Seiten des Sechsecks senkrecht steht, geschnitten sind, zeigen sich beide Knotensysteme unter der Gestalt hyperbolischer Curven, welche Fig. III. darstellt. Die Hauptachsen der beiden Curven scheinen sich im Mittelpunkt unter einem Winkel von 51° bis 52° zu kreuzen.

Bei den Scheiben, welche parallel zur Achse nach anderen Richtungen als den vorhin angegebenen, sowie bei den Scheiben, welche schief gegen die Achse geschnitten sind, findet man, daß die Knotenlinien der beiden Systeme sich theils jenen der drei erstern, theils denen der

drei letzteren Scheiben nähern. Daraus geht hervor, daß die der Achse parallelen, sowie die schief gegen die Achse geschnittenen Platten aus Bergkrystall ungleiche Elasticitäten besitzen.

Savart bemerkt mit Recht, daß zwischen der größten und kleinsten Elasticität im Bergkrystall ein großer Unterschied vorhanden sein müsse, weil unter den Scheiben aus Buchenholz, bei welchem sich diese beiden äußersten Grenzen wie 1 : 16 verhalten, sich keine findet, deren Töne um eine große Terz auseinander liegen, während es unter den Bergkrystallscheiben solche gibt, deren Töne das Intervall von einer Quinte darbieten. — Der Doppelspath zeigt ein ähnliches Verhalten wie der Bergkrystall; nur besteht zwischen beiden ein wesentlicher Unterschied darin, daß bei ersterem die kleine Diagonale des Sechsecks die Achse der kleineren, beim zweiten aber die Achse der größeren Elasticität ist.

Zweiter Abschnitt:

Schwingungen der Luft.

I. Tönende Schwingungen der Luft.

1. Gedeckte und offene Orgelpfeifen.

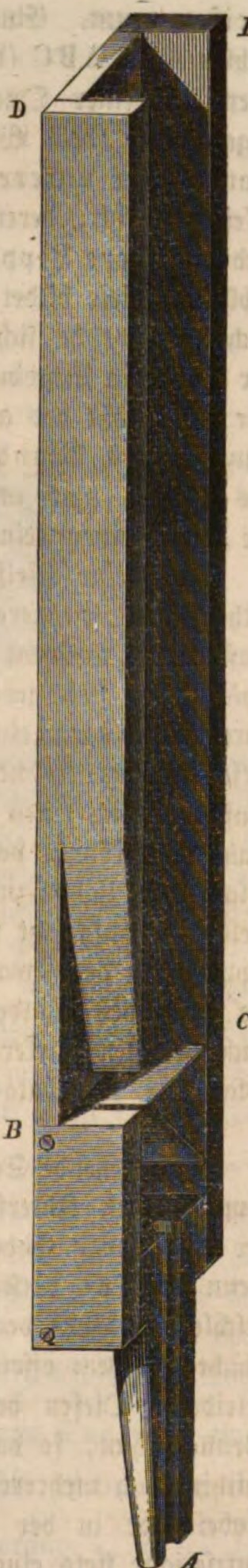
Die in einer geraden oder krummen Röhre eingeschlossene Luft tönt, sobald sie nach der Richtung ihrer Länge durch geeignete Verfahrungsweise in eine stehende Schwingung versetzt wird. Der Ton richtet sich lediglich nach den Dimensionen, der Temperatur und der Schwingungsdauer der in der Röhre enthaltenen Luftsäule und wird nicht geändert, wenn man die Röhre in der Hand festhält oder mit einem Tuche bedeckt. Auch bleibt die Tonhöhe dieselbe, wenn das Material der Röhre geändert wird, insofern ihre Wände nicht sehr dünne sind; nur auf die Qualität des Tones hat das Material einen merklichen Einfluß, welcher theils in dem Mitschwingen desselben, theils in den durch die Reibung hervorgebrachten verschiedenen Bewegungsphasen seinen Grund haben mag. — Die in einer Röhre eingeschlossene Luftsäule wird in Schwingung gebracht, indem man einmal durch Hineinblasen an einem Ende der Röhre die Luft verdichtet, wie dies beim Waldhorn geschieht; dann am offenen Ende der Röhre einen dünnen Luftstrom vorbeistreichen läßt, wie dies bei der Flöte der Fall

ist; ferner durch einen Luftstrom ein elastisches Plättchen in Oscillation versetzt, das so regelmäßig auf einander folgende Stöße auf die Luft in der Röhre ausübt, wie es bei der Klarinette bewerkstelligt wird; endlich einen schon schwingenden Körper auf die eingeschlossene Luftsäule wirken läßt: so z. B. kommt eine Orgelpfeife zum Tönen, wenn eine angeschlagene Stimmgabel, die nahe den Ton der Pfeife gibt, vor ihre Mündung gehalten wird. In allen diesen Fällen wird an einem Ende der Röhre eine große Anzahl von Luftwellen hintereinander hervorgerufen, die am andern Ende eine Reflexion erleiden, so daß durch die Interferenz der directen mit den reflectirten Wellen die Luftsäule in eine stehende longitudinale Schwingung versetzt wird. Der Erfolg ist jedoch ein verschiedener und hängt außer den oben angegebenen Einfluß äußernden Umständen auch davon ab, ob die Röhre an einem Ende mehr oder minder geschlossen (gedeckt) oder an beiden Enden offen ist, und richtet sich nach der Größe des Mundloches und nach der Art des Anblasens.

In wie weit die beiden letzteren Stücke von Einfluß sind, können wir schon bei dem gewöhnlichen Pfeifen mit dem Munde sehen. Der Ton hängt nämlich einmal von der Kraft ab, mit welcher die Luft beim gleichen Grade der Zusammendrückung der Lippen durch die gelassene Oeffnung ausgeblasen wird, so daß, wenn letztere ungeändert bleibt, bei einer größeren Kraft der Ton höher ausfällt. Dann hängt derselbe auch von der Größe der Oeffnung ab, so daß bei einerlei Kraft die Töne desto höher werden, je enger die Oeffnung ist. Hierher gehören auch die Töne, welche bei dem Strömen eines starken Windes durch kleine Oeffnungen entstehen; die Töne werden nämlich höher und stärker, wenn die Heftigkeit des Windes zunimmt.

Um die bei den tönenden Röhren vorkommenden Gesetze aufzufinden, wollen wir zunächst

Fig. 39.

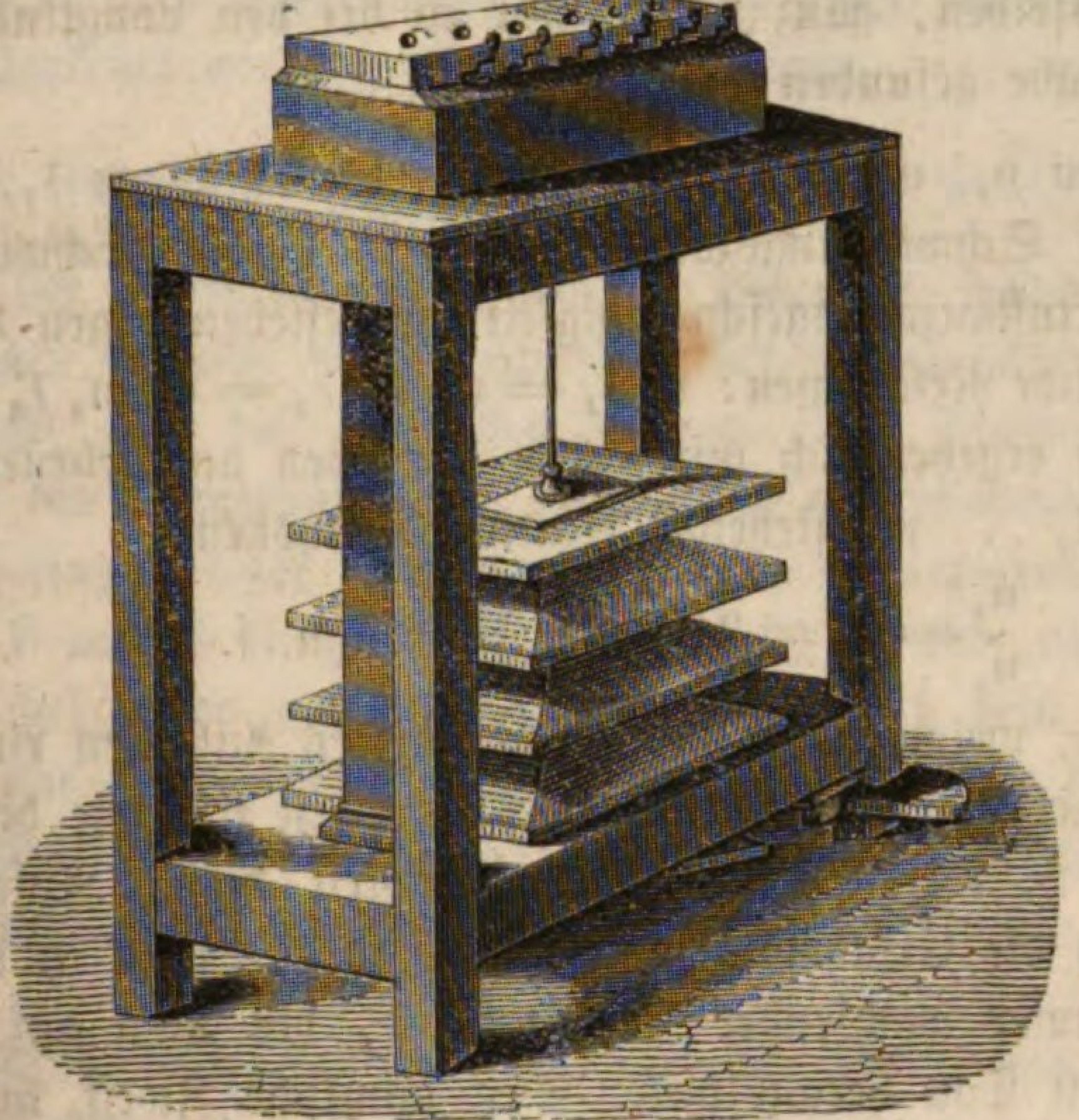


die Orgelpfeifen betrachten, welche man Flötenwerke oder Labialepfeifen nennt. Eine solche Pfeife besteht aus zwei Theilen, aus einem hohlen Kegel ABC (dem Fuß der Pfeife), Fig. 39, der unten offen und oben mit einer Querplatte, dem sogenannten Kerne, bis auf eine enge Spalte (dem Windloche) in der Nähe des etwas hineingebogenen Randes (der unteren Lippe) geschlossen ist; und aus der eigentlichen Pfeife BCDE, deren unterer Rand ebenfalls ein wenig eingebogen ist und die obere Lippe ausmacht. Die Luft wird durch A in den Fuß geblasen; diese bildet bei dem Austreten aus dem Windloch eine dünne Schichte, welche sich gegen die obere Lippe bricht und so die Luft in der Röhre in Schwingung versetzt. Die Neigung der oberen Lippe, sowie die Größe des an dem unteren Rande der Röhre befindlichen Aufschnitts (des Mundes der Pfeife) haben Einfluß auf die Schönheit des Tones; man muß deßwegen jene Stücke so lange abändern, bis die Pfeife einen reinen und deutlichen Ton angibt.

Um kleine Pfeifen zum Tönen zu bringen, reicht der menschliche Athem hin. Größere erhalten den Wind aus einem luftdicht geschlossenen Kasten, in welchem die Luft durch Blasebälge verdichtet wird. Mit dem Kasten steht jede Pfeife durch ein Ventil in Verbindung, welches durch Anschlagen einer entsprechenden Taste geöffnet wird. Um den Erscheinungen, welche die Blasinstrumente darbieten, nachgehen zu können, muß man sich einen derartigen Apparat verschaffen, womit eine Auswahl von Röhren von verschiedener Länge und Dicke aus Holz, Metall, Glas oder Pappe zu verbinden ist, nebst einigen Füßen aus Holz, auf welche sie aufgesetzt werden können. Die Fig. 40 stellt einen solchen Apparat in dem zwanzigsten Theil seiner natürlichen Größe dar. Um die Kraft des Windes, welcher die Pfeifen zum Tönen bringen soll, nach Belieben stärker oder schwächer zu machen, legt man auf das obere Blatt des Blasebalgs mehr oder weniger Gewichte auf.

Die stehende Schwingung der Luftsäule in einer gedeckten Pfeife kommt durch Interferenz der am geschlossenen Ende reflectirten und der am offenen Ende gebildeten directen Wellen zu Stande. Sie ist, wenn ein Ton entstehen soll, von solcher Beschaffenheit, daß an das geschlossene Ende der Röhre ein Schwingungsknoten fällt und die Luftschichte an dem offenen Ende derselben keine Aenderung in ihrer Dichte erleidet. Diesen beiden Bedingungen kann man auf mehrfache Weise Genüge thun, so daß es also möglich ist, mehrere Schwingungsarten, mithin auch mehrere Töne mit derselben gedeckten Pfeife hervorzubringen, wobei jede in der Mitte zwischen zwei Schwingungsknoten liegende Luftschichte stets einerlei Dichte hat. Nach dem, was über die durch

Fig. 40.



Interferenz von Longitudinalwellen gebildete stehende Schwingung gesagt worden ist, beträgt nun der Abstand der Luftschichte von unveränderlicher Dichte vom Schwingungsknoten $\frac{1}{4}$ einer Wellenlänge; es wird also bei jeder Schwingungsart in einer gedeckten Pfeife eine Luftwelle von solcher Länge sich bilden, daß die Entfernung des ersten Schwingungsknotens vom offenen Ende den vierten Theil einer Wellenlänge beträgt und das geschlossene Ende in einen Schwingungsknoten fällt. Die einfachste Schwingungsart, die den tiefsten Ton gibt, dessen die Pfeife fähig ist, wird daher diejenige sein, bei welcher nur am geschlossenen Ende ein Schwingungsknoten vorkommt. Ist λ die dieser Luftwelle zugehörige Länge und l jene der Pfeife, so ist also $l = \frac{\lambda}{4}$ oder $\lambda = 4l$. — Die nächst höhere Schwingungsart ist diejenige, bei welcher außer dem Schwingungsknoten angeschlossenen Ende noch ein Knoten in der Röhre sich bildet, welcher vom geschlossenen Ende um die halbe Wellenlänge und vom freien Ende um den vierten Theil derselben absteht. Bezeichnet λ_2 diese Wellenlänge, so ist die Pfeifenlänge $l = \frac{\lambda_2}{2} + \frac{\lambda_2}{4}$; woraus $\lambda_2 = \frac{4}{3} l$. — Ein noch höherer Ton führt zwei Schwingungsknoten mit sich, so daß, wenn λ_3 dessen Wellenlänge bedeutet, die Pfeifenlänge $l = \frac{\lambda_3}{2} + \frac{\lambda_3}{2} + \frac{\lambda_3}{4}$ ist; woraus $\lambda_3 = \frac{4}{5} l$ 2c.

In allen diesen Fällen ist jedes zwischen zwei Schwingungsknoten liegende Stück der schwingenden Luftsäule noch einmal so lang, als das freie Ende derselben, ganz so wie wir es bei den Longitudinalschwingungen der Stäbe gefunden haben.

Bezeichnen n_1, n_2, n_3 . . . die den Wellenlängen λ_1, λ_2, λ_3 . . . entsprechenden Schwingungszahlen, ferner T die Schwingungsdauer und u die Fortpflanzungsgeschwindigkeit, so bestehen wegen $\lambda = uT$ und $nT = 1$ folgende Relationen: $n_1 \lambda_1 = u$; $n_2 \lambda_2 = u$; $n_3 \lambda_3 = u$ u. s. w. Aus denselben ergeben sich mit Hülfe der oben angegebenen Ausdrücke von λ_1, λ_2, λ_3 . . . nachstehende relative Tonhöhen:

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = 3; \; \frac{n_3}{n_1} = \frac{\lambda_1}{\lambda_3} = 5 \text{ u. s. w.},$$

d. h. die Töne, welche durch bloßes verstärktes Anblasen einer gedeckten Pfeife hervorgebracht werden können, verhalten sich wie die ungeraden Zahlen 1, 3, 5, 7 . . . Die Statthaftigkeit dieser Aufeinanderfolge läßt sich durch die Erfahrung nachweisen, indem man in den Fuß der Röhre mit immer wachsender Stärke bläst, bis man auf diese Weise einen deutlichen Ton herauslockt. Der nämliche Zweck kann auch dadurch erreicht werden, daß man blos die Größe des Aufschnitts der Pfeife mittelst eines dünnen verschiebbaren Kupferblechs abändert. Man zieht zuerst das Blech ganz zurück und bestimmt dann den tiefsten Ton, welcher der Pfeife vermöge ihrer Länge zukommt; hierauf schiebt man, während der Wind in derselben Stärke aus dem Blasewerk strömt, das Blech allmählig weiter vorwärts, bis man an einen Punkt kommt, wo die Pfeife wieder deutlich anspricht: der Ton, den sie alsdann gibt, wird genau den Werth 3 haben, wenn der des ersten als 1 angenommen wird. Bei allmäligem Vorwärtsschreiten des Blechs wird der Ton 3 undeutlich werden, dann gänzlich ausbleiben und endlich der Ton 5 sich vernehmen lassen.

Die Töne der Pfeifen bei einerlei Schwingungsart hängen von der Länge der darin eingeschlossenen Luftsäule und von deren Elasticität ab, welche letztere der Kraft gleich gilt, mit welcher sie von der Atmosphäre zusammengedrückt wird. Bezeichnet n die der einfachsten Schwingungsart zukommende Schwingungszahl, l die Länge der Pfeife, g die Acceleration der Schwere, P die Kraft in Grammes, mit welcher die Atmosphäre auf die Flächeneinheit drückt und δ das specifische Gewicht der Luft; so hat man $n = \frac{1}{4l}\sqrt{\frac{Pg}{\delta}k}$, wo k den Quotienten bezeichnet, der sich ergibt, wenn man die Wärmecapacität der Luft bei constantem Drucke durch die Wärmecapacität bei constantem Volumen

dividirt. In der Lehre von der Wärme wird nachgewiesen, daß dieser Quotient $k = 1{,}4$ ist. Bei Pfeifen von verschiedener Länge verhalten sich also bei einerlei Schwingungsart unter sonst gleichen Umständen die Töne umgekehrt wie die Längen der Pfeifen.

Aus der Formel $n = \frac{1}{4l}\sqrt{\frac{kPg}{\delta}}$ folgt, daß, wenn die Dichte der Luftsäule in der Pfeife durch Erwärmung abnimmt, während der Druck der Atmosphäre derselbe bleibt, der Ton der Pfeife höher wird. Daher kommt es, daß bei Concerten Saiten- und Blasinstrumente bei Veränderung der Temperatur die Stimmung nicht behalten, indem die ersteren nach eingetretener Erwärmung tiefer, die letzteren höher tönen. — Nehmen P und δ in gleichem Verhältnisse zu oder ab, so bleibt n unverändert bei einer und derselben Pfeife: auf dem Gipfel eines Berges wie am Fuße, ist also bei gleicher Temperatur der Ton einer Pfeife der nämliche, weil mit der Zunahme der Dichtigkeit der Luft auch der Druck der Atmosphäre in gleichem Verhältnisse zunimmt.

Bei einer beiderseits offenen Pfeife wird sich die stehende Schwingung immer in der Art bilden, daß die Luftschichten an beiden Enden eine unveränderliche Dichte behalten und nur hin und her oscilliren. Da nun die eine wie die andere gedachter Luftschichten von dem Schwingungsknoten um den vierten Theil einer Wellenlänge absteht, so wird die einfachste Schwingungsart in einer offenen Pfeife demnach diejenige sein, bei welcher sich ein Schwingungsknoten in der Mitte der Röhre bildet. Ist mithin λ^{I} die dieser Schwingungsweise zugehörige Wellenlänge, so ist die Pfeifenlänge $l = \frac{\lambda^{I}}{2}$, woraus $\lambda^{I} = 2l$. — Bei der zweiten Schwingungsart entstehen zwei Schwingungsknoten, deren gegenseitiger Abstand von einander eine halbe Wellenlänge beträgt und deren jeder um den vierten Theil einer Wellenlänge von dem nächsten Pfeifenende entfernt ist. Bezeichnet λ^{II} jene Wellenlänge, so ist also $\frac{\lambda^{II}}{2} + \frac{\lambda^{II}}{4} + \frac{\lambda^{II}}{4} = l$, woraus $\lambda^{II} = \frac{2l}{2}$.
Aehnliches kommt bei der Bildung von drei, vier ... Schwingungsknoten vor, bezüglich deren Anordnung immer das Gesetz gilt, daß ein freier Theil der schwingenden Luftsäule halb so lang ist, wie ein zwischen zwei Schwingungsknoten liegender; so daß, wenn λ^{III}, λ^{IV} ... die Längen derjenigen Wellen sind, die bei drei, vier ... Schwingungsknoten sich bilden, man hat: $\lambda^{III} = \frac{2l}{3}$; $\lambda^{IV} = \frac{2\lambda}{4}$ u. s. w. Sind n^{I}, n^{II}, n^{III} ... die Schwingungszahlen, wenn in der Pfeife die Wellen

von der Länge λ^{I}, λ^{II}, λ^{III} ... entstehen, dergestalt, daß $n^{I}\lambda^{I} = u$; $n^{II}\lambda^{II} = u$; $n^{III}\lambda^{III} = u$ ...; so erhält man mittelst der oben angegebenen Werthe von λ^{I}, λ^{II}, λ^{III} ... folgende Relationen:

$$\frac{\lambda^{I}}{\lambda^{II}} = \frac{n^{II}}{n^{I}} = 2; \quad \frac{\lambda^{I}}{\lambda^{III}} = \frac{n^{III}}{n^{I}} = 3; \quad \frac{\lambda^{I}}{\lambda^{IV}} = \frac{n^{IV}}{n^{I}} = 4 \ldots :$$

d. h. die Töne, die an einer offenen Röhre durch verschieden starkes Anblasen hervorgebracht werden können, verhalten sich, den ersten als Einheit angenommen, wie die natürlichen Zahlen 1, 2, 3, 4 .... Diese Reihenfolge von Tönen läßt sich auf die nämliche Weise durch die Erfahrung bewähren, wie dies bei den gedeckten Pfeifen geschehen ist.

Die Schwingungszahl n' des tiefsten Tones einer offenen Pfeife wird durch die Formel $n' = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{gPk}{\delta}}$ angegeben, wo l, g, P, δ, k ganz dieselben Bedeutungen haben, wie in der für die Schwingungszahl n des tiefsten Tones einer gedeckten Pfeife aufgestellten Formel. Der tiefste Ton einer offenen Pfeife ist also die höhere Octave von dem tiefsten Tone einer gleich langen gedeckten Pfeife.

Zur Prüfung der Vorgänge bei der in einer Röhre vibrirenden Luft, nahmen wir nach der Angabe von Hopkins eine gläserne Röhre von 4—5 Centimeter im Durchmesser und ohngefähr 60 Centimeter Länge und versahen sie an ihrem oberen Ende mit einem Auszugsrohre von Pappe, so daß die ganze Röhre sich verlängern oder verkürzen ließ. Um die Luft in der Röhre in schwingende Bewegung zu versetzen, befand sich nahe an dem unterm Ende derselben, nachdem sie in verticaler Lage befestigt war, eine Glasplatte, welche durch eine Zange in der Mitte horizontal gehalten und durch Streichen mit einem Violinbogen zum Tönen gebracht wurde. Eine über einen kleinen Metallrahmen gezogene zarte Membrane, welche mittelst eines dünnen Fadens in die Röhre nach Belieben eingesenkt werden konnte, ließ durch die mehr oder minder lebhafte Bewegung des aufgestreuten Sandes auf jene der Luft in der Röhre schließen. Um die Membrane für dergleichen Anzeigen möglichst empfindlich zu machen, waren an dem Rahmen zwei besondere Schrauben angebracht, durch deren Anziehen oder Nachlassen man die Membrane mehr oder weniger anzuspannen und so in den Ton zu stimmen vermochte, den die Röhre angab: denn je näher die Schwingungen der Membrane jenen der Luft liegen, desto genauer wird sie den Bewegungszustand an den verschiedenen Orten in der Röhre anzeigen. Außerdem ist noch darauf zu achten, daß die Oeffnung der Röhre sich nur über solchen Theilen der vibrirenden Platte befindet, welche in demselben Sinne schwingen.

Die Ergebnisse dieser Versuche sind folgende:

1) Die Knoten sind keine Orte völliger Ruhe der Luft, sondern nur Orte der kleinsten Vibration.

2) Die Entfernungen je zweier benachbarten Knoten sind einander gleich und betragen genau eine halbe Wellenlänge.

3) Der Abstand des letzten Knotens von dem Ende der offenen Röhre ist kleiner als der vierte Theil der Wellenlänge; der Unterschied oder die Verschiebung des Knotens wächst mit der Länge der Schallwellen und mit dem Durchmesser der Röhre.

4) In einer geschlossenen Röhre ist der Abstand des letzten Knotens von dem Ende gleich einer halben Wellenlänge.

5) Die Intensität der Vibrationen in einer offenen Röhre ist am größten, wenn deren Länge etwas kleiner ist, als ein gerades Vielfaches von einer Viertelwellenlänge, und wird am kleinsten, wenn sich die Länge der Röhre einem ungeraden Vielfachen von einer Viertelwellenlänge nähert.

6) Für eine geschlossene Röhre findet die stärkste Vibration statt, wenn die Länge der Röhre ohngefähr einem geraden Vielfachen einer Viertelwellenlänge gleichkommt, und die geringste Vibration tritt ein, wenn sie ein ungerades Vielfache jener Größe beträgt.

7) Bringt man die Platte sehr nahe an die Mündung der Röhre und läßt die Länge der Röhre allmälig zu- und abnehmen, so findet man, daß die Vibrationen der Platte von der Gegenwart der offenen Röhre nicht afficirt werden, wenn deren Länge etwas weniger als ein gerades Vielfache von einer Viertelwellenlänge beträgt, daß es aber beinahe unmöglich wird, die Platte in Schwingung zu versetzen, wenn die Länge der Röhre von jener Größe um eine Viertelwellenlänge verschieden ist.

8) Aehnliches gilt für die geschlossene Röhre, wenn deren Länge mit einem ungeraden Vielfachen einer Viertelwellenlänge übereinstimmt oder von jener Größe um eine Viertelwellenlänge unterschieden ist.

Röhren von ungleichförmigem Durchmesser, z. B. kegelförmige, können, wenn sie angeblasen werden, entweder tiefer oder höher als eben so lange cylindrische oder prismatische Röhren tönen, je nachdem sie nach oben zu sich verengern oder erweitern, sich mithin entweder einer gedeckten oder offenen Röhre mehr nähern. — Aehnliches gilt von den sogenannten Rohrflöten, deren Tonhöhe in der Mitte zwischen jenen der ganz gedeckten und ganz offenen liegt. Diese Pfeifen sind nichts anders als gedeckte Pfeifen, in deren Deckel ein kleines rundes Loch sich befindet, in welches eine Röhre von gleichem Durch-

messer eingefügt wird, die an beiden Enden offen und im Verhältniß zur Pfeife kurz ist.

Die gewöhnlichen Verfahrungsweisen, eine Orgelpfeife auf eine bestimmte Tonhöhe zu bringen, gründen sich auf die Modificationen, welche der Ton bei Abänderung der Länge oder der Gestalt der Pfeifen erleidet. Sie ändern sich nach der Gattung der Pfeifen und dem Stoffe, woraus sie bestehen. Bei den gedeckten Pfeifen aus Holz oder Pappe setzt man einen passenden, mit Leder umwundenen hölzernen Propfen ein, den man allmälig herabdrückt oder zurückzieht, bis die Pfeife in dem verlangten Ton anspricht. Bei den offenen Pfeifen setzt man eine dünne Platte von Blei in einer gegen die Achse geneigten Richtung an die Oeffnung an und ändert dann die Neigung der Bleiplatte, bis man den gewünschten Ton erhält. Indem die Platte die Oeffnung mehr und mehr bedeckt, wird der Ton immer tiefer werden und um eine ganze Octave sinken, wenn die Oeffnung gänzlich verschlossen und so die Pfeife zu einer gedeckten gemacht würde. — Die offenen Pfeifen von Blei oder Zinn werden, wenn sie zu tiefe Töne geben, oben am Rande auseinandergetrieben, so daß die Oeffnung weiter wird; dagegen drückt man die Ränder der Oeffnung zusammen und verengert letztere dadurch, wenn die Pfeife zu hoch tönt. Durch Verengerung der Oeffnung wird nämlich die Pfeife einer gedeckten näher gebracht, dagegen bei Erweiterung der Oeffnung mehr davon entfernt. Bei den gedeckten Pfeifen bringt man auf ihre äußere Oberfläche zur Seite der Lippe, wo der Wind anlangt, zwei bleierne Blätter an, die sich nach Außen öffnen und Bärte heißen. Liegen diese Bärte auf der Oberfläche der Pfeife, so gibt sie den Ton, welcher ihr vermöge ihrer Länge zukommt; nähert man aber die Bärte stufenweise einander, so wird der Ton immer tiefer und dies oft in bedeutendem Maße.

2. Einfluß der Weite und der dünnen Wände bei den Orgelpfeifen und die chemische Harmonika.

Die Weite der Röhre übt bei den Labialpfeifen einen beträchtlichen Einfluß auf die Tonhöhe aus, sobald sie nicht viel kleiner als die Länge ist. Der Einfluß der Weite bei dergleichen Pfeifen zeigt sich, wenn man die Länge der schwingenden Luftsäule durch Einschieben eines massiven Cylinders verkürzt, darin, daß die tieferen Töne nicht mehr ansprechen. Mehrfach darüber angestellte Versuche mit Pfeifen von verschiedener Größe und Gestalt haben uns zu manchen interessanten Ergebnissen geführt, welche Savart zum Theil schon aufgefunden hat. Der bestimmteren Ausdrucksweise halber verstehen wir unter Breite der Pfeife diejenige Dimension ihres Querschnitts, welche dem Wind-

loche parallel läuft und unter Dicke die andere Dimension jenes Querschnitts. Für die gedeckten wie die offenen Pfeifen sind die Resultate folgende:

1) Vermindert man die Breite der Pfeife und mit ihr die Spalte, ohne an den übrigen Dimensionen etwas zu ändern, so bleibt der Ton in Bezug auf seine Höhe ungeändert, nur wird er schwächer, je kleiner die Breite ist. Die Breite einer prismatischen Pfeife mit quadratförmiger Basis kann daher ohne Aenderung ihres Tones vermindert werden.

2) Bei parallelepipedischen Pfeifen ist die Schwingungszahl der Luftsäule ihrer Länge umgekehrt proportional, wenn das Verhältniß der Dicke zur Länge nicht unter 1 zu 6 liegt. Der Ton wird aber tiefer, als er der Länge der Röhre nach sein sollte, wenn jenes Verhältniß kleiner als das von 1 zu 6 ist: nämlich

um mehr als eine Terze tiefer für das Verhältniß von 1 zu 4;
" " " " Quarte " " " " " 1 zu 3;
" " " " Quinte " " " " " 1 zu 2;
" " " " Octave " " " " " 1 zu 1;

3) Kubische Pfeifen sprechen leicht an und liefern Töne, deren Werthe im umgekehrten Verhältniß ihrer Seitenlängen stehen; auch scheinen uns die Töne dergleichen Pfeifen weniger markig und voll zu sein, als diejenigen, welche bei den gewöhnlichen längeren Pfeifen erhalten werden. Das stärkere Anblasen bei den kubischen Pfeifen übt einen Einfluß auf die Stärke, doch keinen oder wenigstens nur einen sehr geringen auf die Höhe des Tones aus.

4) Bei parallelepipedischen Pfeifen von ähnlicher Gestalt verhalten sich die Tonwerthe verkehrt wie die homologen Abmessungen der Pfeifen: die Anwendungen der Pfeifen von ähnlicher Gestalt kann daher bei dem Orgelbau von Nutzen sein.

5) Bei parallelepipedischen Pfeifen, die nicht zu einander ähnlich sind, bleibt der Ton unverändert, wenn das Produkt der Länge mit der Dicke keine Aenderung erfährt, unter der Voraussetzung, daß die Dicke größer als der sechste Theil der Länge ist. Unter der nämlichen Voraussetzung geben im Allgemeinen dergleichen Pfeifen Töne, deren Werthe im verkehrten Verhältniß der Quadratwurzeln der Produkte der Länge mit der Dicke stehen.

6) Für ähnliche und unähnliche cylindrische Pfeifen gelten dieselben Gesetze; im Durchschnitt sind die Töne bei diesen Pfeifen wohlklingender, als bei den prismatischen. Doch äußert bei den Letztern das Material der Wände auf die Beschaffenheit des Tones einen geringern Einfluß als bei den Ersteren.

7) Der tiefste Ton einer offenen Pfeife ist jederzeit die Oberoctave von dem tiefsten Tone einer gleichlangen gedeckten Pfeife, in welchem Verhältnisse die Dicke und Länge auch zu einander stehen mögen.

8) Durch verschiedene Art des Anblasens erhält man verschiedene Töne, von denen jedoch der eine oder der andere minder anspricht, je weniger die Dicke von der Länge abweicht. Im Allgemeinen sprechen bei gedeckten Pfeifen die höheren Töne leichter an, als die tieferen, während bei den offenen Pfeifen die tieferen Töne leichter als die höheren erhalten werden.

Es läßt sich eine Röhre auch durch Anblasen einer in der Mitte der Seitenwand angebrachten Mündung zum Tönen bringen. Einige aus verschiedenen darüber angestellten Versuchen erhaltene Resultate sind folgende:

1) Eine Röhre von 60 Centimeter Länge und von 24 Millimeter im Durchmesser und in der Mitte angeblasen gab, als sie an beiden Enden geschlossen war, bei verschiedenem Anblasen eine Reihe von Tönen, die sich verhielten wie die Zahlen 1, 3, 5....

2) Dieselbe Röhre lieferte, als sie an beiden Enden offen war, eine Reihe von Tönen, die mit den Zahlen 2, 4, 6... übereinkamen.

3) Die Röhre gab, als sie blos an einem Ende offen war, Töne, welche in dem Verhältnisse der Quadrate der reciproken Werthe der Zahlen 3, 4, 5 . . . zu einander standen; der tiefste dieser Töne verhielt sich zu dem tiefsten der in dem ersten Falle erhaltenen Töne wie 16 : 9.

4) Der Ton der Röhre, wenn sie auf die Hälfte, den vierten, den achten Theil ihrer Länge verkürzt wurde, ging jedesmal mehr als um eine Sexte in die Höhe: dies ereignete sich, die Röhre mochte an beiden Enden geschlossen oder offen, oder blos an einem Ende offen sein.

5) Bei einer weiteren Röhre kamen die tieferen Töne leichter zum Vorschein, als die höheren.

6) Im Allgemeinen war der tiefe Ton desto tiefer, je weiter die Oeffnung war.

Mit dem hier angegebenen Apparat hat viel Aehnlichkeit jenes kleine Instrument, womit die Jäger die Stimmen verschiedener Thiere nachahmen. Dasselbe besteht aus einer etwa 2 Centimeter weiten, 0,5 Centimeter langen beinernen Röhre, die an beiden Enden mit ebenen Platten geschlossen und in der Mitte mit einer kleinen Oeffnung versehen ist. Das Instrument liefert eine große Mannigfaltigkeit von Tönen, je nachdem stärker oder schwächer geblasen wird. — Die Jäger haben auch noch andere Pfeifen, womit gerade nur die Stimme eines

einzelnen Thiers, wie z. B. die des Rehes oder Hirsches nachgeahmt wird; dergleichen Instrumente gehören zu der Klasse der sogenannten Zungenpfeifen, von denen im folgenden ausführlicher die Rede sein soll.

Dünne Röhrenwände üben auf die Stimmung schwingender Luftsäulen einen Einfluß aus, wie wir aus verschiedenen mit Pfeifen mit häutigen Wänden angestellten Versuchen ersehen haben. Die Ergebnisse zu denen wir geführt worden sind und welche zum Theil voraus zu sehen waren, sind folgende:

1) Pfeifen mit membranösen Wänden können tiefer oder gleich hoch oder höher als Pfeifen mit starren Wänden unter übrigens gleichen Umständen tönen. Ob der eine oder der andere Fall eintritt, hängt ab von der eigenthümlichen Stimmung der Pfeife (d. h. der Stimmung, welche der Pfeife mit durchaus starrer Wandung zukommt) und der eigentlichen Stimmung der Membrane (d. h. der Stimmung, welche derselben bei ihrer Absonderung von der Pfeife zukommt). Sind jene Stimmungen gleich, so werden beide Pfeifen den nämlichen Ton geben. Sind aber die Stimmungen ungleich, so werden die beiden Töne desto weiter von einander abstehen, je weiter jene Stimmungen von einander abweichen.

2) Bei ungleichen Stimmungen der Pfeife und der Membrane wird der Unterschied in der Tonhöhe desto bedeutender ausfallen, je größer der Theil der Wand ist, welchen die Membrane einnimmt.

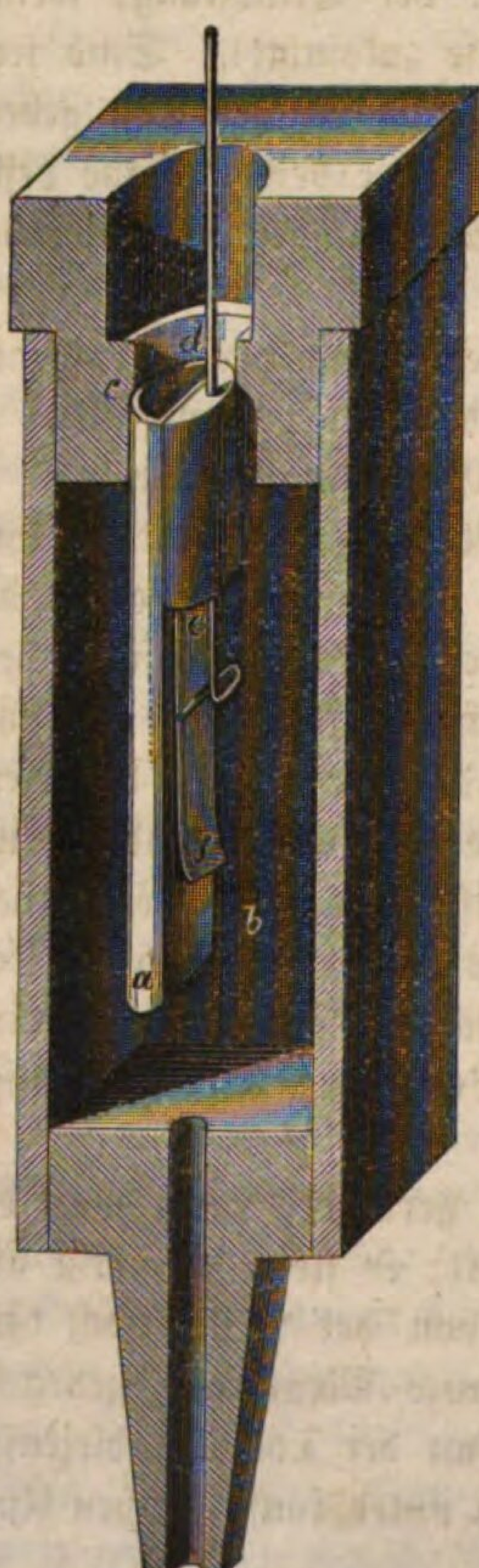
3) Wird die Membrane durch Feuchtigkeit erschlafft, mithin ihre Elasticität und ihre Rückwirkung auf die Luft geringer, so werden die Schwingungen der Membrane sowohl, wie jene der Luftsäule schwächer. Ist endlich die Membrane so schlaff, um durch das Anprallen der Luft in Schwingung zu kommen und das Zurückprallen der Luft zu bewirken, so kann kein Schwingen der Membrane und der angrenzenden Luft stattfinden. Fängt daher die Membrane gleich von dem Mundstücke an, so entsteht durch das Anblasen keine Tonschwingung mehr. Dagegen kommt, wenn der dem Mundstücke zunächst liegende Theil eine starre Wand bildet, ein höherer Ton zum Vorschein, der der Länge dieses Theils entsprechend ist.

4) Der Unterschied in der Tonhöhe wird geringer, wenn man die Membrane in der Mitte mit dem Finger drückt; er steigt allmälig auf den vorigen Werth, wenn man den Finger von der Mitte nach dem Rande der Membrane zuführt. Wird die ganze Membrane gedrückt, so daß sie nicht zu schwingen vermag, so kommt der Ton auf diejenige Höhe, welche er bei durchaus starrer Wandung unter sonst gleichen Umständen hat.

Man bringt die Luft in einer offenen Röhre auch zum Tönen, wenn man sie in verticaler Richtung über eine Wasserstoffgasflamme hält. Die Verbrennung des Gases erzeugt eine rasche Folge kleiner Explosionen und bringt so Stöße gegen die in der Röhre enthaltene Luftsäule hervor, wodurch diese zum Tönen kommt. Der Versuch, welchen man die chemische Harmonika heißt, gelingt mit allen brennbaren Gasen. Am besten eignen sich die Röhren aus Glas dazu, doch geben auch klingende Metallröhren von Zinn und Eisenblech u. s. w. dergleichen Töne. Der Ton der chemischen Harmonika steigt und fällt in dem Maße, als man die Röhre senkt oder erhebt. Die Töne ändern sich mit dem Material und dem Durchmesser der Röhren.

3. Zungenpfeifen und Compensationspfeifen.

Fig. 41.



Die Zungenpfeife ist ein aus zwei verschiedenen Schwingungsapparaten, deren jeder für sich schon Töne zu geben vermag, zusammengesetztes Instrument. Der eine dieser Apparate ist eine offene Röhre, welche mit dem anderen, dem sogenannten Mundstück, in Verbindung gesetzt wird. Das Mundstück, welches die Fig. 41 darstellt, ist eine prismatische oder cylindrische, an einem Ende geschlossene messingene Röhre a b c d, die der Länge nach eine rechteckige Oeffnung hat, über welcher ein dünner elastischer Messingstreifen e f liegt, dessen einer Theil e an der Röhre angelöthet ist, der andere f aber frei oscilliren kann, indem er an drei Seiten der Oeffnung streicht; dieser bewegliche Theil heißt die Zunge. Ueber der Zunge ist ein starker gekrümmter Metalldraht (die Krücke) angebracht, der sich auf- und niederschieben läßt und so gestattet, den schwingenden Theil der Zunge zu verlängern oder zu verkürzen. Durch das Anschlagen der Zunge gegen die Ränder der Oeffnung entsteht ein rauher schnarrender Ton. Um diesen Uebelstand zu beseitigen und einen angenehmeren Ton zu erhalten, macht man die Zunge etwas

schmäler als die Oeffnung ist, welche sie bedecken sollte, so daß sie, ohne an die Ränder der Röhre anzustreifen, frei in die Höhlung derselben hinein- und herausschwingen kann.

Das Mundstück wird zum Tönen gebracht, indem man den Theil desselben, an welchem sich die Zunge befindet, in den Mund nimmt und mit Vorsicht bläst, damit die Bewegung der Zunge nicht gehindert wird. Das Mundstück kann man auch wie eine Orgelpfeife mittelst eines Propfs, durch den man es hindurch gehen läßt, in einen hohlen Stiefel einsetzen, durch dessen untere Oeffnung der Wind mittelst des Mundes oder eines Blasebalgs gegen das Mundstück geblasen wird. Zur Herstellung der vollständigen Zungenpfeife setzt man mit dem Mundstück eine offene Röhre in eine solche Verbindung, daß das eine Ende des Mundstücks in der einen Oeffnung der Röhre befestigt ist, das andere Ende aber hervorragt, um es in den Mund oder auf den hohlen Stiefel zu stellen und so durch Anblasen die Zunge zum Schwingen bringen zu können.

Erfolgt das Anblasen, so kommt die Zunge sowohl wie die in der Röhre enthaltene Luft in Schwingung; aus dem Zusammenwirken jener beiden Schwingungsweisen gehen übereinstimmende Schwingungen der Zunge und der Luft in dem Ansatzrohr hervor, die von denen abweichen, welche diese zwei Bestandtheile machen, wenn jeder für sich allein in eine stehende Schwingung versetzt wird. Die Gesetze, nach denen die Schwingungen der Luft in der Röhre erfolgen, sind oben angegeben worden; es wäre daher zunächst unsere Aufgabe, die Gesetze kennen zu lernen, nach denen die Mundstücke für sich tönen, ehe wir dieselben in Verbindung mit der Röhre betrachten.

Die Erfahrung hat über die Töne, welche ein Mundstück liefern kann, zu folgenden Ergebnissen geführt. Die Tonhöhe des Mundstückes erleidet keine Abänderung, wenn die Dimensionen der Oeffnung jene der Zunge um etwas übertreffen, so daß niemals ein vollkommener Verschluß der Oeffnung stattfindet; nur spricht der Ton um so schwieriger an, einen je größeren Zwischenraum man zwischen den Rändern der Zunge und denen der Oeffnung läßt. Der Ton, welchen die in dem Mundstücke schwingende Zunge durch das Anblasen gibt, ist ferner derselbe, als wenn sie für sich an einem Ende befestigt durch irgend einen Anstoß in Schwingung versetzt wird; die Verbindung mit der kurzen Röhre, welche das Mundstück bildet, ändert nicht die Höhe des Tones, sondern nur dessen Stärke ab.

Die Gesetze, nach denen die Zungenpfeifen tönen, hat unser genialer Physiker W. Weber zuerst aufgestellt; die wichtigeren dieser Gesetze,

welche wir durch verschiedene Versuche bestätigt gefunden, wollen wir nun mittheilen. Wenn der Ton des abgesonderten Mundstückes mit einem in der Tonreihe der für sich tönenden offenen Röhre liegenden harmonischen Tönen übereinstimmt, so ist die Zungenpfeife je nach der Kraft des Anblasens zweier Töne fähig, eines höheren bei schwächerem Anblasen und eines tiefern bei stärkerem. Der erste kommt mit dem Ton des für sich tönenden Mundstückes überein; der zweite wird aber um eins der Intervalle, welche den Zahlen $^1/_2$, $^3/_4$, $^5/_6$, $^7/_8$ . . . entsprechen, tiefer werden, d. h. entweder mit dem Grundton oder dem ersten, zweiten . . . der harmonischen Töne der gedeckten Röhre von gleicher Länge zusammenstimmen, je nachdem der Ton des Mundstückes entweder mit dem Grundton oder dem ersten, zweiten . . . harmonischen Tone der tönenden offenen Röhre übereinstimmt. Wäre also der Ton des Mundstückes c und stimmte er mit dem Grundton der offenen Röhre überein, so würde die Zungenpfeife beim schwachen Anblasen auch den Ton c, beim starken Anblasen aber den Ton C geben, welche beide um eine Octave von einander abstehen. Wäre hingegen der Ton des Mundstückes z. B. $\bar{g}$ und stimmte er mit dem zweiten harmonischen Tone der offenen Röhre überein, so würde beim schwächern Anblasen der Ton $\bar{g}$, beim stärkeren Anblasen aber der Ton $\bar{e}$ zum Vorschein kommen, welche beide Töne um das Intervall $^5/_6$ aus einander liegen.

Trifft der Ton des abgesonderten Mundstückes mit keinem in der Reihe der harmonischen Töne der als offen tönend gedachten Röhre zusammen, so gibt die Zungenpfeife vermöge schwächern Anblasens einen Ton, der jederzeit tiefer als der des Mundstückes ist und zugleich mit demjenigen unter den harmonischen Tönen übereinstimmt, der jenem am nächsten liegt, welchen die offene Röhre von der Länge der Zungenpfeife für sich zu geben vermag. Wäre also z. B. $\bar{d}$ der Ton des Mundstückes und

$$c,\ \bar{c},\ \bar{g},\ \bar{\bar{e}}\ .\ .\ .\ .$$
$$2,\ 4,\ 6,\ 8\ .\ .\ .\ .$$

die Tonreihe der offenen Röhre, so würde die Zungenpfeife nunmehr den Ton $\bar{c}$ haben. Beim stärkeren Anblasen wird der Ton der Zungenpfeife ebenfalls wieder tiefer werden, als der des Mundstückes und zugleich mit demjenigen unter den harmonischen Tönen zusammenstimmen, der jenem am nächsten kommt, welchen die gedeckte Röhre von der Länge der Zungenpfeife für sich liefern kann. Wäre also wieder $\bar{d}$ der Ton des abgesonderten Mundstückes und

$$C,\ g,\ \bar{e},\ \overline{ais}\ .\ .\ .\ .$$
$$1,\ 3,\ 5,\ 7\ .\ .\ .\ .$$

die Tonreihe der gedeckten Röhre; so würde die Zungenpfeife den

Ton g hören lassen. So wären wir demnach im Stande, in allen Fällen den Ton einer Zungenpfeife im Voraus anzugeben, welchen sie nach dem Ton ihres Mundstückes, der Tonreihe ihrer Röhre, dem schwächern oder stärkeren Anblasen nach haben muß.

Die Veränderung des Tons eines Mundstücks durch Verlängerung der Ansatzröhre geschieht auf folgende Weise: Setzt man an das Mundstück eine kurze Röhre, deren Länge kleiner ist, als der vierte Theil der Länge a einer an beiden Enden offenen Röhre, die mit der Zunge im Einklange tönt; so wird der Ton kaum merklich tiefer als der ist, den die Zunge für sich hat. Während die Länge der Röhre stufenweise von a bis 4a zunimmt, wird der Ton merklich tiefer, als der Ton der isolirt schwingenden Zunge; die Tonhöhe ändert sich indessen in der ersten Hälfte der Verlängerung weniger als in der zweiten, im Ganzen um eine Octave. Hiermit schließt die Reihe von Tönen, die man durch die stufenweise Verlängerung der Ansatzröhre hervorbringen kann. Bei fortgesetzter Verlängerung springt nämlich der Ton auf den hohen Ton zurück, welchen die isolirte Zunge gibt, und dieser wird nun durch abermaliges Verlängern der Röhre auf ähnliche Weise allmälig tiefer, wie dies vorher der Fall gewesen. Denn während die Länge der Röhre von 4a bis 5a wächst, ändert sich der Ton kaum merklich. Bei weiterer Verlängerung von 5a bis 6a wird der Ton merklich tiefer. Während die Länge der Röhre von 6a bis 7a zunimmt, weicht der Ton schnell vom Tone der isolirt schwingenden Zunge ab. Bei einer Verlängerung von 7a bis 8a wird der Ton noch tiefer, bis er zuletzt eine Quarte tiefer als der Ton der isolirt schwingenden Zunge ist. Verlängert man die Ansatzröhre noch mehr, so springt der Ton wieder auf den Ton der abgesonderten Zunge zurück, welcher bis zur Verlängerung von 9a sich constant erhält, worauf er abermals tiefer erscheint und bei der Länge von 12a um eine kleine Terz gegen den Ton der Zunge gesunken ist. Der erste Sprung betrug mithin eine Octave, der zweite eine Quart, der dritte eine kleine Terz, deren Schwingungszahlen sich verhalten wie $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$. Bei den folgenden Sprüngen würden sich die Schwingungszahlen verhalten wie $\frac{7}{8}$, $\frac{9}{10}$, $\frac{11}{12}$. Hieraus folgt, daß, durch je mehr Abstufungen der Röhrenlänge man schon geschritten ist, um so weniger der Ton der Zungenpfeife durch weitere Verlängerung der Röhre unter den Ton der Zunge erniedrigt werden kann. Am Anfang jeder Periode, in welcher die Länge der Röhre stets um 4a zunimmt, schwingt also die Luftsäule in der Zungenpfeife wie in einer offenen Labialpfeife, am Schlusse jeder Periode wie in einer gedeckten Labialpfeife.

Die vorstehenden Gesetze führen zu folgenden Ergebnissen:

1) Der Ton, den ein Mundstück gibt, kann durch Verbindung mit einer Röhre unter gewissen Umständen ungeändert bleiben, wenn er aber geändert wird, nur tiefer werden; die größte Vertiefung des Tons, die dergestalt das Mundstück erfahren kann, ist eine Octave.

2) Eine Zungenpfeife vermag in dem nämlichen Augenblick nur einen und denselben Ton auf einmal zu geben, nicht aber mehrere gleichzeitige harmonische Töne wie die Labialpfeifen. Sie unterscheidet sich daher zu ihrem Vortheil von den letzteren darin, daß ihr Ton frei von mitklingenden Beitönen ist. Jedoch zeigt sich ein Unterschied des Tons bei schwachem und starkem Blasen.

3) Theilt man die Länge der Zungenpfeife in gleiche Theile von der Länge, welche einer offenen Röhre zukommt, die den Ton der abgesondert schwingenden Zunge für sich zu geben vermag, und erhält dabei einen Rest, der kleiner ist als die Hälfte jener Länge, so kann man ohne großen Fehler annehmen, daß der Ton der Zungenpfeife dem Ton der für sich schwingenden Zunge gleich ist; der Fehler wird um so weniger betragen, je kleiner der restirende Theil ist.

4) Wenn jener rückständige Theil größer als jene halbe Länge ist, so kann man ohne großen Fehler den Ton der Zungenpfeife nach dem Gesetze der gedeckten Pfeifen voraus bestimmen, insofern man nämlich unter den harmonischen Tönen, welche eine gedeckte Röhre von der Länge der Zungenpfeife für sich zu geben vermag, denjenigen auswählt, welcher tiefer als der eigenthümliche Ton der Zungenpfeife, aber ihm zunächst liegt: der Fehler wird um so kleiner, je größer jener rückständige Theil ausfällt.

Die von W. Weber hergeleitete Formel, nach welcher sich der Ton einer gegebenen Zungenpfeife aus der Beschaffenheit der Röhre und der Zunge bestimmen läßt, ist folgende:

$$n^2 = n'^2 + \frac{g p \beta k}{\pi \delta u} n' \operatorname{tang} \pi \frac{l n'}{u}.$$

In dieser Formel bedeutet: n die doppelte Schwingungszahl der isolirten Zunge; n′ die doppelte Schwingungszahl der Zungenpfeife; u die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalls in der Luft; g die Acceleration der Schwere; π das bekannte Verhältniß des Kreisumfanges zum Durchmesser; k das Verhältniß der specifischen Wärme der Gase bei constantem Drucke zu jener bei constantem Volumen; l die Länge der Zungenpfeife; p den Druck der Atmosphäre auf die Flächeneinheit; β die Oberfläche des schwingenden Theils der Zunge dividirt durch den Querschnitt der Luftsäule; δ das Gewicht eines Stückes der Zunge von der Größe der Flächeneinheit.

Um die Richtigkeit dieser Formel, welche W. Weber in Poggendorfs Annalen im 17. Band, Jahrgang 1829, uns mitgetheilt hat, in der Erfahrung nachzuweisen, wollen wir die Schwingungszahl n der isolirten Zunge mittelst der Formel berechnen und das Resultat dann mit der beobachteten Schwingungszahl der Zunge vergleichen. Die in der Gleichung vorkommenden Größen g, k, π, p, u haben in allen Versuchen einerlei Werth, während die Größen δ, n mit der Beschaffenheit der Zunge, und die Größen β, n', l mit der Zungenpfeife sich ändern. Wenn wir alle Längenmaße in Centimeter, alle Gewichte in Grammen ausdrücken, den Barometerstand 76 Centimeter hoch nehmen, und das specifische Gewicht des Quecksilbers 13,593 setzen, so haben wir außer den bekannten Werthen von

$$g = 981 \text{ Centimeter}; \quad k = 1{,}4; \quad \pi = 3{,}1415$$

folgende Werthe von

$$p = 76 \,.\, 13{,}593 \text{ Grammes};$$

$u = 33300 \sqrt{1 + \alpha t}$, wo $\alpha = 0{,}00365$ und t die Temperatur der Luft nach der Centesimalscala. — Bei einem mit einer messingenen Zunge angestellten Versuche war nun $\beta = 0{,}3727$ und $\delta = 0{,}277$ Grammes. Mit diesen Größen ergab sich bei einer Temperatur von 18° C, bei einer 67,15 Centimeter langen Luftsäule für die beobachtete doppelte Schwingungszahl 256 der Zungenpfeife, welcher der Ton c entspricht, 384 als berechnete doppelte Schwingungszahl der isolirten Zunge, zu welcher der Ton g gehört: und in der That standen die zwei untersuchten Töne genau in dem hier angegebenen Verhältnisse zu einander.

Je mehr sich der Werth des Bogens $\frac{\pi l n'}{u}$ einem Quadranten nähert, desto weniger unterscheidet sich tang $\frac{\pi l n'}{u}$ von $\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi l n'}{u}\right)^{-1}$. Setzen wir für diese Fälle tang $\frac{\pi l n'}{u} = \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi l n'}{u}\right)^{-1}$, und schreiben der Kürze halber a statt $\frac{g p k \beta}{\pi \delta}$, so bekommen wir

$$n^2 = n'^2 + \frac{2 a n'}{\pi(u - 2 l n')},$$

woraus

$$u = 2 l n' + \frac{2 a n'}{\pi(n^2 - n'^2)}$$

entspringt. Mittelst dieser Formel ließe sich also die Geschwindigkeit des Schalles in der Luft durch eine Zungenpfeife berechnen. Der erste Theil der Formel ist der Ausdruck, wie er gewöhnlich zur Anwendung kommt, wenn man die Schallgeschwindigkeit in der Luft aus der Länge und dem Tone gedeckter Pfeifen bestimmen will, vorausge-

setzt, daß n' die doppelte Schwingungszahl jenes Tones ist. Der zweite Theil der Formel, nämlich der Ausdruck $\frac{2an'}{\pi(n^2 - n'^2)}$ wäre demnach die Correction, welche man an der nach der gewöhnlichen Regel mittelst einer Labialpfeife berechneten Schallgeschwindigkeit anzubringen hätte.

Als Anwendung dieser Methode, die Geschwindigkeit des Schalles durch Zungenpfeifen zu ermitteln, nehmen wir die Data zur Hand, wie sie uns ein Versuch mit einer gewalzten Messingplatte liefert, mit welcher wir die meisten unserer Untersuchungen über die Vorgänge bei den Zungenpfeifen angestellt hatten. Die parallelepipedische Messingplatte war 3,4 Cent. lang, 0,65 Cent. breit, und 0,33 Millimeter dick und gab für die Größe $a = \frac{gkp\beta}{\pi\delta}$ den Werth 45172,36, wenn wir berücksichtigen, daß der Querschnitt der Luftsäule 5,93 betrug und dabei die oben angeführten Größen zu Hülfe nehmen. Bei dem in Rede stehenden Versuche war $n = 384$ wie oben, ferner $n' = 320$ und $l = 53,3$. Diese Werthe in die Gleichung $u = 2ln' + \frac{2an'}{\pi(n^2 - n'^2)}$ geben für u den Werth $34112 + 204 = 34316$, welcher von der auf directem Weg bestimmten Fortpflanzungsgeschwindigkeit 34432 noch um die Größe 1,16 Meter abweicht.

Die Beobachtung, zufolge deren einerseits bei allen transversal schwingenden Körpern der Ton ein wenig tiefer bei starker und höher bei schwacher Schwingung erscheint und andrerseits bei allen longitudinal schwingenden Körpern der entgegengesetzte Fall eintritt, hat Weber zur Construction einer Zungenpfeife geführt, die bei starkem und schwachem Anblasen einen Ton von der nämlichen Höhe, aber von verschiedener Stärke gibt. Denn schon bei der gewöhnlichen Zungenpfeife wirken die transversal schwingende Zunge und die longitudinal schwingende Luftsäule dergestalt aufeinander, daß die Schwingungszahl der Pfeife sowohl von jener der Zunge, als jener der Luftsäule abweicht und somit ein ganz anderer Ton entsteht. Unter bestimmten Verhältnissen wird nämlich die in der Röhre eingeschlossene Luftsäule genöthigt, ihre Schwingungen bedeutend zu ändern und denen der Zunge anzupassen, in welchem Fall der Ton der Zungenpfeife durch Verstärkung tiefer wird. Unter bestimmten anderen Verhältnissen wird die Zunge genöthigt, ihre Schwingungen beträchtlich zu ändern und solche denen der Luftsäule anzupassen, in welchem Falle der Ton der Zungenpfeife durch Verstärkung erhöht wird. Der dritte Fall ist der, in welchem beim stärkeren Anblasen die transversal schwingende Zunge den Ton

der Zungenpfeife um ebensoviel vertieft, als die longitudinal schwingende Luftsäule ihn erhöht, mithin die Tonhöhe unverändert bleibt: es ist dies der Fall der Compensation, welche Weber in seiner compensirten Zungenpfeife erreicht hat.

Eine solche compensirte Zungenpfeife erhielten wir mit unserer gewalzten Messingplatte von 3,4 Cent. Länge und 0,65 Cent. Breite und einer Röhre aus Pappe von 5,93 Quadratcentimeter im Querschnitt. Beide Körper, die Röhre und die Metallplatte wurden zu einem Instrument verbunden, so daß, wenn durch einen Luftstrom die Metallplatte in transversale Schwingung kam, zugleich die in der Röhre befindliche Luftsäule in longitudinale Schwingung gerieth und ein Ton entstand. Gaben wir nun der Luftsäule die bestimmte Länge von 75,1 Cent., so waren wir im Stande, den Ton beliebig abnehmen und beliebig anwachsen zu lassen, ohne die geringste Aenderung in der Tonhöhe wahrzunehmen. Dies fand jedoch nicht mehr statt bei einer Länge von 80 Cent. oder 70 Cent., indem der Ton beim schwachen Blasen etwas höher als beim starken Blasen sich herausstellte.

Wir haben uns verschiedene dergleichen compensirte Zungenpfeifen aus Messingplatten angefertigt, von denen insbesondere drei in einem recht angenehmen Accord verklingen. Der Luftbehälter ist für gedachte drei Zungenpfeifen von einerlei Größe, nämlich eine 21 Cent. lange Röhre aus Holz mit quadratförmigem Querschnitt, dessen Seite 5 Cent. beträgt. An dem einen Ende dieses Luftbehälters befindet sich eine conische hölzerne Röhre, durch welche der Wind einströmen kann, während am andern Ende des Behälters, wo die Wand fehlt, ein vier Cent. langes Holzstück mit dem darin fixirten Zungenapparat eingesetzt ist. Der Luftcanal der Zunge ist eine 7,6 Cent. lange conische Röhre von Messing, deren Wände ziemlich dick sind, damit sie nicht an den Schwingungen der Luft Theil nehmen; der größere Durchmesser der Röhre beträgt 1,9 Cent., der kleinere 1,4 Cent.; die elastische Platte besteht aus einem breiteren und schmäleren Theile; mit dem breiteren und dickeren ist sie an der Stelle der Röhre, wo die Wand fehlt, auf dem messingenen Rahmen befestigt, welchen man an den Rändern der Wände des Luftcanals sorgfältig angelöthet hat; der schmälere und dünnere Theil, die eigentliche etwa eine Millimeter dicke Zunge liegt der ganzen Länge nach über eine in dem Rahmen befindliche Oeffnung, so daß jene Zunge den Luftcanal vollkommen schließen kann, ohne an den Rändern seiner Wände irgend welche Friction zu erleiden.

Die übrigen Dimensionen der schwingenden Platten aus Messing für die erwähnten drei compensirten Zungenpfeifen, welche genau die

Töne d, a und $\overline{\text{fis}}$ geben, sind in nachstehender Zusammenstellung enthalten:

Töne.	Länge in Centimetern.	Größte Breite in Centimetern.	Kleinste Breite in Centimetern.
d.	7,1.	1,4.	0,85.
a.	5,1.	0,95.	0,6.
$\overline{\text{fis}}$.	4,1.	0,8.	0,55.

4. Einige Worte über die gewöhnlichen Blasinstrumente.

Das größte und kunstreichste unter den musikalischen Instrumenten ist die Orgel. Sie eignet sich vorzugsweise zur Kirchenmusik, da ihr gewaltiger Klang zur Hervorbringung tiefer Eindrücke mit Vortheil sich verwenden läßt und nicht wohl gestattet, dem einzelnen Tone gleichsam einen eigenthümlichen Charakter zu verleihen, wodurch er zu einem vollkommenen Ausdruck einer entsprechenden Empfindung wird, wie wir dies auf den Streichinstrumenten durch die Hand und auf den Blasinstrumenten durch den Odem des Mundes zu thun im Stande sind. Die Haupttheile einer Orgel sind die Blasbälge mit ihren Windkanälen, die Windlade nebst dem Windkasten, die Claviaturen mit ihren Registern, das Pfeifenwerk. — Die Anzahl der Bälge hängt von ihrer Größe, sowie von der Größe des Pfeifenwerkes ab. Aus den Bälgen geht der Wind durch die Windkanäle, d. h. aus schmalen Brettern verfertigten Röhren, in die Windlade. Die Länge der Letzteren richtet sich nach der Größe der Pfeifen, die reihenweis darauf stehen; ihre Breite aber hängt von der Anzahl der Register ab. Aus der Windlade nimmt die Luft ihren Weg durch kleine Kammern (Cancellen) in die Pfeifen, wenn durch Niederdrücken der Tasten Ventile geöffnet werden. Die Claviaturen bestehen aus dem Manual und dem Pedal. Dem letzteren sind insbesondere tiefe Stimmen zugewiesen. Eine gewöhnliche Orgel enthält zwei Manuale; große Werke enthalten derselben drei, auch wohl vier. Die größeren Orgeln enthalten eine reiche Menge von Pfeifenreihen verschiedener Klangart, sogenannte Register. Diese Register sind in Gruppen gesondert, deren jede ihre besondere Windlade und Claviatur hat. Durch die Namen Hauptmanual, Oberwerk, Rückpositiv und Nebenregister werden diese Gruppen von einander unterschieden. Das Pfeifenwerk besteht aus Labialpfeifen und Zungenpfeifen. Sie haben ganz die nämliche Einrichtung wie die oben betrachteten Pfeifen; weßhalb es unnöthig ist, darüber Weiteres anzuführen.

Die Flöte wird gewöhnlich aus Buxbaumholz oder einem anderen festen Holze verfertigt und enthält vier Stücke; das Kopfstück, in welchem sich das Mundloch befindet; zwei Mittelstücke, deren jedes drei Löcher enthält, und ein kurzes Stück (den Fuß), welches mit einer oder mehreren Klappen versehen ist. Die verschiedenen Töne werden auf der Flöte hervorgebracht, indem man theils mehr oder weniger Wind gibt und das Mundloch mehr oder weniger mit den Lippen deckt, theils diese oder jene Grifflöcher schließt oder öffnet, mithin ganz dieselben Mittel anwendet, welche zum Hervorrufen der verschiedenen Töne an den Orgelpfeifen passend befunden wurden. Um das Instrument in verschiedenen Stimmungen gebrauchen zu können, hat man Flöten mit drei, vier und noch mehr Mittelstücken. Die sogenannte Flute d'amour steht eine kleine Terz tiefer, die Terzflöte eine kleine Terz höher, die Quartflöte eine Quarte höher und die Octavflöte oder Piccolo eine ganze Octave höher als die gewöhnliche Flöte. Sie unterscheiden sich von der letzteren nur durch die Verschiedenheiten ihrer Dimensionen.

Das Horn besteht aus einer langen von Messingblech zusammengelötheten Röhre, die in der Form eines Zirkels vierfach zusammengewunden ist und sich mit einem weiten Schalltrichter endigt. Das Instrument wird mittelst eines Mundstückes von Messing oder Silber angeblasen, welches eine conische Röhre und einen schmalen Rand zum Ansatze hat. Die verschiedenen Töne auf dem Horn werden theils durch schwächeres oder stärkeres Anblasen, theils durch Anspannen oder Nachlassen der Lippen hervorgebracht. Auch hilft man sich durch das Stopfen, d. h. durch die Hineinführung der Hand in den Schalltrichter des Instrumentes, die diatonische Reihe in eine chromatische zu vervollständigen; ein Mittel, welches seinen Grund darin hat, daß der Ton jeder schwingenden Luftsäule durch theilweise Deckung erniedrigt wird. Um das Instrument im Orchester zu Tonstücken, die aus verschiedenen Tonarten gesetzt sind, gebrauchen zu können, bedient man sich besonderer größerer oder kleinerer Bogen, deren Länge nach den Grundtönen der verschiedenen Tonarten angepaßt ist. Diese verschiedenen Bogen lassen sich wie in einer Scheide mehr oder weniger in das Rohr des Hornes einschieben, so daß dadurch das Instrument in den Stimmton richtig eingestimmt werden kann.

Die Trompete besteht aus einer aus Messingblech zusammengelötheten Röhre, die der bequemeren Handhabung wegen zweimal zusammengebogen wird. Man bläst die Trompete mittelst eines Mundstückes von gegossenem und abgedrehtem Messing an, welches einen etwas breiten Rand zum Ansatze hat, und bringt die verschiedenen Töne blos durch die Verschiedenheit der Bildung der Lippen, oder, wie

man sagt, durch den Ansatz hervor. Die gewöhnlichen Trompeten bei dem Militär sind auf den Ton Es gestimmt. Im Orchester muß man noch andere Trompeten haben, wenn man sie außer dieser Tonart auch bei Tonstücken gebrauchen will, die in andern Tonarten gesetzt sind. Zu der völlig richtigen Einstimmung der Trompeten in den Stimmton des Orchesters bedient man sich der sogenannten Setzstücke; es sind dies kleine messingene Röhren, welche zwischen das Mundstück und zwischen das Rohr der Trompete eingeschoben werden. Das über vorstehende Blasinstrumente Gesagte ist hinreichend, um uns zu überzeugen, daß ihre Töne nach ähnlichen Gesetzen wie jene der Labialpfeifen erfolgen, welche daher als vollständige Typen jener Instrumente gelten können. Aehnliches gilt von den verschiedenartigen Posaunen, deren kräftiger Toncharakter einen so mächtigen Eindruck ausübt, und von verschiedenen anderen Blechinstrumenten mit Ventilen, durch deren Anbringung diese Instrumente eine mannigfaltigere Verwendung zulassen.

Wie die Labialpfeifen, so können die oben besprochenen Zungenpfeifen ebenfalls als vollständige Typen anderer Blasinstrumente angesehen werden, wie dies aus einer näheren Betrachtung folgender Instrumente sich ergibt. Bei dem Harmonium oder der größeren Physharmonika liegen Reihen schwingender Metallzungen nebeneinander, deren jede einzelne in Vibration gesetzt wird, wenn man eine Claviaturtaste niederdrückt und somit ein Ventil öffnet, durch das der Wind einströmen kann. Zur Erzeugung des Windes hat das Instrument ein Pedal, das mit einem Blasbalg in Verbindung steht. Durch das sogenannte Expressionsregister läßt sich der Wind mehr oder weniger abschließen, wodurch es möglich wird, den Ton in den mannigfaltigsten Graden der Stärke erklingen zu lassen. Außer dem Expressionsregister sind an der Physharmonika noch zwei Register angebracht, mit deren Hülfe man den Ton nach Belieben stärker machen kann. Das Instrument hat im Verhältniß zu seinem Umfang eine beträchtliche Klangfülle; doch eignet es sich nur zum Vortrage einfacher choralartiger Tonstücke. Die Handharmonika oder die kleinere Physharmonika unterscheidet sich von der vorigen nur darin, daß der Blasebalg mit den Händen statt mit dem Fuß regiert wird, und das Instrument weniger vollkommen ist. In akustischer Beziehung von der Physharmonika nicht wesentlich unterschieden sind die Mundharmonika und die Maultrommel. Die Zungen der ersteren sind nach Accorden gestimmt und werden gleichzeitig durch den Odem des Mundes zum Tönen gebracht. Die Maultrommel ist ein bekanntes kleines Instrument, welches aus Stahl oder Eisen verfertigt und mit einer elastischen Stahlzunge

versehen ist. Das Instrument wird zwischen die Zähne genommen und die Stahlzunge mit dem Finger zum Schwingen gebracht. Indem man dabei durch verschiedene Bewegungen der Zunge und der Lippe den inneren Raum des Mundes ändert, gelangt man zugleich dahin, die Schwingungen der Stahlzunge abzuändern und so verschiedene Töne hervorzubringen.

Die Clarinette ist ein Blasinstrument von Holz, welches sich durch einen musikalisch schönen Ton auszeichnet. Das Instrument ist aus fünf Stücken zusammengesetzt, nämlich: dem Mundstück, dem Kopfstück, der sogenannten Birne, aus zwei Mittelstücken, in denen sich die Tonlöcher befinden, und aus einem Schalltrichter. Das Mundstück ist ein aus Kokosholz gedrehtes schnabelförmiges Röhrchen, über dessen Oeffnung ein elastisches Blättchen entweder fest aufgebunden oder besser mit zwei Metallringen befestigt wird, so daß man durch Anziehen oder Nachlassen der Schrauben im Stande ist, das Blättchen mehr oder weniger anzudrücken. Wie bei den Zungenpfeifen so kommen auch bei der Clarinette, wenn das Mundstück zwischen die Lippen genommen und angeblasen wird, durch gegenseitige Einwirkung der Schwingungen des Blättchens und derjenigen der angesetzten Luftsäule die dem Instrumente eigenthümlichen Töne hervor. Obschon man auf der Clarinette wie auf der Flöte alle Töne der chromatischen Tonleiter hervorbringen kann, so hat man doch, um sie im Orchester bei allen Tonarten gebrauchen zu können, Instrumente von verschiedenen Dimensionen. Man hat so B- A- C- und Es-Clarinetten, von denen die erste das gebräuchliche Concertinstrument ist, die zweite und dritte ebenfalls zu musikalischer Aufführung im Zimmer sich eignen, die letztere aber wegen ihres schärferen Tones nur bei Feldmusiken vorkommt.

Die Oboe wird am gewöhnlichsten aus Buxbaumholz verfertigt und besteht aus drei Stücken, dem Kopfstück, dem Mittelstück und dem Schalltrichter. Die beiden ersten Stücke haben jedes drei Löcher und außerdem noch einige Klappen, um somit die verschiedenen Töne hervorzubringen. Das Instrument, welches vom Schalltrichter bis zum Kopfstücke conisch sich verengend zuläuft, wird mittelst des sogenannten Rohrs angeblasen. Dieses Mundstück besteht aus zwei Rohrblättchen, welche vorn in zwei schwach gewölbten breiten Platten, unten in eine kleine messingene Röhre zusammengefügt sind. Um bei Verschiedenheit des Stimmtones das Instrument rein einstimmen zu können, bedient man sich bei der Oboe mehrerer Kopfstücke, deren man gewöhnlich drei hat. Unter den Blasinstrumenten nähert sich die Oboe der Discantstimme am meisten; schlecht geblasen hat es unter allen den unangenehmsten Ton. Wenn übrigens auch in gewissen Tonlagen

das Instrument eines zarten Ausdruckes fähig ist, so hat doch sein Klang immer etwas Abgeschlossenes und Scharfes an sich, und es scheint als wolle es nicht glücken, auf demselben jenen schönen und markigen Ton hervorzurufen, wie wir ihn auf den übrigen Blasinstrumenten zu erlangen vermögen.

Das Fagott ist ein mit Tonlöchern und Klappen versehenes Blasinstrument aus Holz. Es besteht aus zwei nebeneinander fortlaufenden Röhren, die unten am Ende zusammentreffen und aus vier einzelnen Stücken zusammengesetzt sind. An einem dieser Stücke wird eine dünne Röhre von Messing eingefügt, an welche man das Mundstück steckt, wenn man das Instrument anblasen will. Dieses Mundstück hat die nämliche Einrichtung wie dasjenige der Oboe, mit dem einzigen Unterschiede, daß es etwas größer ist. Wenn man ein Fagottmundstück auf ein Rohr setzt, das etwa die Weite wie die Bohrung der Clarinette hat, so spricht beim Anblasen der Ton, wenn das Rohr nicht lang ist, in unangenehmer Weise an. Daraus geht hervor, daß die allmälige Zunahme der Weite, wie sie bei den Bohrungen des Fagotts und der Oboe eingehalten ist, einen wesentlichen Einfluß auf die Luftschwingungen und somit auf die Bildung der Töne hat.

II. Messung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles.

1. Geschwindigkeit des Schalles in der Luft.

Um die Geschwindigkeit zu ermitteln, mit welcher sich der Schall in der Luft fortpflanzt, hat man sich des Abfeuerns von Kanonen zur Nachtzeit bedient, wo die Luft ziemlich gleichförmig erwärmt ist und der Schall deutlicher vernommen wird als am Tage. Indem an einem Orte eine Kanone abgefeuert wird, sieht ein Beobachter an einem anderen Orte, dessen Entfernung von dem ersten genau bestimmt ist, zuerst das Feuer des entzündeten Pulvers und eine kleine Zeit darauf hört er den Knall des Geschützes. Wegen der ungemein großen Geschwindigkeit, mit welcher sich das Licht fortpflanzt, kann man das zwischen Licht und Schall verstrichene Zeitintervall als die Zeit betrachten, welche der Schall braucht, um von dem Orte der Explosion bis zum Orte des Beobachters zu gelangen. Dividirt man daher die gemessene Entfernung der beiden Orte durch jene Zeit, so erhält man die Geschwindigkeit des Schalles, d. h. die von demselben in einer Secunde zurückgelegte Wegstrecke.

Da der Wind den Schall um seine eigene Geschwindigkeit vergrößert, wenn er mit ihm geht, und ihn um ebensoviel vermindert,

wenn er ihm entgegen kommt, so hat man, um den Einfluß des Windes auf die Geschwindigkeit des Schalles zu eliminiren, an den zwei Endpunkten einer genau gemessenen Standlinie zu gleicher Zeit Kanonen abgefeuert und die Zeit vom Augenblicke der Lichterscheinung bis zum Vernehmen des Schalles an beiden Stationen beobachtet. Man erhielt so auf einmal zwei Resultate, deren eines durch den Einfluß des Windes um ebensoviel vermehrt, als das andere dadurch verkleinert wurde; der Mittelwerth dieser beiden Resultate konnte mithin als von jenem Einflusse befreit angesehen werden.

Dergleichen mit Umsicht angestellten Versuche lehren, daß die Wärme auf die Geschwindigkeit des Schalles den größten Einfluß hat. Das allgemeine Resultat, welches die Versuche dieser Art gegeben haben, ist daß der Schall in der Zeitsecunde und bei der Temperatur von 0° einen Raum von 333 Meter zurücklegt, und daß die Fortpflanzungsgeschwindigkeit u des Schalles in der Luft bei der Temperatur t nach der Centesimalscala durch die Formel

$$u = 333 \sqrt{1 + \alpha t} \text{ Meter}$$

angegeben wird, wo $\alpha = 0{,}00365$, d. h. das Verhältniß der Zunahme der Expansivkraft der Luft zu ihrer ursprünglichen ist, wenn die Temperatur um einen Grad nach jener Scala zugenommen hat.

Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit ist für alle Töne, tiefe und hohe, starke und schwache, gleich groß. Daher kommt es denn auch, daß man ein Musikstück, welches in einer großen Entfernung ausgeführt wird, ohne alle Veränderung in der Aufeinanderfolge der Töne hört, was nicht der Fall sein würde, wenn die verschiedenen Töne eine verschiedene Fortpflanzungsgeschwindigkeit hätten. Um sich über die Richtigkeit dieser Thatsache noch mehr zu vergewissern und den Schall möglichst ungeschwächt zu erhalten, ließ man an einem Ende cylindrischer Wasserleitungsröhren von 950 Meter Länge auf einem Instrument verschiedene Melodien spielen, denen am anderen Ende der Röhre ein Beobachter mit Aufmerksamkeit folgte. Die Melodie zeigte sich unverändert ihrem zugehörigen Rhythmus gemäß, mit ihren Piano's und Forte's, kurz mit allen den ihr zukommenden Eigenthümlichkeiten. Dergleichen Versuche gelingen am besten zur Zeit der Nacht, da am Tage die Röhren von dem mannigfaltigen die Luft durchkreuzenden Geräusch wiederhallen, was hindert, schwache Erschütterungen mit der erforderlichen Genauigkeit wahrzunehmen.

Die Schallgeschwindigkeit in der Luft hat man auch aus der Länge und dem Tone von Labialpfeifen zu bestimmen gesucht. Es besteht nämlich zwischen der Länge l einer gedeckten Labialpfeife und der

Schwingungszahl n, welche ihrem Grundtone entspricht, und der Schallgeschwindigkeit u die Relation: $u = 4nl$. Wenn man aber die Schallgeschwindigkeit mittelst dieser einfachen Gleichung herleitet, so bekommt man stets eine zu kleine Schallgeschwindigkeit. So fanden wir bei einem Versuche, wo die wirkliche Geschwindigkeit des Schalls in der Luft hätte 344,32 Meter betragen sollen, mit einer 1,136 Meter langen gedeckten Pfeife, deren Tone die Schwingungszahl 69 angehörte, mittelst jener Formel die Schallgeschwindigkeit blos gleich 313,536 Meter. — Der Fehler ist bei den hohen und tiefen Tönen beinahe derselbe, ändert sich aber mit der Größe und Form des Mundloches, so daß letzteres als die Ursache der Verzögerung anzusehen ist. — Man hat geglaubt, den Einfluß des Mundloches dadurch beseitigen zu können, daß man in die tönende Röhre einen Stempel so weit einschob, bis sie den nämlichen Ton lieferte, welchen sie offen gab. Die Länge des in die Röhre eingetretenen Stempelstückes gedachte man als die Länge der gedeckten Röhre betrachten zu dürfen, welche, wenn der Einfluß des Mundlochs nicht stattfände, denselben Ton geben würde. Genaue Versuche haben jedoch gezeigt, daß wenn man auch mittelst dieser Verfahrungsweise der wirklichen Schallgeschwindigkeit näher kommt, als mittelst der vorhergehenden, man dennoch immer ein zu kleines Resultat für dieselbe bekommt.

Das Verfahren, die Schallgeschwindigkeit in der Luft aus der Länge und dem Tone der Zungenpfeife zu bestimmen, scheint ebenfalls eine etwas zu kleine Schallgeschwindigkeit im Verhältniß zur wirklichen zu liefern, wie wir aus unsern mit Sorgfalt angestellten Versuchen und einem speciell darüber oben schon angeführtem entnehmen zu dürfen glauben. Der Unterschied beträgt zwar weniger als derjenige, welcher sich aus der Anwendung der Labialpfeifen ergibt, ist jedoch von einer solchen Größe, die nicht wohl auf Rechnung der Beobachtungsfehler gesetzt werden kann. Aehnliches gilt von einem andern Verfahren, die Schallgeschwindigkeit in der Luft aus der Länge und dem Tone von Zungenpfeifen zu berechnen. Aus den Untersuchungen über die Vorgänge bei Zungenpfeifen ergibt sich nämlich, daß Röhren von verschiedener Länge in Verbindung mit demselben Mundstück einerlei Ton geben, wenn der Theil, um welchen die eine die andere übertrifft, so groß ist, daß er für sich als offene Pfeife denselben Ton wie die Zungenpfeife erzeugen würde. Hat man also einerseits die Länge a jenes Theils, anderseits die zugehörige aus dem Tone der Zungenpfeife zu findende Schwingungszahl n der offenen Pfeife bestimmt, so läßt sich die Schallgeschwindigkeit u nach der Formel $u = 2an$ berechnen. So erhielten wir mit unserer Zungenpfeife bei einer Länge von 82,3

Cent. einen Ton, welchem die Schwingungszahl 192 entsprach, und denselben Ton bei der Länge von 168,9 Cent. Mithin die Größe $u = 2 . 86,6 . 192 = 332,744$ Meter, während sie 340,1 Meter hätte sein sollen.

2. Vergleichung der wirklichen Fortpflanzungsgeschwindigkeit mit der theoretischen.

Bezeichnet P die Expansivkraft der Luft in ihrem Gleichgewichtszustande und δ ihre Dichte, so finden wir, wenn die früheren zur Ermittelung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit eines longitudinalen Impulses in einem gleichförmig elastischen Stoffe angestellten Betrachtungen wiederholet werden, also angenommen wird, daß die durch die Verschiebungen der Theile geweckten Elasticitätskräfte lediglich den Aenderungen der Dichte proportional seien, für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit u des Schalls in der Luft den Ausdruck: $u = \sqrt{\frac{P}{\delta}}$. Da aber mit Verdichtung der Luft eine Erhöhung der Temperatur verbunden ist, welche eine Steigerung in der Elasticität der Luft und damit eine Beschleunigung in der Fortpflanzung herbeiführt, so darf dieser Umstand nicht unbeachtet bleiben, wenn die theoretische Schallgeschwindigkeit mit der wirklichen übereinstimmen soll. Es käme daher zunächst darauf an, wie La Place zuerst bemerkt hat, jene Vergrößerung der Spannkraft ausfindig zu machen, oder mit anderen Worten das Verhältniß k der Wärmecapacitäten der Luft bei constantem Drucke und bei constantem Volumen zu bestimmen. In der Lehre von der Wärme werden wir diese Verhältnißzahl näher kennen lernen, welche aus Dulong's Versuchen sich gleich 1,421 ergibt. Hiernach bekommen wir für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalls in der Luft die Formel: $u = \sqrt{\frac{kP}{\delta}}$; d. h. die Geschwindigkeit wird gefunden, wenn man die Expansivkraft der Luft durch die Dichte dividirt, den Quotienten mit dem Verhältniß der Wärmecapacitäten der Luft bei constantem Drucke und bei constantem Volumen multiplicirt und aus dem Produkte die Quadratwurzel zieht.

Ist b der Barometerstand, q das specifische Gewicht des Quecksilbers, so ist $b q g$ das Gewicht der Quecksilbersäule auf die Flächeneinheit bezogen, mithin das Maß der Expansivkraft $P = b q g$. Dadurch verwandelt sich die obige Formel für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit in $u = \sqrt{\frac{g b q k}{\delta}}$. Heißt δ' die Dichte der Luft bei 0° C und dem Barometerstande von 0,76 Meter, so ist für die Temperatur von t° und dem Barometerstande b die Dichte

$$\delta = \frac{\delta' b}{0{,}76\,(1+\alpha t)},$$

wobei $\alpha = 0{,}00365$ ist;

folglich $$u = \sqrt{\frac{0{,}76\, g\,.\, q\,.\, k\,(1+\alpha t)}{\delta'}}.$$

Aber $\frac{q}{\delta'} = 10467$; $g = 9{,}81$ Meter und $k = 1{,}4$;

mithin $$u = 333\,\sqrt{1+\alpha t} \text{ Meter.}$$

Wir hätten also wieder die nämliche Formel, wie sie aus den Ergebnissen der directen Messungen der Schallgeschwindigkeit in der Luft hervorgegangen ist.

Der Einfluß der Wärme gab sich auf eine bemerkenswerthe Art bei Versuchen über die Schallgeschwindigkeit kund, welche auf einer Nordpol-Expedition bei sehr niederer Temperatur angestellt wurden. Man vernahm nämlich in der Richtung des Schusses der Kanone den Knall etwas früher als das Commandowort Feuer. Dieser Unterschied konnte nur daher rühren, daß der Schall der Kanone durch die von der Explosion durchwärmte Luft geleitet, während das Commandowort durch die kältere Luft fortgepflanzt wurde.

Es läßt sich übrigens auch durch einen Versuch, den zuerst Biot angestellt hat, nachweisen, daß bei der Fortpflanzung des Schalles in der Luft eine Wärmeentwickelung stattfindet. Bringt man nämlich in einem mit Dunst gesättigten abgeschlossenen Raume eine Schallerregung hervor, so kann die Fortpflanzung des Schalls nicht anders geschehen, als daß zuvor in der ersten erschütterten Schichte eine Verdichtung des Dunstes erfolgt, welche ein Tropfbarflüssigwerden desselben nach sich zieht. Wenn aber eine derartige Rückkehr in den tropfbaren Zustand ausbleibt und dennoch eine Fortleitung des Schalles stattfindet, wie der Versuch es zeigt; so muß zu gleicher Zeit eine Entbindung von Wärme veranlaßt worden sein, durch welche die Flüssigkeit im ausdehnsamen Zustande erhalten werden konnte.

3. Schallgeschwindigkeit in verschiedenen Gasarten.

Wird die Geschwindigkeit des Schalls in der atmosphärischen Luft als bekannt vorausgesetzt, so kann man die Geschwindigkeit des Schalls in einem andern Gase dann durch die bloße Vergleichung der Tonhöhen bestimmen, welche zwei gleiche lange Pfeifen geben, von denen man die eine mit Luft und die andere mit dem betreffenden Gase gleichzeitig auf eine und dieselbe Weise ansprechen läßt; denn bei einerlei Temperatur verhalten sich jene Geschwindigkeiten direct wie die entsprechenden Schwingungszahlen. Dieses Mittel zur Bestimmung der Schallge-

schwindigkeit in verschiedenen Gasen ist schon von Chladni angewendet worden. Doch hat es erst Dulong mit großer Sorgfalt zur Ausführung gebracht, der folgende Werthe der Schallgeschwindigkeit in verschiedenen Gasarten für den Zustand der Trockenheit und bei 0° C gefunden hat.

Namen der Gase.	Specifisches Gewicht des Gases.	Schallgeschwindigkeit im Gase bei 0° C.
Atmosphärische Luft	1	333 Meter.
Sauerstoffgas	1,1026	317,17 Meter.
Wasserstoffgas	0,0688	1269,5 Meter.
Kohlensaures Gas	1,524	261,6 Meter.

Dem Umstande, daß zufällige Beimischungen eines anderen Gases oder eines Dampfes einen bedeutenden Einfluß äußern, dürfte es vorzugsweise zuzuschreiben sein, wenn die Resultate, zu welchen andere Beobachter auf ähnlichem Wege gelangt sind, mit den von Dulong gefundenen nicht übereingestimmt haben.

Zugleich hat sich Dulong durch directe Versuche überzeugt, daß die von der Ungleichheit der Temperatur abhängige Veränderung, wie solche in dem Ausdrucke $\sqrt{1 + 0{,}00365\,t}$ geboten ist, genau der Erfahrung entspricht, wenigstens zwischen 0° und 22° C. So z. B. hat er gefunden, daß eine Pfeife, welche bei 22° einen Ton von 500 Schwingungen in der Secunde gab, bei derselben Schwingungsweise bei der Temperatur 4° nur einen Ton von 484,3 Schwingungen lieferte. Mittelst der Formel erhält man, wenn man von dem ersten Ton ausgeht, für den zweiten 483,565, welche Zahl nur wenig von der durch Beobachtungen gefundenen abweicht.

Auch hat Dulong aus seinen Versuchen geschlossen, daß bei den Gasen das Verhältniß der beiden Wärmecapacitäten sehr nahe gleich ist; denn sind n und n′ die Schwingungszahlen der beiden Töne, welche ein und dieselbe Pfeife gibt, wenn sie einmal mit atmosphärischer Luft und dann mit einem andern Gase anspricht, dessen Dichte gegen jene der Luft als Einheit gleich δ ist; ferner k das Verhältniß der beiden Wärmecapacitäten für die atmosphärische Luft, k′ dieselbe Größe für ein anderes Gas, so hat man:

$$n : n' = \sqrt{1 + 0{,}00365\,t}\,.\,\sqrt{k} : \sqrt{\frac{1 + 0{,}00365\,t'}{\sqrt{\delta}}}\,\sqrt{k'}$$

in welcher Proportion blos k′ eine unbekannte Größe ist, weil für die atmosphärische Luft das Verhältniß k durch den Vergleich der wirklichen Schallgeschwindigkeit mit der nach der Formel

$$u = \sqrt{\frac{0{,}76\,g\,.\,q\,(1 + \alpha\,t)\,k}{\delta'}}$$

berechneten als bekannt angenommen werden kann. Für die untersuchten Gase erhielt Dulong mit einer Pfeife von 60 Centimeter Länge folgende Werthe:

Namen der Gase.	Dichte der Gase.	Schwingungszahlen.	Temperatur nach der Centesimalscala.	Verhältniß k′.
Atmosphärische Luft	1	500,4	22°	1,421.
Sauerstoffgas	1,1026	475,2	21°	1,417.
Wasserstoffgas	0,0688	1883,6	17°	1,409.
Kohlensaures Gas	1,524	392,6	20°	1,337.

Die kleinen Unterschiede, welche man bei den Werthen von k′ wahrnimmt, können füglich den Beobachtungsfehlern zugeschrieben werden.

4. Longitudinale Schallgeschwindigkeit in festen Körpern.

Die Geschwindigkeit, mit welcher sich der Schall durch die festen Körper fortpflanzt, läßt sich direct durch Versuche ermitteln, insofern man einen solchen Körper von hinreichender Länge dabei benutzen kann. Einen derartigen Versuch hat Biot mit einer Verbindung von eisernen Röhren angestellt, deren Länge zusammen 551¼ Meter betrug. An einem Ende in der Röhre wurde eine Glocke aufgehängt und ein Hammer so eingerichtet, daß man damit an die Glocke und zugleich an die Röhre anschlagen konnte. Der Ton der Glocke pflanzte sich durch die Luft und der Schlag an die Röhre durch ihre Masse fort; ein Beobachter am anderen Ende der leitenden Linie bestimmte mit Hülfe eines Chronometers die Zwischenzeit, welche zwischen der Ankunft der beiden fortgepflanzten Töne verfloß. Aus dieser Zeit, der Röhrenlänge und der Geschwindigkeit des Glockentones in der Luft läßt sich dann die Geschwindigkeit des Schalles im Eisen bestimmen. Biot fand auf solche Weise, daß der Schall sich ohngefähr 10mal schneller durch das Eisen als durch die Luft fortpflanzte. — Einen Versuch ähnlicher Art stellten wir zu seiner Zeit mit einem 80 Meter langen Seile an, das in einem längeren Hausgange des hiesigen Gewerbschulgebäudes an einem Ende an einer Thür befestigt und am andern Ende über eine an einem Gestell festgemachte Rolle geführt wurde, wo es durch darangehängtes Gewicht eine gewisse Spannung erhielt. Indem man nun auf die Rolle in der Längenrichtung des Seiles schlug, bemerkte der am anderen Ende desselben aufgestellte Beobachter zuvörderst einen auf die Thüre ausgeübten Ruck und unmittelbar darauf erst eine Schalläußerung: der Ruck kam offenbar her von der longitudinalen Fortpflanzung des schwingenden Zustandes durch das Seil selbst, während die Schalläußerung zunächst von der Luft herrührte. Aus diesem

Versuche geht deutlich hervor, daß der Schall sich schneller durch das Seil als durch die Luft fortpflanzt.

Ein anderes leicht anwendbares Mittel zur Bestimmung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalls liefert uns die Tonhöhe longitudinal schwingender Stäbe, verglichen mit jener einer offenen Pfeife. Ist nämlich u die Geschwindigkeit des Schalles in der Luft, l die Länge einer offenen Pfeife und n die Schwingungszahl wie sie der Grundton gibt, so ist $u = 2nl$. — Ist ferner u' die Geschwindigkeit des Schalles in irgend einem festen Körper, l die Länge eines cylindrischen oder prismatischen Stabes aus dieser Substanz, n' die Schwingungszahl, wenn er seinen Grundton angibt, wenn er also an beiden Enden frei ist, in der Mitte gehalten wird und longitudinal schwingt, so hat man wieder $u' = 2n'l$. Aus der Verbindung der letzteren Gleichung mit der vorhergehenden ergibt sich $u' = u \cdot \frac{n'}{n}$. Um mithin die longitudinale Fortpflanzungsgeschwindigkeit in irgend einem festen Körper zu finden, braucht man nur den Grundton zu bestimmen, welchen ein aus dieser Substanz verfertigter Stab hervorbringt, wenn er longitudinal schwingt und dann jenen Ton mit dem Grundtone zu vergleichen, welchen eine gleich lange offene Röhre gibt. Der Quotient dieser beiden Tonwerthe multiplicirt mit der Geschwindigkeit des Schalls in der Luft, drückt die verlangte Geschwindigkeit aus. Angenommen also, ein tannener Stab von etwa 2,5 Meter Länge gäbe, wenn er longitudinal schwingt, indem man ihn in der Mitte festhält und am andern Ende reibt, einen Ton, welcher mit dem $\bar{\bar{c}}$ im Einklang steht, während eine gleich lange offene Pfeife den Ton C liefert, so ist in diesem Falle $\frac{n'}{n} = 24 = 16$; folglich $u' = 333 \times 16 = 5328$ Meter als Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles im Tannenholze.

Ein drittes Mittel um die Geschwindigkeit des Schalles in festen Körpern zu bestimmen, liefert uns die Formel $u' = \sqrt{\frac{g}{\beta}}$, zufolge derer die Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer longitudinalen Schwingung in einem gleichförmig dichten elastischen Stoffe durch die Quadratwurzel des Quotienten ausgedrückt wird, welchen man bekommt, wenn man die Acceleration der Schwere durch die Größe β dividirt, um welche sich eine Säule des betrachteten Körpers verlängert oder verkürzt, deren Höhe der Längeneinheit gleich ist und auf welche eine ihrem Gewichte gleiche Zug- oder Druckkraft wirkt. — Berechnen wir die Größe β z. B. für Fichtenholz aus dem dafür angegebenen Modul der Elasticität für einen Quadratcentimeter in Grammes, welcher ist 143683000, wie derselbe in einem oder dem andern Werke der Mechanik sich aufgezeichnet

findet und setzen den so für β gefundenen Werth 0,000000000348 in den Ausdruck $u = \sqrt{\frac{981}{\beta}}$; so bekommen wir für die Schallgeschwindigkeit im Fichtenholz 5307,2 Meter.

Nach dergleichen Versuchen, wie sie hier oben auseinandergesetzt worden sind, hat man für die Schallgeschwindigkeit in mehreren festen Substanzen folgende Werthe erhalten:

a) In Metallen und Glas. Namen des Körpers.	Schallgeschwindigkeit in Metern.	b) In Hölzern. Namen des Körpers.	Schallgeschwindigkeit in Metern.
Blei	1350.	Ahornholz	4532.
Kupfer	4080.	Birnbaumholz	4250.
Messing	3624.	Birkenholz	4896.
Zinn	2550.	Eichenholz	3624.
Silber	3060.	Fichtenholz	5440.
Eisen	5600.	Lindenholz	5100.
Glas	5664.	Ulmenholz	4896.
		Tannenholz	6120.

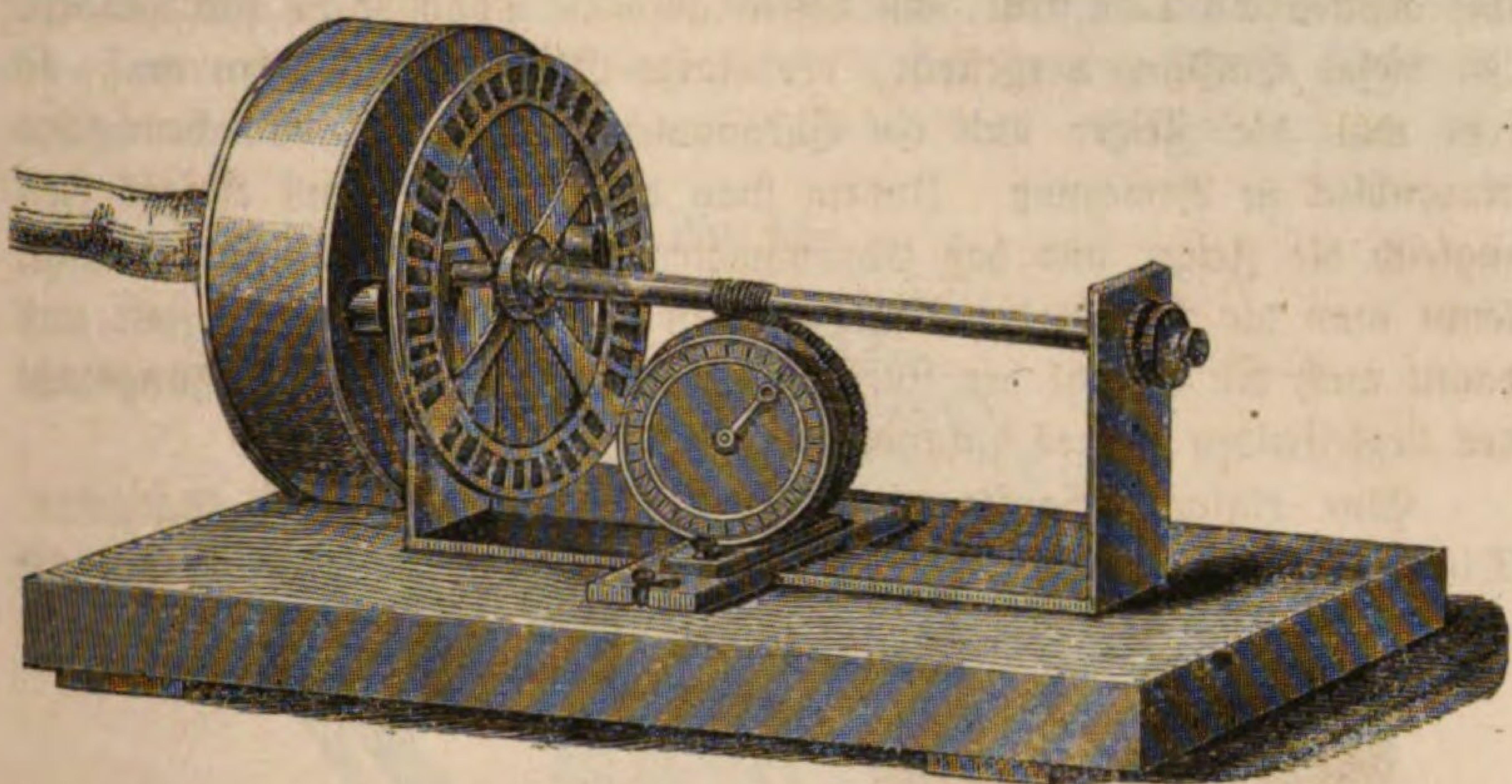
Bei der Bestimmung der Schallgeschwindigkeit in der atmosphärischen Luft mußte die Erwärmung in Betracht gezogen werden, welche mit der Zusammendrückung jederzeit eintritt. Ein ähnlicher Einfluß dürfte sich vielleicht bei den festen Körpern geltend machen, da bei der Zusammendrückung eine Wärmeentwickelung stattfindet. Es läuft dies auf eine Vermehrung der Elasticität hinaus, woher es denn kommen kann, daß der aus Schwingungen berechnete Werth der Größe β größer ausfällt, als jener, den man auf statischem Wege durch Zusammendrückung oder Dehnung erhält.

III. Numerische Bestimmung der absoluten Tonhöhen und Beisammensein mehrerer Schwingungen.

1. Mittel zur Bestimmung der absoluten Tonhöhe und Resultate.

Die absolute Tonhöhe kann auf mehreren Wegen bestimmt werden, zunächst mittelst der Syrene von Cagniard de Latour. Die Syrene ist in Fig. 42 abgebildet. Sie besteht aus einer kreisförmigen Platte von Messing, die um eine auf ihrer Ebene senkrechte Achse äußerst leicht drehbar ist und gleich große und gleich weit von einander entfernte schief gebohrte Oeffnungen hat, gegen welche die aus zwei in einem cylindrischen Behälter angebrachten Löchern strömende Luft anstößt, während die Platte umläuft. Durch den Boden des Cylinders, der

Fig. 42.

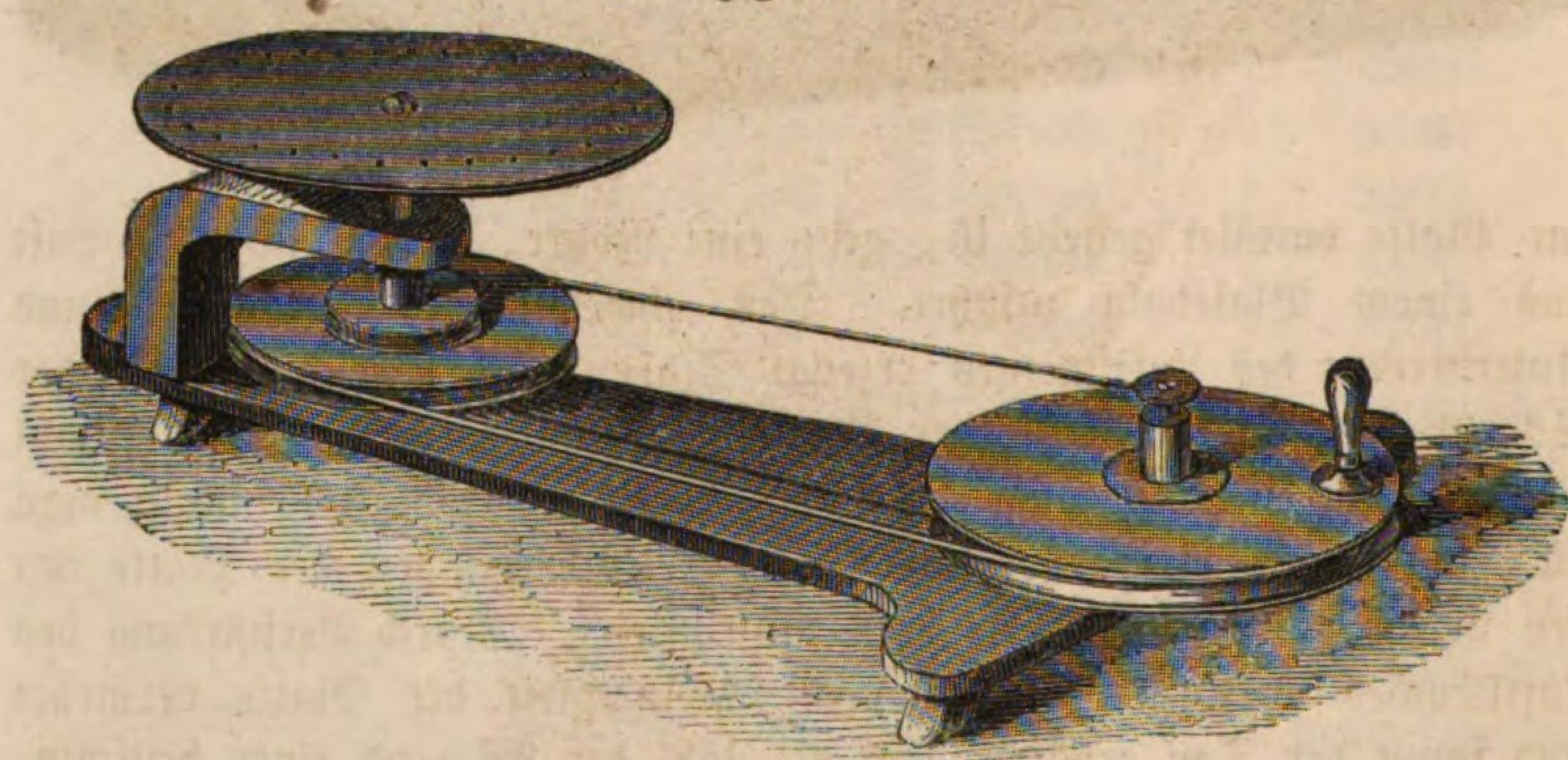


zur Platte parallel gestellt ist, geht eine Röhre, welche ihm die Luft aus einem Blasebalg zuführt. Das abwechselnde Durchlassen und Unterbrechen des Luftstromes erzeugt Stöße, aus denen bei gehöriger Schnelligkeit der Drehung der Platte ein Ton entsteht. Die Anzahl der während einer Secunde erfolgten Luftstöße ergibt sich, wenn man die Zahl der in einer Secunde erfolgten Umdrehungen der Platte mit den in ihr vorkommenden Löchern multiplicirt. Durch Verstärkung des Luftstromes wird die Umdrehungsgeschwindigkeit der Platte vermehrt und somit der Ton erhöht. Um die Zahl der während einer bestimmten Zeit stattgehabten Umläufe zu bestimmen, befindet sich an der Drehungsachse der Platte eine Schraube ohne Ende, die ein mit Zähnen versehenes Rädchen bewegt; an der Achse dieses Rädchens befindet sich ein Zeiger, der einen Umlauf macht, wenn die Platte mit ihrer senkrechten Achse 100 Umdrehungen vollendet hat. Ein senkrecht zur Achse des Rädchens befestigter Arm schiebt ein zweites Rädchen bei jedem Umlauf des ersten um einen Zahn weiter, so daß, wenn das zweite Rädchen auch 100 Zähne hat, es erst nach 100 Umdrehungen des ersten Rädchens einen einzigen Umlauf machen wird. Die Anzahl der geschehenen Umdrehungen erwähnter zwei Rädchen wird mittelst Zeiger auf den außerhalb angebrachten Zifferblättchen abgelesen. Man kann die Zeiger nach Belieben gehen oder still stehen lassen. Man braucht zu diesem Behufe nur die beiden Rädchen ein wenig entweder links oder rechts zu schieben, um das Eingreifen der Gänge der Schraube in die Zähne entweder herzustellen oder aufzuheben. — Um nun mit Hülfe der Syrene die einem bestimmten Ton entsprechende Schwingungszahl zu ermitteln, wird die Syrene angeblasen und der Druck auf den

Blasebalg so lange abgeändert, bis ihr Ton in vollkommenem Einklange mit demjenigen Ton steht, um dessen absolute Tonhöhe es sich handelt. Ist dieser Einklang hergestellt, der einige Minuten andauern muß, so setzt man die Zeiger und ein Chronometer in einem und demselben Augenblick in Bewegung. Indem man dann nach Verlauf einiger Zeit zugleich die Zeiger und das Chronometer wieder zum Stillstand bringt, kennt man die Anzahl der Umdrehungen der Platte in jener Zeit und damit auch die Anzahl der Luftstöße, welche mit der Schwingungszahl des begleitenden Tones zusammenfällt.

Eine einfache Construction der Syrene hat Seebeck angegeben. Diese Syrene ist in Fig. 43 abgebildet. Auf einer Achse, welche mittelst

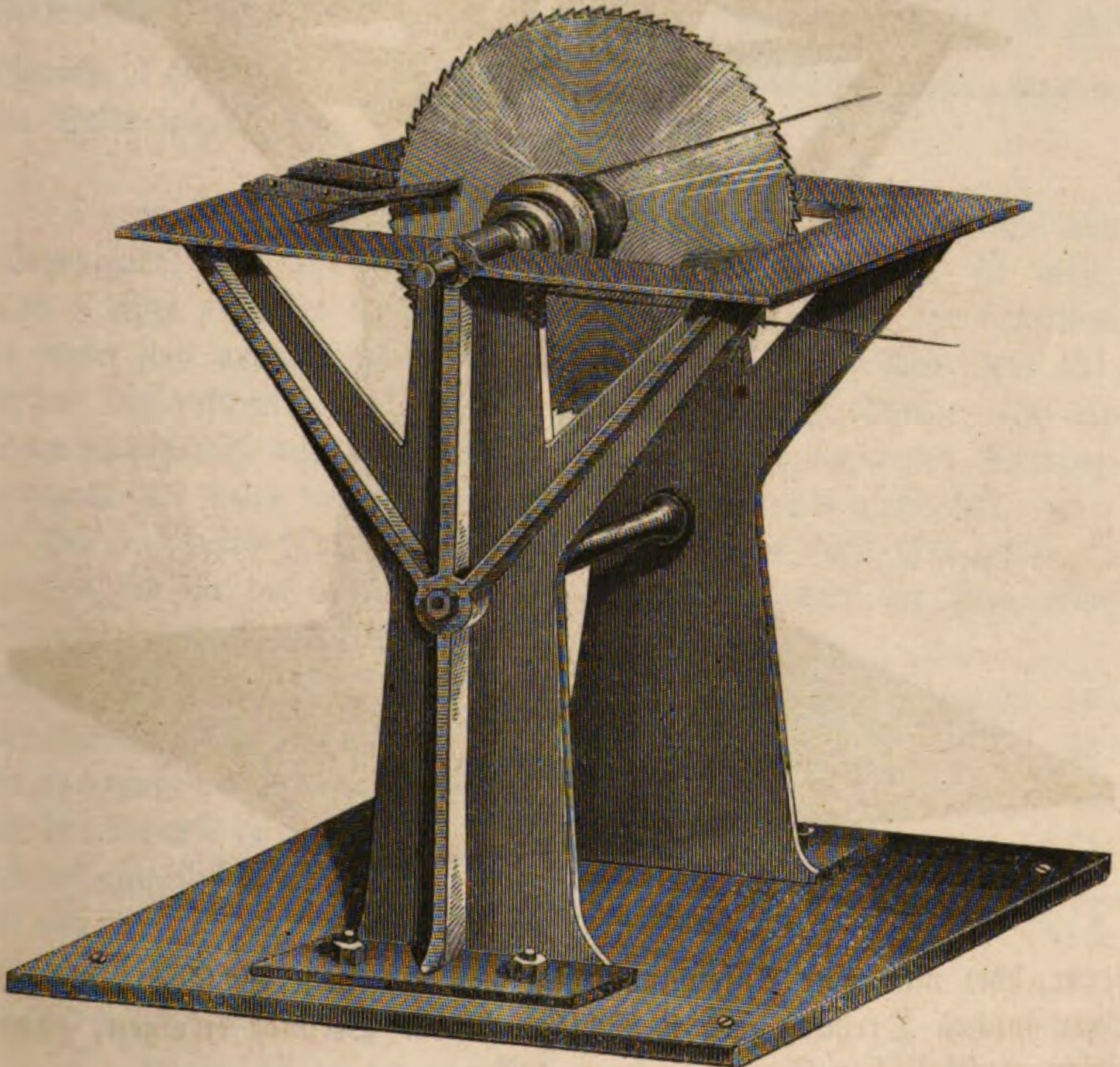
Fig. 43.



eines Rades und Schnurlaufs in hinreichend rasche Drehung versetzt werden kann, ist eine starke hölzerne, mit Blei beschwerte runde Scheibe von 1,5 Decimeter Durchmesser angebracht und an dieser concentrisch eine Scheibe aus dünner glatter Pappe von 2,5 Decimeter im Durchmesser befestigt. An dem Umfange der letzteren Scheibe sind in genau gleichen Abständen Löcher von etwa ½ Centimeter im Durchmesser eingeschlagen. Die Anzahl der Löcher kann eine beliebige sein, etwa von 12 bis 120 gehen; immerhin ist es gut, dieselbe so zu wählen, daß die Zwischenräume zwischen den Löchern größer als ihre Durchmesser sind. Bei dem Versuche wird mit einem Glasröhrchen, dessen Mündung etwas enger als die Löcher ist, ein Luftstrom gegen die in Drehung befindliche Löcherreihe geblasen, wo dann der Ton auf die nämliche Weise wie auf der Syrene von Cagniard de Latour entsteht. Auf dieselbe Scheibe kann man auch concentrisch mehrere Löcherreihen setzen, um so die verschiedenen Töne unter einander vergleichen zu können. Mit einer Löcherreihe erhält man einen Ton, der bei zunehmender Umdrehungsgeschwindigkeit immer höher wird.

Um die absolute Tonhöhe zu bestimmen, wendete Savart ein gezahntes Metallrad an, das vermittelst einer Schnur ohne Ende und eines andern sich langsamer bewegenden Rades in eine schnelle Drehung versetzt wird. Fig. 44 stellt den Apparat dar. Während der Um-

Fig. 44.

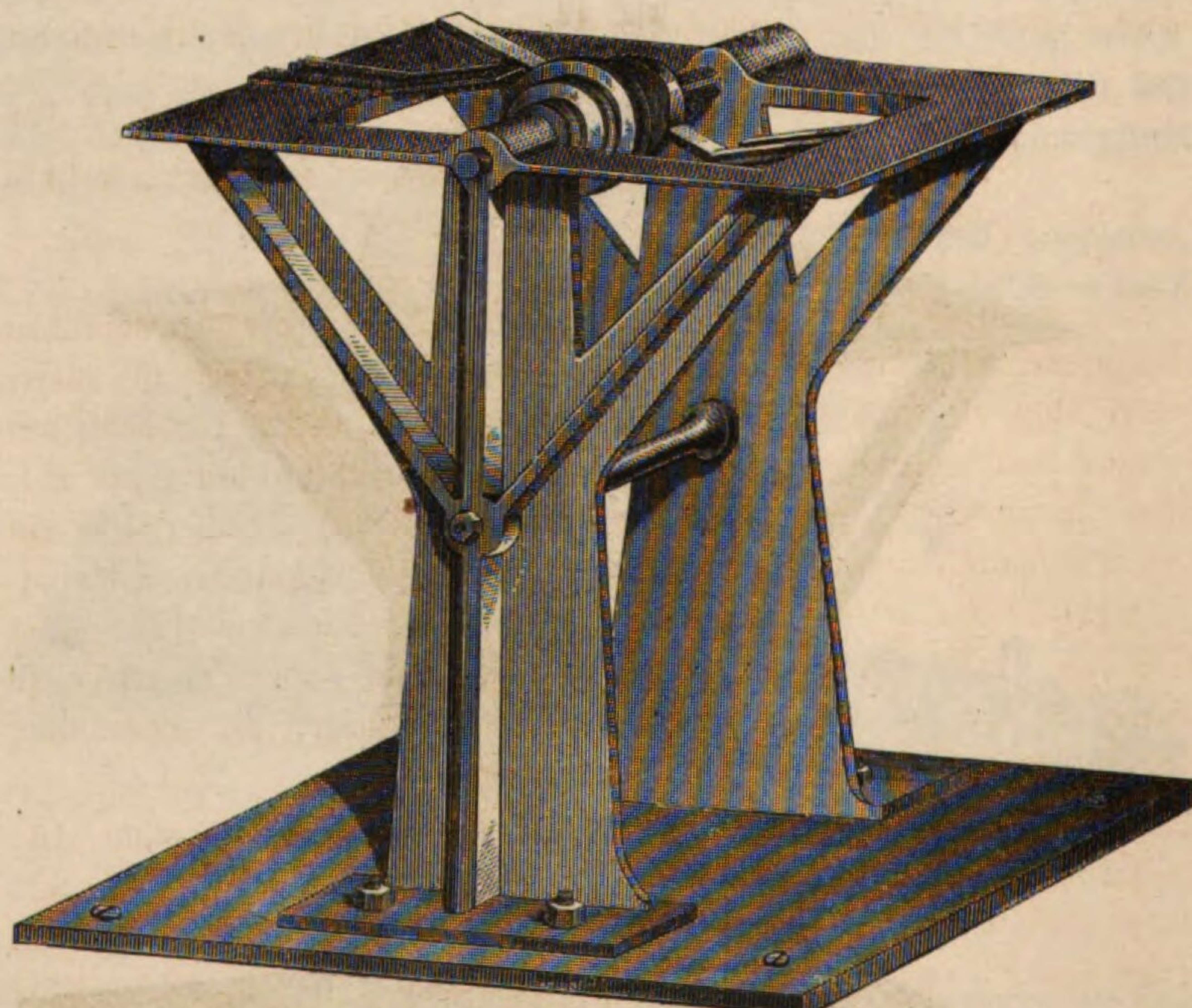


drehung wird ein Kartenblatt dem Stoße der Zähne ausgesetzt, wodurch ein Ton zum Vorschein kommt, dessen Höhe mit der Schnelligkeit der Drehung zunimmt. Man hat nur zu ermitteln, wie viel Zähne in einer gegebenen Zeit vorübergehen, um die dem vernommenen Tone zugehörige Schwingungszahl kennen zu lernen. Mit einem Rade, dessen Umfang 720 Zähne trug, brachte Savart in einer Secunde 24000 Schwingungen hervor, welche das menschliche Ohr noch als einen Ton zu unterscheiden vermochte.

Für die tiefen Töne nahm Savart statt des gezahnten Rades einen Eisenstab, den er um seine Mitte drehte, als wenn seine Arme die Speichen eines Rades wären. Während der Bewegung des Stabes

gehen seine Arme, wie Fig. 45 zeigt, durch eine Art Rahmen, was ein starkes Geräusch zur Folge hat. Indem man den Stab langsam

Fig. 45.



dreht, hört man eine Aufeinanderfolge von einzelnen Schlägen, die bei einer solchen Drehung, wo 8 Schläge in der Secunde erfolgen, einen tiefen musikalischen Ton vernehmen lassen.

Um die einem Tone zukommende Schwingungszahl zu bestimmen, kann man auch einen homogenen Metallstab nehmen, der an einem Ende in einen Schraubenstock eingespannt und durch einen Schlag in transversale Schwingungen versetzt wird. Man macht ihn so lang, daß er in einer Secunde vier Schwingungen vollendet und mißt dann genau die Länge a des von dem Schraubenstock hervorragenden Stückes. Hierauf verkürzt man dasselbe so lange, bis es einen Ton gibt, der mit dem zu untersuchenden Ton in Einklang steht. Hat man seine Länge l wieder gemessen, so kann man die Schwingungszahl n nach der Formel $n = \frac{a^2}{l^2} . 4$ berechnen.

Ein weiteres Mittel zur Bestimmung der Schwingungszahl eines Tones bieten gespannte Saiten dar. Man spannt nämlich eine homogene Metallseite auf ein verticales Monochord, an welchem man die Saitenlänge möglichst genau messen kann. Alsdann bringt man ihren Ton mit dem, dessen absolute Tonhöhe bestimmt werden soll, in Einklang und berechnet dann die Anzahl der Schwingungen der Saite nach der Formel: $n = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{gP}{Q}}$, wo g die Acceleration der Schwere, Q das Gewicht, l die Länge der Saite und P das Gewicht bezeichnet, welches die Saite spannt.

Durch solche Mittel hat man für den Ton $\bar{a}$ der gewöhnlichen Stimmgabel 427 als Schwingungszahl gefunden. Doch ist dieser Ton $\bar{a}$ nicht an allen Orten genau der nämliche, indem für denselben zu seiner Zeit am Berliner Theater 437, in der französischen Oper 431, in der italienischen Oper 424, und am Darmstädter Theater 430 als Schwingungszahl angenommen wurde. Bei der Annahme der Schwingungszahl 427 wäre die absolute Tonhöhe des Tones $\bar{c}$ gleich $427 \cdot {}^3/_5 = 256^1/_5$. Wird für den letzteren Ton die runde Zahl 256 gesetzt, so ergeben sich für die in der Musik gebräuchlichen unter der Benennung C verstandenen Töne folgende absolute Werthe:

für das tiefe C ($\underline{\underline{C}}$), das tiefste C der Orgel die Schwingungszahl 16;
für das Contra C ($\underline{C}$), das tiefste C am Clavier die „ 32;
für das große C (C), das tiefste C des Violoncells „ „ 64;
für das kleine C (c), das tiefste C der Tenorstimme „ „ 128;
für das eingestrichene C ($\bar{c}$), das tiefe C der Sopranstimme „ 256;
für das zweigestrichene C ($\bar{\bar{c}}$), das hohe C der Sopranstimme „ 512;
für das dreigestrichene C ($\bar{\bar{\bar{c}}}$), das höchste C auf der Violine „ 1024;
für das viergestrichene C ($\bar{\bar{\bar{\bar{c}}}}$), das höchste C am Clavier „ 2048.

Der Tonwerth des $\bar{a}$, nach welchem sich die Stimmung des Orchesters richtet, ist bei dieser Annahme also gleich $256 \cdot {}^5/_3 = 426^2/_3$. Dem höchsten Tone auf dem Clavier, nämlich dem $\bar{\bar{\bar{g}}}$, entsprechen sonach $2048 \cdot {}^3/_2 = 3072$ Schwingungen in der Secunde. Gewöhnlich wird in der Akustik dem Tone $\bar{a}$ die Schwingungszahl 440 beigelegt. Es wäre wünschenswerth, wenn eine derartige Feststellung hinsichtlich des Maßstabes für die Tonhöhe an allen Orchestern Geltung bekäme: man würde dann zu einer allgemeinen normalen Tonhöhe gelangen, was für Musiker, Sänger, Instrumentenmacher nur von Nutzen sein kann. — Für die Wellenlängen der oben genannten Töne C erhalten wir bei der Schallgeschwindigkeit von 333 Meter nachstehende Werthe:

für das tiefe C . . 10,4128 Meter; für das Contra C . 5,2064 „ für das große C . 2,6032 „ für das kleine C . 1,3016 „ für das eingestrichene C 0,6508 M.; für das zweigestrichene C 0,3254 „ für das dreigestrichene C 0,1627 „ für das viergestrichene C 0,0813 „

Nehmen wir die Schwingungszahl für den tiefsten noch erkennbaren Ton zu 8 und die Schwingungszahl für den höchst vernehmbaren Ton zu 24000 an; so ist die Wellenlänge des ersteren = 20,8256 Meter und die des zweiten Tones = 6,94 Millimeter.

Den gewöhnlichen Umfang der Singstimmen und der Orchesterinstrumenten gibt folgende übersichtliche Zusammenstellung:

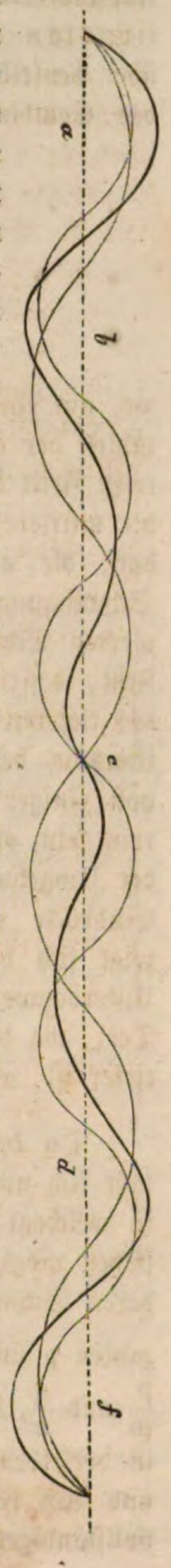
Singstimmen und Instrumente.	Umfang.	Octaven.	Töne.
Sopranstimme . . .	$\bar{c}$ bis $\bar{\bar{as}}$	2	23
Altstimme	g „ $\bar{\bar{d}}$	2	25
Tenorstimme . . .	c „ $\bar{a}$	2	23
Baryton	B „ $\bar{f}$	$1\frac{3}{4}$	21
Baß	F „ $\bar{es}$	2	24
Violine	g „ $\bar{\bar{\bar{a}}}$	4	46
Viola	c „ $\bar{\bar{\bar{g}}}$	4	46
Violoncell	c „ $\bar{b}$	4	46
Contrabaß	$\underline{E}$ „ 8	$2\frac{1}{4}$	26
Flöte	$\bar{d}$ „ $\bar{\bar{\bar{b}}}$	$3\frac{1}{4}$	38
Piccolo	$\bar{\bar{h}}$ „ $\bar{\bar{\bar{\bar{a}}}}$	$2\frac{3}{4}$	32
Clarinette in B . .	d „ $\bar{\bar{\bar{d}}}$	3	45
Clarinette in Es . .	g „ $\bar{\bar{\bar{g}}}$	3	45
Oboe	e „ $\bar{\bar{\bar{c}}}$	$2\frac{3}{4}$	32
Fagott	$\underline{B}$ „ $\bar{g}$	$3\frac{3}{4}$	45
Horn in es . . .	B „ $\bar{b}$	2	13
Horn in e	H „ $\bar{h}$	2	13
Trompete in es . .	b „ $\bar{\bar{b}}$	2	13
Trompete in e . . .	h „ $\bar{\bar{h}}$	2	13
Tenorposaune in f .	cis „ $\bar{b}$	$1\frac{3}{4}$	22
Baßposaune in B . .	E „ $\bar{gis}$	$2\frac{1}{2}$	29

2. Schwebungen und Combinationstöne.

Wenn zwei Körper gleichzeitig ertönen und ihre Töne bezüglich der Höhe nur wenig von einander verschieden sind, d. h. die Schwingungszahlen derselben nur um wenige Einheiten von einander abweichen; so vernimmt das Ohr, zu welchem jene Töne gelangen, ein periodisch

abwechselndes Anschwellen und Nachlassen des Tones wahr, welche Erscheinung auch mit dem Namen „Schwebungen oder Stöße der Töne“ bezeichnet wird. Man vernimmt diese Stöße sehr deutlich, wenn man gleichzeitig zwei Orgelpfeifen oder zwei Stimmgabeln, die nahe im Einklange stehen, zum Tönen bringt. Allemal nämlich, wenn die Verdichtungen und Verdünnungen des einen Tones mit denen des andern zusammentreffen, wird das Ohr von stärkerer Kraft ergriffen, dagegen von geringerer, wenn es die Verdichtungen des einen gleichzeitig mit den Verdünnungen des andern empfängt. Wie bald Verdichtung mit Verdichtung, bald wieder Verdichtung mit Verdünnung zusammenfallen, wenn zwei Töne, deren Schwingungszahlen um wenige Einheiten sich unterscheiden, läßt sich durch eine graphische Darstellung deutlich machen. In Fig. 46 mögen die beiden schwach gezogenen Curven die jenen Tönen entsprechenden Wellenzüge darstellen, dergestalt, daß die oberhalb der Abscissenachse stehenden Perpendickel die Größen der Verdichtung und die unter jener Achse liegenden die Größen der Verdünnung bezeichnen, während die entsprechenden Stücke der Abscissenachse die zugehörigen Zeiten bedeuten. Indem diese Wellenzüge das Ohr treffen, wird es den Eindruck jedes einzelnen Tones empfinden, da das eine Wellensystem durch das andere nicht gestört wird. Neben dieser Empfindung der einzelnen Töne wird aber eine dritte neue Empfindung durch das Zusammentreffen der beiden Wellenzüge hervorgerufen. Werfen wir nämlich einen Blick auf die Zeichnung, so sehen wir, daß in dem Punkt a die Verdichtungen beider Wellenzüge, in dem Punkt b ihre Verdünnungen zusammentreffen, mithin an jenen Stellen eine verstärkte Wirkung oder ein Anschwellen des Tones hervorgebracht wird; daß dagegen in dem Punkt c die Verdichtung des einen Wellenzugs mit der Verdünnung des andern Wellenzugs zusammenkommt, was eine Schwächung der Wirkung oder ein Nachlassen des Tones zur Folge hat. Auf solche Weise ist die stark gezogene Curve entstanden, welche die resultirende Wirkung beider Wellenzüge darstellt, die in den beiden andern Curven ihre Darstellung erhalten haben.

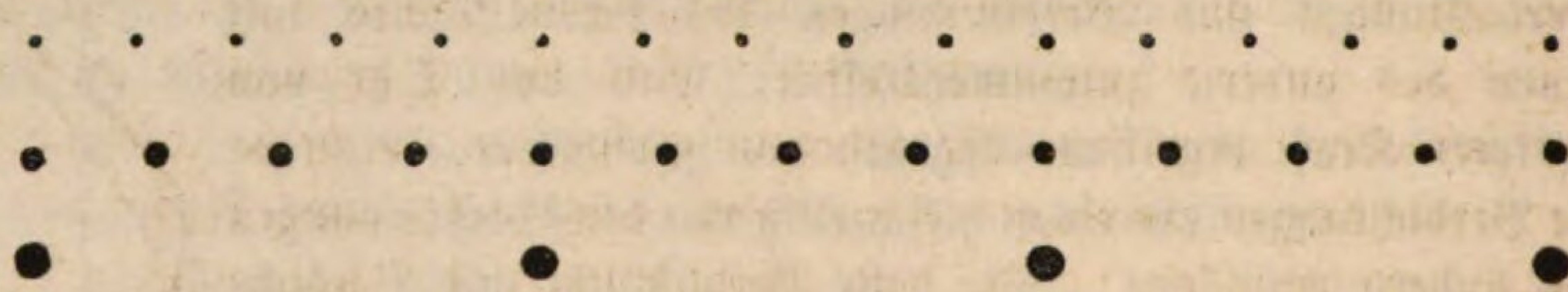
Fig. 46.



Geschieht die Aufeinanderfolge des Anschwellens und Abnehmens der beiden Töne so schnell, daß der gesonderte

Eindruck davon nicht mehr einzeln wahrgenommen werden kann, so empfindet das Ohr den Eindruck eines Tones, den man Combinationston oder Tartinischen Ton nennt, weil dieser Musiker zuerst über denselben ausführlichere Versuche angestellt hat. — Die Entstehung des Combinationstones läßt sich durch die Fig. 47 veranschaulichen,

Fig. 47.



wo, um einen bestimmten Fall vor Augen zu haben, die Schwingungszahlen der erzeugenden Töne sich wie 4 : 5 verhalten. Die obere Punktreihe stellt die Folge der Schwingungen des höheren Tones (der Terze), die mittlere die Folge der Schwingungen des tieferen (des Grundtones) dar; die untere Reihe endlich entspricht dem Zusammentreffen der Schwingungen bei jeder fünften Schwingung des höheren und jeder vierten Schwingung des tieferen Tones, wodurch ein eigener Ton entsteht, dessen Schwingungen viermal langsamer vor sich gehen, als die des tieferen der beiden angegebenen Töne. — Will man den Combinationston deutlich vernehmen, so müssen die beiden erzeugenden Töne von einiger Dauer, von ziemlich gleicher Stärke und entweder ganz rein sein oder nur wenig von der Reinheit abweichen; auch muß in der Umgebung Alles ruhig sein, damit das Ohr die für schwächere Eindrücke erforderliche Empfindlichkeit erlangt. Am vernehmlichsten zeigt sich der Combinationston bei der großen Terz, wo die doppelte Unteroctave des tieferen Tones erklingt, deßgleichen bei der kleinen Terz, wo der Combinationston um zwei Octaven und eine große Terz tiefer ist, als der tiefere der zwei angeschlagenen Töne.

Da der physische Grund des Combinationstones bekannt ist, so läßt sich auch für jeden Fall die Höhe desselben im Voraus bestimmen, in welchem Verhältniß die beiden angegebenen Töne auch zu einander stehen mögen. Wir betrachten zu diesem Behuf zunächst zwei Töne, deren Schwingungszahlen m und n sich genau wie zwei relative Primzahlen p und q verhalten, so daß $\frac{n}{m} = \frac{q}{p}$. Die beiden gleichen Brüche $\frac{p}{m}$ und $\frac{q}{n}$, sagen aber aus, daß p Schwingungen des ersten Tones sich in derselben Zeit vollenden als q Schwingungen des andern Tones, und daß keine kleinere Zahlen von Schwingungen geeignet sind, ein vollständiges Zusammentreffen der letzteren zu bewirken, weil p und q

relative Primzahlen sind. Die Zeit $\frac{p}{m} = \frac{q}{n}$ drückt mithin die Oscillationsdauer des Combinationstones aus, so daß, wenn m der tiefere Ton ist, die Schwingungsdauer des Combinationstones $= \frac{p}{m}$ sein wird. Die Schwingungszahlen des Combinationstones und des tiefern der beiden angeschlagenen Töne verhalten sich demnach wie 1 : p, wenn p das mit m homologe Glied der Proportion m : n = p : q bezeichnet und p und q relative Primzahlen sind. — Man nimmt gewöhnlich an, daß die Schwingungszahl des Combinationstones gleich dem Unterschiede der Schwingungszahlen der erzeugenden Töne sei; diese Annahme ist jedoch unrichtig, da sie zu einer Regel führt, die sich nicht in allen Fällen bewährt. Denn bei einer derartigen Voraussetzung würde das Verhältniß des tieferen Tones zu dem Combinationstone durch den Quotienten $\frac{m}{n-m}$ oder durch den Quotienten $\frac{p}{q-p}$ ausgedrückt sein, während dieses Verhältniß nach der ersten Regel durch $\frac{p}{1}$ dargestellt wird.

Zahlreiche mit der größten Sorgfalt auf einer ausgezeichneten Violine darüber angestellte Versuche, an denen Personen sich betheiligten, welche mit der Musik sehr vertraut sind und ein feines musikalisches Gehör haben, lassen keinen Zweifel übrig, die zweite Regel als nicht für alle Fälle gültig anzusehen. Als Belege für die Richtigkeit unserer Aussagen mögen folgende Beispiele dienen. Wir erhielten bei den zwei Tönen c und f, die in dem Verhältniß von 3 : 4 zu einander stehen, den Combinationston $\underline{F}$; derselbe war also um eine Quinte mehr als eine Octave tiefer als der tiefere der beiden angeschlagenen Töne und stimmte genau mit demjenigen überein, wie ihn die eine wie die andere Regel gibt. Ebenso bekamen wir bei den zwei Tönen c und e, deren Verhältniß 4 : 5 ist, den Combinationston $\underline{C}$, welcher zwei Octaven tiefer als der tiefere der beiden angeschlagenen Töne liegt und wieder mit dem Ton übereinkommt, wie ihn die beiden Regeln geben. Bei den Tönen c und as, die sich wie 5 : 8 verhalten, fanden wir den Combinationston $\underline{As}$, wie ihn die erste Regel verlangt, und nicht Es, wie er nach der zweiten Regel sein sollte. Deßgleichen hörten wir bei den Tönen c und $\bar{d}$, deren Verhältniß 4 : 9 ist, deutlich den Combinationston $\underline{C}$, wie die erste Regel es sagt, aber nicht e, wie es die zweite Regel mit sich bringt.

Kommt dagegen das Verhältniß der beiden angeschlagenen Töne einem einfachen Verhältnisse blos sehr nahe, ist also, um bei den zwei ersten gewählten Beispielen stehen zu bleiben, fast gleich dem von 3 : 4; so wird der Combinationston noch um eine Quinte mehr als eine

Octave tiefer als der tiefere der beiden angeschlagenen Töne sein, aber schwächer vernommen werden, als wenn das Verhältniß genau 3 : 4 ist. Ebenso wird, wenn das Verhältniß dieser beiden Töne fast das von 4 : 5 ist, der Tartinische Ton zwei Octaven tiefer als der tiefere der beiden angeschlagenen Töne sein, aber schwächer gehört werden, als wenn das Verhältniß genau 4 : 5 ist. Läge endlich das Verhältniß, in welchem die Schwingungszahlen der erzeugenden Töne zu einander stehen, dem von 3 : 4 eben so nahe, als dem von 4 : 5, so könnte es sich ereignen, daß man zwei Tartinische Töne, von denen der eine um eine Quinte mehr als eine Octave, der andere um zwei Octaven tiefer als der tiefere der beiden angeschlagenen Töne wäre, schwach vernähme. Es war dies bei dem dritten der oben angeführten Beispiele der Fall, wo wir bei einer kleinen Aenderung in der einen Saitenlänge zwei Combinationstöne erhielten, nämlich As und Es, gerade die zwei Töne, wie sie die beiden Regeln bei dem genauen Verhältniß von 5 : 8 lieferten.

Die innerhalb einer Secunde aus dem Zusammenwirken zweier nahe an einander liegenden Töne resultirende Anzahl von Schlägen kann auch benutzt werden, um die absolute Zahl der Schwingungen der Töne kennen zu lernen. Es ist nämlich die Zahl dieser Stöße dem Unterschiede der Schwingungszahlen der erzeugenden Töne stets proportional, aber nicht immer gleich jenem Unterschiede, wie hier und dort behauptet wird. Bezeichnen mithin y und x die Schwingungszahlen der beiden Töne, wo y dem höheren Tone angehört, ferner $n : m$ das relative Verhältniß derselben, wo n und m Primzahlen zu einander sind, und a die Zahl der in der Secunde hervorgebrachten Schläge, so besteht die Relation: $y - x = (n - m) a$, woraus $x = am$ und $y = an$; eine Regel, welche mit der zur Bestimmung des Combinationstones oben angeführten Regel völlig gleichlautend ist, wie es auch sein muß, da die Stöße mit den Combinationstönen genau einerlei Ursprung haben. So erhielten wir mit zwei Orgelpfeifen, welche auf die Töne C und Cis gestimmt waren, $2\frac{2}{3}$ als Mittelwerth für die Zahl der in einer Secunde erfolgten Schläge. Daraus ergab sich für den musikalischen Ton C die Schwingungszahl 64 und den Ton Cis die Schwingungszahl $66\frac{2}{3}$.

Bei diesem Verfahren die Schwingungszahlen der Töne zu bestimmen, sind die Stimmgabeln den Pfeifen vorzuziehen, weil die letzteren stärkeren Tonschwankungen als die ersteren unterworfen sind. Man nimmt nämlich zwei Stimmgabeln, von denen die eine um weniges höher oder tiefer als die andere gestimmt wird, so daß sie zusammengeschlagen eine bestimmte Anzahl Stöße in einer Secunde liefern.

Wenn beide Gabeln frei auf einen Resonanzboden aufgeschraubt sind, so vermögen sie wohl eine Minute lang in hinlänglicher Stärke fortzutönen, um die Stöße zählen zu können. Der Ton der Gabel wird bekanntlich erhöht, wenn man die Zinken an ihren Enden verdünnt, dagegen vertieft, wenn man die Dicke der Zinken in der Nähe des Gabelfußes vermindert. Um den Ton der Gabel abzuändern, bedienten wir uns zuweilen auch kleiner Massen von Eisen, welche an den Zinken der Gabel nach Belieben festgeschraubt werden konnten; je näher diese Massen nach den freien Enden der Zinken hinzu lagen, desto tiefer wurde der Ton. Hierauf bestimmt man mit Hülfe des Monochords auf einer und derselben Saite möglichst genau zwei Längen, deren Töne mit jenen der beiden Gabeln beziehungsweise so viel als möglich im Einklang stehen, und bringt dann das Verhältniß der Zahlenwerthe gedachter Längen auf seine kleinste Benennung. Gelangt man auf diese Weise zu dem Bruche $\frac{n}{m}$, so ist an die Schwingungszahl des einen und am die Schwingungszahl des andern Tones, wo a die Zahl der in der Secunde vernommenen Schläge bedeutet. Bei einem derartigen mit zwei Stimmgabeln angestellten Versuche, wo die Zeit von 20 Schlägen vermittelst einer guten Tertienuhr gemessen wurde, bekamen wir für a den Mittelwerth 5,11 und für die den Tönen entsprechenden Saitenlängen 498 Millimeter und 492 Millimeter. Der Bruch $\frac{498}{492}$ auf seine kleinste Benennung gebracht, gibt den Werth $\frac{83}{82}$: daher die Schwingungszahl des tieferen Tones = 419 und die des höheren = 424.

Mit Hülfe der Stöße läßt sich die Stimmung der Instrumente reiner herstellen, als sie das musikalische Ohr zu erreichen vermag. Wir begnügen uns, die Verfahrungsart an zwei besonderen Beispielen zu zeigen, nach denen man leicht für andere Fälle die nöthige Anordnung wird treffen können. Will man für einen Grundton die große Terz und Quinte rein stimmen, welche drei Töne in dem Verhältniß von 4 : 5 : 6 zu einander stehen, so wählt man einen Hülfston, der mit dem Grundton zusammen vier Stöße in der Secunde liefert und stimmt dann die beiden höheren Töne in der Art, daß der eine mit dem nämlichen Hülfston 5 und der andere 6 Stöße gibt.

Soll für den Grundton die Quarte und die große Sext gestimmt werden, welche drei Töne sich wie 3 : 4 : 5 zu einander verhalten, so wählt man einen anderen Hülfston, der mit dem Grundton drei Stöße in der Secunde macht und stimmt hierauf die zwei anderen Töne in der Weise, daß mit dem gewählten Hülfston der eine davon 4 und der andere 5 Stöße liefert. Die dergestalt abgestimmten höheren Töne

werden zu dem Grundtone in den vollkommen richtigen Verhältnissen liegen, insofern man mit Hülfe des musikalischen Gehörs dahin bestrebt gewesen ist, die zustimmenden höheren Töne im gleichen Sinne wie den Grundton von dem gewählten Hülfston abweichen zu lassen, mithin sie gegen denselben zu hoch oder zu tief zu nehmen, wie gerade der Grundton es war.

Die Anzahl der Schwingungen, welche das Gehörorgan zu einem Tone verbindet, kommt nicht immer mit der Anzahl der Schwingungen überein, welche der tönende Körper binnen derselben Zeit macht; oder mit andern Worten, der subjective Ton für den Beobachter ist nicht jederzeit dem objectiven gleich. Es findet dies statt, wenn der tönende Körper und der Beobachter nicht in gleicher Entfernung von einander bleiben. Nähert sich der Körper während des Tönens rasch dem Beobachter oder entfernt er sich schnell von ihm, so geht jede Schwingung von einem andern Punkte aus, als die vorhergehenden; sie wird im Falle des Annäherns weniger Zeit und im Falle des Entfernens mehr Zeit brauchen, um zu dem Beobachter zu gelangen, als wenn zu demselben der tönende Körper stets in der nämlichen Distanz geblieben wäre. Die Größe der Beschleunigung oder Verzögerung, welche dadurch jede folgende Schwingung erfährt, wird gleich sein der Geschwindigkeit a des tönenden Körpers, dividirt durch die Fortpflanzungsgeschwindigkeit u des Schalls. Die successiven Schwingungen eines Tones, der n Oscillationen in der Secunde vollbringt, werden also nicht mehr nach Verlauf von $\frac{1}{n}$ Secunde, sondern nach dem Zeitintervall von $\frac{1}{n}\left(1 \mp \frac{a}{u}\right)$ Secunde auf einander folgen; wo das obere Zeichen für den Fall der Annäherung und das untere für den des Entfernens gilt. Der wahrgenommene Ton wird demnach $\frac{n\,u}{u \mp a}$ Schwingungen in der Secunde zu machen scheinen.

Ist der tönende Körper in Ruhe, dagegen der Beobachter in Bewegung, so gehen die Schwingungen von einem und demselben Punkte aus; sie erreichen aber den Beobachter früher oder später als nach $\frac{1}{n}$ Secunde, nämlich nach Verlauf des Zeitintervalls $\frac{1}{n}\left(\frac{u}{u \mp a}\right)$, wo das obere Zeichen für den Fall des Entgegenkommens und das untere für den Fall des Einholens zu setzen ist. Der wahrgenommene Ton wird folglich $n\left(\frac{u \mp a}{u}\right)$ Schwingungen zu machen scheinen. — Die Verminderung des Abstandes zwischen dem tönenden Körper und dem Beobachter hat also ein Erhöhen des Tones, die Vermehrung jenes Abstandes hingegen ein Sinken desselben zur Folge.

Aus den Formeln folgt, daß, wenn der tönende Körper sich mit einer der Schallfortpflanzungsgeschwindigkeit gleichen Geschwindigkeit bewegt, der Beobachter im Fall der Annäherung einen unendlich hohen Ton und im Fall des Entfernens die tiefere Octave wahrnimmt; daß dagegen, wenn der Beobachter sich mit jener Geschwindigkeit bewegt, er im Fall des Annäherns die höhere Octave und im Fall des Entfernens gar keinen Ton hört.

Den hier zur Sprache gebrachten, aus der relativen Bewegung der Schallquelle und des Beobachters herrührenden Tonunterschied hat man bei verschiedenen Versuchen, welche zu diesem Behufe auf Eisenbahnlocomotiven in Belgien angestellt wurden, bestätigt gefunden. Man nahm nämlich fast immer eine Veränderung des Tones wahr und zwar in dem Sinne, in welchem sie der Theorie gemäß stattfinden mußte: eine vollständige quantitative Uebereinstimmung zwischen der letzteren und der Beobachtung konnte man jedoch bei dieser Art von Versuchen nicht wohl erwarten. Die öfters wahrgenommene Aenderung des Tones der Signalpfeife auf der Locomotive eines Eisenbahnzugs dürfte mehr oder minder theilweise dem hier in Rede stehenden Einfluß zugeschrieben werden können. Man hörte nämlich bei einiger Aufmerksamkeit während des Annäherns des Eisenbahnzugs den Ton der Pfeife gewöhnlich höher und bei Entfernen des Zugs gewöhnlich tiefer werden.

3. Klirrtöne und Töne erhitzter Metallmassen.

Chladni erhielt, als er unter die Mitte einer Saite einen Steg so untersetzte, daß sie ihn nur schwach berührte und dann die Saite senkrecht gegen denselben anschlagen ließ, außer der höheren Octave des der Saite zukommenden Grundtones noch einen andern Ton, den er Klirrton nannte. Nach seiner Angabe war dieser Ton um eine Quinte tiefer als der tiefste Ton der frei schwingenden Saite. Nörrenberg, welcher den Versuch wiederholte, fand dagegen den Klirrton um eine Quart höher als den Grundton. Seebeck, welcher den Klirrton unter verschiedenen Bedingungen erzeugte, hat beide Töne erhalten, namentlich die tiefere Quinte recht deutlich sowohl an Metall, als an Darmsaiten, wenn sie nicht zu stark gespannt waren; dagegen stellte sich die obere Quarte weniger deutlich heraus; am besten kam sie an stärker gespannten und kürzeren Darmsaiten zum Vorschein. Der Klirrton ist tiefer, wenn man den Steg unter die Mitte der Saite so setzt, daß er sie noch nicht berührt; der Ton wird höher, wenn man den Steg etwas gegen die Saite hebt, so daß er gegen dieselbe drückt. Wird der Steg an andern Stellen der Saite untergesetzt, so bekommt man unvollkommene Klirrtöne.

Eine ähnliche Erscheinung nimmt man bei einer tönenden Stimmgabel wahr, wenn man sie auf den Tisch so aufsetzt, daß der Stiel die Tischfläche nur beinahe berührt; man hört dann außer dem gewöhnlichen Ton der Gabel noch dessen tiefere Octave. Seebeck erhielt auf diese Weise an einer Stimmgabel in ā außer dem Tone a noch die Töne d, A, F, D, so daß sich die Schwingungszahlen dieser Töne, von dem gewöhnlichen Ton der Gabel an gerechnet, wie die reciproken Werthe der Zahlen 1, 2, 3, 4, 5, 6 verhalten. Wenn man die Gabel recht stark anschlägt und dann sehr leise auf den Tisch aufsetzt, so hört man zuerst den tiefsten dieser Töne, worauf die übrigen Töne der Reihe nach zum Vorschein kommen, bis man zuletzt den Ton der Gabel hört. Diese Töne werden ebenfalls mit dem Namen Klirrtöne bezeichnet und sind mit den Tönen verwandt, welche man dadurch hervorbringt, daß man eine von den Zinken der tönenden Stimmgabel mit der Oberfläche eines festen Körpers in Berührung setzt.

Bei Berührung eines erhitzten Metalls mit einem kalten werden öfters eigenthümliche Töne erzeugt, die wie die Klirrtöne in einem schnell wiederholten Gegeneinanderschlagen zweier fester Körper ihren Grund haben mögen. Um dergleichen Töne, deren Klang und Stärke sich nach Beschaffenheit des heißen wie des kalten Metalls richtet, mit größerer Sicherheit hervorzubringen, ließ Trevelyan eiserne, kupferne, messingene, silberne Stäbe eigens verfertigen. Ein solcher prismatischer Stab von etwa 9,2 Cent. Länge, 4 Cent. Breite und 1,4 Cent. Dicke ist auf einer der breiteren Fläche seiner Länge nach mit einer Furche von 4 Millimeter Breite versehen; der Rest des Stabes besteht aus einem 13 Cent. langen runden Stiel von ohngefähr 7,5 Millimeter Durchmesser. Wird der platte Theil dieses Stabes erhitzt und dann mit der Furche nach unten auf einen kalten Bleiklotz, der nach oben zu in eine Kante sich verläuft, gelegt; so geräth der Stab in eine hin- und herschwingende Bewegung und läßt einen lauten Ton vernehmen, der längere Zeit anhält. Drückt man mit dem Finger auf den Tisch oder auf das Metall, so ändert sich der Ton und hört zuweilen auf. Durch einen gelinden Stoß des Tisches entsteht der Ton wieder, der öfters aus einem in den andern übergeht.

Die Wärme kann auch auf andere Weise das Entstehen von Tönen veranlassen. Beim Beginnen des Siedens des Wassers tönt das Gefäß, indem es durch die Erschütterungen, welche die aufsteigenden Bläschen bewirken, in Schwingung versetzt wird. Eine in mehreren Punkten unterstützte Scheibe aus Zink und eine auf zwei prismatischen Stegen ruhende Zinkstange geben, wenn sie durch eine darunter gestellte

Spirituslampe erhitzt werden, nach einigen Minuten einzelne hohe Töne, die sich auch durch Temperaturerniedrigung hervorbringen lassen. Eiserne Ofenthüren geben öfters sowohl beim Erhitzen als beim Abkühlen einen eigenen Laut, der nach kleineren oder größeren Zwischenräumen wiederholt sich hören läßt. Die Erscheinung, welche sich desto regelmäßiger zeigt, je gleichmäßiger die Temperaturveränderung von statten geht, hat ihren Grund in dem Uebergange der Eisentheile in den neuen durch den Temperaturwechsel bedingten Gleichgewichtszustand. An Messing, Gußeisen, Antimon und Zinn hat man dergleichen Töne beim Erhitzen und Abkühlen gleichfalls wahrgenommen; doch entstehen sie am leichtesten beim Zink, woran der größere Ausdehnungscoefficient und das krystallinische Gefüge dieses Metalls schuld sein mag.

4. Interferenz des Schalls.

Wenn man das Ohr parallel vor einer tönenden Scheibe dicht vorbeiführt, verschwindet der Ton über jeder Ruhelinie des darauf gestreuten Sandes. Das Trommelfell befindet sich hier genau in dem Zustande der Membrane, welche wir bei der Untersuchung des Vorgangs der in einer Röhre schwingenden Luftsäule angewendet haben. Einige anderweitige Interferenzerscheinungen der Schallwellen sollen nun an dieser Stelle zur Sprache kommen. — Ein hohles parallelepipedisches Kästchen von Pappe erhält oben einen Ueberzug von gespanntem Papier und in der Mitte des Bodens eine Oeffnung, in welche, wie Fig. 48 zeigt, eine Röhre angesetzt wird, die man in zwei unten offene Arme ausgehen läßt. Wird die gespannte Papierfläche mit Sand bestreut und die Oeffnungen der Arme über zwei übereinstimmend schwingende Theile einer großen tönenden Scheibe gehalten, so geräth der Sand in lebhafte Bewegung, indem gleichzeitig Verdichtungen und Verdünnungen an den offenen Enden der Röhre anlangen und an dem oberen Theile derselben sich gegenseitig verstärken. Dagegen bemerkt man keine Bewegung an den Sandtheilchen, wenn die beiden Seitenöffnungen über zwei nach entgegengesetzten Richtungen schwingenden Theile der Platte sich befinden, weil dann eine Verdichtung an einer Seitenöffnung mit einer Verdünnung an der andern zusammentrifft, weßhalb sich die

Fig. 48.



in dem oberen Theile der Röhre zusammenstoßende Wellen gegenseitig aufheben.

Eine schwingende Stimmgabel bietet ebenfalls ein Beispiel der Interferenz dar. Wird nämlich die Gabel vertical in einiger Entfernung vom Ohr gehalten und um ihre Achse gedreht, während sie schwingt, so wird bei jeder Viertelsdrehung der Ton kaum vernommen werden, während er an den dazwischen liegenden Stellen deutlich gehört wird. Die Erscheinung hat in der Interferenz der Luftundulationen ihren Grund, welche von beiden Zinken der Gabel ausgehen. In dem Fall, daß die Zinken in gleicher Entfernung vom Ohr sind, befinden sich die Luftwellen in einerlei Schwingungszustande, verstärken sich demnach gegenseitig einander; dagegen in dem Falle, wo die beiden Zinken in ungleicher Entfernung vom Ohr sich befinden, sind die Luftwellen in verschiedenen Schwingungszuständen, werden sich mithin theilweise einander aufheben. Der Versuch läßt sich auch dahin abändern, daß man die Gabel vor die Oeffnung eines Arzneiglases hält, welches man durch Eingießen von Wasser mit der Stimmgabel in Einklang bringt. Man bemerkt bei einer Umdrehung der Gabel vier Stellen, an denen kein Ton wahrgenommen wird.

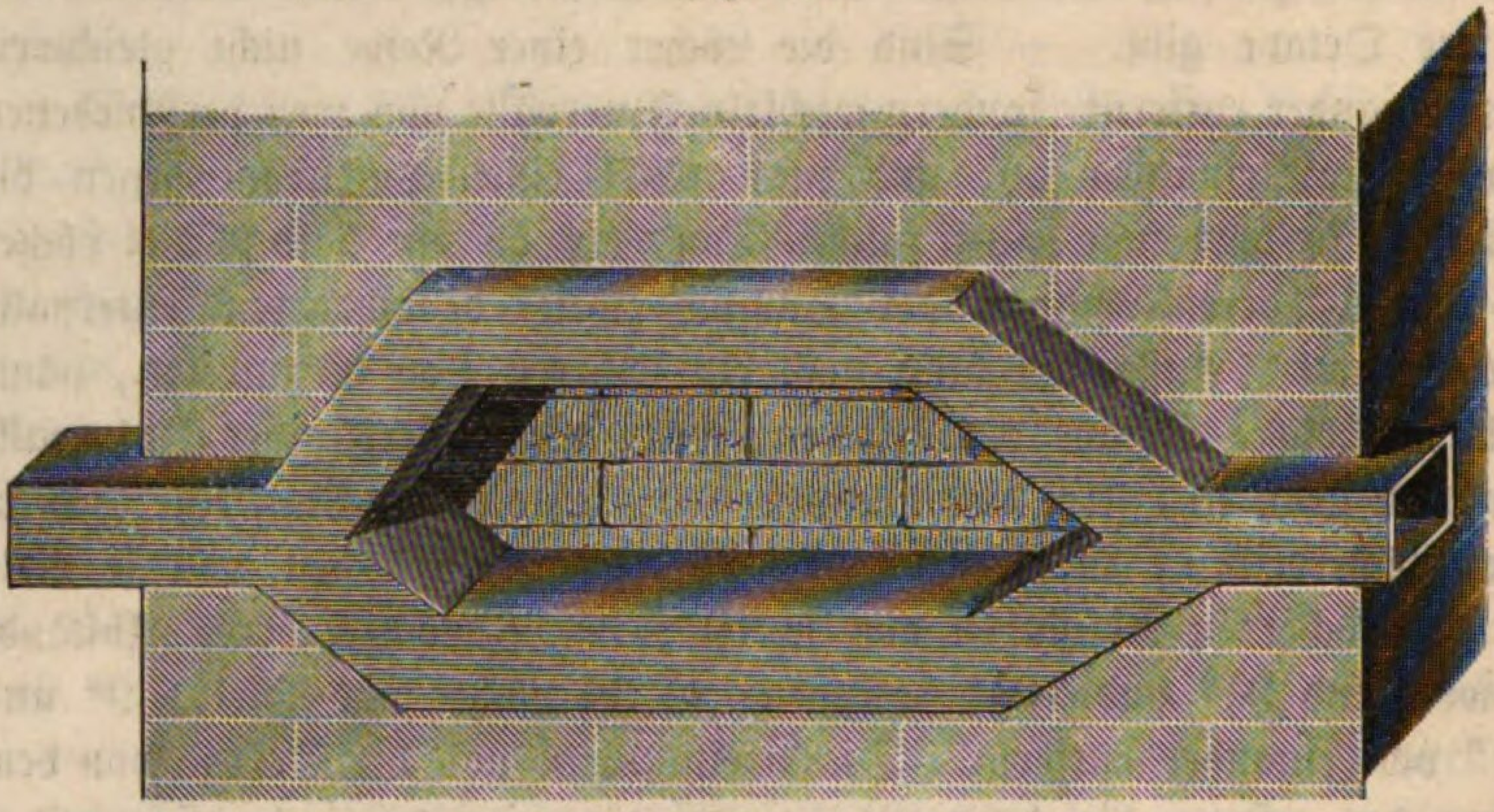
Interessante Interferenzerscheinungen hat Seebeck mit Hülfe seiner Syrene erhalten. Man richte gegen eine Löcherreihe dieser Syrene zwei Röhren von den beiden entgegengesetzten Seiten her senkrecht gegen die Scheibe dergestalt, daß die eine Röhre sich vor einem Loche befindet, während die zweite Röhre einem andern, etwa dem nächsten Loche gegenübersteht. Bläst man nun mit einer dieser Röhren gegen die in Umdrehung befindliche Scheibe, so hört man mit jeder einzeln derselben den nämlichen Ton; bläst man aber mit beiden zugleich, so verschwindet der Ton und man hört nur ein Sausen, welches das Durchströmen der Luft verursacht, indem sich die beiden Luftstöße ihrer entgegengesetzten Richtung wegen zwar nicht am Orte ihrer Entstehung, wohl aber bei ihrer Fortpflanzung gegenseitig aufheben. Der ursprüngliche Ton erscheint aber sogleich und zwar verstärkt, wenn die Löcher von den zwei entgegengesetzten Luftströmen nicht gleichzeitig, sondern alternirend getroffen werden.

Wenn man auf eine Scheibe concentrisch zwei Löcherreihen setzt, von denen die eine doppelt so viel Löcher hat als die andere, so hört man bei dem Anblasen von derselben Seite her zwei Töne, deren einer die Octave des andern ist. Bei dem Anblasen von entgegengesetzten Seiten her verschwindet der höhere Ton und man hört den tieferen allein: in diesem Falle heben sich nämlich die sämmtlichen Impulse des tieferen gegen die abwechselnden Impulse des höheren auf, und es bleibt nur

die andere Hälfte von denen des letzteren übrig, welche natürlich die tiefere Octave gibt. — Sind die Löcher einer Reihe nicht gleichweit von einander entfernt, sondern wechseln Intervalle von zwei verschiedenen Größen mit einander ab, und man leitet einen Luftstrom gegen die Scheibe, so hört man einen solchen Ton, als ob nur halb so viel Löcher da wären, deren Abstand der Summe zweier benachbarten Intervalle gleichkommt. Außerdem kann noch ein höherer Ton hinzutreten, nämlich die höhere Octave des ersteren, wenn die Differenz der Intervalle nicht zu groß ist. Um dies nachzuweisen, setzte Seebeck auf eine Scheibe vier Löcherreihen, nämlich: 1) 18 Löcher in Abständen von je 20°; 2) 36 Löcher in Abständen von je 10°; 3) 36 Löcher, deren Abstände abwechselnd 9½° und 10½° betrugen; 4) 36 Löcher abwechselnd 9° und 11° von einander entfernt. Die zweite Reihe gab die Octave von dem Tone der ersten; die dritte Reihe wie die vierte lieferte diese beiden Töne zugleich, mit dem Unterschiede, daß bei der dritten der höhere und bei der vierten der tiefere mehr hervortrat. — Aus diesen Versuchen sehen wir, wie eine gewisse Abweichung vom Isochronismus der Stöße stattfinden kann, ohne daß wir aufhören einen gleichartigen Ton wie beim vollkommenen Isochronismus wahrzunehmen. Läßt man die Abstände zwischen den Löchern in unregelmäßiger Folge wechseln, doch so, daß sie sich nicht zu sehr von einem Mittelwerthe entfernen; so hört man nur einen mehr oder weniger unvollkommenen Ton, dessen Höhe jenem Mittelwerthe entspricht.

Einen anderen Interferenzapparat erhält man, wenn man Schallwellen, die von einer gemeinsamen Quelle ausgehen, mittelst verschiedener Kanäle in zwei specielle Wellenzüge sondert, und solche hierauf sich wieder vereinigen läßt, nachdem so der eine Wellenzug einen etwas längeren Weg zurückgelegt hat, ehe er zur Interferenz mit dem andern Wellenzug gelangt. Zwei Fälle, in denen wir ziemlich befriedigende Resultate erhielten, waren folgende: In einem ersten Röhrensystem, wie es in Fig. 49 verzeichnet ist, betrug die kürzere Wegstrecke für den einen Wellenzug 37,8 Cent. und die längere Wegstrecke für den andern Wellenzug 51,9 Cent. Die Schallwellen, deren halbe Wellenlänge gleich dem Unterschied von 14 Cent. jener beiden Wegstrecken war, wurde mittelst einer Pfeife vor der Mündung einer Röhre hervorgerufen, in welcher mit Hülfe einer verschiebbaren Scheidewand das Weiterschreiten des einen oder des andern Wellenzugs in dem dazu gehörigen Röhrenstücke nach Belieben bewirkt oder verhindert werden konnte. Bei jedem einzelnen Röhrenstück erhielt man den nämlichen Ton, der bei beiden Röhrenstücken zusammen zum Verschwinden kam: die zwei Wellenzüge, welche an dem Interferenzpunkte um eine halbe

Fig. 49.



Schwingungsdauer von einander verschieden waren, hatten sich durch Interferenz continuirlich aufgehoben. — In einem zweiten Röhrensystem belief sich der Unterschied in den Längen der Röhrenstücke auf das doppelte von der vorigen Wegdifferenz, machte demnach genau eine ganze Wellenlänge des von der Pfeife angegebenen Tones aus. Bei beiden Röhrenstücken erschien der Ton verstärkt, weil nunmehr die zwei Wellenzüge in übereinstimmenden Schwingungsphasen an dem Interferenzpunkte ankamen. Diese Versuche fallen desto befriedigender aus, je weniger die Wände der Röhrenstücke durch ihr Mitschwingen zur Verstärkung des Tones beitragen können; es ist deßhalb rathsam, dergleichen Interferenzapparate in die Wand von zwei angrenzenden Zimmern zu befestigen, so daß die Röhre mit der Scheidewand in das eine Zimmer und das Röhrenstück mit dem Interferenzpunkt in das andere Zimmer hineinragt.

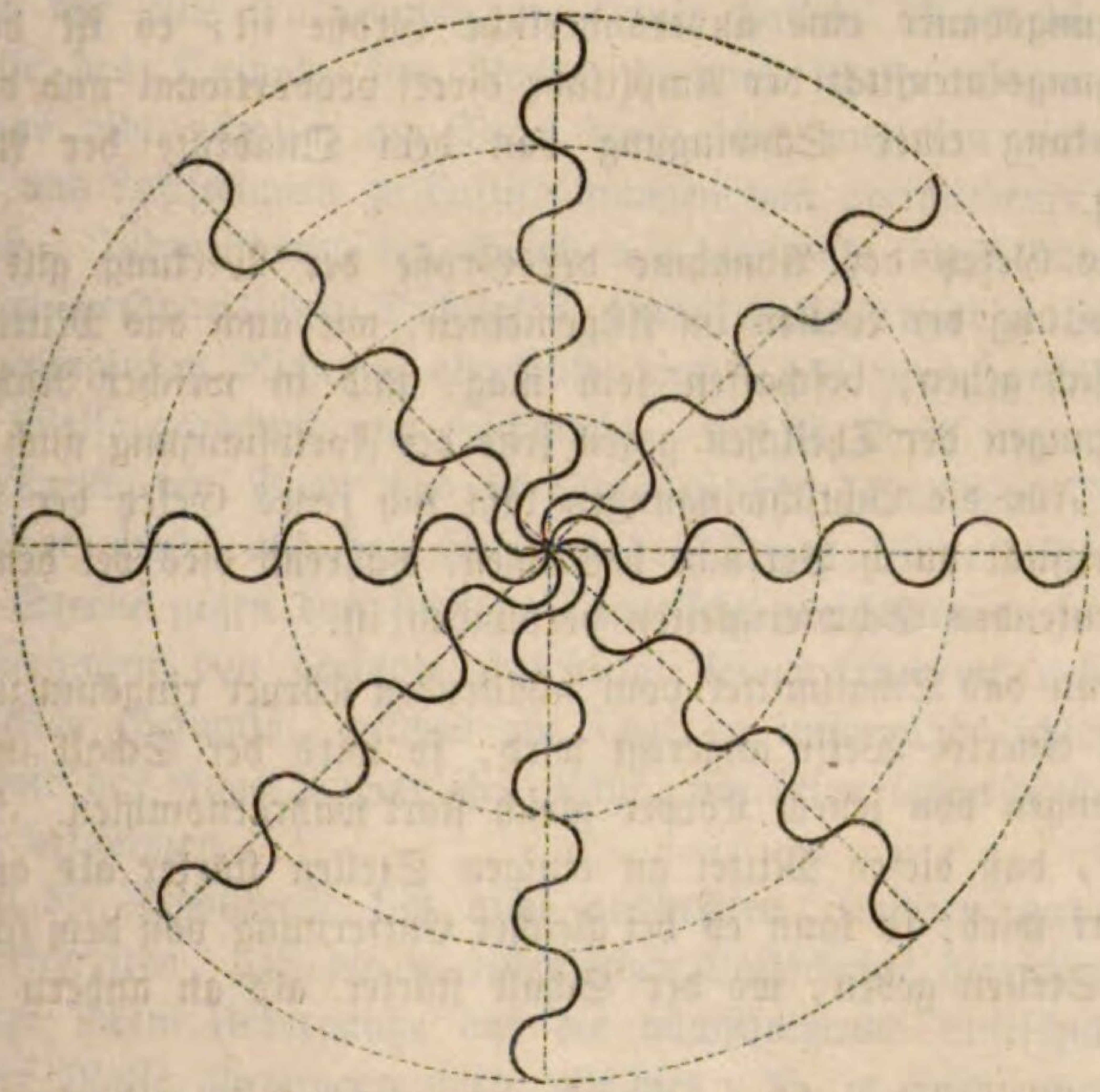
IV. Verbreitung des Schalls.

1. Abnahme der Stärke des Schalls mit Zunahme der Entfernung.

Alle Körper können mehr oder weniger einen Schall verbreiten; am gewöhnlichsten geschieht solches aber durch die atmosphärische Luft. Bei einer derartigen Verbreitung des Schalls durch die Luft ist der schallende Körper als ein Mittelpunkt von unendlich vielen nach allen Richtungen gehenden Schallstrahlen anzusehen, auf deren jedem einzeln die Longitudinalschwingungen der freien Luft auf ähnliche Weise stattfinden, wie jene der in einer Pfeife eingeschlossenen Luft. Da die Schallwellen nach allen Seiten gleichförmig fortschreiten, so umgeben sie den schallenden Körper wie concentrische Schalen den Mittelpunkt

einer Kugel. Zur Versinnlichung dergleichen sphärischen Schallwellen, deren eine Theil eine halbe verdichtende und andere Theil eine halbe verdünnende Schallwelle ist, dient die Fig. 50. — Um die Wirkungen

Fig. 50.



einer kugelförmig fortschreitenden Welle in verschiedenen Entfernungen r und r′ von ihrem Entstehungsorte zu ermitteln, seien c und c′ die Schwingungsintensitäten der Wellentheilchen, wenn die Halbmesser der Wellenflächen r und r′, ferner m und m′ die Massen derselben sind. Da bei der Mittheilung der schwingenden Bewegung jederzeit die Wirkungsfähigkeit einer Kugelfläche auf die andere übertragen wird, mithin kein Verlust an lebendiger Kraft oder an Wirkungsfähigkeit stattfindet, so hat man $m c^2 = m' c'^2$ oder $m : m' = c'^2 : c^2$. Allein die Massen der Kugelflächen verhalten sich zu einander wie die Quadrate ihrer Halbmesser, d. h. es ist $m : m' = r^2 : r'^2$; folglich $r^2 : r'^2 = c'^2 : c^2$. — Nimmt man nun an, daß die Wirkung, welche eine kugelförmig fortschreitende Welle an einer von ihr senkrecht getroffenen Fläche ausübt, mithin auch die Stärke des Eindrucks der Schallwelle auf das Gehörorgan, dem Quadrat der Schwingungsintensität direct proportional ist, so haben wir, wenn i und i′ die Schallstärken für die zwei Fälle bedeuten, in denen c und c′ die Schwingungsintensitäten der schwingenden Theilchen sind: $i : i' = c^2 : c'^2$ oder $i : i' = r'^2 : r^2$; d. h. die Schall-

wirkung in der Luft nimmt in dem Maße ab, in welchem das Quadrat der Entfernung des Hörenden vom schallenden Körper zunimmt.

Die Schwingungsintensität c ist $= a\sqrt{k} = \frac{2\pi a}{T}$. Die mathematische Physik lehrt aber, daß bei jeder schwingenden Bewegung die Schwingungsdauer eine unveränderliche Größe ist; es ist daher die Schwingungsintensität der Amplitude direct proportional und die Größe der Wirkung einer Schwingung von dem Quadrate der Amplitude abhängig.

Das Gesetz der Abnahme der Größe der Wirkung gilt für die Fortschreitung der Wellen im Allgemeinen, wie auch das Mittel, worin sie vor sich gehen, beschaffen sein mag, und in welcher Richtung die Schwingungen der Theilchen gegen jene der Fortpflanzung auch erfolgen mögen. Für die Lichtschwingungen läßt sich jenes Gesetz der Abnahme der Intensität durch Versuche bestätigen, während dies bei dem Schalle mit bedeutenden Schwierigkeiten verbunden ist.

Wenn das Schallmittel vom schallenden Körper ringsum zu gleicher Zeit auf einerlei Weise angeregt wird, so wird der Schall in gleichen Entfernungen von jenem Körper gleich stark wahrgenommen. Trifft es sich aber, daß dieses Mittel an einigen Stellen stärker als an andern erschüttert wird, so kann es bei gleicher Entfernung von dem schallenden Körper Stellen geben, wo der Schall stärker als an andern erscheint.

Die Weite, in welcher man einen durch die Luft verbreiteten Schall hören kann, hängt vorzugsweise von dessen Stärke ab. Doch haben auf Verbreitung des Schalls verschiedene Nebenumstände Einfluß, wie z. B. die Richtung des Windes, die Richtung der Gebirge, fallender Schnee, dicker Nebel. Die größte bekannte Entfernung, auf welche sich der Schall durch die Luft verbreitet hat, beträgt 75 Meilen; so weit will man nämlich die lautesten Explosionen des Vulcans auf Saint Vincent gehört haben. Bei der Belagerung von Genua konnte man die Kanonenschüsse 22 Meilen weit und bei der Belagerung von Mannheim sie auf eine Entfernung von 21 Meilen noch deutlich hören. Einen Flintenschuß hört man auf 8000 Schritt; das Marschiren einer Compagnie auf festem Boden bei ruhiger Nacht auf 700 Schritt; eine Escadron Cavallerie im Trab auf 1200 Schritt; eine starke Männerstimme auf 400 Schritt. Längs der Oberfläche des Wassers oder Eises pflanzt sich der Schall besser als über einen ebenen Boden fort: so war man im Stande, über einen zugefrornen Hafen eine Unterhaltung auf eine Entfernung von fast 2000 Schritte zu führen.

Auf ähnliche Weise, wie wir dies später beim Licht sehen werden, wird der Schall geschwächt, wenn er sich durch ein Mittel von ungleichförmiger Beschaffenheit fortpflanzt. Dieser Ursache schreibt A. von Humboldt hauptsächlich den Umstand zu, daß man Nachts in der Regel den Schall auf größere Entfernungen hört als am Tage. So hörte Humboldt auf eine Entfernung von einer halben Meile die großen Wasserfälle des Orinoko des Nachts dreimal stärker als am Tage. Die Sonne gibt nämlich am Tage durch ihre ungleiche Erwärmung der Erde und Luftschichten zu Luftströmungen von verschiedener Dichtigkeit Anlaß. Indem dann der Schall wie das Licht durch eine Atmosphäre von veränderlicher Dichtigkeit hindurchgeht, werden beide von ihrer ursprünglichen Richtung abgelenkt, zum Theil zurückgeworfen und auf diese Weise gedämpft und geschwächt. Es ist jedoch unzweifelhaft, daß die Stille der Nacht das Gehörorgan für schwächere Eindrücke empfänglicher macht als das Geräusch des Tages. Wie das schwache Licht der Sterne gegen das stärkere Tageslicht verschwindet, so machen Schalläußerungen von geringer Intensität keinen Eindruck neben dem fortwährenden Gesumse, welches am Tage an unser Ohr schlägt. Es verlangt wie das Auge längere Zeit Ruhe, um seine äußerste Empfänglichkeit zu bekommen.

Kann die Schallwelle sich nicht ausbreiten, sondern nur in der Weise fortschreiten, daß die in einer jeden Luftschichte herrschende Bewegung bei ihrem Uebergange auf die nächstfolgende Luftschichte von gleichgroßer Masse übertragen wird, wie dies z. B. in einer cylindrischen Luftsäule der Fall ist; so pflanzt sich der Schall mit unveränderter Stärke fort. Darauf beruhen das sogenannte C o m m u n i c a t i o n s r o h r, das S p r a c h r o h r und das H ö r r o h r als Fortleitungsmittel des Schalls. Das Communicationsrohr ist eine beliebig lange cylindrische Röhre, mittelst derer die an einem Ende erregten Schallwellen mit ungeschwächter Stärke an das andere Ende getragen werden, wo sie der Beobachter deutlich hören kann. In ausgedehnten Fabriken sind dergleichen Communicationsröhren von großem Vortheil.

Das Sprachrohr hat die Gestalt eines abgestumpften Kegels, an dessen engeren Oeffnung die erregten Schallwellen von den Wänden dergestalt reflectirt werden, daß sie in nahe parallelen Richtungen aus der weiteren Oeffnung heraustreten und nach ihrem Austritte in großer Entfernung vom Rohr noch eine starke Intensität behalten. — Das Hörrohr, meistens von kegelförmiger Gestalt, hat zum Zweck, die an der weiteren Oeffnung eindringenden Schallwellen gleichsam zu concentriren und durch Reflexion an die engere Oeffnung zu führen, wo das Ohr hingehalten wird.

2. Reflexion des Schalls und Wiederhall.

Kommt die Schallwelle an die Trennungsfläche zweier heterogener Mittel, so bilden sich zwei Schallwellen, die eine schreitet in dem neuen Mittel fort, die andere kehrt in das frühere Mittel zurück. Dieses Zurückkehren der Schallwelle in das ursprüngliche Mittel heißt die Reflexion oder Zurückwerfung des Schalls. Die Reflexion oder Zurückwerfung des Schalls ist von der Zerstreuung oder Dispersion desselben wohl zu unterscheiden. Bei der Reflexion erzeugt die reflectirte Schallwelle im Gehörorgane denselben Eindruck wie die directe, die in unveränderter Richtung zum Ohr kommt; die Reflexion des Schalls erfolgt wie für das Licht in der Art, daß der zurückgeworfene und der einfallende Schallstrahl in derselben auf der reflectirenden Oberfläche senkrechten Ebene liegen und mit der Normale zwei gleiche Winkel bilden, oder mit andern Worten: der Reflexionswinkel ist gleich dem Einfallswinkel. Bei der Zerstreuung des Schalls hört die zerstreute Schallwelle auf eine deutliche Schallempfindung hervorzubringen; der einfallende Strahl wird hier in eine Menge nach verschiedenen Richtungen ausfahrender einzelner Strahlen zerspalten. Die Reflexion zeigt sich nach dem ausgesprochenen Gesetze am deutlichsten an ausgehöhlten Flächen. Stellt man zwei Hohlspiegel einander gegenüber, dergestalt, daß die Achsen beider zusammenfallen, und hängt in der Entfernung des halben Radius des einen derselben eine Taschenuhr auf, so hört man die Schläge der Uhr, wenn man das Ohr in der entsprechenden Entfernung von der zweiten Fläche hält, deutlich, während man an anderen der Uhr näher liegenden Stellen die Schläge gar nicht oder weniger deutlich hört. Die Schallstrahlen, welche auf den ersten Hohlspiegel auffallen, werden also parallel zur Achse gegen den zweiten Hohlspiegel reflectirt, an welchem sie wieder eine Reflexion erleiden und hierauf zusammentreffen.

Die von einem Brennpunkte kommenden Schallstrahlen an einer elliptischen Fläche werden sämmtlich nach dem andern Brennpunkt reflectirt. Hieraus werden die Erscheinungen der sogenannten Sprachsäle oder Sprachgewölbe begreiflich, wo man den an einem bestimmten Orte erregten schwachen Schall an einem andern entfernten Ort deutlich hört, während man ihn an andern nähern Stellen wenig oder gar nicht hören kann. Die Kuppel der Taufkapelle zu Pisa ist in dieser Art gebaut. Am Umfange der Kuppel in der Paulskirche zu London können zwei entfernte Personen sich auf das leiseste mit einander unterhalten, wenn beide sich gegen das Gewölbe kehren. Ein Zimmer in der Sternwarte von Paris ist von ähnlicher Beschaffenheit. — Das sogenannte

Ohr des Dionysius in den Steinbrüchen bei Syracus bestand aus einer in Felsen gehauenen Grotte, die zum Gefängnisse für Staatsgefangene diente; sie war so gebaut, daß Dionysius in einem Zimmer die Reden der darunter befindlichen Gefangenen zu hören vermochte: die Grotte würde demnach als ein großes Hörrohr zu betrachten sein.

Nicht bloß feste Körper, wie Felswände, Bäume, sondern auch tropfbare und ausdehnsame Körper, wie z. B. Wolken, ungleich erwärmte Luftmassen u. s. w. können den Schall reflectiren. So hat man bemerkt, daß der Knall einer Kanone bei heiterem Himmel ganz einfach gehört wurde, während er bei bedecktem Himmel an demselben Ort wie das Rollen des Donners erschien. Wenn der an einem Ort erzeugte Schall nicht direct, sondern erst nach einer oder mehreren Reflexionen zu einem Beobachter gelangt, so kann das Urtheil über die Lage des schallenden Körpers leicht unrichtig ausfallen, indem das Ohr denselben nur in die Richtung des geschehenen Eindrucks zu setzen vermag. Darum ist es so schwer, in einem Walde, wo der Schall an den Bäumen mehrfache Reflexionen erfährt, die Quelle eines bestimmten Schalles mit Sicherheit anzugeben.

Jede Reflexion schwächt den Schall, indem ein Theil der bewegenden Kraft für die Bewegung der an das neue Mittel dringenden Welle und ein anderer für die Bewegung der reflectirten Welle verwendet wird. Durch vielfache Reflexionen kann daher der Schall selbst bis zur Unhörbarkeit geschwächt werden. Bei offenen Fenstern hört man Musik außerhalb des Hauses besser, als bei geschlossenen. In einem mit Menschen angefüllten Saale fällt die Stimme des Redners nicht so ergiebig aus, als in einem leeren. Um die Wirkung des Nachhalls zu schwächen, versieht man die Wände mit Zierrathen, welche öftere Reflexionen der Schallwellen verursachen, oder bedeckt die Wände mit wollenen Decken und Tapeten, welche Stoffe nicht geeignet sind, den Schall zu reflectiren.

Auf der Reflexion des Schalls beruht der **Nachhall** und der **Wiederhall** oder das Echo. Ist der reflectirende Körper der Quelle des Schalls sehr nahe, so fällt die reflectirte Schallwelle mit der directen zusammen und bewirkt so eine Verstärkung des Schalls: in einem geschlossenen Local hört man darum einen Redner besser als im Freien. Wird die Entfernung des reflectirenden Körpers von der Schallquelle größer, so kann durch die Reflexion der ursprüngliche Schall nicht blos verstärkt, sondern auch verlängert werden, ohne daß eine Unterbrechung wahrzunehmen ist; man nennt dies einen **Nachhall**: in Kirchen und langen Gängen findet nicht selten ein solcher Nachhall

statt, der den Redner zum Langsamsprechen nöthigt, damit jede Sylbe gehörig aushallen kann. Wird die Entfernung des reflectirenden Körpers noch größer, so daß der zurückgeworfene Schall erst dann zum Ohr gelangt, nachdem es sich vom directen Schall insoweit erholt hat, um für einen neuen Schalleindruck wieder vollkommen empfänglich zu werden; so vernimmt man den Schall doppelt: dies heißt ein **Wiederhall** oder **Echo**. Der Erfahrung gemäß vermag das menschliche Gehör in einer Secunde nur neun Töne oder Laute nach einander zu unterscheiden, d. h. ein jeder Eindruck eines Lautes dauert 1/9 einer Secunde an, innerhalb welcher Zeit das Ohr einen andern Laut nicht deutlich vernehmen kann. Während der Zeit von 1/9 einer Secunde legt aber der Schall den Weg $\frac{333}{9} = 37$ Meter zurück. Liegt mithin der reflectirende Körper in einer solchen Entfernung von der Schallquelle ab, daß der Weg der reflectirten Schallwelle bis zum Ohr wenigstens 37 Meter länger ist, als der Weg der directen Schallwelle; so kann der letzte Laut eines zusammenhängenden Schalles wieder vernommen werden, in welchem Fall man ein **einsylbiges** Echo hört. Dergleichen Echo kommen häufig vor in gewölbten Gallerien, in Thälern, zwischen Felsenwänden, an dem Saum der Wälder. Beträgt aber jene Wegdifferenz 2, 3, 4 . . . mal mehr, so werden die 2, 3, 4 . . . letzten Laute im Echo vernehmbar, oder das Echo ist 2, 3, 4 . . . sylbig. Gibt es mehrere reflectirende Gegenstände, so daß das Ohr jeden reflectirten Schall einzeln zu vernehmen vermag, so entsteht ein **mehrfaches** Echo. Zur Bildung eines Echo's wird also einmal erfordert: eine der Reflexion des Schalls günstige Beschaffenheit des reflectirenden Körpers und dann die gehörige Entfernung des letzteren vom Standpunkt des Hörenden.

Der Nachhall und der Wiederhall ist in Hörsälen, Kirchen, Musiksälen, Schauspielhäusern höchst nachtheilig. Für dergleichen zum Hören bestimmten Gebäuden eignet sich die runde Gestalt nicht, weil der Schall darin wegen der mancherlei Reflexionen an den hohlen Wänden in der Regel von einem sehr starken Nachhall begleitet wird, wie dies in der Rotonda in Rom und in der katholischen Kirche zu Darmstadt der Fall ist. Wo es darauf ankommt, einen Redner oder Sänger überall in einem Saale gleich deutlich zu hören, dürfte vielleicht eine parabolische Hinterwand mit angrenzenden parallelen geraden Seitenwänden die angemessenste Gestalt sein, wo zugleich die Decke an dem abgerundeten Ende eine gewölbte Kuppel wäre. Die von dem an dem abgerundeten Ende befindlichen Redner oder Sänger ausgehenden Schallstrahlen würden so parallel zu einander und verstärkt in den für die Zuhörer bestimmten Raum zurückgeworfen. Eine ähnliche Form ist auch für

Schauspielhäuser anzuempfehlen, namentlich eine solche, wo die Seitenwände von der Bühne weg gegen den Zuschauerraum kegelförmig sich erweitern. Nicht unbeträchtlich hindert in der Regel die Verbreitung des Schalles bei den Schaubühnen die Richtung der Coulissen. Diese sollten so viel als möglich ganz oder wenigstens nahe an der Oeffnung der Bühne eine feste Wand bilden, damit der Schall von der Bühne weg gegen die Zuhörer in gehöriger Stärke zurückgeworfen werden kann. Ueberhaupt dürfte es rathsam sein in den Fällen, wo es sich um eine gleichförmige Verbreitung und eine angemessene Verstärkung des Schalls handelt, sich an die Gesetze zu binden, wie sie die Einrichtungen des Communicationsrohrs und des Sprachrohrs uns vorschreiben.

3. Beobachtungen über Reflexion und Beugungen des Schalls.

Savart und Seebeck haben verschiedene interessante Beobachtungen über die Reflexion des Schalls gemacht, welche wir durch unsere Versuche bestätigt gefunden. Nähert man sich nämlich während eines Geräusches einer Wand oder einem sonstigen Gegenstand, welcher dasselbe zu reflectiren vermag; so treten aus jenem Geräusch verschiedene Töne hervor, deren Höhe mit dem Abstande des Ohrs von der reflectirenden Wand sich ändert, indem in der Nähe der Wand der Ton höher und in größerer Entfernung davon tiefer wird. Der Versuch gelingt am besten, wenn man zur reflectirenden Fläche eine fast senkrechte Wand wählt und jeden Körper von beträchtlicher Ausdehnung zwischen der Quelle des Geräusches und dem Ohr beseitigt. Auch darf das letztere höchstens drei Meter von der Wand abstehen, weil in größeren Entfernungen der Ton nicht mehr gut wahrgenommen wird. Als Geräusch kann dienen das Rasseln eines fahrenden Wagens, das Rauschen der Blätter an Bäumen, das Wirbeln auf der Trommel, der Lärm auf der Straße und dergl. Nachdem man auf solche Weise dahin gelangt war, die mitten im Geräusch durch Reflexion gebildeten Töne zu unterscheiden, mußte man wohl bald auf den Gedanken gerathen, dem einzelnen einer derartigen Reflexion unterworfenen Tone näher nachzugehen, da sich ein Geräusch gleichsam als ein Gemisch von mehreren verschiedenartigen Tönen ansehen läßt. Die in dem Geräusch beobachteten Vorgänge ließen sich so besser analysiren und leichter interpretiren, indem sie als das Resultat des gleichzeitigen Vorhandenseins der den einzelnen Tönen, welche das Geräusch zusammensetzen, zukommenden Erscheinungen gelten konnten. Wir ließen also zunächst in einem bestimmten Abstand, etwa 6 Meter, von der reflectirenden Wand mit einer offenen Orgelpfeife einen unveränderlichen Ton angeben, dessen Schwingungszahl bekannt war. Hierauf bewegten wir

während der Dauer dieses Tones den Kopf, nachdem das eine Ohr verstopft und das andere der reflectirenden Wand zugekehrt war, der Normale entlang, welche von der tönenden Pfeife nach der Wand hinzu ging und welche der Kürze des Ausdruckes halber Reflexionsachse heißen mag. Wir kamen dabei abwechselnd auf Stellen, wo der Ton stärker, und solche, wo er schwächer war. Die ersteren Stellen heißen bekanntlich Bäuche und die letzteren Knoten. Diese Punkte besaßen für jeden Ton in Bezug auf die Wand eine bestimmte Lage, welche dieselbe blieb, wenn auch der tönende Körper seine Stellung gegen die Wand änderte. Es ist einleuchtend, daß die in Rede stehenden Punkte nichts anders als Stellen sind, wo die vom tönenden Körper ausgehenden Wellen mit den von der Wand zurückgeworfenen zusammentreffen, dergestalt, daß die Stellen der Schwingungsminima die Knoten und jene der Schwingungsmaxima die Bäuche sind. Die Bewegung in den Knoten war eigentlich nicht ganz null, sondern nur eine geschwächte, was davon herrührte, daß die zurückgeworfenen Wellen den directen an Intensität nachstanden. — Was die Abstände der Knoten und Bäuche von der reflectirenden Wand anlangt, so haben wir für den Ton C, welchem die Schwingungszahl 64 angehört, folgende Werthe gefunden:

		Differenzen.
1. Knoten	0,78 Meter.	
1. Bauch	1,41 „	0,63.
2. Knoten	2,08 „	0,67.
2. Bauch	2,76 „	0,68.
3. Knoten	3,57 „	0,81.
3. Bauch	4,19 „	0,62.

Als Mittelwerth des Abstandes zwischen Bauch und Knoten ergibt sich hieraus 0,68 Meter; mithin für die Wellenlänge jenes Tones C, welche das Vierfache der letzteren Größe ist, den Werth 2,72 Meter. Nun ist aber, wenn u die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalls in der Luft und n die Schwingungszahl des Tones der offenen Labialpfeife bezeichnet, die Wellenlänge desselben $\lambda = \frac{u}{2n}$. Die Formel $u = 333 \sqrt{1 + 0{,}00365\, t}$ gibt dann für die Temperatur $t = 27^\circ$ C, bei welcher der Versuch angestellt wurde, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit gleich 346,98 Meter; woraus für λ der Werth 2,72 Meter entspringt, genau derselbe, wie wir ihn bei unsern Messungen erhalten haben.

Ein zweiter Versuch, der in dem großen Saale der hiesigen Gewerbschule mit vieler Genauigkeit angestellt worden und dessen Ergebnisse einer näheren Prüfung unterzogen werden sollen, ist folgender: Mittelst eines Blasewerks ließen wir auf einer Labialpfeife einen anhaltenden Ton hervorrufen; er war ohngefähr $\bar{f}$ oder genauer er machte 384

ganze Schwingungen in der Secunde. Um diese absolute Höhe zu bestimmen, wurde eine Stahlsaite, welche in verticaler Richtung über einen festen und dann einen beweglichen Steg lief, mit 7000 Grammes $= P$ gespannt; hierauf der bewegliche Steg so lange verschoben, bis der Ton der Saite mit dem zu bestimmenden Tone im Einklang war; alsdann der Abstand l der beiden Stege gemessen, welcher im vorliegenden Falle 37 Centimeter betrug; endlich die Schwingungszahl nach der bekannten Formel $n = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{gP}{Q}}$ berechnet, wo $g = 9{,}801$ Meter die Acceleration der Schwere und Q das Gewicht eines centimeterlangen Drahtstückes bedeutet, welches sich hier auf 0,0085 Gramme belief. Die Wellenlänge 88 Centimeter des Tones ergab sich aus der Formel $\lambda = \frac{u}{n}$, wo u, da der Versuch bei einer Temperatur von 16,5 C. angestellt worden, zu 342 Meter angenommen ist. Die Labialpfeife war in einer Entfernung von 8 Meter von der zurückwerfenden Wand aufgestellt. — Für die Abstände der Knoten und Bäuche erhielten wir aus mehreren Messungen nachstehende Mittelwerthe:

1. Knoten . . . . . 22 Cent. $= \frac{88}{4}$ Cent. $= \frac{\lambda}{4}$;

1. Bauch . . . . . 44 Cent. $= \frac{2 \,.\, 88}{4}$ Cent. $= \frac{2 \,.\, \lambda}{4}$;

2. Knoten . . . . . 66 Cent. $= \frac{3 \,.\, 88}{4}$ Cent. $= \frac{3 \,.\, \lambda}{4}$;

2. Bauch . . . . . 88 Cent. $= \frac{4 \,.\, 88}{4}$ Cent. $= \frac{4 \,.\, \lambda}{4}$.

Die Abstände der Knoten von der Wand sind also nahe die ungeraden Vielfachen und die der Bäuche die geraden Vielfachen der Viertelwellenlänge. Da nun der Gangunterschied der directen und der reflectirten Wellen gleich dem doppelten Abstande des Interferenzpunktes von der Wand ist, so liegen die Minima der Schwingung da, wo der Gangunterschied der directen Schallwellen und der reflectirten eine ungerade Anzahl von halben Wellenlängen ist, und die Maxima der Schwingungen erscheinen dort, wo der Gangunterschied eine gerade Anzahl von halben Wellenlängen beträgt. Dieses Resultat hat etwas Befremdendes, insofern man dabei in Betracht zieht, daß bei der Zurückwerfung der Schallwellen von der Wand sich die positive Schwingung in eine negative und umgekehrt umsetzt, was sich gerade so verhält, wie wenn der Gangunterschied der interferirenden Schallwellen um eine halbe Wellenlänge größer geworden wäre. Bei einer derartigen Voraussetzung würden demnach die Minima der Schwingung da auftreten, wo der Gangunterschied der interferirenden Wellen eine gerade Anzahl von

halben Wellenlängen ist, und die Maxima der Schwingung da zum Vorschein kommen, wo der Gangunterschied eine ungerade Anzahl von halben Wellenlängen beträgt.

Es war daher von hohem Interesse, die strittige Frage noch auf anderem Wege einer näheren Prüfung zu unterwerfen und dabei wo möglich den Einfluß zu beseitigen, welchen bei den oben erwähnten Versuchen der Kopf des Beobachters haben mußte. Das Gehörorgan wurde deßhalb durch eine Thierblase ersetzt, welche über der einen Oeffnung eines hohlen Cylinders von Messing, der eine Länge von 10 Cent. und 8 Cent. im Durchmesser hatte, gespannt war. Am Umfange der Blase wurde das eine Ende eines Coconfadens befestigt, an dessen anderem Ende ein Tröpfchen Siegellack von der Größe eines Stecknadelkopfs angeschmolzen ist, so daß, wenn die Achse des Cylinders in horizontaler Lage sich befand, das Siegellackkügelchen genau in dem Mittelpunkt der angespannten Blase hing. Aus der Bewegung dieses leichten Pendelchen konnte man auf die der Membrane schließen, welche durch einen in ihrer Nähe tönenden Körper alsbald in Schwingung gerieth, namentlich wenn der Ton mit dem, welchen sie beim Anschlagen gab, im Einklang stand. Der Cylinder ließ sich auf einem horizontalen schmalen, genau eingetheilten Ständer hin- und herschieben, in der Weise, daß die Membrane jederzeit der reflectirenden Wand parallel und auf ihren beiden Seiten frei war, mithin auf der einen Seite von den directen und auf der andern von den reflectirten Wellen getroffen wurde. Indem man während der Dauer des Tones die Membrane nach und nach in verschiedene Entfernungen von der Wand brachte, fand man abwechselnd Stellen, wo das Pendelchen in Ruhe blieb und solche, wo es in lebhafte Bewegung kam. Von den zahlreichen Versuchen, welche in verschiedenen Localen angestellt wurden, wollen wir nur einen hier anführen, und zwar denjenigen, den wir unter den nämlichen Umständen, wie den vorhergehenden vornahmen, wo also der Ton der Labialpfeife 384 Schwingungen machte, mithin eine Wellenlänge von 88 Cent. hatte. Für die Abstände der Knoten und Bäuche von der reflectirenden Wand erhielten wir nachstehende Mittelwerthe:

1. Bauch . . . . . 22 Cent. $= \frac{88}{4}$ Cent. $= \frac{\lambda}{4}$;

1. Knoten . . . . . 44 Cent. $= \frac{2 \cdot 88}{4}$ Cent. $= \frac{2 \cdot \lambda}{4}$;

2. Bauch . . . . . 66 Cent. $= \frac{3 \cdot 88}{4}$ Cent. $= \frac{3 \cdot \lambda}{4}$;

2. Knoten . . . . . 88 Cent. $= \frac{4 \cdot 88}{4}$ Cent. $= \frac{4 \cdot \lambda}{4}$;

Als Resultat dieser Untersuchung ergibt sich also, wenn die directen Schallwellen eines Tones den reflectirten Wellen desselben Tones begegnen, daß die Maxima der Schwingung da liegen, wo der Gangunterschied eine ungerade Anzahl von halben Wellenlängen ist, und die Minima der Schwingung dort sind, wo der Gangunterschied eine gerade Anzahl von halben Wellenlängen beträgt.

Aus der vergleichenden Zusammenstellung der beiden letzten angeführten Versuche und anderer ähnlicher wären wir demnach zu folgenden zwei Resultaten gelangt: Bei der Zurückwerfung der Schallwellen von einem festen Körper ändert sich das Vorzeichen der Geschwindigkeit, oder mit andern Worten, die zurückgeworfene Welle ist so modificirt worden, als wenn sie gleichsam einen um eine halbe Wellenlänge größeren Weg zurückgelegt hätte. — Bei der Ablenkung der Schallwellen, wie solche bei ihrem Herumgehen um den Kopf des Beobachters stattfindet, wird auch die Richtung der Schwingung gewechselt, oder mit anderen Worten, die fortschreitende Welle ist so modificirt worden, als wenn sie einen um eine halbe Wellenlänge größeren Weg weiter gegangen wäre. — Um den letzten Ausspruch noch einer weiteren Prüfung zu unterziehen, änderten wir unsern Versuch dahin ab, daß wir die von der reflectirenden Wand abgewendete Oeffnung des Cylinders mit einer Glasplatte verschlossen, wodurch die directen Wellen genöthigt wurden, um den Cylinder herumzugehen, ehe sie den reflectirten Wellen auf der Membrane begegneten. Für die Abstände der Knoten und Bäuche von der reflectirenden Wand haben wir bei dem Versuche mit dem Tone, dessen Schwingungszahl 384 und dessen Wellenlänge 88 Cent. war, folgende Mittelwerthe gefunden:

1. Knoten . . . . . 22 Cent. $= \frac{\lambda}{4}$;

1. Bauch . . . . . 44 Cent. $= \frac{2 . \lambda}{4}$;

2. Knoten . . . . . 66 Cent. $= \frac{3 . \lambda}{4}$;

2. Bauch . . . . . 88 Cent. $= \frac{4 . \lambda}{4}$;

mithin die nämlichen Resultate, wie wir solche mit Hülfe des Gehörorganes erhalten hatten.

Statt der Thierblasen wurden auch Membrane von Goldschlägerhäutchen und dünnem Kaoutschouck genommen: die Resultate der damit angestellten Untersuchungen stimmten im Wesentlichen genau mit denjenigen überein, die hier oben ausgesprochen worden sind. Wenn wir zuweilen dabei auf einige Abweichungen zu stoßen schienen, so waren

sie doch keineswegs von der Art, um die Folgerungen, welche aus den mit größerer Sorgfalt ausgeführten Untersuchungen gezogen wurden, in irgend welcher Weise zu beeinträchtigen Im Gegentheil konnten solche Abweichungen bei näherer Betrachtung der Umstände, denen sie zugeschrieben werden mußten, eher als Beweise für die Richtigkeit der oben gethanenen Aussprüche, denn als Belege für deren Unstatthaftigkeit gelten. Wenn wir also z. B. bei dem Gebrauch eines Goldschlägerhäutchens an einer Stelle einen Knoten fanden, wo nach einem früheren Versuche zu schließen ein Bauch sein sollte; so konnte das Häutchen bei dem zweiten Versuche einen Ton geben, der von dem verschieden war, den es bei dem ersten Versuche gab, befand sich demnach nicht in der geeigneten Disposition, um leicht durch einen und denselben in seiner Nähe tönenden Körper mit in Schwingung versetzt zu werden. Erhielten wir doch mit dem nämlichen über einen hölzernen Ring gespannten Membrane von Goldschlägerhäutchen, indem wir sie sanft hin und her bewegten, durch Anschlagen des am Umfange der Membrane befestigten Pendelchens eine Reihenfolge von immer höher werdenden Tönen, welche der chromatischen Tonleiter fast gleich kam. Ein einziger Sonnenstrahl, ein Luftzug, das Wehen mit der Hand, der leise Hauch des Mundes waren hinreichend, den Ton der kleinen Membrane in auffallender Weise abzuändern. Bei einer derartigen Bewandniß der Dinge durfte es uns demnach nicht befremden, wenn wir bei diesen freien Untersuchungen zuweilen Erscheinungen wahrnahmen, welche mit den früher gemachten Erfahrungen im ersten Augenblick im Widerspruch zu stehen schienen. Der Widerspruch verschwand größtentheils alsbald, wenn den störenden fremdartigen Einflüssen Rechnung getragen wurde, und kam seltener zum Vorschein, wenn die Versuchsweise in der Art vor sich ging, daß fremdartige Einwirkungen weniger Einfluß darauf äußern konnten oder von vorn herein eine Vorrichtung getroffen wurde, welche gestattete, die Membrane auf dem nämlichen Grade der Spannung zu erhalten, wie wir dies mittelst zwei kleiner Schrauben zu thun vermochten, welche wir an dem Cylinder oder an dem Ringe, über den die Membrane gespannt war, auf passende Weise angebracht hatten.

Von dem Vorgange, welchen Poisson mit Hülfe der höheren Analysis abgeleitet hat und zufolge dessen bei der Reflexion der Schallwellen von der Wand sich die positive Schwingung in eine negative umwandelt, kann man sich durch folgende einfache Betrachtung einigermaßen Rechenschaft ablegen. Wenn nämlich die Schallwelle von einem Mittel in ein anderes von verschiedener Dichtigkeit übergeht, so findet an der Trennungsfläche zugleich eine Zurückwerfung statt. Bei diesem Vorgange müssen nun die Bewegungen an der Grenze in beiden Mitteln

übereinstimmen; d. h. es muß, wenn a die Amplitude der einfachen, a_1 diejenige der reflectirten und a_2 die der in dem neuen Mittel weiterschreitenden Welle bezeichnet, die Relation $a + a_1 = a_2$ bestehen. Dabei behält außerdem das Princip der lebendigen Kräfte Gültigkeit, das schon früher in diesem Werke zur Sprache gekommen ist und in der Mechanik an geeigneter Stelle ausführlicher besprochen wird; d. h. die Summe der lebendigen Kräfte oder die Summe der Producte aus den Massen in die Quadrate ihrer Geschwindigkeiten ist vor und nach dem Stoße eine und dieselbe Größe. Ist also u die Fortpflanzungsgeschwindigkeit im ersten Mittel und u_1 die Fortpflanzungsgeschwindigkeit im zweiten, sind ferner δ und δ_1 die Dichtigkeiten dieser beiden Mittel, so hat man $$u\delta a^2 = u\delta a_1^2 + u_1 \delta_1 a_2^2,$$ oder $$u\delta(a - a_1) = (a + a_1) u_1 \delta_1,$$ oder $$a_1 = \frac{u\delta - u_1\delta_1}{u\delta + u_1\delta_1} \cdot a.$$
Daraus folgt, daß a_1 bald einerlei, bald das entgegengesetzte Zeichen von a hat, je nachdem $u\delta$ größer oder kleiner als $u_1\delta_1$. Wären z. B. die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten in beiden Mitteln nahezu gleich, die Dichtigkeit des zweiten aber bedeutend größer als die des ersten; so würde a_1 negativ sein. Dies ereignet sich allemal, wenn eine Schallwelle aus der Luft gegen einen festen Körper stößt. Beginnt man nun die Zeit von dem Punkte an zu zählen, wo die Reflexion stattfindet; so sind die Gleichungen des directen und reflectirten Strahles an der Trennungsfläche
$$s = a \sin 2\pi \frac{t}{T} \text{ und } s_1 = - a_1 \sin 2\pi \frac{t}{T},$$
und in der Entfernung x vor derselben
$$s = a \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}\right) \text{ und } s_1 = - a_1 \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right).$$
Man sagt deßhalb, es werde bei der Reflexion unter Umständen eine halbe Wellenlänge verloren oder gewonnen: denn wenn man s_1 nur nach dem zurückgelegten Wege beurtheilte, so müßte
$$s_1 = a_1 \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$
sein, welche Gleichung erst dann zu einer richtigen wird, wenn man x um $\frac{1}{2}\lambda$ vermehrt.

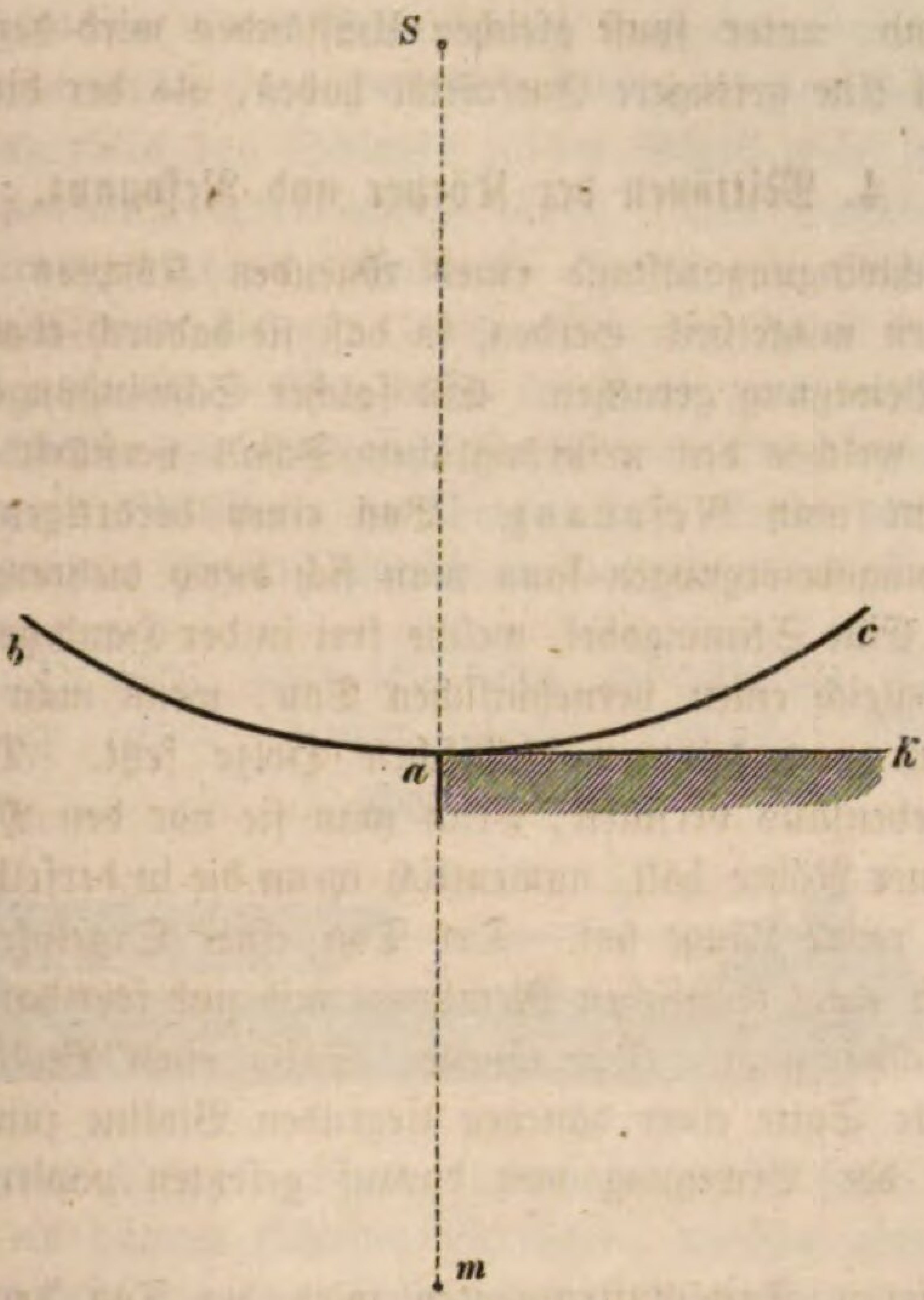
Wir kehren nun zu den aus einem Geräusch ausgeschiedenen Tönen zurück, welche das Ohr in der Nähe eines Gegenstandes wahrnimmt, der das Geräusch zu reflectiren im Stande ist. Es entstehen durch das Begegnen der directen und reflectirten Wellen Knoten und Bäuche für jeden einzelnen der in dem Geräusche enthaltenen Töne. Befindet sich nun das Ohr in dem Bauche eines Tones, so wird es diesen

stärker und die übrigen schwächer oder zum Theil gar nicht hören. Nach dem, was über das Zustandekommen der auf diesem Wege gebildeten Bäuche gesagt worden ist, müssen dieselben, wenn von den mancherlei Einflüssen abgesehen wird, welche die Resultate etwas abändern können, im Allgemeinen da liegen, wo der Gangunterschied der interferirenden Wellen eine gerade Anzahl von halben Wellenlängen beträgt, oder mit anderen Worten, das Ohr wird einen bestimmten Ton an einer solchen Stelle ausscheiden können, deren Abstand einer geraden Anzahl von Viertelwellenlängen des beobachteten Tones gleichkommt. Diese Aussage wird durch die Erfahrung bestätigt, wie aus folgender Zusammenstellung ersichtlich ist. Die erste Spalte enthält die aus dem Wirbeln auf zwei Trommeln und dem Rasseln eines von einer Person gezogenen vierräderigen Wägelchens gehörten Töne bei den in der zweiten Spalte angegebenen Abständen von der Wand; die dritte Spalte gibt die zu jedem Tone gehörende Viertelwellenlänge an, welche nach der Formel $\frac{\lambda}{4} = \frac{u}{4n}$, wo wie gewöhnlich n die betrachtete Schwingungszahl und u die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalls in der Luft bezeichnet, die hier wieder zu 342 Meter angenommen ist.

Töne.	Gemessene Abstände des Ohrs von der Mauer.	Berechnete Viertelwellenlängen.
G	159 Cent. nahe gleich $2 . \frac{\lambda}{4}$	78,2.
$\bar{a}$	175 Cent. nahe gleich $10 . \frac{\lambda}{4}$	17,6.
$\bar{h}$	188 Cent. nahe gleich $18 . \frac{\lambda}{4}$	15,6.
$\overline{cis}$	85 Cent. nahe gleich $6 . \frac{\lambda}{4}$	14.

Wir schließen diesen Abschnitt über die Verbreitung des Schalls mit einer kurzen Bemerkung über die Beugung des Schalls. Man hört nämlich einen Schall, der hinter einer dicken Mauer erzeugt wird, obwohl etwas schwächer, als wenn er in einer geraden Richtung hätte fortgehen können. Die Ursache, warum ein solcher Schall hörbar wird, liegt nicht darin, daß die Mauer durch ihre eigene Erschütterung den Schall weiter verbreitet, auch weniger darin, daß der Schall um die Mauer herumgeht, als vielmehr darin, daß jeder Punkt des Schallstrahls gleichsam als ein neuer Erschütterungsmittelpunkt oder schallender Punkt anzusehen ist. Wenn also S ein schallender Punkt und der Kreisbogen b a c ein Theil der von diesem Punkt ausgehenden Schallwelle ist; so wird die in irgend einem Punkte m stattfindende Geschwindigkeit, wenn die Welle durch jenen Punkt geht, der Geschwindigkeit gleich sein, welche in gedachtem Punkt durch die Summe aller Einwir-

Fig. 51.



kungen zu Stande kommt, welche die verschiedenen Wellenstücke auf gedachten Punkt ausüben, wenn sie als eben so viele Erschütterungsmittelpunkte gelten. Die Resultante aus den dem Punkte m mitgetheilten Elementarbewegungen der Welle wird vorzugsweise nur von den Wirkungen abhängen, welche die wenig von dem Punkte m entfernten Punkte dieser Welle hervorbringen, d. h. die resultirende Wirkung wird blos durch die Wirkungen bestimmt sein, welche die Punkte ausüben, die von der geraden Linie wenig entfernt sind, welche von dem schallenden Punkt S nach dem ins Auge gefaßten Punkt m geht. Wenn sich die Schallwelle ungehindert fortpflanzt, so sind alle diese Resultanten für die gleichweit von dem schallenden Punkte abstehenden Punkte einander gleich, d. h. der Schall wird daselbst überall gleich stark vernommen werden. Wenn dagegen die Schallwelle bac auf ein Hinderniß trifft, z. B. gegen eine Mauer ak fällt, dergestalt, daß der Theil ac aufgefangen wird, so wird die resultirende Wirkung auf den Punkt m blos aus den Wirkungen hervorgehen, welche die verschiedenen Punkte des ungehindert fortschreitenden Wellenstückes ab ausüben können. Daß die Wirkung besagten Wellenstückes geringer ist als diejenige, welche aus dem gleich-

zeitigen Zusammenwirken der beiden Wellenstücke a b und b c hervorgeht, ist einleuchtend: unter sonst gleichen Umständen wird demnach der gebeugte Schall eine geringere Intensität haben, als der directe Schall.

4. Mittönen der Körper und Resonanz.

Der Schwingungszustand eines tönenden Körpers kann benachbarten Körpern mitgetheilt werden, so daß sie dadurch ebenfalls in eine schwingende Bewegung gerathen. Ein solcher Schwingungszustand heißt Mittönen, welches den ursprünglichen Schall verstärkt. Diese Verstärkung nennt man Resonanz. Von einer derartigen Mittheilung der Schwingungsbewegungen kann man sich durch mehrere Erfahrungen überzeugen. Eine Stimmgabel, welche frei in der Hand gehalten schwach tönt, gibt sogleich einen vernehmlichen Ton, wenn man sie auf einen hohlen Kasten von dünnem elastischen Holze setzt. Der Ton der Gabel wird ebenfalls verstärkt, wenn man sie vor den Mund oder die Mündung einer Röhre hält, namentlich wenn die in derselben enthaltene Luftsäule die rechte Länge hat. Der Ton einer Orgelpfeife theilt sich durch die Luft einer elastischen Membrane mit und setzt darauf gestreuten Sand in Schwingung. Die tönende Saite einer Violine bringt die gleichgestimmte Saite einer daneben liegenden Violine zum Schwingen, wie man an der Bewegung von darauf gesetzten papiernen Streifen sehen kann.

Bei unseren Saiteninstrumenten wird der Ton der Saite nicht nur durch das Mitschwingen der festen Theile des hohlen Kastens, sondern auch durch das Mitschwingen der darin eingeschlossenen Luftmasse verstärkt. Es ist daher nicht blos die Güte des Holzes, aus welchem das Instrument gefertigt ist, sondern auch die Gestalt des eingeschlossenen Luftraumes für die Resonanz von Wichtigkeit. Um die Wirkung von Orchestern in Theatern zu verstärken, bringt man den Fußboden des Aufenthalts für die Musiker so wenig als möglich mit der festen Masse des Gebäudes in Verbindung, damit der Fußboden sowohl wie die unter ihm in einem hohlen Raume befindliche Luft mit größerer Leichtigkeit in Schwingung versetzt und so die Töne verstärkt in den Zuhörerraum zurückgeworfen werden können. — Fenster klirren unter dem Einfluß stark tönender Orgelpfeifen und eines Glockengeläutes. Das Erzittern fester Körper beim Trommelschlag läßt sich schon durch Berührung mit den Fingern wahrnehmen. Dem Mittönen der Körper ist es zuzuschreiben, daß eine Musik an einem Orte sich besser als an einem andern ausnimmt, daß an einem musikalischen Instrumente manche Töne voller klingen, als andere. — Auf der Mittheilung der Schwingungen beruht das furchtbare Geräusch des chinesischen Instrumentes

Tamtam. Dasselbe besteht in einer Art großen Beckens, das an seinem Rande frei an einem Seile hängt und mit einem Ballen von Leder, der sich am Ende eines Stockes befindet, auf den Rand geschlagen wird. Im Augenblick des Schlages ist der Schall nicht so stark, bald aber entsteht das außerordentliche Geräusch. Das Instrument besteht aus einem Metallgemisch von Zinn und Kupfer. — Schon die Alten waren mit den Mitteln bekannt, durch welche der Schall verbreitet und verstärkt werden konnte. Sie sollen in ihren geräumigen und ganz unbedeckten Schauspielhäusern große Gefäße von Erz ringsum vertheilt haben, durch deren Mitklingen der Ton in dem Grade verstärkt wurde, daß ihn der Zuhörer überall deutlich zu vernehmen im Stande war.

Um den Hergang beim Entstehen mitgetheilter Schwingungen näher kennen zu lernen, dienen folgende Versuche: Auf eine feste

Fig. 52.



Unterlage befestige man ein Brett, füge dann an dasselbe parallel mit der Unterlage ein dünnes fichtenes Brettchen, welches aber kürzer als diese ist, und befestige an den Endrand des Brettchens das eine Ende einer Saite, während das andere Ende derselben an dem auf der Unterlage stehenden Wirbel eingespannt ist. Indem man hierauf die Saite durch einen Violinbogen in schwingende Bewegung versetzt, zeigt der Sand, welcher auf das Brettchen gestreut worden, durch seine Bewegungsart die des Brettchens an. Wird der Bogen parallel mit der Oberfläche des Brettchens bewegt, so erfolgt die Bewegung des Sandes in einer jener Richtung parallelen; dagegen geht die Bewegung des Sandes in einer auf der Oberfläche senkrechten Richtung vor sich, wenn der Bogen diese Richtung erhalten hat. Es folgt hieraus, daß bei den mitgetheilten Schwingungen die Theile nach Richtungen schwingen, die mit jenen parallel sind, welche den ursprünglich schwingenden Theilen zukommen. Auf dem mitschwingenden Körper entstehen wohl auch eigenthümliche Knotenlinien, welche Resonanzfiguren heißen und von den Klangfiguren sich darin unterscheiden, daß sie nicht so regelmäßig wie diese sind.

Die Mittheilung der Bewegung unter den verschiedenen Körpern, welche ein zusammengehöriges festes System bilden, geschieht bald durch transversale, bald durch longitudinale Schwingungen. Man befestige

einen Holzstab im Mittelpunkt einer größeren Metallscheibe senkrecht auf ihre Ebene und versetze ihn in longitudinale Schwingung: die Scheibe geräth in transversale Oscillationen und der darüber gestreute Sand ordnet sich zu concentrischen Kreisen.

Werden an den Enden eines dünnen Stabes von Glas oder Holz zwei gleich große Glasscheiben in ihren Mittelpunkten befestigt, so daß sie zu einander parallel laufen, und versetzt man dann die obere durch Streichen mit einem Violinbogen in Schwingungen; so entsteht auf der unteren Scheibe eine Resonanzfigur, welche der Klangfigur auf der oberen gleich ist. Die untere Scheibe wird also durch die longitudinale Schwingungen des Stabes einerseits und durch die entstandenen Luftwellen anderseits in die nämliche Schwingungsart versetzt.

Die einem Körper zukommende Schwingungsweise wird durch Verbindung mit einem andern desto mehr abgeändert, je größer die Masse des damit verbundenen Körpers ist. Man verbinde zwei Kreisscheiben von sehr verschiedener Größe dergestalt miteinander, daß beide in derselben Ebene liegen. Streicht man nun die größere mit einem Bogen, so bildet sich auf ihr eine Klangfigur, die sie auch allein für sich gibt. Streicht man aber die kleinere Scheibe; so erhält man eine Figur, welche weder in der größeren noch in der kleineren Scheibe für sich hervorgerufen werden kann.

Einen bedeutenden Einfluß auf die Stärke der Resonanz übt die Lage der Ebene aus, in welcher die Schwingungen des tonerregenden Körpers gegen die resonirende Fläche geschehen. Das Mittönen wird desto stärker, je mehr die Schwingungen senkrecht zu dieser Fläche vor sich gehen und desto schwächer, je mehr sie in einer derselben parallelen Richtung erfolgen. Daher erscheint der Ton einer Stimmgabel stärker, wenn man sie senkrecht auf einen Resonanzboden stellt, als wenn man sie schief darauf setzt. Der Resonanzboden der Claviere hat eine bessere Einrichtung als der der meisten anderen Saiteninstrumente, weil die Saiten in einer solchen Richtung von den Hämmern angeschlagen werden, daß ihre Schwingungen senkrecht gegen den Boden geschehen. Bei der Guitarre erfolgen die Schwingungen der Saiten meistens in schiefer Richtung gegen den Resonanzboden, weßhalb die Tonstärke an diesem Instrumente in der Regel nicht beträchtlich ist. Bei dem Bau der Violine ist es von Vortheil, den Steg, den Hals des Instrumentes in solcher Weise zu benutzen, damit die Schwingungen nicht nur von dem oberen Boden an den untern übertragen, sondern auch senkrecht gegen diese Böden gemacht werden.

Die Schwingungen eines Resonanzbodens lassen sich durch feste Leiter, wie Holzstäbe, Metalldrähte, einem andern Resonanzboden mit-

theilen, wie zuerst Wheatstone in einer Reihe von Versuchen nachgewiesen hat, namentlich wenn die hauptsächliche Schwingungsebene des resonirenden Bodens senkrecht auf dem Leiter steht. Er fand, daß die Töne der Violine, des Violoncells, der Clarinette, des Pianoforte ꝛc. in ihrer Verschiedenheit und Eigenthümlichkeit so auf beträchtliche Entfernungen fortgepflanzt werden können. Auf solche Weise lassen sich indeß die Töne eines ganzen Orchesters fortleiten, indem man das eine Ende des Leitungsdrahtes an einen eigends construirten Resonanzboden anbringt, der so aufgestellt ist, daß alle Instrumente dagegen hallen, und das andere Ende mit dem Resonanzboden eines Pianoforte's in einem entfernt gelegenen Zimmer verbindet. Wheatstone sagt: „Die Wirkung eines solchen Versuchs ist sehr unterhaltend. Die Töne haben zwar eine so geringe Intensität, daß sie kaum in einiger Entfernung vom resonirenden Instrumente gehört werden. Legt man aber das Ohr dicht daran, so hört man ein Orchester in Miniatur, worin alle Instrumente ihre eigenthümlichen Charaktere behalten haben. Im Vergleich mit einem in einiger Entfernung durch die Luft gehörten Orchester ist die Wirkung, wie die einer Landschaft bei nebligem Wetter zu dem niedlichen Bilde derselben in einer concaven Linse."

Ebene Flächen besitzen die Eigenschaft, die Töne zu verstärken; für jeden Ton erfolgt das Maximum von Intensität in einem besonderen Abstand von der Fläche. Für zwei verschiedene Glocken, welche die Töne $\overline{\text{gis}}$ und $\overline{\text{d}}$ geben, haben wir folgende Resultate erhalten:

für die Glocke $\overline{\text{gis}}$ in dem Abstand von der Wand . 58 Millim.;
„ „ „ $\overline{\text{d}}$ „ „ „ „ „ „ . 43 „

Die tiefen Töne werden demnach durch die Anwesenheit der ebenen Fläche bei größeren Abständen mehr verstärkt als die hohen.

Auch Gefäße üben einen verstärkenden Einfluß auf die Töne aus. Um hierüber einige Versuche anzustellen, nahmen wir Röhren von verschiedenem Durchmesser, versahen die Röhren mit beweglichen Böden, und suchten die Tiefe, bei welcher der Ton einer Glocke am stärksten ausfiel. Mit den zwei eben erwähnten Glocken haben wir nachstehende Resultate bekommen:

Durchmesser der Röhre. Millimeter.	Tiefe für die Glocke gis. Millimeter.	Tiefe für die Glocke d. Millimeter.
30	146	127.
49	59	45.
129	58	44.
160	57	43.

Diese Versuche zeigen, daß mit der Zunahme des Durchmessers die Tiefe abnimmt, wo das Maximum von Intensität zum Vorschein

kommt, und daß bei einer gewissen Grenze der Weite die Wandung keinen Einfluß mehr äußert. Die Röhrentiefen, bei denen dies stattfindet, sind genau den Abständen gleich, welche eine ebene Wand von dem tönenden Körper haben muß, um den erzeugten Ton zu verstärken.

Dritter Abschnitt:

Werkzeuge des Gehörs und der Stimme.

1. Gehörorgan des Menschen.

Wir hören den Ton der angeschlagenen Saite und sagen: „die Saite tönt", wiewohl sie nur schwingt und der Ton erst im Ohre des Hörers entsteht; denn keine Bedeutung haben jene Schwingungen für den Tauben. Die schwingende Saite bedingt den Ton in so weit, als sie zunächst durch ihre Stöße die Lufttheilchen in Bewegung versetzt, die dann ihrerseits das Trommelfell erschüttern, wodurch nach und nach verschiedene Theile eines besondern Sinnesapparates in Erzitterung kommen, die zuletzt auf eine für uns unerklärliche Weise jenen Seelenvorgang hervorruft, dessen wir uns als Tonempfindung bewußt werden. Aehnlich verhält es sich mit der Farbenempfindung, welche wir bei dem Anblick der verschiedenen Körper haben. Die Blätter der Rose sind nicht roth, sondern die Empfindung nur ist es, welche durch sie in dem Auge des Sehenden hervorgerufen wird und für den Blindgebornen nicht vorhanden ist. Die Blätter setzen die zwischen ihnen und dem Auge liegenden Theilchen einer nicht greifbaren Flüssigkeit, des sogenannten Lichtäthers, in eine oscillirende Bewegung; indem diese Bewegung dann an den Enden des Sehnerven im Hintergrunde des Auges anlangt, wird abermals auf eine uns verborgene Weise ein Seelenvorgang erweckt, den wir als Lichtempfindung bezeichnen.

Die Seele liest im Innersten des Gehirns gewissermaßen ab, legt gleichsam aus mit Hülfe der an den Enden der Nervenfasern angebrachten Apparate, als Empfindung, was als äußerer Eindruck von der Außenwelt ihr zukam. Eindruck und Empfindung sind jedoch zwei von einander verschiedene Dinge, so verschieden wie der durch den Leitungsdraht fortgeführte galvanische Strom und die Sprache des elektromagnetischen Telegraphen. Die Empfindung wird zwar durch den

äußern Eindruck hervorgerufen, allein die Art ihres ursächlichen Zusammenhanges ist für uns ein Geheimniß. Nur so viel können wir mit Gewißheit behaupten, daß durch fortwährende Uebung die Seele eine gewisse Fertigkeit in der Auslegung ihrer Empfindungen bekommt und daß, indem der Mensch den Verstand gebrauchen lernt, er von der Empfindung zur Vorstellung gelangt. Zuletzt verknüpft der Mensch Empfindung und Vorstellung so schnell mit einander, daß er beide mit einander verwechselt und die subjective Empfindung so weit objectivirt, daß er die Eigenschaft der Empfindung für eine Eigenschaft des äußeren Dinges hält.

Unsere Empfindungen rühren immer von gewissen Einwirkungen her, welche die Außenwelt auf das Nervensystem durch bestimmte Apparate veranlaßt. Der Verschiedenheit dieser Sinnesapparate ist aller Wahrscheinlichkeit nach die specifische Verschiedenheit der Empfindung zuzuschreiben, durch welche die eine von der andern sich unterscheidet. Der an dem Sehnervenende angebrachte eigenthümliche Apparat umsetzt die Wirkung auf den Nerven in eine Lichtempfindung, wie der an dem Gehörnervenende befindliche besondere Apparat dieselbe Wirkung in eine Schallempfindung umwandelt. Eine Bestätigung für die Richtigkeit dieser Aussage finden wir in folgender Thatsache: Die Elektricität erregt alle Nerven; reizen wir nun den Sehnerven durch einen elektrischen Schlag, so haben wir eine Lichtempfindung, dagegen eine Schallempfindung, wenn der Gehörnerv gereizt wird. Wir erhalten also bei gleichem Erregungsmittel verschiedene Erfolge und zwar solche, wie sie der Beschaffenheit der den erregten Nerven anliegenden Endapparate zukommen. Wenn demnach die Nervensubstanz vom Licht durch das Auge, vom Schall durch das Ohr getroffen, verschiedenartige Empfindungen erhält; so kann der Grund davon nicht in ihr selbst liegen, sondern nur in der Art, wie sie erregt wird. Der Augennerve würde hören und der Gehörnerv sehen, wenn die inneren Endapparate ihre Stellen gegeneinander vertauschten.

Wenn es nun auch ein unerklärliches Räthsel ist, durch welche Vorgänge die Seele zur Bildung einer Lichtempfindung oder einer Schallempfindung veranlaßt wird, und auf welche Weise der Verstand kraft des ihm angeborenen Gesetzes der Kausalität die Empfindung in Anschauung umwandelt; so ist es immer von hohem Interesse, die Beschaffenheit dieser eigenthümlichen Endapparate kennen zu lernen, durch welche derartige specifisch verschiedene Empfindungen eingeleitet werden. Bei einer näheren aufmerksamen Betrachtung jener Erregungsapparate finden wir, daß dieselben jederzeit physikalische Eigenschaften haben, welche denen der äußeren Agentien analog sind, so daß jeder

Sinn eine besondere Art von Einwirkung zuläßt, deren die übrigen entweder wenig oder gar nicht empfänglich sind. Die Kenntnißnahme des Baues der Sinnesapparate gehört in die Physik, weil sie die wichtigsten und zuverlässigsten Mittel zur Entdeckung der Naturgesetze sind. Dazu kommt noch, daß gedachte Organe, durch welche der Seele die Erkenntniß der Außendinge unaufhörlich zuströmt, zu diesem Zwecke aufs Vollkommenste eingerichtet sind, so daß, wenn es sich darum handelt, einen Apparat zur Concentrirung der Wirkungen einer Naturkraft zu construiren, wir oft nichts Besseres thun können, als genau den ähnlichen Apparat nachzubilden, wie er aus der Hand der Natur schon hervorgegangen ist.

Die menschlichen Gehörorgane, welche zur Aufnahme hörbarer Eindrücke bestimmt sind, nämlich die Ohren, befinden sich auf jeder Seite des Kopfes an und in dem festen Theile des Schläfenbeines. Jedes einzelne Ohr besteht aus der Ohrmuschel, dem Gehörgange, dem Trommelfelle, der Trommelhöhle, dem Labyrinth und dem Gehörnerv. Die Ohrmuschel ist ein mit mehreren Erhöhungen und Vertiefungen versehener knorpeliger, muschelförmiger Ansatz, welcher die Schallwellen auffängt und in den Gehörgang leitet. Die wilden Völker können diesen muschelförmigen Knorpel nach Belieben der Richtung des Schalles zuwenden, was theilweise zu einem schärferen Gehöre beitragen kann. — Der Gehörgang fängt in der Muschel an und ist ein am äußeren Ende knorpeliger und am inneren Ende knöcherner Kanal, der durch das Trommelfell geschlossen ist, eine schiefliegende, dünne, feste elastische Haut, welche nach Außen eine concave Wölbung hat. Der etwas gebogene, nach Innen allmählig sich verengernde Gehörgang ist inwendig mit feinen Haaren überkleidet und mit einer gelben klebrigen Substanz, dem sogenannten Ohrenschmalz, versehen, welche beide den Zweck zu haben scheinen, das Hineinkommen der Insekten und anderer fremder Körper zu verhindern.

Unmittelbar hinter dem Trommelfelle liegt die Trommelhöhle, welche durch einen eigenen Kanal, die eustachische Röhre, mit der Mundhöhle in Verbindung steht, mithin Luft enthält, welche die nämliche Spannung wie die äußere Atmosphäre besitzt. In der Trommelhöhle sind vier kleine Knöchelchen enthalten, schlechthin Gehörknöchelchen genannt, die man nach ihrer Gestalt durch die Namen Hammer, Ambos, linsenförmiges Bein und Steigbügel unterscheidet. Die vier Gehörknöchelchen bilden gleichsam ein Hebelsystem und sind zum Theil mit kleinen Muskeln versehen, die ihre Bewegung unterstützen. Der nach Außen liegende Theil dieses Gabelwerks, nämlich der Hammer,

setzt sich mit seinem Stiel an das Trommelfell, während das innerste Ende der Steigbügel mit seiner Fußplatte das ovale Fenster verschließt, eine Oeffnung, welche zu dem Labyrinthe führt. Eben dahin führt auch das runde Fenster, eine zweite Oeffnung, welche mit einer feinen Membrane geschlossen ist.

Das Labyrinth, welches seinen Namen von den verschiedenen gekrümmten Höhlungen hat, besteht aus dem Vorhofe, aus drei halbkreisförmigen Kanälen und aus der Schnecke. Der Vorhof ist eine unregelmäßig gestaltete kleine Höhle, aus welcher die drei halbkreisförmigen Kanäle ausgehen und wieder dahin zurückkehren. Die Schnecke hat 2½ Windungen und ist durch eine Scheidewand in zwei übereinander liegende Abtheilungen getheilt. Die Kanäle des Labyrinths sind durchgehends mit einer dünnen Haut ausgefüttert und das Innere derselben mit einer wässerigen Flüssigkeit ausgefüllt, mit welcher der Gehörnerv in unmittelbarer Berührung steht.

Wir sind nicht im Stande, die Bedeutung jedes einzelnen Theiles des Gehörorganes in seiner Beziehung zu den übrigen vollständig zu erkennen. Aller Wahrscheinlichkeit nach ist der Hergang folgender: Die Schallwellen werden von der Ohrmuschel aufgenommen und von da, in dem Gehörgange wie in einem Hörrohre concentrirt, zum Trommelfelle geleitet, das dadurch in Schwingungen geräth. Die Schwingungen des Trommelfelles theilen sich den Gehörknöchelchen mit, gelangen von hier zu den Wänden des Labyrinths und von da mittelst der Flüssigkeit zu den Verzweigungen des Hörnervens, welcher den wesentlichsten Theil des Gehörorgans ausmacht: denn das Trommelfell kann zerstört, der Zusammenhang der Gehörknöchelchen unterbrochen werden, ohne daß deßhalb das Hörvermögen ganz verloren ist. Fällt aber der Steigbügel ab, welcher den Eingang zum Labyrinth absperrt, oder zerreißt die Haut, welche das runde Fenster verschließt, so daß die Flüssigkeit aus dem Labyrinth fließt; so tritt eine unheilbare Taubheit ein.

Folgende Versuche werden dazu dienen, über die Verrichtungen der einzelnen Theile des Gehörorganes uns einige Kenntniß zu verschaffen. Wird eine Pfeife mit dem offenen Ende in Wasser getaucht und angeblasen, so hört man den Ton mit verstopften Ohren nur schwach, wenn man den Schall aus dem Wasser durch einen Holzstab leitet, welcher mit dem einen Ende in das Wasser getaucht und mit dem andern gegen den Stopfen im Ohr gehalten wird. Dagegen hört man den Ton sehr stark, wenn das Ende der Pfeife mit einer wenig gespannten Schweinsblase zugebunden und ins Wasser getaucht ist, beson-

ders wenn der Stab sich in der Richtung der Wellenbewegung befindet. Dieser Versuch erläutert die Wirkung der beiden Fenster des Labyrinths.

Man spanne auf das offene Ende der Pfeife eine Membrane, leime auf deren Mitte ein kleines Korkstück, setze an dieses in der verlängerten Richtung der Pfeife ein dünnes Holzstäbchen und senkrecht gegen dasselbe eine Korkscheibe. Der Ton der Pfeife wird dem Wasser in der gegen die Korkscheibe senkrechten Richtung stark mitgetheilt, wenn man das Stäbchen mit der Korkscheibe darin eintaucht. Dieser Versuch zeigt die Wirkung der Gehörknöchelchen, deren Hauptbestimmung zu sein scheint, die Schwingungen des Trommelfells an das Labyrinthwasser zu übertragen.

Man spanne eine kleine Membrane über einen aus starkem Papier verfertigten abgekürzten Kegel und stecke in die Wände des letzteren eine Nadel, deren Kopf bis nahe an die Membrane reicht, während ihre nach Außen gekehrte Spitze eine Art kleinen Hebels abgibt, mittelst dessen der Kopf nach Belieben an die Membrane angedrückt und deren Spannung dadurch erhöht werden kann. Streut man nun auf die Membrane etwas Sand und beobachtet die Bewegung desselben, wenn die Membrane durch einen in ihrer Nähe tönenden Körper mit in Schwingung versetzt wird; so findet man, daß jene Bewegung stärker wird, wenn die Membrane frei ist, als wenn sie gespannt wird. Daraus schließt Savart, daß durch größere Spannung des Trommelfells die Wirkung des Schalls auf das Gehör geschwächt werde.

Durch folgenden Versuch hat J. Müller die Ansicht Savart's bestätigt. Man nehme eine Röhre, deren eines Ende sich verengert, während das andere mit einer Membrane überzogen ist, welche mit einem hebelartig drückenden Stäbchen mehr oder weniger gespannt werden kann. Steckt man nun das enge Ende dieses Apparats in das eine Ohr und verstopft das andere, so hört man den Schall stärker bei schlaffer Membrane als bei gespannter.

Seebeck macht jedoch mit Recht den Einwand, daß die verschiedene Spannung ungleich auf Schall von verschiedener Höhe wirkt; denn eine kleine Membrane, welche beim Anschlagen eines mit dem ihrigen in Einklang stehenden Tones in lebhaftes Mitschwingen versetzt wird, bewegt sich sogleich merklich schwächer, wenn man den erregenden Ton um weniges abändert. Hiernach ließe sich erwarten, daß, wenn das Trommelfell die Bestimmung hat, die Schallwellen in sich aufzunehmen und an die inneren Gehörtheile zu übertragen, unser Ohr einen bestimmten Ton stark und die Töne von da auf- und abwärts in schnell abnehmender Stärke hören müßte. Wenn darum das menschliche Ohr

das Vermögen einer viel größeren Gleichmäßigkeit in der Aufnahme verschiedener Tonhöhen und damit die Fähigkeit besitzt, einen großen Umfang von Tönen zu hören; so verdankt es diese Eigenschaft dem Zusammenwirken aller seiner Theile. Namentlich scheint die Verbindung, in welcher das Trommelfell durch die Gehörknöchelchen mit dem Labyrinthwasser steht, ganz geeignet zu sein, das Mitschwingen des Trommelfells zwar zu schwächen, zugleich aber durch den stärkeren Widerstand die leichtere Auffassung verschiedener Tonhöhen zu bewerkstelligen.

Man schlage zwei verschieden gestimmte Gabeln an und halte die eine vor das rechte und die andere vor das linke Ohr. Jedes Ohr wird vorzugsweise nur den Ton der ihm genäherten Gabel hören. Eben so unterscheidet man auch bei gleicher Tonhöhe und verschiedener Stärke, welches von beiden Ohren einen stärkeren Ton empfängt. Aus diesen und ähnlichen Versuchen geht hervor, daß in einem gewissen Grade eine Mittheilung der Schwingungen von einem Ohr zum andern stattfindet, keineswegs aber eine solche Combination des rechten und linken Gehöreindrucks, zufolge deren die entgegengesetzten Schwingungen der beiden Trommelfelle einander vertreten können.

Die Fähigkeit des menschlichen Ohrs kleine Tonunterschiede wahrzunehmen, ist für verschiedene Personen verschieden. Einige Physiker schreiben dem Ohr das Vermögen zu einen Unterschied von 1 Schwingung auf 1000 noch zu bemerken, während andere jene Fähigkeit Tonunterschiede wahrzunehmen nur 1 auf 100 schätzen. Um zu entscheiden, wie weit die Schärfe meines Gehörs in dieser Hinsicht gehe, habe ich verschiedene Versuche angestellt, von denen nur folgende zwei, welche mit vieler Sorgfalt ausgeführt wurden, hier erwähnt werden sollen. Aus denselben glaube ich entnehmen zu können, daß mein Ohr die Fähigkeit hat, eine Differenz von 1 Schwingung auf 1000 noch zu bemerken.

Ich brachte eine Messingsaite auf dem Monochord durch Verschieben des Stegs dahin, daß sie mit dem Ton einer Labialpfeife, dessen genau ermittelte Schwingungszahl 192 betrug, vollständig im Einklang stand: es war dies bei einer Länge von 93,3 Cent. der Fall. Hierauf wurde die Saite auf die Länge von 92,815 Cent reducirt, so daß sie einem Ton von 193 Schwingungen entsprach: das Ohr nahm den Tonunterschied recht deutlich wahr. — Ein ähnlicher Versuch wurde mit einer 46,65 Cent. langen Darmsaite angestellt, die den bestimmten Ton von 768 Schwingungen gab. Als die Saite auf eine Länge von 46,4 Cent. gebracht wurde, mithin einen Ton von 769 Schwingungen lieferte, konnte das Ohr ebenfalls noch ziemlich gut erkennen, daß ein Tonunterschied da war.

2. Gehörwerkzeuge der Thiere.

Vergleichen wir unser Gehörorgan, welches einem der edleren Sinne als Werkzeug dient, mit dem Apparate, wie er einem der niederen Sinne, z. B. dem Tastsinne, eigenthümlich ist; so finden wir bald, daß das dem höheren Sinne zugehörige Organ ein zusammengesetzteres, feiner ausgearbeitetes Ganze darstellt, als der dem untergeordneten Sinne zukommende Apparat. So besteht das Organ für den Tastsinn an den Stellen selbst, wo er den höchsten Grad der Feinheit besitzt, in nichts Anderem, als in einer großen Menge dicht nebeneinander stehender kegelförmigen Erhabenheiten, Papillen genannt, in welchen kleine zarte, mit Flüssigkeit gefüllte Bläschen liegen, zu deren jedem zwei oder drei Nervenfasern treten. Diese Bläschen mit ihren Nervenzweigen führen den Namen Tastkörperchen, weil man denkt, daß durch ihre Vermittelung die Tastempfindung geweckt und hervorgerufen wird. Auf die Frage, in wie fern die Leistungen des Tastsinnes zu specifischen Empfindungen werden und daran eine räumliche Wahrnehmung geknüpft ist, können wir aber wieder keine befriedigende Antwort geben.

Vergleichen wir das menschliche Gehörorgan mit den Gehörwerkzeugen verschiedener Thierarten, so finden wir, daß der zum Hören wesentliche Theil, nämlich eine mit Nervenmasse überzogene und mit einer wässerigen Flüssigkeit angefüllte Röhre, keinem mit Gehör begabten Thiere fehlt. Alles Uebrige am Gehörwerkzeuge ist veränderlich und in den verschiedenen Thierklassen bald mehr, bald weniger ausgebildet und den besonderen Verhältnissen derselben angemessen. — Das äußere Ohr findet sich nur bei Säugethieren, deren Gehörwerkzeuge überhaupt viel Aehnlichkeit mit dem menschlichen Gehörorgane haben. Das Trommelfell ist bei den meisten Säugethieren nach Außen concav, bei dem Pferde und dem Maulwurf dagegen flach. Verschieden ist bei den Thieren gegen den Horizont die Ebene geneigt, in welcher sich der Umfang des Trommelfells befindet; wobei angenommen wird, daß ein Thier desto schärfer hört, je größer diese Neigung und je ausgedehnter das Trommelfell ist. Bei allen Säugethieren ist der Gehörgang mehr oder weniger entwickelt vorhanden; die Thiere, bei denen er sehr groß ist, wie Gazellen und Hasen, sind furchtsam. — Bei den Vögeln ersetzt die äußerst regelmäßige Stellung um den Gehörgang das äußere Ohr, die Verbindung zwischen dem Trommelfell und dem Labyrinth wird bei ihnen nicht durch eine Knochenkette bewerkstelligt, sondern durch einen geraden, mit faserigen Nervenverzweigungen versehenen knöchernen Kanal, welcher mit einer Platte in das ovale Fenster eingefügt ist.

An den knorpeligen Fischen besteht das Gehörwerkzeug aus drei halbcirkelförmigen Canälen, die in ein Säckchen münden, welches neben einer gallertartigen Feuchtigkeit drei harte Knöchelchen enthält, die an Nervenfasern darin aufgehangen sind. Bei den Schuppenfischen ist das Säckchen in die Seitenwände des Schädels eingesenkt. Von der inneren Seite desselben geht ein Kanal aus, dessen Ende durch ein Häutchen verschlossen wird. Die im Säckchen enthaltenen Knöchelchen sind mit vielem Schleim überzogen. — Unter den Amphibien haben manche ein den Knochenfischen, andere ein den Schuppenfischen gleichartiges Gehörwerkzeug. An Schildkröten und Fröschen kommt außer diesen inneren Gehörwerkzeugen auch ein Trommelfell, eine Trommelhöhle und eine Eustachische Röhre vor.

Die einfachsten Gehörwerkzeuge haben einige Insecten. In den Krebsen ist das Gehörorgan ein bloses Säckchen, eingeschlossen in einem kurzen knöchernen Cylinder. An dem innern Ende dieses Cylinders tritt der Hörnerv ein, der sich zum Säckchen verbreitet; das andere Ende ist mit einer elastischen Membrane verschlossen. An Würmern hat man die Gehörwerkzeuge nur in den Sepien und den Polypen auffinden können. Es zeigen sich zwei Höhlen von ovaler Gestalt, die durch eine Scheidewand von einander getrennt sind. Jede Höhle enthält ein Beutelchen, das mit einer wässerigen Flüssigkeit umgeben ist; neben der breiichen Substanz des Gehörnerven befindet sich darin ein Knöchelchen. Durch Erschütterungen des ganzen Kopfes gelangt hier der Schall zu den inneren Gehörwerkzeugen.

3. Stimmorgan des Menschen.

Nach den Ansichten der vorzüglichsten Physiologen der neuern Zeit, namentlich nach den wichtigen Untersuchungen von Johannes Müller, ist das Stimmorgan des Menschen als eine Art Zungenpfeife zu betrachten. Die eingeathmete Luft gelangt durch Zusammenziehung der Brustwände zunächst in die Luftröhre, welche auf der einen Seite mit dem Schlunde, auf der andern in den Lungen endigt. Diese Röhre ist ein cylindrischer Kanal, der aus knorpeligen Ringen besteht, welche durch häutige Theile unter einander verbunden sind. Am oberen Ende dieses Kanals befindet sich der Kehlkopf, welcher vorzugsweise das Stimmorgan abgibt. Er besteht aus vier Knorpeln, nämlich dem Ringknorpel, dem Schildknorpel und den beiden Gießkannenknorpeln. Diese Knorpel sind mit einander verbunden und können durch verschiedene Muskeln auf mannigfaltige Weise bewegt werden. Die Schleimhaut, welche das Innere der Luftröhre auskleidet, verwandelt sich im Kehlkopfe in ein sehr elastisches Gewebe, das sich in

die zwei Stimmbänder ausspannt. Zwischen ihnen bleibt für den Durchgang der Luft nur eine schmale Spalte, die Stimmritze, welche kleiner oder größer wird, je nachdem die Stimmbänder mehr oder weniger gespannt sind. Ueber den Stimmbändern zieht sich die Haut des Kehlkopfs in zwei sackartige Höhlungen zurück, so daß jene Bänder frei liegen und schwingen können, und bildet etwas weiter nach oben gleichsam zwei obere Stimmbänder, über denen der Kehldeckel liegt, bestimmt den Kehlkopf für Speise und Getränk, welche aus der Mundhöhle in die Speiseröhre übergehen sollen, unzugänglich zu machen.

Sind die Stimmbänder wenig gespannt und ist die Stimmritze weit geöffnet, so streicht die ausgeathmete Luft lautlos an ihnen vorüber. Sobald aber die Stimmbänder stärker gespannt sind und die Stimmritze enger wird, entsteht der Ton, indem beim Ausströmen der Luft die Stimmbänder in Schwingung gerathen. Das Stimmorgan des Menschen läßt sich demnach mit einer Zungenpfeife vergleichen, für welche die Brust als Blasebalg dient, die Luftröhre als Stiefel, der Kehlkopf mit den Stimmbändern als Mundstück und der Mund als Pfeife. Wie bei dem Mundstücke die darüber befindliche Röhre von Einfluß auf Tonhöhe und Klang ist, so üben eine ähnliche Wirkung im Stimmwerkzeug des Menschen Mund und Schlund aus, um jene große Mannigfaltigkeit von Tönen und Nüancen hervorzubringen, die wir in der menschlichen Stimme wahrnehmen. Immerhin bleibt es jedoch bewunderungswürdig, aus welchen einfachen Mitteln die Natur ein so umfangreiches, klangvolles musikalisches Instrument gebildet hat.

Daß die Schwingung der Stimmbänder einen wesentlichen Beitrag zur Entstehung des Tones liefert, dafür können wir mehrere Belege anführen. Wenn bei einem lebenden Individuum sich unterhalb des Kehlkopfs eine Fistelöffnung gebildet hat, durch welche die Luft einen Ausweg findet und nur in geringer Menge durch die Stimmritze geht, so kann dasselbe nicht mehr sprechen, es sei denn, daß diese Oeffnung verstopft wird. — Eine geringe katarrhalische Affection der Stimmbänder bringt eine auffallende Veränderung in dem Klang der Stimme hervor und kann unter Umständen denselben selbst bis zum lautlosen herabstimmen. — Die Stimmen der Kinder und Weiber sind höher als die der Männer, weil ihre Kehlköpfe und Stimmritzenbänder feiner und zärter gebaut sind. In dem Jünglingsalter vergrößern sich die Stimmbänder und erreichen binnen kurzer Zeit fast das doppelte ihrer vorigen Länge; dadurch tritt in dieser Lebensepoche eine Veränderung der Stimme ein, welche man das Brechen oder Mutiren der Stimme nennt und eine Unsicherheit im Treffen des Tons mit sich führt, wie beim Spielen auf einem Instrumente, das man noch nicht

gehörig zu behandeln versteht. Im höheren Alter verlieren die Stimmbänder ihre Elasticität, die weicheren Theile des Kehlkopfs werden knöchern und haben nicht mehr ihre frühere Geschmeidigkeit, wodurch der sonore Klang und die Stärke der Stimme sich vermindert, welche beide abhängen von der Dicke der Stimmritzenbänder, dem eigenthümlichen Bau des Kehlkopfs, der elastischen Beschaffenheit der Wände und der Kraft, mit welcher die Luft aus den Lungen ausgestoßen wird.

Von der ungleichen Betheiligung der Stimmbänder hängt auch der Unterschied zwischen den Brusttönen und Falsettönen ab. Bei den Brusttönen schwingen die Stimmbänder ihrer ganzen Breite nach, die Stimmritze ist wenig geöffnet; die größere Anspannung der Muskeln verbunden mit dem Ausstoßen stark gespannter Luft erzeugt einen kräftigen Ton, der durch das Mitschwingen des Brustkastens verstärkt wird. Bei den Falsettönen schwingen bloß die zarten Ränder der Stimmbänder, die Stimmritze ist weiter geöffnet, aus welcher die Luft weniger gespannt austritt als dies bei den Brusttönen der Fall ist. — Wie leicht übrigens der eigenthümliche Klang der Stimme abgeändert werden kann, zeigen folgende zwei Thatsachen. Bei der gewöhnlichen Stimmgebung legt sich eine häutige Klappe, das sogenannte Gaumensegel, an die hintere Oeffnung der Nasenhöhlen an und verschließt sie so, daß die Luft nur zum Munde austreten kann. Mittelst einer leichten Anstrengung läßt sich nur das Anlegen des Gaumensegels an jene Oeffnung verhindern, wo dann die Luft aus Mund und Nase zugleich heraustritt. Die Stimme bekommt dabei einen besondern Nasenton, was man durch die Nase sprechen nennt. Dieser näselnde Ton wird der Stimme auch dadurch ertheilt, wenn man sich während des Sprechens die Nase zuhält.

Die entscheidendsten Versuche hat aber J. Müller an ausgeschnittenen Kehlköpfen von Leichen angestellt. Der mit einem Theile der Luftröhre herausgenommene Kehlkopf wurde auf eine passende Weise auf einem Brettchen befestigt und durch ein in das Luftröhrenstück gestecktes Holzrohr zum Anblasen gebracht, nachdem an dem Schildknorpel eine feine Schnur angeheftet worden, die über eine Rolle lief und eine Wagschale trug, um den Stimmbändern eine bestimmte Spannung zu geben. Die wichtigsten seiner Resultate sind folgende:

1) Die unteren Stimmbänder geben bei enger Stimmritze volle und reine Töne beim Anspruch durch Anblasen von der Luftröhre aus. Diese Töne kommen denen der menschlichen Stimme sehr nahe und unterscheiden sich von denjenigen, welche man erhält, wenn die oberen Stimmbänder und der Kehldeckel noch vorhanden sind, darin, daß sie eine geringere Stärke haben, indem diese Theile sonst beim Anspruch

mitschwingen. — Wird der Kopf der Leiche so präparirt, daß auch Nase und Mund erhalten bleiben, so wird der Klang der menschlichen Stimme noch ähnlicher.

2) Bei gleicher Spannung der Stimmbänder hat die größere oder geringere Enge der Stimmritze keinen wesentlichen Einfluß auf die Höhe des Tons; nur spricht dieser bei weiter Stimmritze schwerer an und ist weniger klangvoll, indem man das Geräusch des Durchströmens der Luft vernimmt. Wenn die Stimmbänder sich ganz berühren, erfolgen die Töne besonders leicht, namentlich bei schlaffen Stimmbändern.

3) Durch Aenderung der Spannung der Stimmbänder lassen sich die Töne am Kehlkopf ohngefähr im Umfange von zwei Octaven verändern, innerhalb welcher Grenzen auch das Bereich der menschlichen Stimme fällt. Es zeigt sich dies sowohl bei männlichen als auch bei weiblichen Kehlköpfen; die Töne auf den letzteren sind im Allgemeinen höher als auf den ersteren.

4) Bei ungeänderter Spannung der Stimmbänder läßt sich der Ton durch stärkeres Blasen bedeutend in die Höhe treiben. Luftdruck und Spannung der Stimmbänder können sich daher in der Art compensiren, daß stärkere Spannung mit schwächerem Winde denselben Ton im Piano gibt, welchen schwächere Spannung der Bänder bei stärkerem Blasen in Forte erzeugt.

Joh. Müller hat auch zahlreiche Versuche mit membranösen Zungen angestellt, welche viel Analogie mit dem Stimmorgan haben. Zu diesem Behufe bedeckte er das Ende eines kurzen Rohrs halb mit einer starren Platte, halb mit einer Membrane, so daß zwischen beiden eine Spalte blieb; oder er spannte über das Ende des kurzen Rohrs zwei Membrane so, daß jede einen Theil der Oeffnung verdeckte und zwischen ihnen sich eine Spalte bildete. Auf diese Weise gelangte er zu folgenden Resultaten:

1) Die Membranen geben, wenn man unten in das Rohr hineinbläst, einen starken anhaltenden Ton, der um so höher wird, je stärker sie angespannt werden; man kann dabei deutlich die Vibrationen der beiden Ränder sehen, welche die Spalte bilden.

2) Wird das mit der Zunge versehene Ende des kurzen Rohrs des Mundstücks in das eine Ende einer Röhre eingepaßt, so nimmt man an den membranösen Zungen ein ähnliches Verhalten wahr, wie an den starren. Der Ton wird nämlich bei stetiger Verlängerung der Röhre allmählig tiefer und springt bei einer gewissen Länge wieder bis ohngefähr zu dem Ton der Zunge hinauf; dann wird er wieder aufs Neue tiefer, bis er abermals gegen die vorige Höhe springt u. s. f.

3) Einen gleichen Einfluß äußert das Windrohr, mit welchem die membranöse Zunge angeblasen wird. Bringt man die Zunge blos an dem Ende eines Windrohrs an, das allmählig verlängert wird; so vertieft sich der Ton bis zu einer gewissen Grenze. Bei weiterer Verlängerung springt er wieder auf die frühere Höhe zurück und vertieft sich von dort aus wieder mit fortschreitender Verlängerung, worauf er wieder auf den ursprünglichen hohen Ton zurückspringt und von da sich wieder vertieft u. s. w.

4) Die Erscheinungen werden noch verwickelter, wenn man beide Röhren zugleich ihre Längen ändern läßt. Hat das Windrohr eine bestimmte Länge und wird die Zusatzröhre verlängert, so erhält man eine Vertiefung bis zu einer bestimmten Grenze, worauf der Ton nach der früheren Höhe zurückspringt, dann wieder fällt bis zu einer Grenze und abermals zurückspringt. Dasselbe ereignet sich, wenn bei einer bestimmten Länge der Ansatzröhre das Windrohr verlängert wird. Ist Ansatzröhre und Windrohr jedes so lang, daß jene mit der vom Munde angeblasenen Zunge denselben Ton gibt, wie die Zunge mit dem vom anderen Ende angeblasenen Windrohr allein; so gibt die Verbindung mit der Ansatzröhre und dem Windrohr jetzt den nämlichen Ton.

4. Stimmwerkzeuge der Thiere.

Bei den Thieren sind die Stimmwerkzeuge im Wesentlichen von derselben Beschaffenheit, wie beim Menschen; auch bei ihnen ist das Stimmorgan eine Art Zungenpfeife, deren Mundstück durch die aus der Lunge ausgeathmete Luft zum Schwingen gebracht wird, woraus hervorgeht, daß blos die mit Lungen versehenen Thiere eine wahre Stimme besitzen. Allein in Betreff der Zusammensetzung des Stimmapparats finden mancherlei Verschiedenheiten statt. Bei den Säugethieren ist wie beim Menschen ein einziger Kehlkopf vorhanden und wird der Ton durch die unteren Stimmbänder erzeugt. Der Mensch vermag aber allein durch die Biegsamkeit seiner Lippen, die Beweglichkeit seiner Zunge und anderweitige Modificationen seiner Mundhöhle die articulirten Töne hervorzubringen, welche der untergeordnete thierische Organismus gar nicht oder nur sehr unvollkommen zu erzeugen im Stande ist. Die Wiederkäuer haben keine oberen Stimmbänder, während die Affen eigenthümliche resonirende Theile des Stimmorgans besitzen.

Die Stimme der Amphibien wird wie bei den Säugethieren im Kehlkopfe hervorgebracht; sowohl die Frösche als auch die Krokodile besitzen Stimmbänder. Bei dem männlichen Frosche treten zur Verstärkung des Tones zwei häutige Säcke am Halse hervor; namentlich

ist dies bei dem in Amerika einheimischen Ochsenfrosch der Fall, der deßhalb eine so starke Stimme hat, daß man sie auf weite Entfernungen hin hören kann.

Der Bau des Stimmwerkzeuges der Vögel bietet verschiedene Eigenthümlichkeiten dar, deren bemerkenswertheste die ist, daß die Stimmritze und die Stimmbänder nicht am oberen Ende, sondern am untern Ende der Luftröhre liegen. Daß dem so sei, ergibt sich daraus, daß ein Vogel, welchem der Hals tief unter dem Kopfe durchschnitten worden ist, noch zu schreien vermag, weil er noch das Instrument besitzt, welches zur Bildung der Stimme am wesentlichsten beiträgt. Wie die Gestalt der den Mundstücken beigefügten Pfeifen auf die Beschaffenheit des Tons von Einfluß ist, so bringt eine Aenderung in der Gestalt der Luftröhre bei den Vögeln analoge Modificationen hervor. Die Vögel mit conischer, nach oben erweiterter Luftröhre haben eine helltönende Stimme; dagegen besitzen die Singvögel eine cylindrische Luftröhre, die ganz aus feinen Ringen zusammengesetzt ist. Daß die größere oder geringere Zartheit im Bau der Luftröhre, die stärkere oder schwächere Elasticität des Stoffes, aus dem sie besteht, die verschiedene Einrichtung des Kehlkopfs mancherlei Abänderungen in Bezug auf die Beschaffenheit des Tons zur Folge haben müssen, ist begreiflich nach dem zu schließen, was wir bei Betrachtung der gewöhnlichen Mundstücke erfahren haben.

An lebenden wie an todten Thieren haben die Anatomen zahlreiche Versuche angestellt, aus denen mit Deutlichkeit hervorgeht, daß das Stimmenwerkzeug mit einer Zungenpfeife sich vergleichen läßt. Man beobachtete an der bloß gelegten Stimmritze lebender Hunde, während sie einen anhaltenden Ton gaben, daß bei den tiefsten Tönen die Stimmbänder in ihrer ganzen Länge sich bewegten, sie sich aber in einer immer größeren Strecke aneinander legten, in dem Maße, als der Ton höher ward, dergestalt, daß die Länge des schwingenden Theils immer mehr abnahm und bei der äußersten Grenze der hohen Töne die Stimmritze sich nur noch als eine ganze schmale und kurze Spalte zeigte, durch welche die Luft aus den Lungen gestoßen wurde. — An todten Thieren brachte man die Stimmbänder durch künstliches Einblasen zum Schwingen und erzeugte dadurch Töne von verschiedener Höhe je nach der Länge, in der man die Theile schwingen ließ, und dem Grade der Spannung, die man ihnen gab. Mit dem Kehlkopf eines Schweines, dessen Luftröhre an den Stiefel eines Blasebalgs gefügt war und dann Luft hineingetrieben wurde, konnte man den Ton so modificiren, daß das Grunzen eines lebendigen Schweins vollkommen nachgeahmt ward.

Vierter Abschnitt:

Schwingungen tropfbarer Körper.

I. Wellenbewegung tropfbarer Flüssigkeiten.

Die Wellenbewegung tropfbarer Flüssigkeiten, bei welcher ein Theil über der Oberfläche der ruhenden Masse erhoben, ein anderer unter ihr vertieft erscheint, drängt sich dem Menschen durch gelegentlich gemachte Erfahrungen von selbst auf. Sie ist jederzeit das Resultat einer Störung des Gleichgewichts, in Folge deren die Theilchen der Flüssigkeit in Bewegung gesetzt werden, die von den benachbarten zu den angrenzenden fortgepflanzt wird. Läßt man ein Steinchen in ruhiges Wasser fallen, so bilden sich um die Einfallsstelle Ringe, die abwechselnd vertieft und erhöht erscheinen und desto unscheinbarer ausfallen, je größer sie werden. Die dergestalt erzeugten Ringe oder Wellen erweitern sich fortdauernd um die getroffene Stelle als Mittelpunkt und bleiben kreisförmig, wenn ihnen kein Hinderniß entgegentritt. Kommt eine Welle beim Fortschreiten auf einen in der Flüssigkeit schwingenden Körper, so hebt oder senkt sie ihn, je nachdem eine Erhöhung oder Vertiefung unter ihm sich fortzieht. Bei Wellen, die im strömenden Wasser vor sich gehen, fließt der Mittelpunkt mit der dem Wasser eigenen Geschwindigkeit fort; denn wirft man ein Stückchen Holz in solches Wasser, so bildet es stets den Mittelpunkt der erregten Welle und wird dabei stromabwärts bewegt. Hieraus können wir schon entnehmen, daß die einzelnen Flüssigkeitstheilchen an der fortschreitenden Bewegung oder Wellenbewegung keinen Antheil haben und nur eine geringe Ortsveränderung erfahren, welche nicht blos an der Oberfläche, sondern auch im Innern der Flüssigkeit stattfindet.

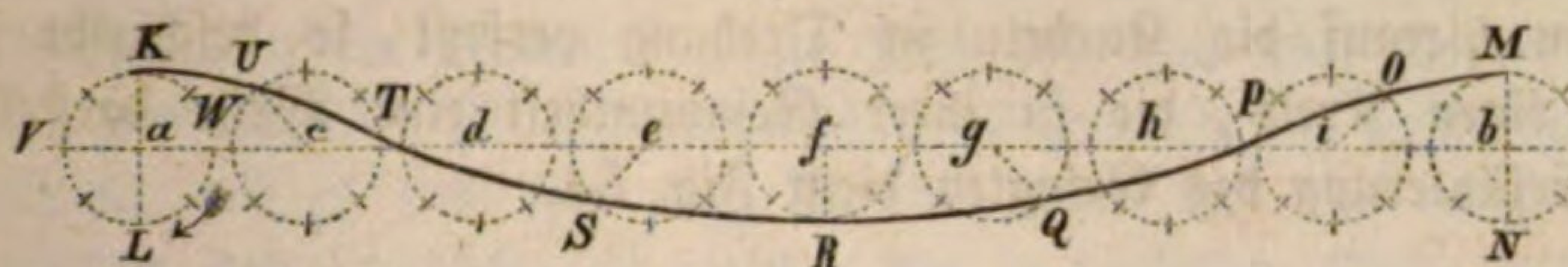
Die genauesten Versuche über die Vorgänge in der Wellenbewegung tropfbarer Flüssigkeiten haben die Gebrüder Weber angestellt. Sie bedienten sich zu diesem Behufe eines rechtwinkligen, schmalen, aber tiefen und langen Gefäßes mit gläsernen Seitenwänden, das sie Wellenrinne nannten. Sie füllten die Rinne bis zu einer gewissen Höhe mit Wasser oder einer andern Flüssigkeit, erregten darin Wellen, indem sie eine Glasröhre an dem einen Ende derselben eintauchten, Flüssigkeit durch Saugen mit dem Munde in die Höhe hoben und sie dann wieder fallen ließen, oder mit einem festen, die ganze Breite der Rinne einnehmenden Körper an einer Stelle gegen die Oberfläche der Flüssigkeit einen Stoß ausübten. Um die Bewegungen im Innern der Flüssigkeit deutlicher beobachten zu können, brachten sie in ihr kleine

schwebende Körper an, die ihnen als Repräsentanten der von den Flüssigkeitstheilchen selber eingeleiteten Bewegungen galten. Sie ließen auch in die Wellenrinne Flüssigkeiten von verschiedener Farbe und von verschiedenem specifischen Gewichte, wie gefärbten Weingeist, flüssige Oele, Wasser, Quecksilber eintreten: auf diese Weise erhielten sie verschiedene durch horizontale Ebenen geschiedene, übereinander stehende Flüssigkeiten, in denen die so vor sich gehenden Bewegungen leichter wahrgenommen werden konnten, als jene in den einzelnen Schichten des Wassers, wenn die ganze Rinne nur mit solchem angefüllt gewesen wäre.

Auf diese Weise überzeugt man sich schon mit dem Augenmaße, daß der Wellenberg eine convexe und das Wellenthal eine concave Gestalt hat, und daß die Wellen an der Oberfläche und im Innern der Flüssigkeit sich fortbewegen. — Ferner findet man, daß sich die Flüssigkeitstheilchen in verticalen Bahnen bewegen, die entweder in sich zurückkehren oder nicht, je nachdem die zusammengehörigen Wellenberge und Wellenthäler von gleicher oder ungleicher Gestalt sind. Die Schwingungsbahnen sind anscheinend Ellipsen, deren horizontaler und verticaler Durchmesser mit der Tiefe der Flüssigkeit abnimmt; auch wird der letztere im Verhältniß zu dem ersteren desto kleiner, je weiter das Theilchen von der Oberfläche entfernt ist. — Die Schwingung der einzelnen Flüssigkeitstheilchen, welche in horizontaler Richtung sich successiv fortpflanzt, erfolgt in der Art, daß nie zwei in derselben horizontalen Schicht liegende Theilchen, deren Bahnen sich schneiden, zusammentreffen, mithin in ihrer Bewegung sich hindern können, deßgleichen daß nie zwei vertical untereinander liegende Theilchen sich in ihren Bahnen stören. — Auch hier sieht man wieder deutlich, daß die schwingende Bewegung der Theilchen die eigentliche wirkliche Bewegung und die Welle nur eine Form ist, welche die Flüssigkeit an der Oberfläche und der einzelnen übereinander liegenden Schichten vermöge der Bewegung ihrer kleinsten Theilchen annimmt. Die Wellenbewegung ist, wie gesagt, nur ein Fortrücken dieser Form.

Aus der kreisförmigen Bewegung der Flüssigkeitstheilchen und aus dem Umstande, daß die in einer horizontalen Linie liegenden Theilchen nicht gleichzeitig, sondern successiv eines nach dem andern in diese Bewegung versetzt werden, erklärt sich auch hier wieder leicht die cycloidenähnliche Gestalt der fortschreitenden Welle. Es seien nämlich die Bahnen der Flüssigkeitstheilchen Kreise, deren Mittelpunkte in der Niveaulinie a b (Fig. 53) liegen. In gleichen Abständen von einander auf derselben befinden sich die Mittelpunkte der gleichen Kreise c, d, e, f, g, h, i. Jede der acht Peripherien sei in acht gleiche Theile getheilt, so daß ein

Fig. 53.



Theilungsdurchmesser jedes Kreises wie KL, MN senkrecht auf der Niveaulinie steht. Wirkt nun die bei a erregte Erschütterung dergestalt, daß das Flüssigkeitstheilchen in der Richtung des beigesetzten Pfeiles fortgetrieben und zugleich die ihm mitgetheilte Bewegung horizontal durch die Flüssigkeit fortgeleitet wird; so wird successiv jedes Theilchen, das am obersten Punkte des verticalen Durchmessers liegt, in dieselbe Bewegung gerathen, und das Theilchen M seine Bahn um b erst beginnen, während das Theilchen K sie schon um a beendet hat. Betrachtet man nun die Stellen, an welchem sich in den verschiedenen Kreisbahnen die ursprünglichen höchsten Wassertheilchen befinden; so hat das Theilchen um i schon $^1/_8$ der Bahn zurückgelegt, während das Theilchen um b in M dazu die Anregung erfährt: dieses Theilchen befindet sich also in O. Deßgleichen hat das Theilchen um h schon $^2/_8$ der Bahn durchlaufen, wenn die Bewegung beginnt; dieses Theilchen befindet sich demnach in P. Das Theilchen um g ist in Q; das um f kreisende in R; das um e in S; das um d in T; das um c schwingende in U. Ein durch die Punkte KUTSRQPOM geführter Zug deutet die Wellenlinie an, welche sich zeigen würde, wenn das Wasser plötzlich erstarrte und die Oberfläche von einer Verticalebene durchschnitten wäre. — Zur Versinnlichung der Wellenbewegung kann man sich folgenden Apparats bedienen. Die Vorder- und Rückseite eines etwa einen Meter langen Kastens enthält in gleichen Abständen zwölf Löcher, in welchen eben so viele Kurbeln sich drehen lassen. Ein hölzernes Verbindungsstück umschließt die einzelnen Kurbeln so, daß, wenn die mittelste von ihnen gedreht wird, alle übrigen die nämliche Bewegung machen. An dem vorderen Ende der Achsen dieser Kurbeln sind kurze Drähte senkrecht befestigt, an deren jedem eine weiße Glasperle gekittet ist. Die Drähte sind so gestellt, daß, wenn der erste Draht z. B. eine verticale

Fig. 54.



Stellung hat, jeder folgende mit demselben einen andern Winkel macht. Werden hierauf die Kurbeln in Drehung versetzt, so beschreibt jede Perle einen Kreis, die in ihrer Gesammtheit eine Welle darstellen. Zur Erläuterung des Gesagten dient Fig. 54.

Auch über die Schnelligkeit, mit der die Flüssigkeitstheilchen ihre Bahnen durchlaufen, sowie über die Geschwindigkeit, mit welcher die Wellen fortschreiten, haben die Gebrüder Weber zahlreiche Versuche angestellt und sind dabei zu folgenden Resultaten gelangt: Die in der Nähe der Oberfläche liegenden Flüssigkeitstheilchen durchlaufen ihre Bahnen nicht so schnell, als die senkrecht unter ihnen von der Oberfläche weiter abstehenden Theilchen; woraus hervorzugehen scheint, daß die Wellenlängen in der Tiefe kleiner sind, als die an der Oberfläche. — Wenn ein Flüssigkeitstheilchen durch irgend eine Kraft in Schwingung versetzt worden ist, so vollbringt es nicht bloß diese erste Schwingung, die durch jene Kraft unmittelbar erregt wird, sondern es macht wiederholte Schwingungen, die immer kleiner sind und in kürzerer Zeit durchlaufen werden, als die erste Schwingung; es hat diese wiederholte Bewegung Aehnlichkeit mit den Schwingungen eines Kreispendels, die immer kleiner ausfallen und in kürzerer Zeit vollbracht werden. — Die Geschwindigkeit, mit welcher sich ein jedes Flüssigkeitstheilchen in seiner Bahn bewegt, hängt unter sonst gleichen Umständen von der Größe der wellenerregenden Kraft ab; woher es denn kommt, daß, je weiter die Welle fortschreitet, desto kleiner die Bahnen werden, in denen die Theilchen sich bewegen, und sie desto mehr Zeit brauchen, um ihre Bahnen zu durchlaufen. — Die Nähe des Bodens vermindert die Geschwindigkeit, mit welcher die Flüssigkeitstheilchen sich bewegen; ein derartiger störender Einfluß des Bodens gibt sich dadurch schon zu erkennen, daß die kreisförmigen Bahnen der Flüssigkeitstheilchen desto mehr denen einer geraden Linie ähnlich werden, je näher die bewegten Theilchen dem Boden des Gefäßes sind.

Die Geschwindigkeit, mit welcher die Wellen fortschreiten, vermehrt sich mit der Tiefe der Flüssigkeit, welche in der Rinne enthalten ist. — Das specifische Gewicht der Flüssigkeiten scheint keinen Einfluß auf die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Welle auszuüben, vorausgesetzt, daß die Flüssigkeit hinlänglich tief ist: denn bei geringer Tiefe zeigen sich allerdings in verschiedenen Flüssigkeiten verschiedene Geschwindigkeiten, was vorzugsweise dem Einfluß des Bodens auf die Flüssigkeit zuzuschreiben ist. — Die Geschwindigkeit einer Welle ist unter übrigens gleichen Umständen desto größer, je größer die wellenerregende Kraft ist; doch bringt die Nähe des Bodens, die Adhäsion der Flüssigkeit, der

Widerstand der Luft kleinere Abänderungen hervor. Das über die Geschwindigkeit der Wellen Gesagte steht mit dem über die Geschwindigkeit der einzelnen Flüssigkeitstheilchen mitgetheilte im vollkommensten Einklang, wie es auch sein muß, da eine Welle um ihre Länge in der nämlichen Zeit fortrückt, in welcher das in derselben Welle befindliche Theilchen seine Schwingungsbahn durchläuft.

Was die im freien Wasser durch den Wind erregten Wellen anlangt, so scheinen sie aus einer doppelten auf das Wasser ausgeübten Wirkung der Luftstöße hervorzugehen, indem sie es theils niederdrücken, theils in der Richtung fortschieben, in welcher sie sich selbst bewegen. Durch die erste Einwirkung werden kreisförmige Wellen veranlaßt, die sich während ihres Fortschreitens in immer größere Kreise ausbreiten und durch die andauernde Wirkung des Windes dergestalt modificirt werden, daß die Wellenstücke, welche mit dem Winde gehen, an Größe zunehmen, dagegen die Wellentheile, welche ihm entgegen kommen, an Größe abnehmen. Da die Windstöße ziemlich unregelmäßig wiederkehren, bald stärker, bald schwächer sind; so sollte man erwarten, daß auch die Wasserwellen weniger regelmäßig aufeinander folgen würden, als es in der Wirklichkeit der Fall ist. Diese Regelmäßigkeit in der Aufeinanderfolge der Wasserwellen wird dadurch veranlaßt, daß durch eine Anregung jederzeit mehrere Wellen nacheinander gebildet werden. In den größeren Zwischenräumen zwischen zwei Windstößen erzeugt also das Wasser von selbst neue Wellen, die mit den übrigen durch gegenseitige Rückwirkung aufeinander mehr und mehr an Größe gleich werden, je weiter sie mit einander fortschreiten, und so jene Regelmäßigkeit des Wellenschlages hervorbringen, wie wir sie auf dem Meere wahrnehmen. Nicht bloß der stoßweise heftig wirkende Wind, sondern auch der sanfte anhaltende erzeugt Wellenbewegung, die sich aber in unbedeutenden Schwingungen äußert, die unter dem Namen gekräuselter Wellen bekannt sind. Diese kleinere Wellen schreiten langsamer fort, als die größeren Wellen. Bei dem Zusammenwirken beider Wellenarten entsteht dann die Täuschung, als ob die Kräuselwellen ruhten und die großen Wellen unter der ruhenden Oberfläche wie eine Walze unter einem ausgebreiteten Tuch fortrollten.

Die horizontale Ausdehnung der Wasserfläche und die Tiefe der Flüssigkeit sind Bedingungen zur Entstehung großer Wellen. Die horizontale Ausdehnung trägt insofern zur Vergrößerung der Wellen bei, als die Wellen nur dadurch, daß sie weit fortschreiten und dabei immer vom Winde verstärkt werden, eine beträchtliche Größe erreichen. Deßhalb veranlassen heftige Winde auf Teichen Wellen verhältnißmäßig

von nur geringer Höhe. Es gehört eine gewisse Tiefe dazu, wenn sich eine Welle von bedeutender Größe bilden soll. Nur im Ocean können die Wellen jene colossale Größe erreichen, auf deren Mitte das größte Schiff nur als eine kleine gebrechliche Maschine erscheint. Als größte Höhe der Wellen auf großen und tiefen Gewässern werden 20 Meter bezeichnet. — Wie weit in die Tiefe des Meeres sich die bewegende Kraft des Windes erstrecke, darüber kann zum Theil die Trübung des Meeres in der Tiefe durch Aufrührung des am Boden befindlichen Schlamms, welche man beim Tauchen mit der Taucherglocke findet, zum Theil die Erhebung der Wellen an der Oberfläche des Meeres an Stellen, wo in der Tiefe Felsen emporragen, einigen Aufschluß verschaffen. So haben erfahrene Seemänner bei heftigen und anhaltenden Stürmen in einer Tiefe von 40 Meter das Wasser trübe und unruhig gefunden, und eine Aenderung in der Größe und Gestalt der Wellen wahrgenommen, wenn dieselben an Felsen anlangten, die noch 15 Meter unter der Oberfläche des Meeres lagen.

Die Kraft der Meereswellen ist so bedeutend, daß nach Bremontiers Versuchen ein Stein, der über 600 Kilogrammes wog, durch eine $^3/_4$ Meter hohe Meereswelle von einem Damme herabgewälzt wurde. Die Geschwindigkeit der Wellen des Meeres hängt sehr von ihrer Größe ab, indem sie desto langsamer fortschreiten, je kleiner sie sind. Auch nimmt die Geschwindigkeit der Wellen bei sonst gleichen Umständen verhältnißmäßig zur Tiefe des Wassers zu. Nach den Beobachtungen erfahrener Seeleute zu schließen, kann die Geschwindigkeit, welche die Meereswellen bei mäßigem Winde erreichen, auf etwa 10 Meter in einer Secunde angenommen werden.

Die schon den Alten bekannte Erscheinung, daß die Wogen zuweilen eher als der Wind ankommen, findet in dem Vorgange der Wellenbewegung ihre Erklärung. Der Wind ist nämlich keine Undulation der Luft, sondern eine Luftströmung, bei welcher die Theilchen der Luft ihren Ort verändern, wie die Theilchen des strömenden Wassers. Bei einer derartigen Strömung erfahren die Lufttheilchen einen Widerstand von der vor ihnen befindlichen Luft und werden so in ihrer Bewegung gehemmt, während die Wellenbewegung, die auf dem Wasser erregt ist, sich regelmäßig fortpflanzt, unabhängig von der Ursache, die sie hervorgerufen hat. So kann es denn kommen, daß sich die Wirkung der ersten Luftstöße aufs Wasser sich zu einem entfernten Orte fortpflanzt, ohne daß die Luftströmung selbst bis dahin fortschreitet.

Mit einigen Worten wollen wir einer andern den Alten ebenfalls bekannten Erfahrung Erwähnung thun, nämlich der eigenthümlichen

Wirkung des Oels, die von dem Winde erregten Wellen zu besänftigen. Diese Eigenschaft des Oels ist durch die Beobachtung vieler Seereisenden, namentlich aber zuerst durch Franklins Versuche bewährt worden. Er goß auf einem großen Teiche, als derselbe vom Winde ziemlich beunruhigt wurde, auf der Seite, von welcher der Wind kam und die Wellen sich zu bilden begannen, nicht mehr als einen Theelöffel voll Oel in das Wasser, das in beträchtlichem Umfange bei Ausbreitung des Oels sichtbar ruhig wurde. Franklin wiederholte zu verschiedenmal diesen Versuch, der jederzeit gelang. Das Oel breitet sich, wie er sagt, auf dem Wasser augenblicklich nach allen Richtungen aus und wird dabei so dünn, daß es auf einer großen Fläche prismatische Farben hervorbringt und über die Grenze dieser Farben hinaus ganz unsichtbar ist und nur noch durch die Wirkung der Wellenbesänftigung erkannt wird.

Die Gebrüder Weber haben über die Wellenstillung durch Oele zahlreiche Versuche angestellt, welche in ihrem klassischen Werke „Wellenlehre auf Experimente gegründet" uns mitgetheilt sind. Aus ihren Untersuchungen geht unzweifelhaft hervor, daß alle Oele, sowohl die fetten als ätherischen, sich mit großer Schnelligkeit auf der Oberfläche des Wassers zu einem dünnen Häutchen ausbreiten. Die Gebrüder Weber erklären sich mit Franklin die wellenbesänftigende Kraft des Oels wie folgt. Denkt man sich die Wirkung des unter einem spitzen Winkel auf das Wasser streichenden Windes in eine verticale und eine horizontale Seitenkraft zerlegt, so wird der bewegende Einfluß der letztern sich nur dahin erstrecken, die Oeldecke weiter zu schieben und dabei das Wasser nicht beunruhigen, weil der Oelüberzug an der Wasserfläche gar nicht haftet. Es bleibt daher nur der vertical wirkende Antheil des Windstoßes übrig, welcher nicht wohl geeignet ist, Wellen zu erregen, insofern er das Emporsteigen der Wellenberge eben so sehr hemmt, als er das Niedersinken der Wellenthäler befördert.

2. Durchkreuzung und Reflection der Wellen.

Wenn zwei Wellen sich durchkreuzen oder interferiren, so treten an der Interferenzstelle eigenthümliche Modificationen ein; nach der Durchkreuzung setzen aber die Wellen ihren Weg ungestört fort, gleichsam als wären sie ungehindert durcheinander gegangen. Man nimmt diese Erscheinung wahr, wenn man zwei Steine in einiger Entfernung von einander in ruhiges Wasser fallen läßt. Die zwei Systeme von Cirkelwellen, welche von den beiden Erregungsstellen ausgehen, durchkreuzen einander ohne sich zu hindern, und jedes Wellensystem erweitert sich wie es der Fall sein würde, wenn es allein vorhanden wäre. Es

ist dies ein Mittel, uns den Vorgang bei Schallwellen zu veranschaulichen, die zugleich stattfinden, ohne sich abzuändern. Die bei dem Zusammentreffen der Wellen vorkommenden Erscheinungen lassen sich mit Hülfe der Wellenrinne gut untersuchen, indem man an beiden Enden der Rinne gleichzeitig zwei Wellen erregt, die sich dann gegen die Mitte der Rinne begegnen, wobei man durch die durchsichtigen Glaswände derselben die Vorgänge bei dem Durchkreuzen der Wellen wahrnehmen kann. Die auf diesem Wege gewonnenen Resultate sind folgende:

1) Zwei sich durchkreuzende Wellenberge geben im Augenblick ihres Zusammentreffens einen Berg, dessen Höhe der Summe der Höhen der einzelnen Berge fast gleichkommt. Treffen zwei Wellenthäler zusammen, so entsteht ein fast in demselben Verhältnisse tieferes Thal.

2) Der größere Berg theilt sich sofort in zwei Wellenberge, die nach den beiden Enden der Wellenrinne fortschreiten. Dasselbe gilt von dem tieferen Thal, dessen zwei einzelnen Thäler vom Punkte der Durchkreuzung nach den Enden der Rinne sich bewegen. Die Flüssigkeitstheilchen gehen bei ihrer Begegnung nicht selbst durch einander durch, sondern nur ein Durcheinandergehen der Wellenformen findet statt.

3) Durchkreuzen Wellenberg und Wellenthal von gleicher Größe einander, so bildet sich eine Aufhebung der einen Wellenerscheinung durch die andere in der Weise, daß die Oberfläche der Wellen im Niveau des ruhenden Wassers bleibt. Unmittelbar nach dem Zusammenstoßen setzen aber Wellenberg und Wellenthal ihren Weg ungestört fort, als wenn der eine durch das andere hindurchgegangen wäre.

4) Im Kreuzungspunkte zweier Wellen durchlaufen die Flüssigkeitstheilchen ihre gewöhnlichen kreisförmigen oder elliptischen Bahnen nicht mehr. Die Bahnen werden nämlich in der Art modificirt, daß die horizontale Bewegung gegenseitig beschränkt, die verticale Bewegung dagegen verstärkt wird, dergestalt, daß, wo zwei Wellenberge von gleicher Größe zusammengetroffen sind, die horizontale Bewegung völlig aufgehoben wurde und eine sichtbar viel größere senkrechte Bewegung übrig blieb.

Eine recht hübsche Erscheinung bringt die Interferenz der Wellen hervor, wenn man auf eine ausgedehnte Quecksilberoberfläche durch einen Trichter, der zwei gleiche in gewisser Entfernung von dem Niveau gleichweit abstehende Ausströmungsöffnungen hat, Quecksilber herabfallen läßt. Es werden Wellen erregt, welche sich an einigen Stellen beim Durchkreuzen aufheben, an anderen verstärken. Sowohl die Stellen, wo das eine, als diejenigen, wo das andere sich ereignet, liegen in hyperbolischen gekrümmten Linien, die man leicht erkennt, wenn man in schiefer Richtung auf die Quecksilberoberfläche sieht. Daß jene Curven Hyperbeln sind, läßt sich durch folgende einfache Betrachtung

zeigen. Es seien A, A' die beiden Punkte, von denen fortwährend Wellen gleichzeitig ausgehen, die gleiche Höhe a haben. Für eine Stelle M, welche vom Punkte A die Entfernung x und vom Punkte A' die Entfernung x' hat, wird

$$y + y' = a \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) + a \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x'}{\lambda}\right)$$

oder

$$y + y' = 2a \sin \pi \left(\frac{2t}{T} - \frac{x + x'}{\lambda}\right) \cos \pi \left(\frac{x - x'}{\lambda}\right),$$

der Ausdruck für die vereinigte Wellenwirkung sein, wo das positive y als eine verticale Erhebung des Flüssigkeitstheilchen über dem Niveau und das negative y als eine Senkung unter denselben anzusehen ist. Der Factor $\cos \left(\frac{x - x'}{\lambda}\right)\pi$ wird Null, wenn

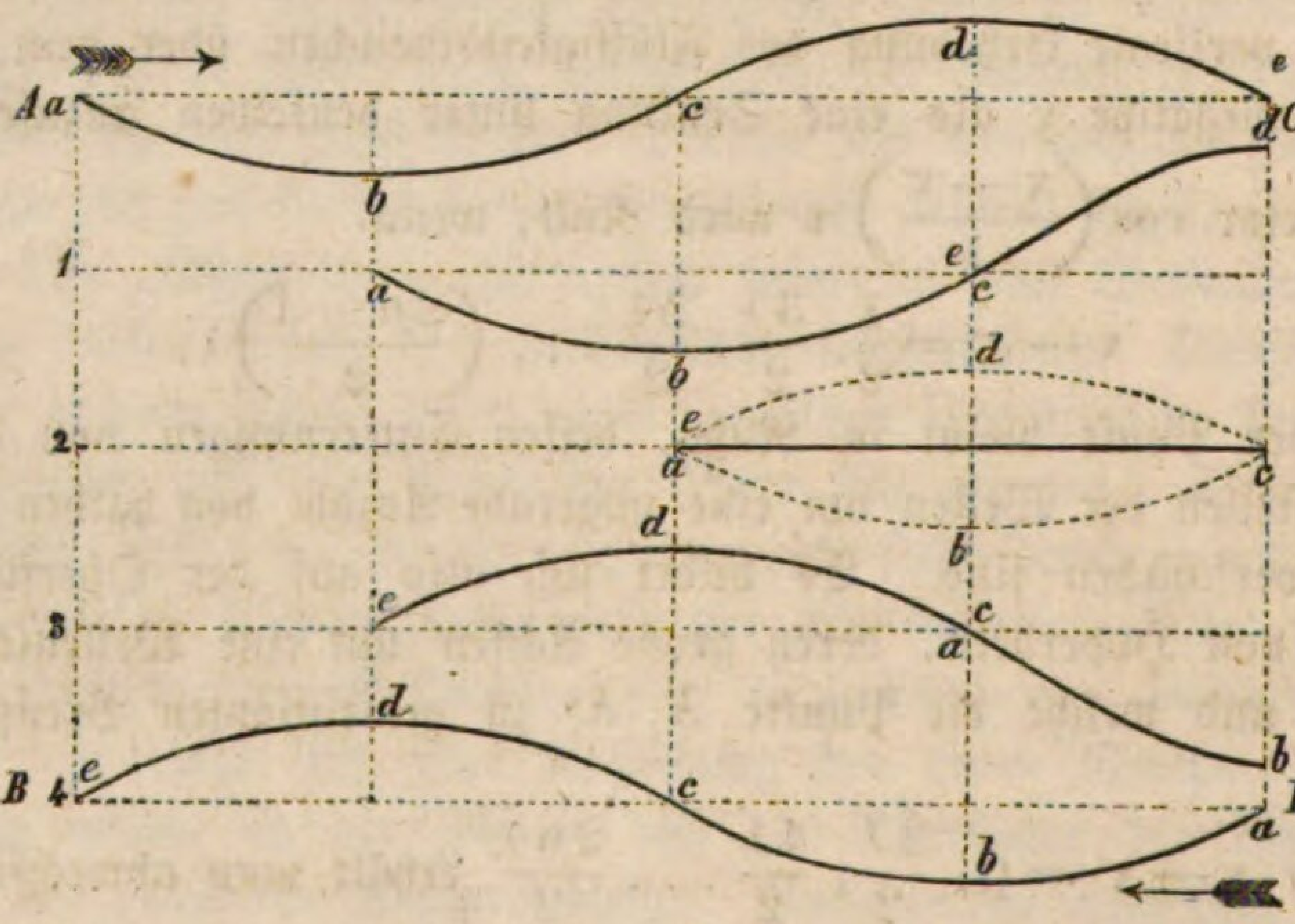
$$x - x' = \frac{\lambda}{2}, \frac{3\lambda}{2}, \frac{5\lambda}{2} \ldots \left(\frac{2n - 1}{2}\right)\lambda,$$

d. h. jeder Punkt bleibt in Ruhe, dessen Entfernungen von den Erregungsstellen der Wellen um eine ungerade Anzahl von halben Wellenlängen verschieden sind. Es bildet sich also auf der Oberfläche ein System von Hyperbeln, deren große Achsen um eine Wellenlänge zunehmen und welche die Punkte A, A' zu gemeinsamen Brennpunkten haben.

Für $x - x' = 0, \frac{2\lambda}{2}, \frac{4\lambda}{2} \ldots \frac{2n\lambda}{2}$ erhält man abwechselnd für $y + y'$ bald $2a$ bald $-2a$, wenn t um $\frac{T}{2}$ wächst, d. h. nach Verlauf einer halben Wellendauer befindet sich an dem Orte zwischen zwei Stellen, wo die Oberfläche der Wellen im Niveau der ruhenden Flüssigkeit bleibt, ein Thal, wo vorher ein Berg war und umgekehrt. Ist nämlich $x - x' = 0$, so ist der zweite Factor des Ausdrucks von $y + y' = +1$, und der erste geht in $\sin \pi \left(\frac{2t}{T} - \frac{2x}{\lambda}\right)$ über. Soll derselbe $+1$ sein, so muß $\frac{2t}{T} - \frac{2x}{\lambda} = 1/2$ sein; man hat dann $y + y' = 2a$ und die Stelle ist ein Wellenberg. Soll aber $\sin \pi \left(\frac{2t}{T} - \frac{2x}{\lambda}\right) = -1$ sein, so muß $\frac{2t}{T} - \frac{2x}{\lambda} = 3/2$ betragen; es ist dann $y + y' = -2a$, die Stelle folglich ein Wellenthal. Nennen wir diese Zeit t', so ist $\frac{2t'}{T} - \frac{2x}{\lambda} = 3/2$ und $\frac{2t}{T} - \frac{2x}{\lambda} = 1/2$, aus welchen beiden Relationen sich ergibt $t' - t = \frac{T}{2}$, d. h. der Zeitunterschied zwischen der Umwandelung eines Berges in ein Thal ist der halben Undulationsdauer gleich. Auf das nämliche Resultat werden wir geführt, wenn $x - x' = \frac{2\lambda}{2}, \frac{4\lambda}{2}$ u. s. w. ist.

Der einfachste Fall der Zurückwerfung der Wellen ist der, welcher in der Wellenrinne vorkommt, wenn man an einem Ende der Rinne eine Welle von bestimmter Größe erregt. Diese Welle wird, wenn sie an dem andern Ende der Rinne anlangt, zurückgeworfen, so daß sie in der entgegengesetzten Richtung nach dem Ende der Rinne zurückkehrt, von welchem sie ausgegangen war. Wie die Zurückwerfung der Welle vor sich geht, wird folgende Betrachtung zeigen. Es sei a b c d e eine

Fig. 55.



in der Richtung des Pfeils gehende Welle mit vorausgehendem Wellenberge c d e und nachfolgendem Wellenthale, welche an die Wand C D anstößt. Nr. 1 bis Nr. 4 machen die Aenderungen der Gestalt anschaulich, welche die Welle bei der Reflexion in vier Zeitabschnitten erfährt, deren jeder ein Viertel der Schwingungsdauer eines Theilchens in der Welle beträgt. Nach Verlauf des ersten Zeitabschnittes ist c d an die Stelle von d e gekommen und das Wellenstück d e in einen nach A zurückkehrenden Wellenberg übergegangen. Die vordere und hintere Hälfte des Wellenbergs fallen dadurch zusammen, so daß er noch einmal so hoch, aber nur halb so breit geworden, wie Nr. 1 zeigt; das Wellenthal ist um seine halbe Breite weiter geschritten, ohne seine Gestalt zu ändern. Nach Verlauf des zweiten Zeitabschnittes ist der Wellenberg wieder um seine halbe Breite in der umgekehrten Richtung fortgegangen, wodurch er eine geringere Höhe und größere Breite erhält; zugleich ist aber auch das Wellenthal vorgeschritten, so daß Wellenberg a d c und Wellenthal a b c, wie Nr. 2 zeigt, sich gegenseitig aufheben und für einen Augenblick die Oberfläche der Flüssigkeit ganz eben wird. Nach Verlauf des dritten Zeitraumes ist a b an die Stelle von b c getreten, wohin auch das zurückkehrende Wellenstück b c fällt, so daß

dadurch das Wellenthal doppelt so tief und nur halb so breit wird, wie es in Nr. 3 zu ersehen ist. Nach Verlauf des vierten Zeittheilchens hat die Welle die Lage a b c d e bekommen, wie wir sie in Nr. 4 sehen. Die gegebene Darstellung wird auf das Vollkommenste durch die Versuche bestätigt; denn man bemerkt, daß ein Wellenberg während seines Anprallens fast noch einmal so hoch wird, als er vor dem Anprallen war, und daß ähnliches von der Tiefe des Wellenthals gilt, wenn es an der zurückwerfenden Ebene anprallt.

Die Erscheinungen bei der Zurückwerfung der Wellen sind also ganz ähnlicher Art, wie die bei der Durchkreuzung der Wellen; directe und reflectirte Wellen gehen durcheinander durch, wobei die Erscheinung der Interferenz entsteht. Analog verhält es sich mit der Abänderung der Gestalt der Bahnen, in denen die einzelnen Flüssigkeitstheilchen bei der Reflection der Wellen sich bewegen. Es besteht nämlich gedachte Aenderung wesentlich darin, daß die horizontale Bewegung der Theilchen in der Nähe der zurückwerfenden Fläche mehr und mehr aufgehoben, die verticale Bewegung dagegen mehr und mehr verstärkt wird. Die Theilchen bewegen sich daher in der Nähe der zurückwerfenden Fläche fast in einer geraden Linie. Je weiter man von dieser Fläche sich entfernt, desto schiefer werden die Bahnen, so daß ihr oberer Theil gegen die zurückwerfende Fläche hingeneigt, ihr unterer Theil davon abgeneigt ist. Ob die Welle, welche zurückgeworfen wird, eine Welle mit vorausgehendem Berge oder Thale ist, bringt keine weitere Aenderung in der Bewegung der Theilchen mit sich als die, daß wenn die abprallende Welle den Berg als vorausgehenden Theil hat, diese Theilchen zuerst senkrecht in die Höhe steigen und hierauf in derselben Richtung wieder sinken, daß sie dagegen, wenn die abprallende Welle das Thal als vorausgehenden Theil hat, zuerst senkrecht abwärts und dann wieder aufwärts in derselben Linie sich bewegen.

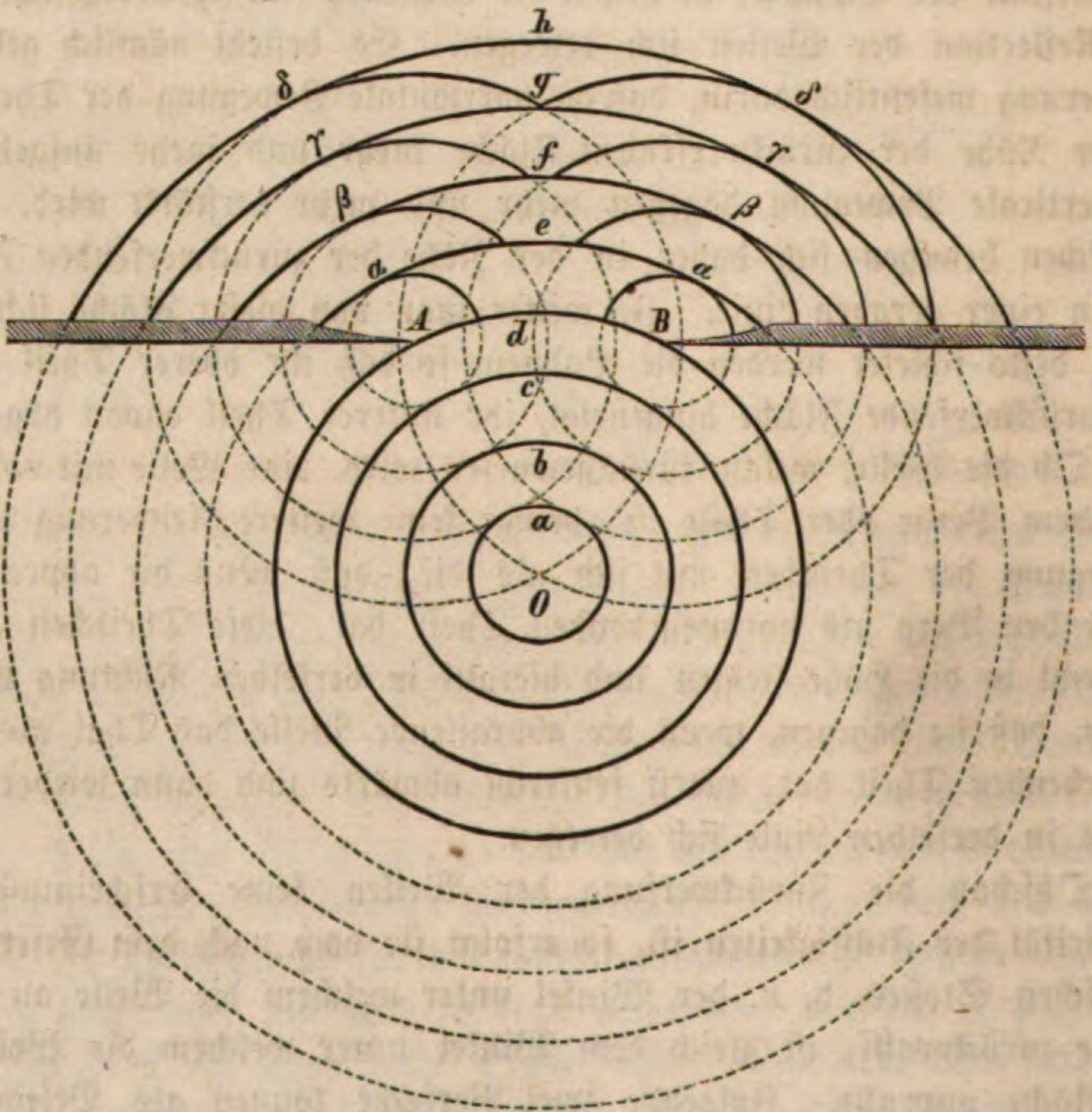
Obschon die Zurückwerfung der Wellen keine Erscheinung der Elasticität der Flüssigkeiten ist, so erfolgt sie doch nach dem Gesetze des elastischen Stoßes, d. h. der Winkel unter welchem die Welle an einer Fläche zurückprallt, ist gleich dem Winkel unter welchem die Welle an die Fläche anprallt. Folgende zwei Versuche können als Belege für die Richtigkeit der Aussage gelten. Erregt man in einem runden mit Flüssigkeit gefüllten Gefäße eine kreisförmige Welle, indem man einen Tropfen in den Mittelpunkt des Gefäßes fallen läßt; so sieht man, wenn die Welle am Umfange des Gefäßes anlangt, dieselbe als eine kreisförmige Welle wieder zurückprallen.

Erregt man in einem genau elliptischen, mit Quecksilber angefüllten Gefäße eine kreisförmige Welle, indem man einen Tropfen Queck-

silber in den einen Brennpunkt der elliptischen Fläche fallen läßt; so vereinigen sich die reflectirten Wellen in dem andern Brennpunkte, bilden dort einen Flüssigkeitskegel, von dem eine neue kreisförmige Welle ausgeht, die wieder von dem elliptischen Gefäße zurückgeworfen wird und in dem ersten Brennpunkte einen Flüssigkeitskegel erzeugt. Auf diese Weise kann die Welle in dem elliptischen Gefäße denselben Weg mehreremal zurücklegen.

Wenn eine Wasserwelle an eine mit einer Oeffnung versehenen Wand anstößt, so erleidet sie eine eigenthümliche Modification, welche **Beugung** oder **Inflexion** genannt wird. Es sei A B eine Oeffnung

Fig. 56.



in einer Wand, O der Mittelpunkt einer kreisförmigen Wasserwelle. Diese Welle wird sich bei ihrem Fortrücken allmählig vergrößern, nach und nach die Gestalten a, b, c . . . annehmen. In dem Moment, wo die erweiterte Welle d an den Rändern A und B der Wand anlangt, wird das Wellenstück A d B ungehindert durch den zwischen A und B befindlichen Zwischenraum durchgehen und bei allmähligem Fort-

rücken verhältnißmäßig sich vergrößern. Zugleich werden aber an den Rändern A und B durch Reflexion kreisförmige Wellen α entstehen, deren Mittelpunkte A und B sind; indem diese Kreise sich erweitern und die Gestalten β und γ erhalten, werden sie mit den entsprechenden erweiterten Wellenstücken f und g in ununterbrochener Verbindung bleiben. Die durch Beugung entstandenen kreisförmigen Wellen bringen bei ihrer Erweiterung mit den ursprünglichen Wellenstücken besondere Interferenzerscheinungen zu Tage. — Man kann die hier erwähnten Erscheinungen deutlich sehen, wenn man ein mit einer Oeffnung versehenes Brett in Quecksilber taucht und in dasselbe regelmäßig Quecksilbertropfen fallen läßt. Es kommen dann alle jene Wellenformen zu gleicher Zeit zum Vorschein, in welche sich die Hauptwelle und die zwei durch Reflexion entstandenen Nebenwellen während ihres Laufs successiv umwandeln. Die vorwärts schreitende Hauptwelle und die beiden sich erweiternden Nebenwellen durchschneiden einander und setzen so Linien zusammen, die dem Auge als Hyperbeln erscheinen.

Zu der Klasse der Beugungsphänomene gehören auch die Wirbel, die man öfters im ruhenden wie im fließenden Wasser entstehen sieht. Es sind Wellen, die in einem Punkte spiralförmig zusammenlaufen, von welchem zugleich neue Wellen hervorgehen, die sich mehr und mehr ausbreiten. Man erzeugt dergleichen Wirbel im ruhenden Wasser, wenn man darin einen festen Körper taucht und ihn, nachdem die Flüssigkeit wieder ruhiger geworden ist, durch dieselbe rasch bewegt. Diese Bewegungen halten längere Zeit an, wenn man auch den festen Körper aus dem Wasser herausgenommen hat. Im fließenden Wasser entstehen jene Wirbel, wenn es an einen in demselben feststehenden Körper anprallt; daher kommen die größeren Wirbel auf beiden Seiten an Brückenpfeilern, um welche das Wasser herumfließt, deßgleichen die kleineren Wirbel, die man in Flüssen mit dem Wasser fortströmen sieht.

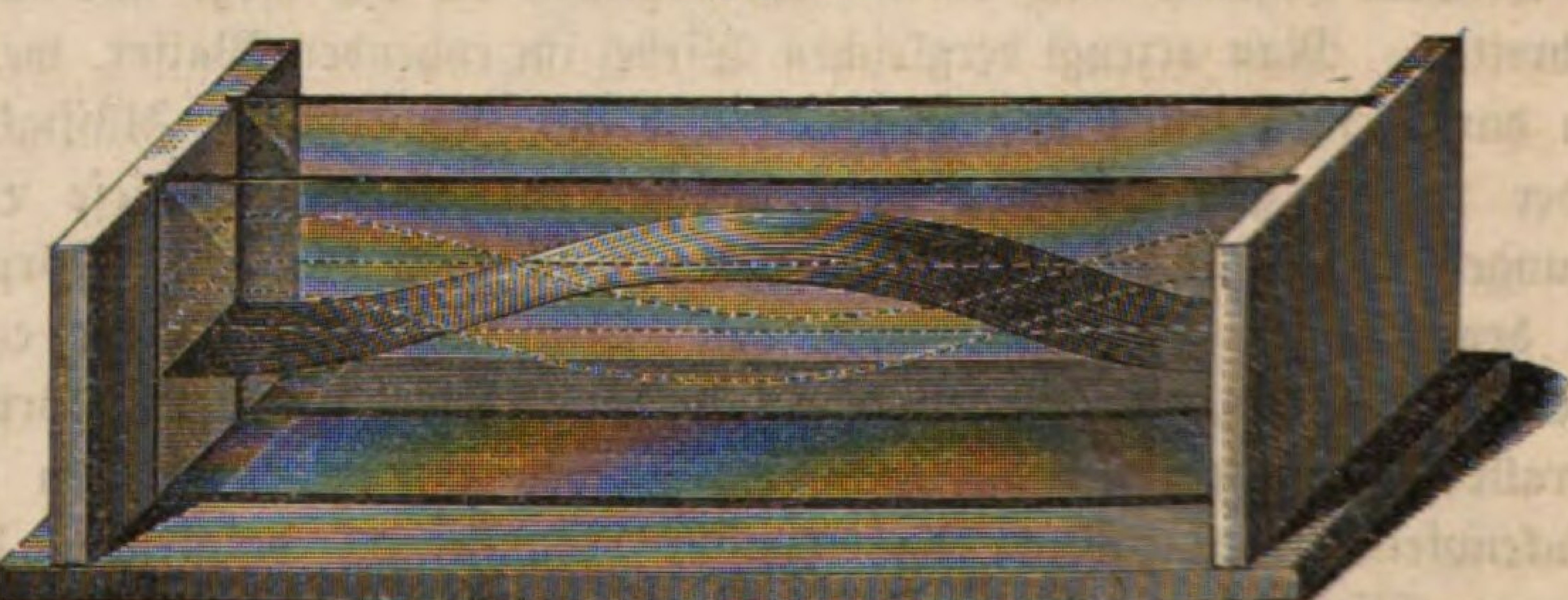
3. Stehende Schwingung tropfbarer Flüssigkeiten.

Wie die festen Körper einer doppelten Schwingung, nämlich einer fortschreitenden und stehenden Schwingung fähig sind, so können auch die tropfbaren Flüssigkeiten dieser doppelten Schwingungsart theilhaftig werden. Die gewöhnlichen Wellen in den tropfbaren Körpern sind das Resultat einer fortschreitenden Schwingung durch die Kraft der Schwere unterhalten. Eine derartige fortschreitende Oscillation verwandelt sich in eine stehende Oscillation, wenn eine constante regelmäßige Durchkreuzung nach entgegengesetzter Richtung gehender gleich großer Wellen stattfindet, so daß gewisse Punkte in Ruhe bleiben und die Flüssigkeit

sich in Parthien abtheilt, deren je zwei an einander grenzende gleiche und entgegengesetzte Schwingungen vollbringen. Während also die gewöhnlichen Wellen successiv von einem Orte zum andern in horizontaler Richtung fortrücken, findet bei der stehenden Schwingung kein wahrnehmbares Fortschreiten der Wellen statt, sondern an demselben Orte verwandeln sich die Berge durch verticales Sinken abwechselnd in Thäler, die Thäler durch verticales Steigen in Berge.

Eine solche stehende Schwingung wird hervorgerufen, wenn man in die Wellenrinne an einem Ende ein Brettchen mit dem untern Rande senkrecht auf den Boden aufsetzt, und dann das obere Ende des Brettchens in der Richtung der Länge des Gefäßes taktmäßig hin und her bewegt. Es werden dadurch Wellen veranlaßt, welche man nach Belieben verkleinern und vergrößern kann. Erregt man z. B. auf diese Art Wellen, die aus einem Wellenberge und einem Wellenthale bestehen, deren Breite genau mit der halben Länge der Rinne zusammentrifft, dann in der nämlichen Zeit eine zweite gleich große Welle u. s. w.; so entsteht durch die Durchkreuzung der dergestalt erregten Wellen die stehende Oscillation, wie sie in Fig. 57 abgebildet ist, indem das in

Fig. 57.



der Rinne befindliche bald in die Lage, wie sie die schwarz ausgezogene Linie, bald in die Lage kommt, wie sie die punktirte Linie angibt. — Ebenso entsteht die stehende Oscillation, wie sie in der Fig. 58 abge-

Fig. 58.

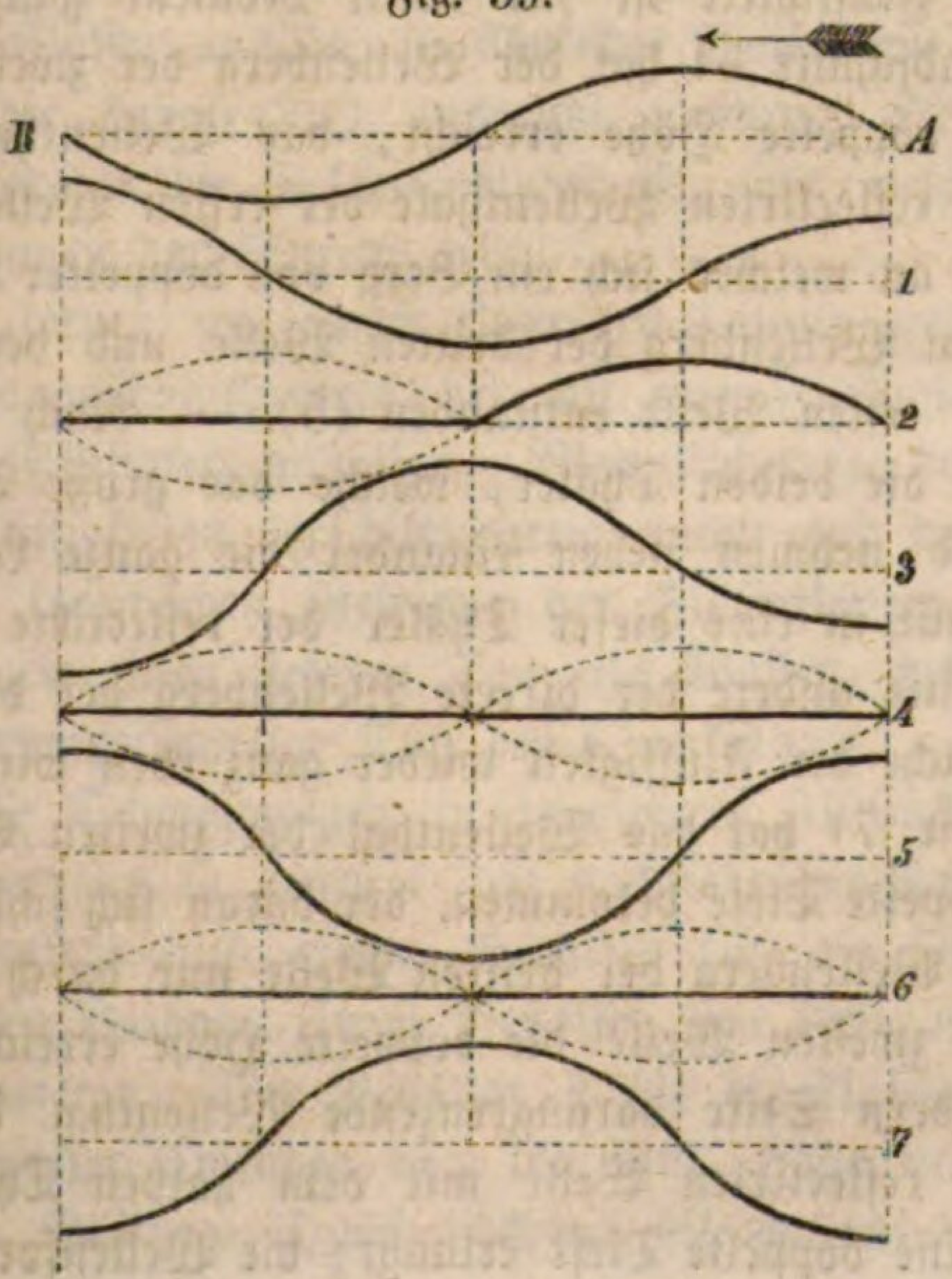


bildet ist, wenn Wellen erregt werden, bei denen die Breite der Wellenthäler und Wellenberge dem vierten Theil der Länge des Gefäßes gleichkommt.

Eine andere Methode, stehende Schwingungen in tropfbaren Flüssigkeiten zu veranlassen, besteht darin, daß man in die Mitte eines mit Flüssigkeit gefüllten, regelmäßig gestalteten Gefäßes taktmäßig einen Körper senkrecht eintaucht und wieder herauszieht. Von diesem Orte gehen dann kreisförmige Wellen aus, die von den Wänden des Gefäßes reflectirt werden, den directen neuen Wellen begegnen und mit ihnen eine stehende Oscillation erzeugen. — Welche Methode man übrigens auch anwenden mag, die stehende Schwingung zu vermitteln, so kommt es jederzeit darauf an, daß die Wellen gleich groß sind und in regelmäßigen Zeitabschnitten erregt werden. Daraus ergibt sich von selbst, daß die Breite der erzeugten Wellen oder die Schnelligkeit, mit welcher sie hervorgerufen werden, von Einfluß auf die Anzahl der entstehenden Knotenpunkte sein muß. Zugleich ist einleuchtend, daß diejenigen dieser Punkte, welche dem Rande des Gefäßes am nächsten liegen, genau nur halb so weit von gedachtem Rande entfernt sind, als solche zwei benachbarte, nach der Mitte des Gefäßes zu liegende, von einander abstehen.

Die Verwandlung der fortschreitenden Schwingung in die stehende ist nach dem, was über das Fortschreiten und über die Durchkreuzung

Fig. 59.



der Wellen gesagt worden, leicht begreiflich. Es sei AB die Oberfläche des ruhenden Wassers in der Rinne; es werde in A eine Welle erregt, die gegen B fortschreitet und eine Gesammtbreite hat, die der Länge der Rinne gleich kommt; es sei ferner t die Zeit, binnen welcher eine Welle den Weg macht, der dem vierten Theil ihrer Breite gleich ist. Nach Verlauf der Zeit t, von dem Augenblicke des Eintreffens des vordersten Punktes der Welle in B an gerechnet, hat daselbst der Wellenberg durch die Reflexion die doppelte Höhe erlangt; so daß nun dieser halbe Wellenberg, das ganze Wellenthal und von der zweiten neuen Welle wieder ein halber Wellenberg erscheint (1). — Nach dem Zeitabschnitte 2t fallen der reflectirte Wellenberg und das entgegengesetzt gehende Wellenthal zusammen und erzeugen für einen Augenblick eine vollkommene Ebene, von der zweiten Welle dagegen ist der ganze Wellenberg vorhanden (2). — Nach dem Zeitraume 3t hat das reflectirte Wellenthal doppelte Tiefe erlangt, der reflectirte Wellenberg der ersten Welle mit dem directen der zweiten einen Berg von doppelter Höhe gebildet, und an der Stelle A das halbe Wellenthal der zweiten Welle sich aufgetragen (3). — Nach Verlauf der Zeit 4t fallen der directe Wellenberg der zweiten Welle und das reflectirte Wellenthal der ersten Welle einerseits, und der reflectirte Wellenberg der ersten Welle und das directe Wellenthal der zweiten Welle anderseits zusammen; jedes Paar vernichtet sich für einen Augenblick durch Interferenz und die Oberfläche der Flüssigkeit ist für einen Moment ganz eben. (4). — Nach dem Zeitabschnitt 5t hat der Wellenberg der zweiten Welle durch Reflexion eine doppelte Höhe erreicht, das Wellenthal dieser Welle liefert mit dem reflectirten Wellenthale der ersten Welle ein Thal von doppelter Tiefe, an welches sich ein Berg von doppelter Höhe anschließt, durch den halben Wellenberg der dritten Welle und den halben reflectirten Berg der ersten Welle entstanden (5). — Nach dem Zeitraume 6t theilen sich die beiden Thäler, welche das große Thal bilden, in zwei Theile und nehmen neben einander die ganze Länge der Rinne ein; zugleich fällt in eins dieser Thäler der reflectirte Wellenberg der zweiten Welle, ins andere der directe Wellenberg der dritten Welle, so daß die Oberfläche der Flüssigkeit wieder ganz eben wird (6). — Nach Verlauf der Zeit 7t hat das Wellenthal der zweiten Welle durch Reflexion eine doppelte Tiefe bekommen, der daran sich schließende Wellenberg durch den Wellenberg der dritten Welle nur durch den reflectirten Wellenberg der zweiten Welle die doppelte Höhe erreicht, und endlich das auf der andern Seite darangrenzende Wellenthal durch das halbe Thal der ersten reflectirten Welle mit dem halben Thale der directen dritten Welle eine doppelte Tiefe erlangt; die Wellenform (7) hat also

eine der (5) entgegengesetzte Lage. Von nun an wiederholen sich ununterbrochen die drei Formen (5) (6) (7) dergestalt, daß immer ein Wellenberg mit einem Wellenthale wechselt. Jeder Berg ist bei dieser stehenden Schwingung eine Vereinigung von zwei nach entgegengesetzten Richtungen fortschreitenden Wellenbergen, so daß ein solcher Berg aus zwei Hälften besteht, die beide entweder im Steigen oder im Sinken begriffen sind. Ebenso verhält es sich mit den Thälern, deren vereinigte Hälften beide entweder fallen oder steigen.

4. Erregung und Verbreitung des Schalls in Flüssigkeiten.

Auch in tropfbaren Flüssigkeiten lassen sich Töne erzeugen, wie folgender Versuch zeigt. In einem weiten und tiefen Gefäß wird eine Syrene befestigt, diese mit einer vier Meter hohen, unten horizontal gebogenen, mit einem Hahn versehenen Röhre in Verbindung gesetzt, und hierauf in das Gefäß Wasser gegossen, bis die Syrene ganz damit bedeckt erscheint. Läßt man nun in die Röhre aus einem höher liegenden Reservoir Wasser eintreten und öffnet den Hahn, so versetzt das durch die Oeffnungen der Platte hervordringende Wasser die Syrene in eine drehende Bewegung. Man hört dabei einen bestimmten Ton, der offenbar davon herrührt, daß der Wasserstrom bald aus den Oeffnungen tritt, bald zurückgehalten wird und so rasch aufeinander folgende Stöße auf das Wasser ausübt, in ähnlicher Weise, wie sie durch einen Luftstrom auf die äußere Luft ausgeübt werden. Der Ton erscheint desto höher, je größer die Geschwindigkeit ist, mit welcher das Wasser aus den Oeffnungen der Syrene tritt.

Man kann ferner, wie zuerst Cagniard Latour gethan, eine Pfeife mittelst eines Kaoutschouckbeutels, der mit einer Flüssigkeit angefüllt ist, unter derselben Flüssigkeit anblasen. Man findet so, daß die Pfeife in verschiedenen Flüssigkeiten verschiedenartig ertönt und daß der Ton sich nicht nach dem specifischen Gewichte der Flüssigkeiten richtet. Denn Alcohol z. B. gibt einen tieferen Ton als Wasser, dessen Ton höher liegt, als der trompetenartige Ton des Quecksilbers.

Um tönende Schwingungen in tropfbaren Flüssigkeiten hervorzubringen, hat Wertheim in neuester Zeit nachstehenden Apparat gebraucht. Der Apparat besteht aus einem Behälter für die Flüssigkeit, einer Orgelpfeife, einer Pumpe, einem Behälter mit Luft und einem dazu gehörigen Manometer. Der Behälter A für die Flüssigkeit ist ein aus Zinkblech gearbeiteter Cylinder von 52 Cent. Höhe mit einem darauf sitzenden kleinen Bassin. Durch Löthung ist er auf der horizontalen

Fig. 60.

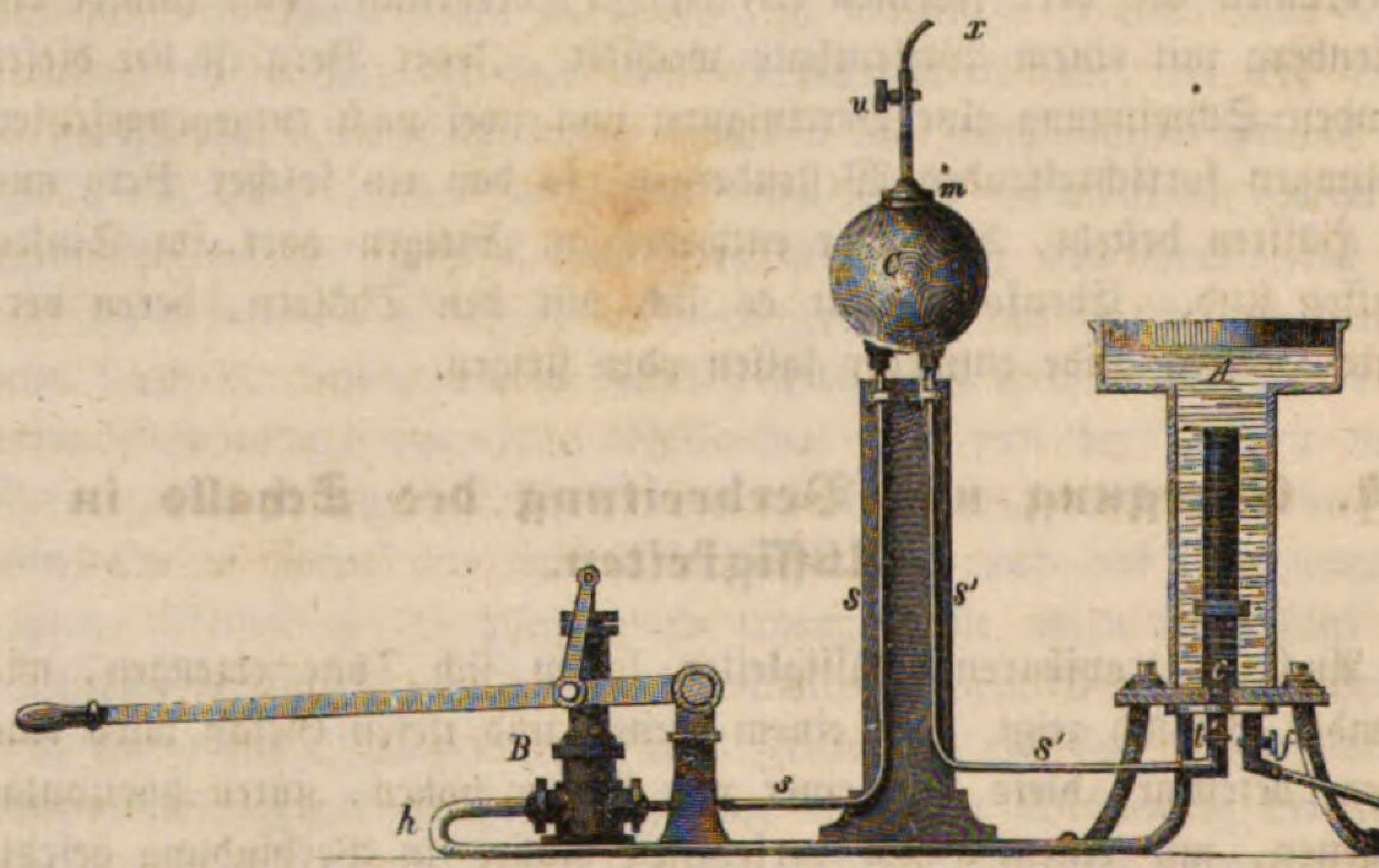




Fig. 60a.

messingenen Platte befestigt, welche die untere Oeffnung des Cylinders verschließt. Die Bodenplatte hat in der Mitte eine Oeffnung c, auf welche die Orgelpfeife geschraubt wird, die sowohl von der Flüssigkeit umgeben, als mit ihr gefüllt ist. — Die Fig. 60a stellt diese Pfeife dar, die aus drei Stücken zusammengesetzt ist. Das erste Stück besteht aus der Schraube c, dem Mundloch und dem ersten Drittel der Länge; es endigt mit dem Schraubengange h. Die beiden Lippen des Mundlochs bestehen aus zwei Platten d und e, die mit Hülfe der beiden Bänder ff in der Entfernung festgemacht werden, welche zur Erzeugung des Tones am geeignetsten ist. Die beiden andern Stücke dienen dazu, die Länge der schwingenden Säule zu verdoppeln oder zu verdreifachen. Der Deckel k, welcher sich auf jedes Stück schrauben läßt, verwandelt die offene Pfeife in eine gedeckte. — Die Pumpe B saugt durch die Röhre h Wasser aus dem Behälter A und treibt es durch das Steigrohr S in den Behälter C. Dieser kupferne Behälter von 20 Cent. im Durchmesser hat oben eine Oeffnung verschlossen durch eine Platte m mit einer Tubulatur zur Aufnahme der Verbindungsröhre x, die zu einem Manometer führt. Die aus dem Behälter C tretende Flüssigkeit wird durch die Röhre s' in das Mundstück getrieben. Die Hähne t und u dienen zur Herstellung oder Unterbrechung der Communication

zwischen dem Flüssigkeitsbehälter und Luftbehälter, zwischen diesem letztern und dem Manometer; mittelst des Hahnes f entleert man den Apparat. Durch gehörige Regulirung der Geschwindigkeit im Pumpen ist man im Stande, den Druck auf gleicher Höhe zu erhalten, denselben zu vergrößern oder zu verkleinern.

Die Resultate, zu denen Wertheim mit Hülfe dieses Apparats gelangt ist, sind folgende:

1) In tropfbaren Flüssigkeiten kann man von einer Pfeife, wenn man den Druck gehörig abändert, nicht bloß ihren Grundton, sondern auch eine große Anzahl ihrer harmonischen Töne erhalten.

2) Die Töne einer und derselben Wassersäule befolgen in offenen Pfeifen die Reihe der natürlichen Zahlen 1, 2, 3.

3) Die Druckkräfte, die man bei einer mit Flüssigkeit gefüllten Pfeife anwenden muß, damit sie ihre harmonischen Töne gebe, verhalten sich zu einander wie die Quadrate der Ordnungszahlen der entsprechenden Töne.

4) Die Schwingungszahlen von Wassersäulen verschiedener Länge verhalten sich nahe umgekehrt wie diese Längen.

Das Wasser ist die einzige tropfbare Flüssigkeit, bei welcher die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalls auf directem Wege bestimmt worden ist. Collabon und Sturm haben dies zuerst in dem Genfersee gethan, indem sie an dem einen Ende desselben einen Schall erzeugten und dann die Zeit zählten, welchen er gebrauchte, um sich im Wasser auf eine Entfernung von 4 franz. Meilen fortzupflanzen. Der Schall wurde vermittelst einer großen an einem Fahrzeuge aufgehangenen und in das Wasser getauchten Glocke hervorgebracht. In dem Augenblick, wo der Hammer auf die Glocke fiel, wurde zugleich Feuer auf einen Pulverhaufen gehalten, wodurch man ein Lichtsignal erhielt, welches den Augenblick des Entstehens des Schalls bezeichnete. Um den im Wasser fortgepflanzten Schall gehörig wahrzunehmen, bedienten sich die beiden Physiker einer hohlen cylindrischen Röhre von Eisenblech, welche bis auf eine kleine am obern Theile befindliche Oeffnung, an die das Ohr gelegt wurde, verschlossen war. Die nach unten sich erweiternde Röhre war an ihrem untern Ende durch eine elastische Scheibe von Blech verschlossen. Die Schwingungen des Wassers theilten sich der elastischen Scheibe mit, welche sie ihrerseits an die in der Röhre befindliche Luft übertrug, durch deren Vermittelung sie zu dem am oberen Ende gehaltenen Ohre gelangten. — Durch eine Reihe genauer Versuche fanden auf diese Weise Collabon und Sturm, daß der Schall sich durch das Wasser in einer Secunde um 1435 Meter fortpflanzt.

Sie unterschieden zwei Laute, von denen der erste durch das Wasser anlangend, kürzer ist und weniger intensiv erscheint, als der durch die Luft gehörte. In größerem Abstande aber ist der erste intensiver als der letztere, und bei großen Entfernungen bleibt jener noch hörbar, wenn der in der Luft fortgepflanzte Schall aufhört vernehmbar zu sein. — Aus den Versuchen schien auch hervorzugehen, daß im Wasser die seitliche Ausbreitung des Schalles geringer sei, als in der Luft; denn eine zwischen dem Erregungspunkte des Schalles und dem Orte des Hörens befindliche feste Scheidewand schwächte den Schall im Wasser mehr als in der Luft. — Bemerkenswerth war noch der Umstand, daß eine anderweitige Bewegung im Wasser auf die Fortpflanzung des Schalles in demselben keinen Einfluß hatte: denn an einem Tage, wo der See so unruhig war, daß die Boote kaum festgehalten werden konnten, fand man die Stärke und die Geschwindigkeit des Schalles unverändert.

Um die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in Flüssigkeiten zu berechnen, hat La Place die Formel $u = \sqrt{\frac{g}{\beta}}$ aufgestellt, wo g die Erdacceleration, u die Fortpflanzungsgeschwindigkeit, und β die Verkürzung bezeichnet, welche eine Flüssigkeitssäule von 1 Meter Länge in einer unelastischen Röhre unter einem ihrem Gewichte gleichen Druck erfährt. Diese Größe ist leicht zu bestimmen, wenn man die Zusammendrückbarkeit der Flüssigkeit durch den Druck einer Atmosphäre kennt. Durch einen solchen Druck wird nun das Wasser um 47,85 Milliontel seines Volumens zusammengedrückt, d. h. eine 1 Meter lange Wassersäule in einer unelastischen Röhre um 47,85 Milliontel Meter durch den Druck einer Atmosphäre zusammengedrückt. Der Druck einer Atmosphäre entspricht aber einem Quecksilberdruck von 0,76 Meter und dem Druck einer Wassersäule von 10,2934 Meter; eine Wassersäule von 1 Meter Höhe würde demnach eine Verkürzung von $\frac{0{,}00004785}{10{,}2934}$ oder 0,0000046486 Metern hervorbringen. Substituirt man diesen Werth von β in die obige Formel, so bekommt man für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles im Wasser 1453 Meter in der Secunde, welche Zahl von der auf directem Wege gefundenen nur wenig abweicht. Nach der Formel $u = \sqrt{\frac{9{,}8088 . 0{,}76 . 13{,}596}{\delta \beta}}$, wo u die Schallgeschwindigkeit in der Flüssigkeit, δ die Dichtigkeit derselben, β die cubische Zusammendrückbarkeit unter dem Drucke von einer Atmosphäre bezeichnet, ist die Schallgeschwindigkeit noch für nachstehende Flüssigkeiten berechnet worden:

Flüssigkeiten.	Dichtigkeit.	Zusammendrückbarkeit.	Schallgeschwindigkeit.
Aether . . .	0,7529	0,0001002	1259
Alcohol . . .	0,7960	0,0000947	1159
Terpentinöl .	0,8622	0,0000800	1212
Quecksilber . .	13,596	0,0000033	1484.

Berechnen wir dagegen die Schallgeschwindigkeit u in Flüssigkeiten nach der Formel $u = 2 . l . n$, wo l die Länge einer offenen Pfeife und n die Schwingungszahl eines Tons darstellt, wie solche die Beobachtung bei den von Wertheim angestellten Versuchen gibt; so bekommen wir für die Geschwindigkeit des Schalls im Wasser, wenn wir erwägen, daß eine offene Pfeife von 0,52 Meter Länge einen Ton von 1094 Schwingungen lieferte, 2 . 0,52 . 1094 oder 1173 Meter. Nach diesem Versuche zu schließen, ist also die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalls in tropfbaren Flüssigkeiten, wenn derselbe sich nach allen Seiten ausbreiten kann, größer als in dem Falle, wo er sich nur nach einer bestimmten Richtung fortpflanzt, und zwar verhält sich im Wasser die erstere zur zweiten wie 1435 : 1173, oder wie $\sqrt{3} : \sqrt{2}$, weil 1435 : 1173 nahezu wie $\sqrt{3} : \sqrt{2}$.

Nehmen wir an, daß dieses Gesetz für alle übrigen Flüssigkeiten Gültigkeit behält; so können wir aus der Schallgeschwindigkeit in einer Säule die Geschwindigkeit in einer unbegrenzten Masse der Flüssigkeit berechnen. Wertheim erhielt z. B. aus seinen Versuchen für die Schallgeschwindigkeit in einer Alcoholsäule 947 Meter, welche Zahl mit $\sqrt{\frac{3}{2}}$ multiplicirt 1159,8 gibt und mit derjenigen, wie sie die Compressionsversuche geben, so genau übereinstimmt, als man es nur erwarten kann. Eine ähnliche Uebereinstimmung hat Wertheim bei den übrigen Flüssigkeiten wahrgenommen, woraus er folgert, daß man sich der Zusammendrückbarkeiten der Flüssigkeiten bedienen könne, um die Schallgeschwindigkeit in einer unbegrenzten Masse derselben mit der erwünschten Genauigkeit zu bestimmen.

Indem wir im Begriffe stehen, zu der zweiten Abtheilung unseres Buches, nämlich zur Lehre vom Licht überzugehen, wollen wir uns es nicht versagen, einige der bemerkenswertheren in diesen Abtheilungen aufgeführten Thatsachen am Schlusse derselben nochmals in gedrängter Kürze uns vorzuhalten, namentlich derjenigen unter ihnen, welche auf dem zu bearbeitenden Felde gewissermaßen als Anhaltspunkte gelten können. Die Phänomene der Wellenbewegung fester, tropfbarer und

ausdehnsamer Körper stimmen im Wesentlichen mit den Erscheinungen überein, die dem Schalle als Grundlage dienen und denselben vermitteln helfen. Nur gibt uns das Ohr keine Auskunft mehr über jene Wellenbewegungen, wenn sie nicht mit einer gewissen Geschwindigkeit vor sich gehen. Dieselben Umstände, welche die bewegten Wasserwellen, diese oder jene Stelle eines schwingenden Seiles zur Ruhe bestimmen, erzeugen Stille im Reiche des Tones. Die Geschwindigkeit, mit welcher die ursprünglich erregte Schwingung fortschreitet, hängt von dem umgebenden Medium ab, mögen die Schwingungen zur Klasse der Töne gehören oder nicht. Wenn wir darum verwandte Vorgänge bei den Lichterscheinungen antreffen, so dürfen wir uns wohl veranlaßt fühlen, ein ätherisches Element oder einen Aether anzunehmen, durch dessen Vermittelung die Lichtschwingungen zu dem Auge kommen, wie die Schallbebungen durch die Luft zum Ohr gelangen. Auf solche Weise hätten wir dann in der Optik eine ähnliche dreifache Aufgabe wie in der Akustik zu lösen, nämlich zu untersuchen, einmal: wie schwingt der leuchtende Körper, dann: wie pflanzen sich dergleichen Schwingungen in dem Aether fort, und endlich: wie verhält sich dabei das Auge, um in uns die Lichtempfindung hervorzurufen. An verschiedenen Stellen des Buches werden diese Fragen mehr oder weniger ihre Beantwortung erhalten, wie gerade die Natur der Sache es mit sich bringt und die experimentirende Beobachtung es erheischt. Wir werden uns dabei der auf dem einen Gebiete gewonnenen Anschauungen als Hülfsmittel bedienen, um uns auf dem andern zu orientiren; es ist dies ein naturgemäßer Gang, den wir in der Akustik ebenfalls eingehalten haben.

Zweite Abtheilung.

Die Lehre vom Licht. (Optik.)

Erster Abschnitt:

Von den Eigenschaften des Lichtes, wie sie größtentheils bis zur Entdeckung der Interferenz und Polarisation bekannt waren.

I. Erscheinungen, welche von der geradlinigen Fortpflanzung des Lichtes abhängen (Orthoptik).

1. Geradlinige Fortpflanzung des Lichtes.

Mit dem Worte Helligkeit bezeichnen wir im Allgemeinen jenen eigenthümlichen Zustand der Körper, in welchem sie für unser Auge sichtbar werden. Die Helligkeit läßt mannigfaltige Abstufungen zu; geringere Grade derselben nennen wir Dunkelheit, dagegen Finsterniß die gänzliche Abwesenheit davon. Der objective Grund der Helligkeit wird Licht genannt. Körper, welche die Ursache ihrer Sichtbarkeit in sich selber tragen, heißen selbstleuchtende; dagegen beleuchtete diejenigen, welche zu ihrer Sichtbarkeit der Gegenwart eines leuchtenden bedürfen. Von den beleuchteten Körpern, welche man auch nachleuchtende nennen könnte, sagt man gewöhnlich: sie empfangen bloß das Licht, während die selbstleuchtenden es aussenden. Selbstleuchtende Körper sind die Sonne, die Fixsterne, die brennenden und phosphorescirenden Körper. Der Mond, die Planeten und die meisten Gegenstände auf der Erde sind beleuchtete oder sogenannte dunkele Körper; sie werfen das von selbstleuchtenden Körpern erhaltene Licht zurück, werden dadurch sichtbar und auch wieder leuchtend. — Manche Körper lassen Lichtwirkungen, welche außer ihnen stattfinden, durch sich hindurchgehen, hindern also die Sichtbarkeit eines Gegenstandes nicht, wenn sie zwischen demselben und dem Auge sich befinden: man nennt sie durchsichtig, wie z. B. Luft, Glas. Andere hemmen gänzlich die Lichtwirkungen, d. h. lassen das auf sie fallende Licht in keiner Weise durch sich hindurchgehen: sie werden undurchsichtig genannt, wie

z. B. Holz, Metalle. Es gibt auch Körper, welche das Licht in einem schwachen Grade durchlassen: man nennt sie **durchscheinende**, wie z. B. dünnes Papier, mattgeschliffenes Glas. Im Uebrigen ist kein Körper weder absolut durchsichtig, noch absolut undurchsichtig, weil der durchsichtigste in dicken Schichten undurchsichtig wird, sowie der undurchsichtigste in dünnen Schichten wieder bis zu einem gewissen Grade durchscheinend ist.

Der Raum, in welchem die Lichtwirkung sich fortpflanzt, wird in der Optik gewöhnlich **Mittel** genannt, möge dieser Raum mit Materie, wie z. B. Luft oder Wasser erfüllt, oder von solcher ganz leer sein. In einem homogenen Mittel geht die Wirkung des Lichtes stets in gerader Richtung vor sich. Diesen Satz hat man der Thatsache entnommen, daß ein Punkt eines hellen Gegenstandes nicht mehr sichtbar ist, wenn die von jenem Punkt zum Auge gehende gerade Linie durch einen undurchsichtigen Körper unterbrochen wird. Die geradlinige Fortpflanzungsweise des Lichtes sieht man recht auffallend, wenn man directes Sonnenlicht durch eine kleine Oeffnung in ein dunkeles Zimmer eintreten läßt und darin etwas Staub erregt. Eine solche Art der Fortpflanzung tritt auch deutlich zu Tage, wenn man ganz feine Metallfäden parallel neben einander und in der nämlichen Ebene ausspannt, indem ein in dieser Ebene weit hinter den Fäden liegender Lichtpunkt für das in der Ebene der Fäden befindliche Auge des Beobachters unsichtbar wird, aber sofort sichtbar ist, so wie sich das Auge ein wenig aus dieser Ebene entfernt.

Jede von einem leuchtenden Punkt ausgehende gerade Linie heißt ein **Lichtstrahl**, weil in ihren verschiedenen Punkten, insofern kein Hinderniß entgegentritt, die Wirkung des Lichtes erfolgt. Ein leuchtender Punkt sendet Lichtstrahlen nach allen Seiten aus; ein dunkeler demselben gegenüberstehender Körper empfängt darum, wenn kein undurchsichtiger es verhindert, einen Lichtkegel, welcher jenen Punkt zur Spitze hat und dessen Seitenfläche gedachten Körper ringsum berührt. Bei dem Act des Sehens kommt also von jedem Punkt des betrachteten Gegenstandes in das Auge ein Strahlenkegel, dessen Basis die Pupille ist und an dessen Spitze wir nach geschehenem Eindrucke den entsprechenden Punkt des Gegenstandes versetzen.

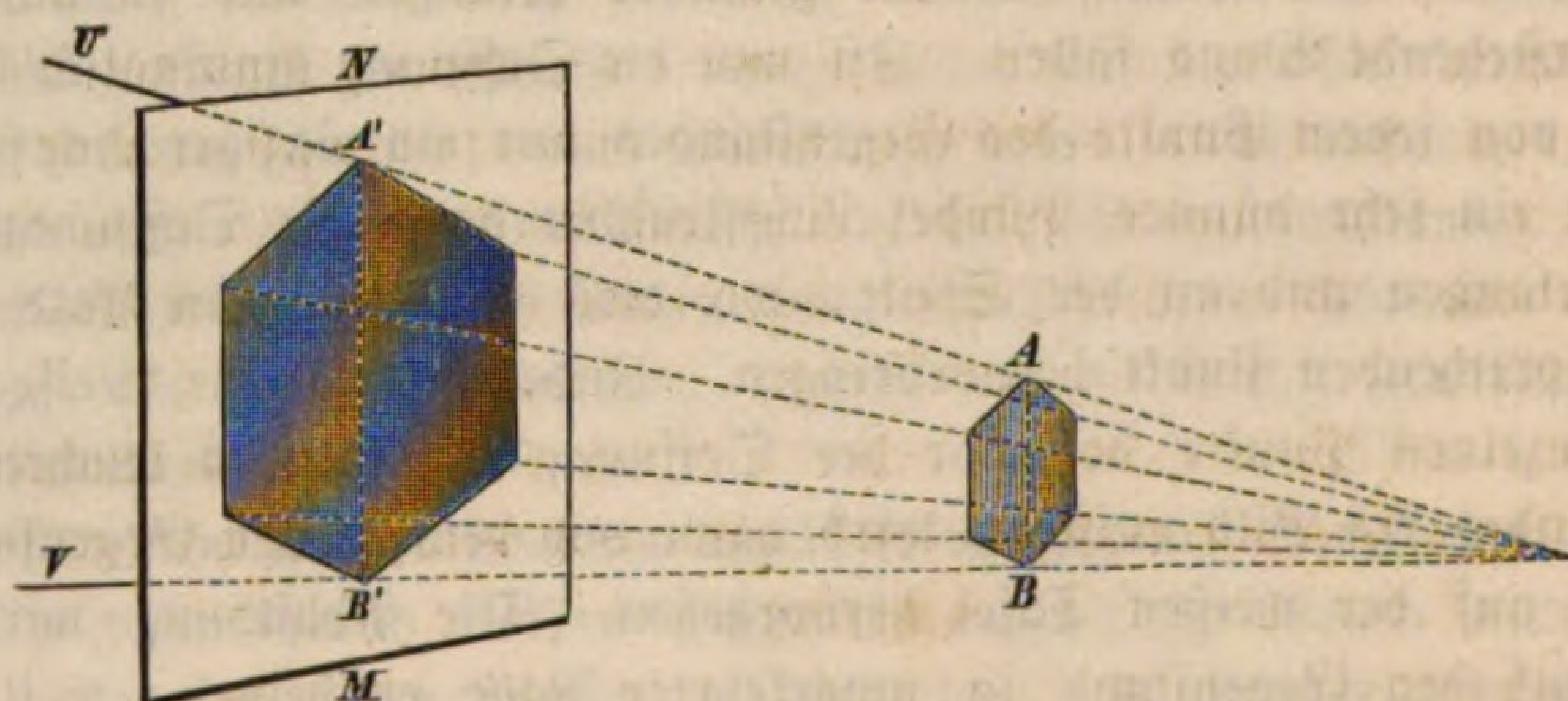
Durch die Lichtstrahlen können auch Bilder von den Gegenständen, von welchen sie ausgehen, erzeugt werden. Man denke sich in dem Fensterladen eines wohl verfinsterten Zimmers eine kleine Oeffnung gemacht und derselben eine weiße Tafel gegenübergestellt. Aus jedem Punkte eines außerhalb des Zimmers befindlichen erleuchteten Gegenstandes gehen nun nach allen Richtungen Lichtstrahlen aus, unter denen

einige durch die Oeffnung in das Zimmer gelangen und so auf die gegenüberstehende Wand fallen. Ist nun die Oeffnung hinlänglich klein, so wird von jedem Punkte des Gegenstandes nur ein einziger Lichtstrahl oder nur ein sehr dünnes Bündel Lichtstrahlen durch die Oeffnung zur Wand gelangen und an der Stelle, wo dies geschieht, ein Bild von dem entsprechenden Punkt hervorbringen. Indem auf solche Weise von jedem einzelnen Punkte des vor der Oeffnung befindlichen leuchtenden Gegenstandes ein Bild entsteht, wird dann von dem ganzen Gegenstande ein Bild auf der weißen Tafel hervorgehen. Die Abbildung wird in Bezug auf den Gegenstand in umgekehrter Lage erscheinen, weil die von den einzelnen Punkten des Gegenstandes herkommenden Lichtstrahlen beim Hindurchgehen durch die Oeffnung sich kreuzen. Hat die Oeffnung am Fensterladen eine merkliche Ausdehnung, so daß von jedem Punkte des beleuchteten Gegenstandes Lichtbündel von bedeutender Dicke hindurchfallen können; so wird jedes dieser Lichtbündel einen größeren Raum auf der Wand einnehmen, wodurch die Bilder der einzelnen Punkte zum Theil übereinander fallen und nicht mehr hinlänglich scharf von einander getrennt sind. Wir sehen aus diesem Versuche mit der optischen Kammer, daß die Deutlichkeit der Bilder desto größer wird, je kleiner der Raum ist, in welchem die von einem Lichtpunkte ausfahrenden Strahlen sich vereinigen; ferner, daß zur Erzielung einer befriedigenden Deutlichkeit für unser Auge es nicht gerade nothwendig ist, daß jeder Punkt im Gegenstande durch einen Punkt im Bilde wiedergegeben wird, sondern eine gewisse Annäherung an die geometrische Schärfe dazu schon hinreichend ist.

2. Vom Schatten und der Perspective.

Fallen die von einem Lichtpunkte kommenden Strahlen auf einen undurchsichtigen Körper, so wird dieser erleuchtet, hinter ihm aber entsteht ein lichtloser Raum, den man Schatten nennt. Die Begrenzung des Schattenraumes beruht auf der geradlinigen Fortpflanzung des Lichtes, weßhalb sie für jeden besondern Fall auf geometrischem Wege ermittelt werden kann, wie aus der Betrachtung nachstehender einfacher Beispiele zu ersehen ist. — Es sei S ein leuchtender Punkt und AB ein undurchsichtiger Körper. Zieht man von S gerade Linien, welche den Rand des undurchsichtigen Körpers streifen, wie SA, SB; so ist UABV der Raum, in welchen von S kein Licht unmittelbar gelangen kann, mithin der Schatten. Wird dieser pyramidenförmige Schattenraum durch eine Fläche MN durchschnitten, so erscheint das Stück A′B′ derselben lichtlos, die angrenzenden Räume A′N und B′M aber erleuchtet; es ist also A′B′ der Schatten, welchen der Körper AB auf die Fläche

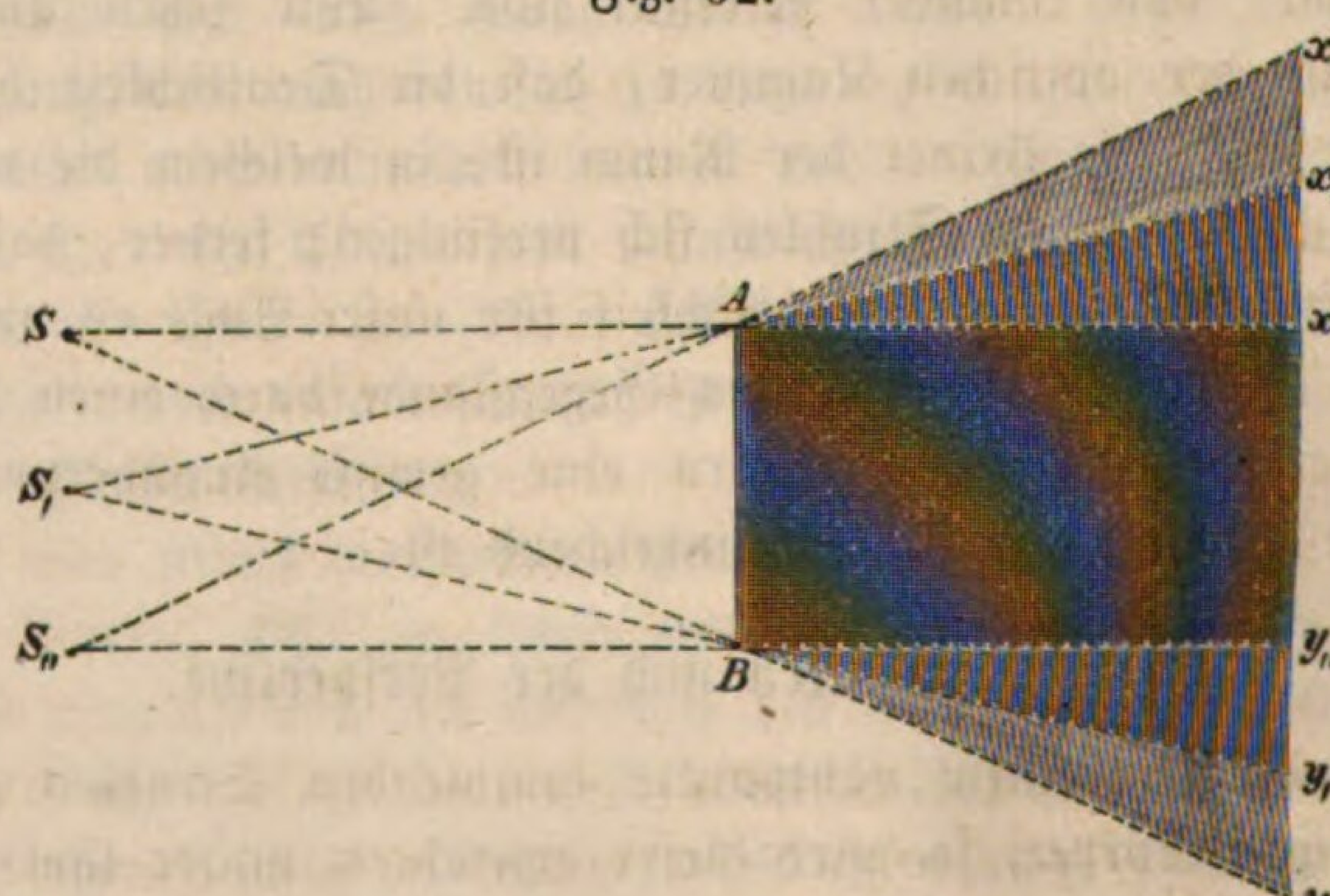
Fig. 61.



MN wirft. Der Durchschnitt des Schattenraumes eines dunkeln Körpers mit einer undurchsichtigen Fläche wird gewöhnlich **Schlagschatten** genannt; er ist gleichsam die Abbildung des Schattens des dunkeln Körpers auf der entgegengehaltenen Fläche.

Besteht der leuchtende Körper aus mehreren leuchtenden Punkten S, S′, S″..., wie es in der Wirklichkeit stets stattfindet, und ist AB

Fig. 62.

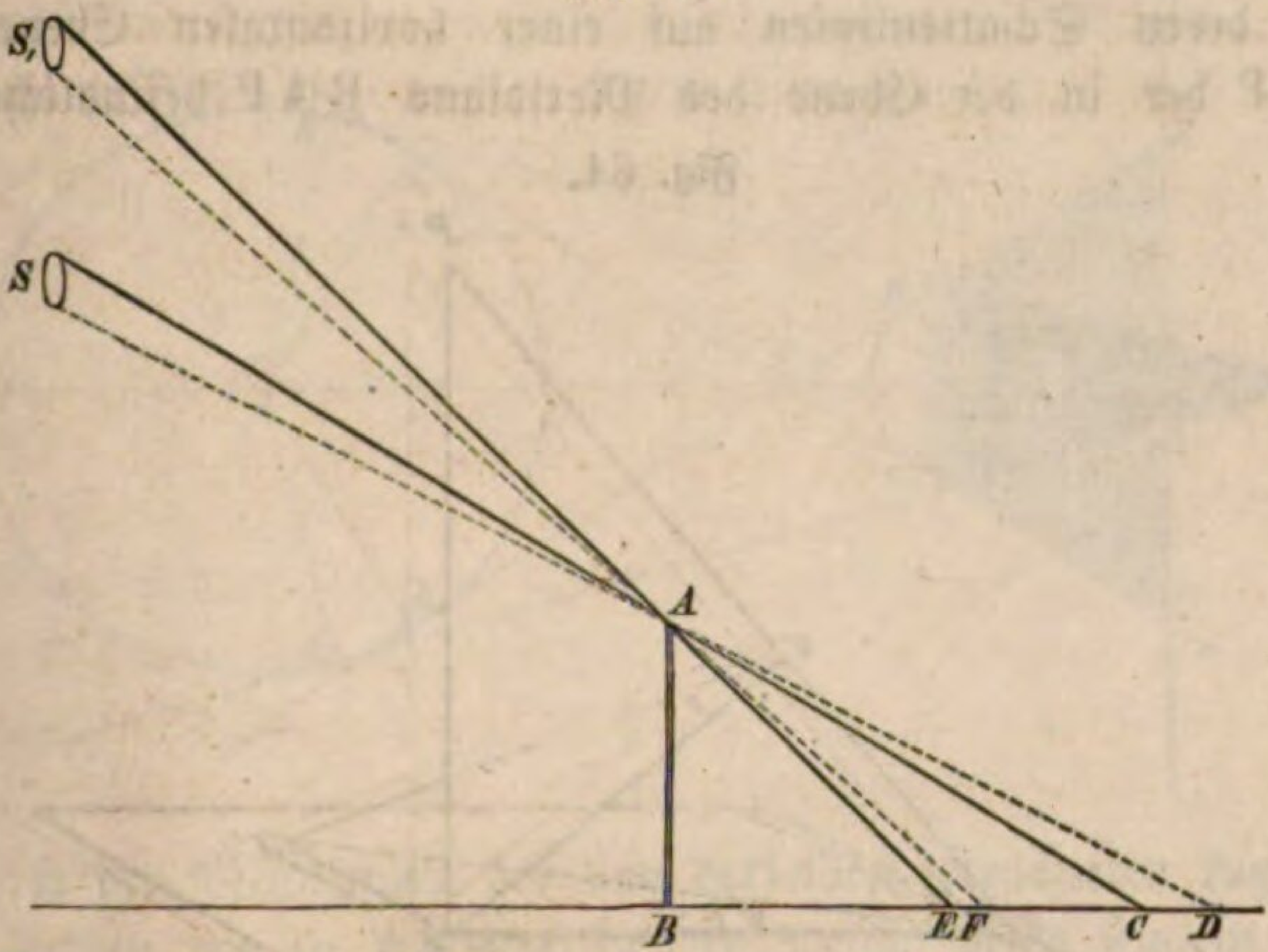


eine undurchsichtige Linie, so ist xABy der Raum, in welchen von S kein Licht gelangt; deßgleichen x′ABy′ der Raum, in den von S′ kein Licht kommt; ferner x″ABy″ der Raum, in welchen von S″ kein Licht eindringt. Indem diese Schattenräume sich theilweise decken, wird hinter der undurchsichtigen Linie ein völlig lichtloser Raum xABy″ entstehen; er heißt **Kernschatten** und ist desto kleiner, je mehr Licht aussendende Punkte vorhanden sind. An diesen Raum schließt sich zunächst ein Raum, der von einem leuchtenden Punkt Licht empfängt, hierauf erscheint ein zweiter, der von zwei Lichtpunkten, und dann erst derjenige, der von allen drei Lichtpunkten erleuchtet wird. Die Räume xAx′ und yBy″, zu welchen nur von einigen Lichtpunkten Strahlen

gelangen, machen den sogenannten Halbschatten des undurchsichtigen Gegenstandes AB aus. In Folge der räumlichen Ausdehnung der Lichtquelle wird also hinter einem jeden undurchsichtigen Körper, der von derselben Licht empfängt, ein Kern- und ein Halbschatten sich bilden, welcher letztere durch allmählige Abstufungen in die volle Beleuchtung übergeht.

Die Länge des Schattens ändert sich mit der Lage des leuchtenden Körpers gegen den beleuchteten. Ist nämlich AB ein verticaler undurchsichtiger,

Fig. 63.

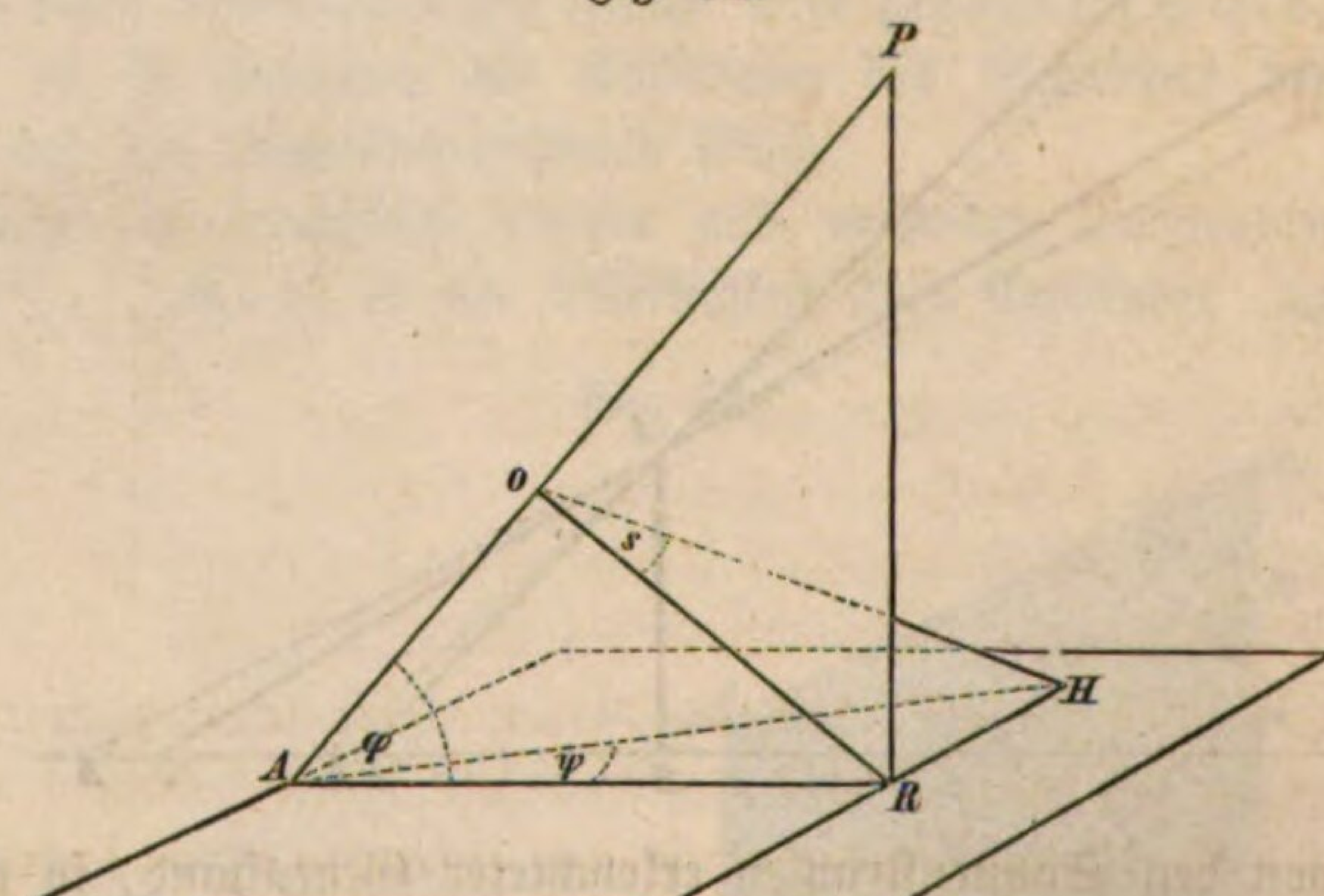


von den Sonnenstrahlen erleuchteter Gegenstand, so wird sich beim niedrigen Stand der Sonne in S der Kernschatten von der Länge BC und bei dem höheren in S' von der Länge BE darstellen. Man sieht daraus, warum die Schatten am Morgen und gegen Abend lang, zur Mittagszeit kurz sind; warum sie selbst im Winter zur Mittagszeit größer, im Sommer kürzer als im Frühjahr oder im Herbst erscheinen. Fallen die Sonnenstrahlen senkrecht auf den Horizont, wie es in den Tropenländern an gewissen Tagen zu Mittag der Fall ist; so kann der verticale Gegenstand keinen Schatten werfen. — Jederzeit wird die Lage des Schattens eine Aenderung erleiden, wenn der leuchtende und beleuchtete Körper ihre Stellung gegeneinander ändern. So sieht man den Schatten einer vom Winde bewegten Wolke über die Fluren hingehen und dem Beobachter, den die Wolke erreicht, den Anblick der Sonne entziehen, während ein Anderer, der außer den Grenzen des Schattens sich befindet, noch von ihr beschienen wird.

Auf der Bewegung des Schattens eines undurchsichtigen Gegenstandes in Folge des sich ändernden Sonnenstandes beruht die Einrichtung der Sonnenuhren. Ein mit der Erdachse parallel gestellter

geradliniger Stab wird nämlich, wenn er von der Sonne beschienen ist, auf der der Sonne entgegengesetzten Seite einen Schatten werfen, der auf einer auf dieser Seite stehenden Fläche, an welcher jener Stab in der erwähnten Lage befestigt ist, zu derselben Tagesstunde immer dieselbe Stelle einnehmen wird. Wie nun die Lage des Schattens des Stabes auf einer Fläche, wenn diese Fläche und der in ihr in gehöriger Lage befestigte Stab gegeben ist, für jede Tageszeit bestimmt wird, lehrt im Allgemeinen die Gnomonik oder die Wissenschaft von der Construction der Sonnenuhren. Hier wollen wir nur die Horizontaluhr näher betrachten, deren Schattenlinien auf einer horizontalen Ebene liegen. Es sei AP der in der Ebene des Meridians RAP befindliche Stab,

Fig. 64.



welcher gegen die Mittagslinie AR um den Winkel RAP $= \varphi$ geneigt ist, wo φ die Polhöhe oder die geographische Breite des Orts, an welchem die Uhr aufgestellt wird, bezeichnet; ferner RH die Durchschnittslinie des Horizonts mit der durch den Punkt O auf die Richtung des Stabes senkrecht gelegten Ebene. Es ist also ARH = AOR = = ORH = 90°. Für irgend einen Stundenwinkel ROH = s der Sonne ist AH die Schattenlinie. Nennt man Ψ den Winkel RAH der Schattenlinie AH mit der Mittagslinie AR, so hat man

$$RH = OR \text{ tang } s \text{ und } RH = AR \text{ tang } \Psi,$$

woraus $$\text{tang } \Psi = \frac{OR}{AR} \text{ tang } s.$$

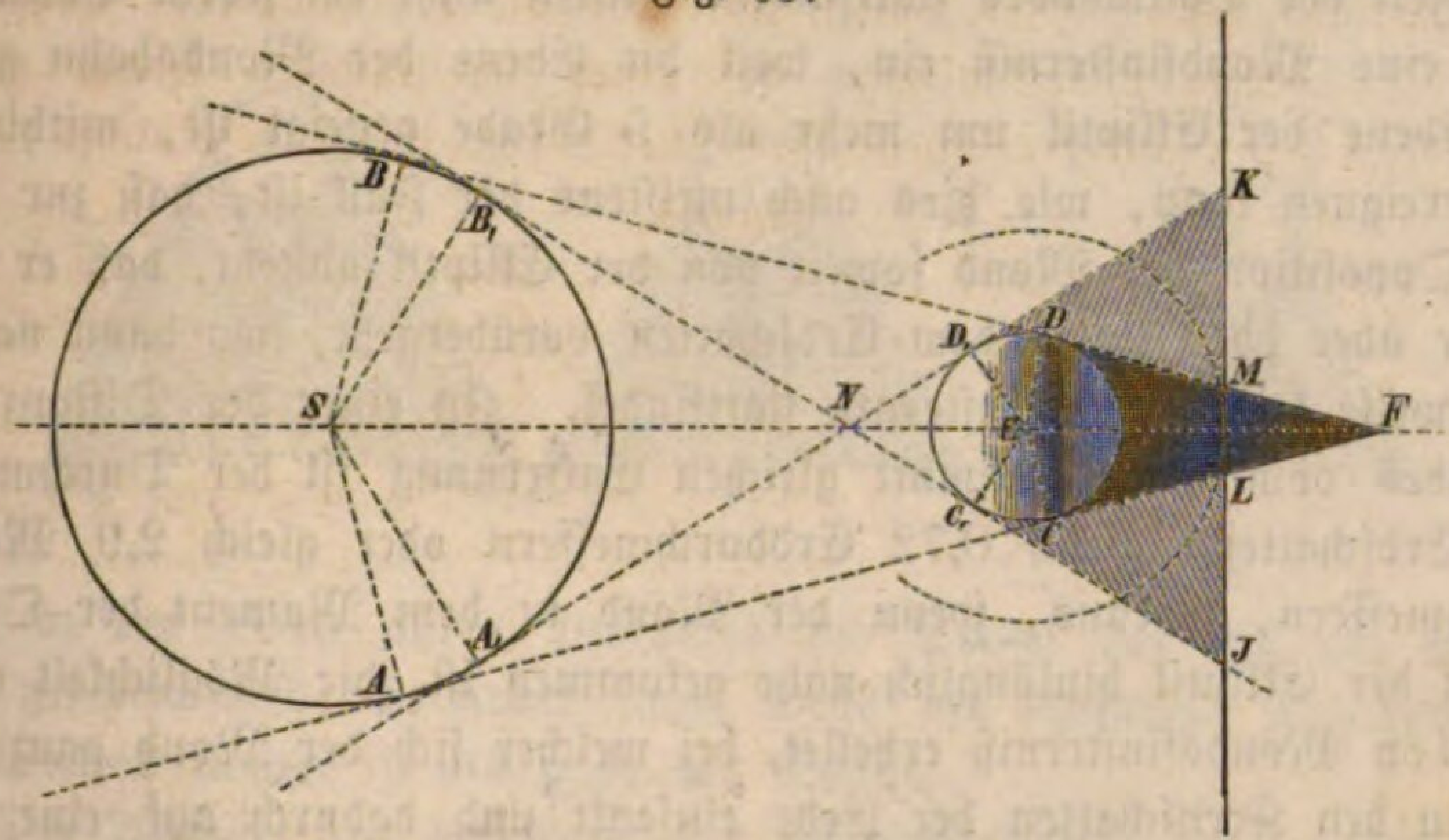
Aber $$\sin \varphi = \frac{OR}{AR}, \text{ folglich } \text{tang } \Psi = \sin \varphi \text{ tang } s,$$

d. h. die Tangente des Winkels der Schattenlinie AH mit der Mittagslinie AR ist für jeden gegebenen Stundenwinkel der Sonne gleich der Tangente dieses Stundenwinkels multiplicirt mit dem Sinus der geographischen Breite des Orts, für welchen man die Sonnenuhr er-

richten will. Hat man so den Winkel RAH für jede einzelne Stunde berechnet, so wird man ihn diesseits oder jenseits von der Mittagslinie auf die Horizontalebene auftragen, um die Sonnenuhr zu vollenden.

Die Lehre vom Schatten kommt nicht nur bei Beleuchtungen auf unserer Erde, sondern auch bei Beleuchtungen im Himmelsraume in Betracht, von denen die Mond- und Sonnenfinsternisse hier kurz hervorgehoben werden mögen. Es sei S der Mittelpunkt der leuchtenden

Fig. 65.

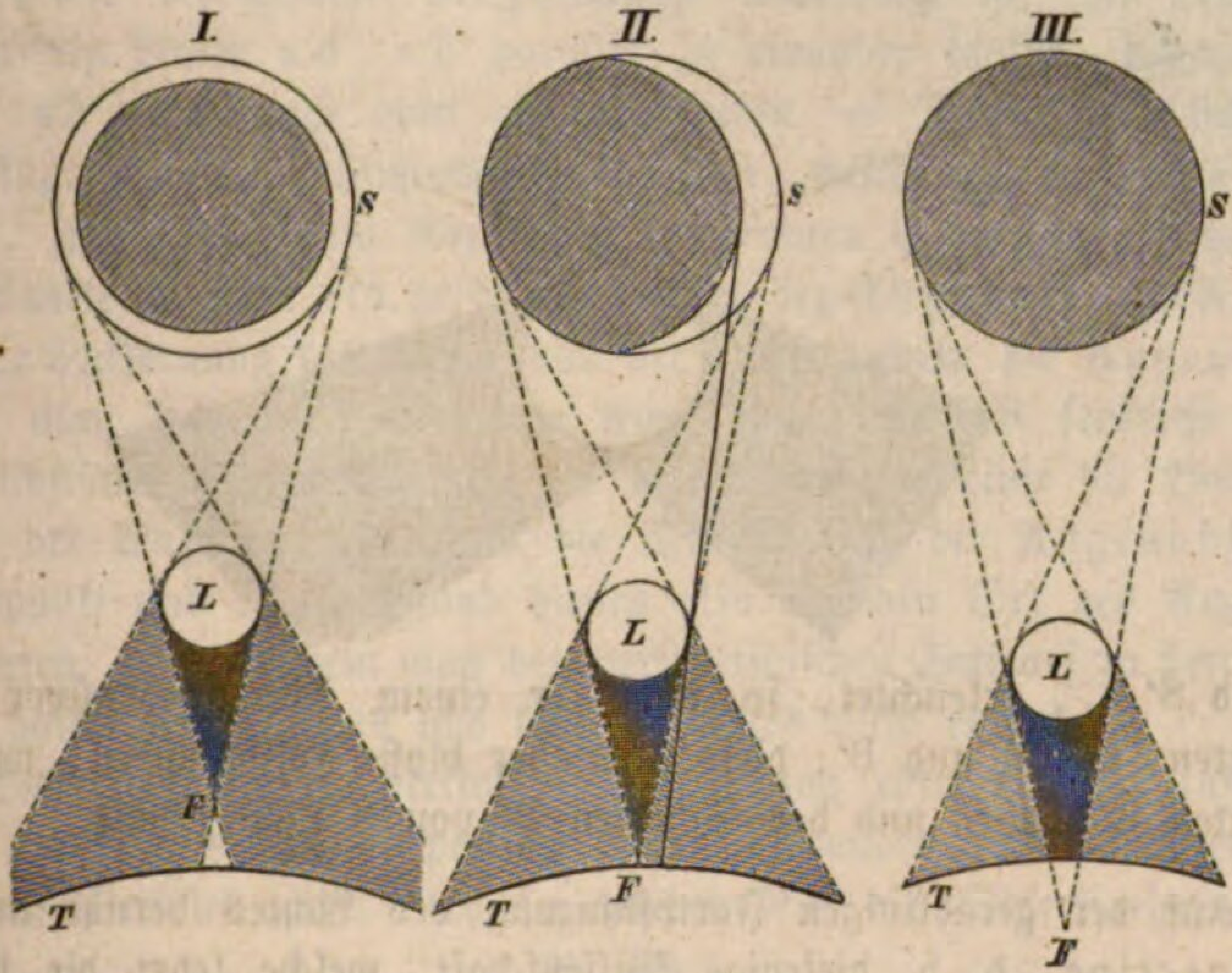


Sonne, E der Mittelpunkt der von derselben erleuchteten kugelförmigen Erde. Ziehen wir zu den Kreisen, in welche beide Kugeln von einer durch ihre Mittelpunkte gelegten Ebene geschnitten werden, die zwei gemeinschaftlichen äußeren Tangenten AC und BD, welche verlängert, in dem Punkte F zusammentreffen, und denken uns dann die beiden Kreise sammt ihren Tangenten um die Linie SEF herumgedreht; so werden die beiden Kreise die ihnen entsprechenden Kugeln, die Tangenten aber einen Kegel beschreiben, dessen Scheitel in F liegt. Es ist nun leicht einzusehen, daß der Kegel DCF der Kernschatten der Kugel E ist, dessen Länge EF aus der Aehnlichkeit der Dreiecke SBF und DEF sich bestimmen läßt; man findet $EF = \frac{ra}{R - r}$, wo $R = BS$, $r = DE$ und $SE = a$. — Bekanntlich lassen sich zu den zwei Kreisen auch noch zwei innere Tangenten B'C' und A'D' ziehen; diese Tangenten begrenzen den Halbschatten der Kugel E, der ebenfalls ein Kegel ist, dessen Scheitel N zwischen die beiden Kugeln fällt. — Der Halbmesser R der Sonne ist nun gleich 112 r, wo r den Erdhalbmesser bezeichnet; ferner der Abstand a des Mittelpunktes der Sonne von dem der Erde gleich 23984 r; mithin die Länge des Kernschattens der Erde = 216 r, während die Distanz des Mondes von der Erde im

Mittel nur 60 Erdhalbmesser beträgt. Der Mond kann also bei dem Umlauf in seiner Bahn um die Erde in ihren Kernschatten treten und so verfinstert werden. Bevor der Mond den Kernschatten erreicht, muß er zuerst durch den Halbschatten gehen, was daran erkennbar wird, daß anfänglich der volle Mond auf seiner östlichen Seite sich mit einem grauen, nach und nach immer dunkler werdenden Schatten überzieht, bis beim Eintritte in den Kernschatten auf dieser Seite eine vollkommene Verfinsterung sich einstellt. — Eine Mondfinsterniß kann nur zur Zeit des Vollmondes stattfinden. Allein nicht bei jedem Vollmond tritt eine Mondfinsterniß ein, weil die Ebene der Mondsbahn gegen die Ebene der Ekliptik um mehr als 5 Grade geneigt ist, mithin es sich ereignen kann, wie dies auch meistens der Fall ist, daß zur Zeit der Opposition der Mond soweit von der Ekliptik absteht, daß er entweder über oder unter dem Erdschatten vorübergeht, wo dann natürlicherweise keine Mondfinsterniß stattfindet. In einer der Distanz des Mondes vom Erdmittelpunkt gleichen Entfernung ist der Durchmesser des Erdschattens gleich 0,72 Erddurchmessern oder gleich 2,9 Monddurchmessern, woraus, wenn der Mond in dem Moment der Opposition der Ekliptik hinlänglich nahe gekommen ist, die Möglichkeit einer totalen Mondsfinsterniß erhellet, bei welcher sich der Mond ganz und gar in den Kernschatten der Erde einsenkt und dadurch auf eine Zeit lang alles Lichtes von der Sonne beraubt wird. Dagegen wird die Finsterniß nur eine partiale werden, wenn der Mond zur Zeit des Vollmondes so weit von seinem auf- oder niedersteigenden Knoten entfernt ist, daß nur ein Theil der Mondsscheibe in den Erdschatten fällt.

Die Sonnenfinsternisse treten ein, wenn die Erde durch den Mondschatten geht, was nur geschehen kann, wenn der Mond zwischen der Erde und der Sonne steht, mithin nur zur Zeit des Neumondes und auch nur dann, wenn der Mond in der Nähe der Erdbahn sich befindet. Die Länge des Kernschattens vom Monde kommt ohngefähr seiner Entfernung von der Erde gleich, so daß in Folge der Ungleichheiten in der Bewegung des Mondes um die Erde die Spitze seines Kernschattens bald unter die Erdoberfläche hinausgeht, bald sie nur gerade trifft, bald in einigem Abstand von ihr entfernt bleibt. Die Sonnenfinsterniß ist eine totale, wenn in der Mitte ihres Verlaufes die Sonne gar nicht mehr gesehen wird; sie findet für diejenigen Stellen der Erde statt, welche in den Kernschatten des Mondes treten. Die Sonnenfinsterniß heißt eine partiale, wenn während ihres Verlaufes immer nur die eine Seite der Sonne verfinstert erscheint; sie ereignet sich an solchen Orten der Erdoberfläche, welche in dem Halbschatten des Mondes liegen. Die Sonnenfinsterniß ist eine ringförmige,

Fig. 66.

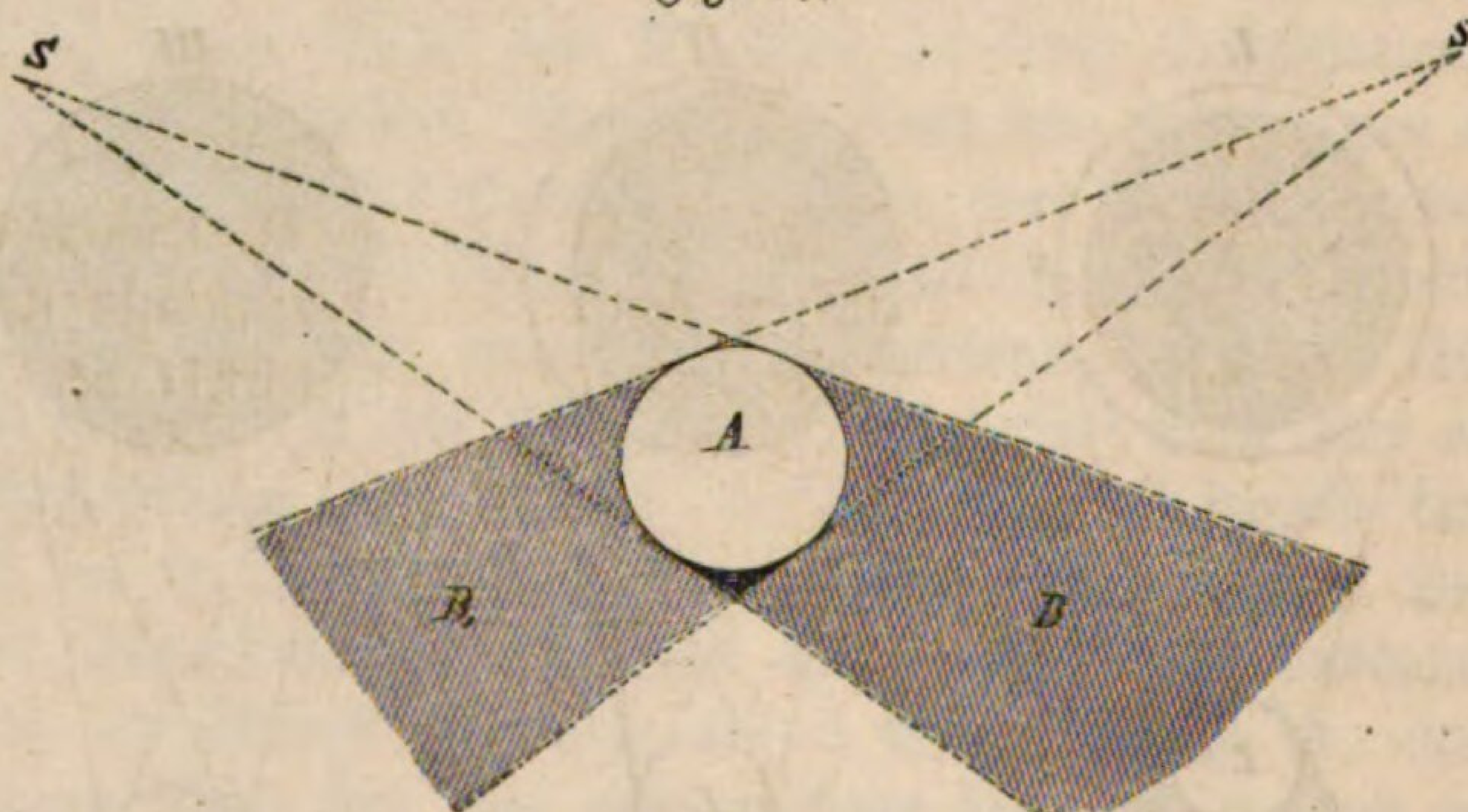


wenn in der Mitte ihres Verlaufes die Sonne nur als ein heller Ring gesehen wird; sie findet statt, wenn der scheinbare Durchmesser des Mondes kleiner ist als jener der Sonne.

Der Anfang und das Ende der Mondsfinsterniß erfolgt für alle Orte der Erde, an denen überhaupt das Phänomen sichtbar ist, in demselben Augenblicke, weil hier in der That der Mond seines Lichtes beraubt wird. Nicht so verhält es sich bei einer Sonnenfinsterniß. Sie beginnt und endet nicht zu gleicher Zeit an allen Orten, wo sie beobachtet wird, weil der Mondsschatten sich mit dem Monde in der Richtung von West nach Ost bewegt, mithin die westlichen Gegenden der Erdoberfläche früher als die östlichen von dem Mondsschatten überzogen werden. Während eine Mondsfinsterniß an allen Orten, für welche der Mond über dem Horizont sich befindet, ganz den gleichen Anblick darbietet, muß bei der Sonnenfinsterniß auf den Stand des Beobachters Rücksicht genommen werden; sie kann an einem Ort eine totale, in benachbarten Gegenden nur eine partiale, in entfernteren gar nicht vorhanden sein.

Der Schatten erscheint durch Contrast desto dunkeler, je stärker die Beleuchtung des angrenzenden Raumes ist; daher wird dem stärksten Lichte der dunkelste Schatten entsprechen. Am Tage nehmen wir eigentlich keine Kernschatten wahr, indem der Schatten eines Körpers von den benachbarten durch das Tageslicht erleuchteten Körpern eine Menge Licht empfängt, was die Entstehung des Kernschattens verhindert. Wird nämlich ein undurchsichtiger Körper A von mehreren leuchtenden Punkten

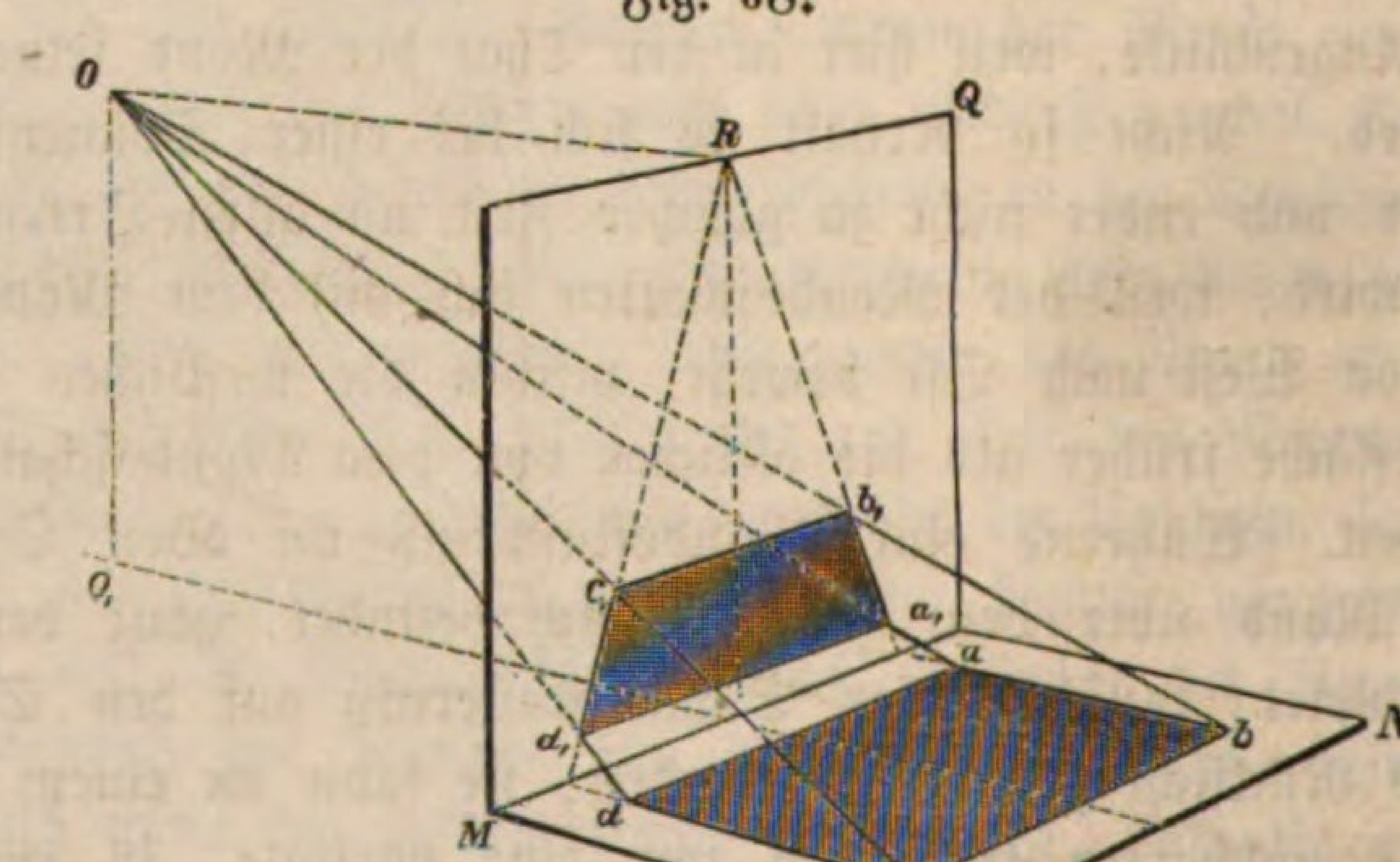
Fig. 67.



S und S'... erleuchtet, so wirft er einem jeden gegenüber einen Schatten, wie B und B'; diese sind aber bloße Halbschatten, weil der Schatten B von S' und der Schatten B' von S Licht erhält.

Auf der geradlinigen Fortpflanzung des Lichtes beruht auch die Perspective, d. h. diejenige Wissenschaft, welche lehrt die Gegenstände auf einer Ebene so abzuzeichnen, wie aus einem gegebenen Standpunkte betrachtet sie wirklich uns erscheinen. Um uns eine möglichst klare Vorstellung von der Entstehungsart eines perspectivischen Entwurfes zu verschaffen, denken wir uns daß die aufrechtstehende

Fig. 68.

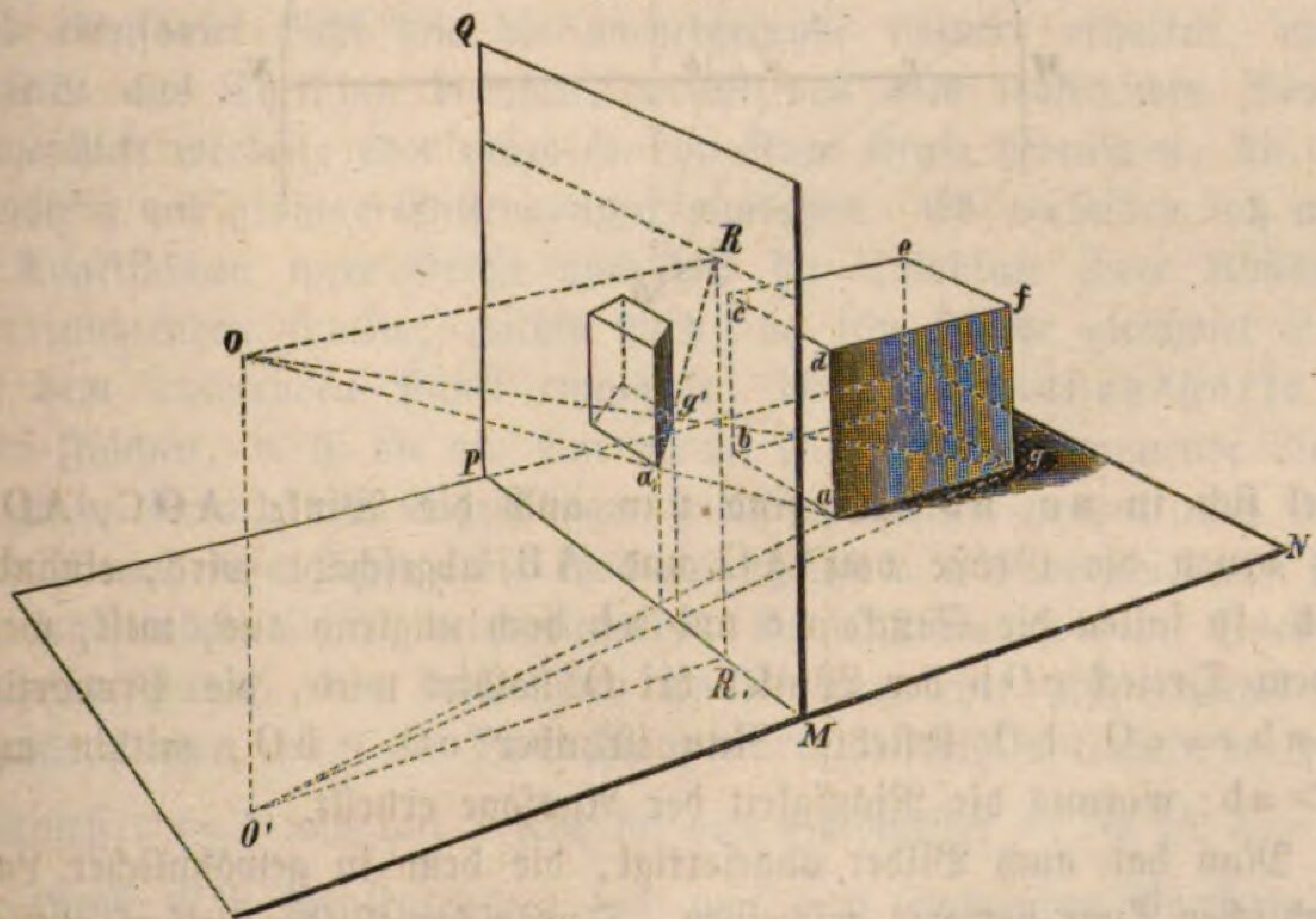


ebene Fläche MQ die Zeichnungstafel sei, auf welcher das perspectivische Bild der in der horizontalen Ebene MN liegenden geradlinigen Figur, deren zwei Seiten ad, cb zu der Zeichnungstafel parallel sind und zwei andere ab, dc darauf senkrecht stehen, entworfen werden soll. Die von den Eckpunkten a, b, c, d der abzubildenden Figur nach dem Auge O des Zeichners gehenden Lichtstrahlen werden die durchsichtig gedachte Zeichnungstafel in den Punkten a', b', c', d' durchdringen, so

daß a'b'c'd' die gesuchte perspectivische Abbildung ist. In derselben werden die Linien a'd', c'b' parallel zu einander laufen, dagegen die Linien a'b', c'd' nach oben zu convergiren. — Denkt man sich aus dem Auge eine Linie lothrecht herabgefällt, welche die wagrechte ebene Fläche, worauf die zum Abzeichnen bestimmten Gegenstände stehen, in dem Punkte O' trifft; so heißt der letztere der Fußpunkt des Auges, und die Entfernung des Auges von der Objectivebene die Augenhöhe. Denkt man sich weiter aus dem Auge eine Linie OR senkrecht gegen die Bildfläche gezogen, so heißt der Punkt, wo jene Linie die Bildfläche trifft, der Augenpunkt, und die Distanz OR der Augenabstand. Augenpunkt und Augenabstand dienen also um den Ort des Auges zu bestimmen, von welchem man den perspectivischen Entwurf zu betrachten habe, damit ein richtiges und kein verzerrtes Bild entstehe.

Das über die perspectivische Darstellung eben Gesagte läßt sich leicht auf irgend eine körperliche Form anwenden, wie nachstehendes einfaches Beispiel zeigt. Es sei wieder MN die Objectivebene, MQ

Fig. 69.

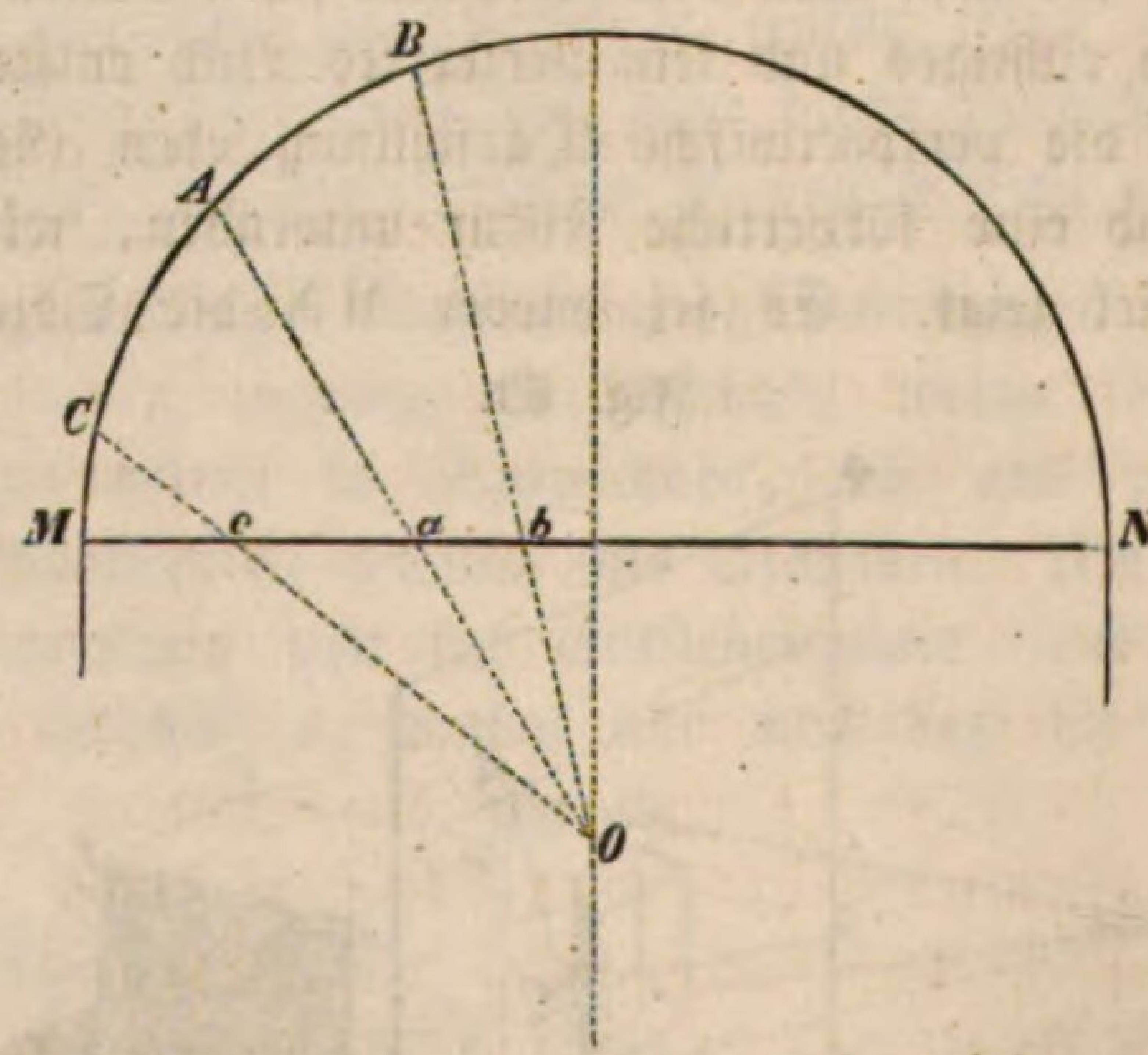


die Bildfläche, MP die Grundlinie des Bildes, d. h. der gegenseitige Durchschnitt dieser beiden Ebenen; O das Auge, R der Augenpunkt, mithin OR der Augenabstand. Es soll die perspectivische Zeichnung eines senkrechten Parallelepipeds, dessen vordere Seitenfläche abcd mit der Bildfläche parallel läuft, auf derselben entworfen werden. Betrachten wir zunächst eine Kante des Körpers, z. B. die Kante ag. Von ihren Endpunkten gehen nach dem Auge die Lichtstrahlen Oa, Og, welche die Bildflächen in a' und g' durchdringen, wonach sich a'g' als

das perspectifische Bild von a g ergibt. Auf ähnliche Weise verfährt man bei den drei anderen senkrechten Kanten des Körpers, wodurch die Bilder der acht Ecken desselben erhalten werden. Indem man dann die acht Punkte paarweise durch gerade Linien verbindet, wird die perspectivische Zeichnung des Körpers vollendet sein.

Die unteren Theile eines an einem Gewölbe aufgetragenen Gemäldes müssen ausgedehnter gezeichnet werden als die oberen, wenn sie dem Auge, das die Zeichnung gleichsam als auf einer horizontalen Tafel MN befindlich betrachtet, in richtigen Verhältnissen erscheinen sollen. Die Bilder der gleich großen Bogen CA, AB stellen auf der

Fig. 70.



Tafel sich in ac, ab dar: sind nun auch die Winkel AOC, AOB, nach denen die Größe von AC und AB abgeschätzt wird, einander gleich, so fallen die Stücke ac und ab doch ungleich aus, weil, wenn in dem Dreieck cOb der Winkel bei O halbirt wird, die Proportion $ca : ab = cO : bO$ besteht. Nun ist aber $cO > bO$, mithin auch $ca > ab$; woraus die Richtigkeit der Aussage erhellt.

Man hat auch Bilder angefertigt, die dem in gewöhnlicher Lage befindlichen Auge verzerrt erscheinen. Dergleichen Bilder heißen optische Anamorphosen und sind für eine ungewöhnliche Stellung des Auges gezeichnet worden, das die Zeichnung wieder in richtigen Verhältnissen erkennt, wenn es solche von dem derselben angemessenen Standpunkte aus betrachtet. Die wenigen angeführten Beispiele werden hinreichend sein, um einzusehen, daß die Perspective, welche auf die Form der Körper Bezug hat und Linearperspective heißt, zum Unterschied der sogenannten Luftperspective, welche die Haltung der Farbentöne lehrt, eine rein geometrische Wissenschaft ist. Wenn auch die Verfahrungsart

bei einem oder dem anderen perspectivischen Entwurfe sich ändert, so liegt doch bei allen eine und dieselbe Vorstellungsweise zu Grunde. Zwischen dem abzubildenden Gegenstand und dem Auge befindet sich die aufrechtstehende Bildfläche; von jedem sichtbaren Punkte des Umrisses des abzuzeichnenden Objectes geht nach dem Auge ein Lichtstrahl, welcher in seinem Durchschnitt mit der Bildfläche den entsprechenden Bildpunkt bestimmt. Indem dann die dergestalt gefundenen Punkte durch Linien gehörig verbunden werden, wird die perspectivische Abbildung des Umrisses vollendet sein.

3. Intensität der Beleuchtung.

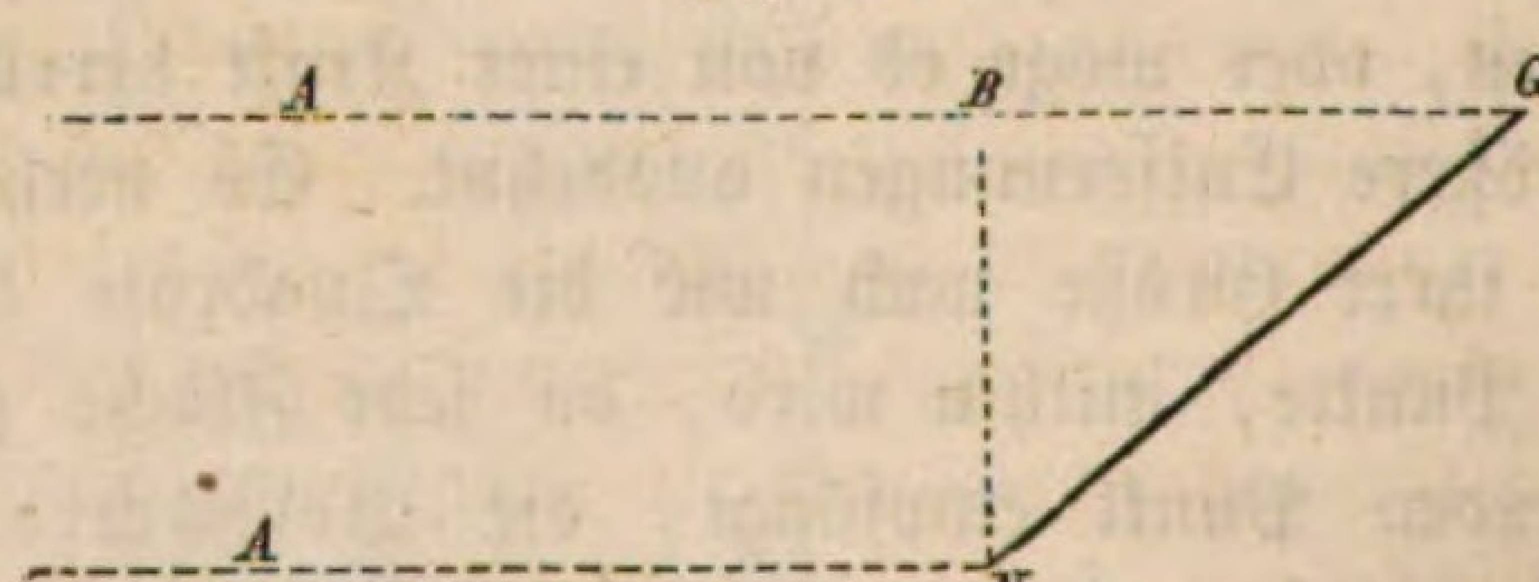
Denkt man sich von einem leuchtenden Punkt in einem und demselben homogenen Mittel Licht in gleicher Weise nach allen Seiten hin strahlenförmig auslaufend, so werden alle Punkte einer Kugelfläche, indem sie gleichzeitig von senkrecht auffallenden Strahlen getroffen werden, ebenmäßig erleuchtet erscheinen. Bei der Verbreitung des in geraden Linien fortgehenden Lichtes auf eine größere Kugelfläche wird diese ebensoviel Licht wie die vorhergehende kleinere erhalten, möge dasselbe aus Theilchen bestehen, welche von dem leuchtenden Punkte ausgeschickt werden, oder möge es von einer Kraft herrühren, die sich allmählig auf größere Entfernungen ausdehnt. Es verhalten sich aber die Kugelflächen ihrer Größe nach wie die Quadrate ihrer Abstände vom leuchtenden Punkte, mithin wird, da jede Fläche gleichviel Licht von dem leuchtenden Punkt empfängt, die Beleuchtungsstärke in jenen Flächen, d. h. die auf eine gleiche Flächengröße kommende Lichtmenge in ihnen, den Kugelflächen selber umgekehrt proportional sein. Wir können also sagen, die Beleuchtungsstärke auf verschiedenen um den leuchtenden Punkt herumliegenden Kugelflächen ist dem Quadrat ihrer Entfernung vom leuchtenden Punkte umgekehrt proportional. — Bezeichnet man mit i die Beleuchtungsstärke der Flächeneinheit bei dem Halbmesser = 1 und mit J jene bei dem Halbmesser r; so ist $J = \frac{i}{r^2}$. Die Größe i ist der Intensität des von dem leuchtenden Punkte ausgehenden Lichtes proportionirt, sie ist das Maß der Erleuchtungskraft desselben und wird dessen wirklicher Glanz genannt.

Ist die Kugelfläche vom leuchtenden Punkte außerordentlich weit entfernt und das ins Auge gefaßte erleuchtete Flächenstück verhältnißmäßig sehr klein, so können sämmtliche vom leuchtenden Punkte nach jenem Flächenstücke hingesendeten Lichtstrahlen als parallel unter sich angesehen werden. In diesem Falle nimmt aber gedachtes Flächenstück die Form einer Ebene an, auf welcher die Lichtstrahlen senkrecht auf-

fallen. Wir dürfen darum sagen, daß die Beleuchtungsstärke einer Ebene durch das von einem sehr weit entfernten Punkte herkommende und auf dieselbe senkrecht auffallende Licht dem Quadrate ihres Abstandes vom leuchtenden Punkte umgekehrt proportional ist. Dieser Fall findet auf der Erde in Bezug auf jeden leuchtenden Punkt der Sonne statt; denn jeder Punkt der Sonne ist ohngefähr 20 Millionen geographische Meilen von der Erde entfernt, weßhalb die von einem solchen Punkte kommende und auf eine kleine Strecke unserer Erde auffallenden Lichtstrahlen als parallel unter sich angesehen werden können, selbst dann noch, wenn diese Strecke eine Ausdehnung von mehreren Meilen hätte.

Fallen die parallelen Lichtstrahlen schief auf die Ebene auf, so nimmt der Grad der Helligkeit im Vergleich zu dem, welcher bei dem gegen diese Ebene senkrecht ankommenden Licht stattfindet, in dem nämlichen Verhältnisse ab, in welchem der Sinus des Neigungswinkels der auffallenden Strahlen gegen die Einheit abnimmt. Man denke sich die beleuchtete Ebene durch Ebenen, in denen sich die Lichtstrahlen fortbewegen, in unendlich schmale Streifen zertheilt. Stellt NG einen solchen

Fig. 71.



gegen das Licht geneigten Streifen dar, und denkt man sich durch N eine Ebene senkrecht auf die Richtung der Lichtstrahlen gelegt, so wird der Streifen NG von derselben Lichtmenge erleuchtet wie der kleinere Durchschnitt NB. Der Grad der Helligkeit auf dem Streifen NG wird also in dem Maße geringer, als NB kleiner als NG ist; d. h. man hat den bei senkrecht auffallendem Lichte gefundenen Grad der Helligkeit nur mit dem Quotienten $\frac{BN}{NG}$ oder mit dem Sinus des Neigungswinkels, unter welchem die Lichtstrahlen auf die zu NG gehörige Ebene auffallen, zu multipliciren um den Grad der Helligkeit zu erhalten, welcher dem schief gegen dieselbe ankommenden Licht entspricht. Bezeichnet also i die Intensität des vom leuchtenden Punkte ausgehenden Lichtes, r dessen Abstand von der erleuchteten Ebene, auf welche das Licht unter dem Winkel φ auffällt; so hat man für den Grad der Helligkeit oder die Intensität der Beleuchtung J der Ebene den Ausdruck: $J = \frac{i}{r^2} \sin \varphi$.

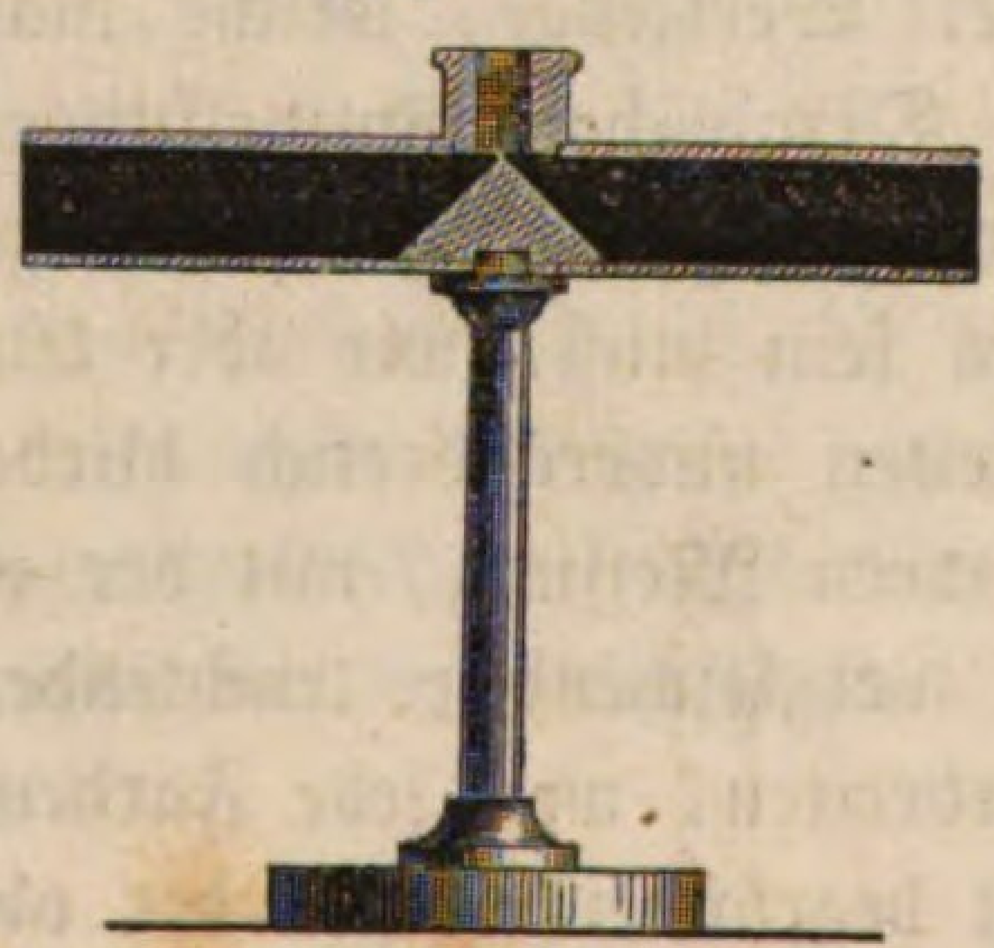
Ist die Lichtquelle nicht ein Punkt, sondern ein Aggregat von vielen leuchtenden Punkten, die einerlei Intensität haben und so nahe bei einander liegen, daß man die Werthe r und φ für jeden derselben als einerlei ansehen kann; so nimmt die Erleuchtung offenbar in dem Maße an Stärke zu, in welchem die leuchtende Fläche größer wird. Ist daher A die Größe dieser Fläche, so erhält man in diesem Falle für die Stärke der Erleuchtung den Ausdruck: $J = \frac{A\,i}{r^2} \sin \varphi$, in welchem man das Product A i die Leuchtkraft der Fläche A zu nennen pflegt.

Theils zur Bestätigung der vorhin ausgesprochenen Gesetze, theils aber auch um die Leuchtkraft verschiedener Lichtquellen untereinander zu vergleichen, bedient man sich besonderer Werkzeuge, welche man Helligkeitsmesser oder Photometer nennt. Dergleichen Lichtmessungen haben ihre eigenthümliche Schwierigkeiten, weil der dabei zu Grund zu legende Maßstab eine unveränderliche Größe sein muß, wir aber kein Licht kennen, dessen Intensität zu allen Zeiten unveränderlich bliebe. Dann muß der Maßstab, wie bei jeder andern Messung, mit der zu messenden Größe gleichartig sein: die zu vergleichenden leuchtenden Körper dürfen darum kein farbiges Licht verbreiten, weil jede Farbenverschiedenheit eine Art von Ungleichartigkeit begründet; wegen der obwaltenden großen Mannigfaltigkeit in der Färbung des Lichtes hält es aber schwer, zwei ganz gleichfarbige leuchtende oder erleuchtete Körper zu erhalten. Ferner geht unserem Auge, mit dessen Hülfe der in Frage stehende Grad der Erleuchtung beurtheilt wird, ganz und gar die Fähigkeit ab, bei der Betrachtung zweier erleuchteter Gegenstände zu entscheiden, wie vielmal der eine mehr als der andere erleuchtet ist. Wegen dieser Umstände würden wir deßhalb bei der Lichtmessung oder Photometrie zu keinem einigermaßen befriedigenden Resultate gelangen können, wenn nicht auf der andern Seite wieder das Auge das Vermögen besäße, die Gleichheit oder Ungleichheit zweier gleichzeitig betrachteter Erleuchtungen mit ziemlicher Sicherheit zu erkennen. Bei allen photometrischen Bestimmungen müssen wir also jederzeit dahin trachten, daß die zu vergleichenden Leuchtkräfte so viel als möglich eine gleichstarke Beleuchtung hervorbringen. Auch muß man bei dergleichen Untersuchungen Sorge tragen, daß die Erleuchtung weder zu stark noch zu schwach sei, damit das Auge weder geblendet noch zu sehr angestrengt werde, was zu unrichtigen Urtheilen Veranlassung geben könnte. Dann ist dafür zu sorgen, daß die zwei erleuchteten Flächen bei der Vergleichung von gleicher Größe genommen werden, damit nicht der überwiegende Gesammteindruck der einen Fläche gegen die andere eine Unrichtigkeit in der Abschätzung verursache. Ferner müssen die erleuchteten Flächen sich

nahe bei einander befinden und solche Dimensionen haben, damit ein Auge beide gleichzeitig zu überblicken vermöge. Endlich muß alles fremde Licht ferne gehalten werden, damit das Licht der vergleichenden Flächen einzig und allein bei der Abschätzung in Betracht komme. — Wir gehen nunmehr zu der Beschreibung der gebräuchlichsten Photometer und einiger damit angestellter Versuche über.

Ritchie's Photometer besteht aus einem rechtwinkligten, an zwei Seiten offenen, sonst ringsum verschlossenen und innen schwarz gefärbten Kasten, in dessen Mitte zwei glatte weiße, aus demselben Stücke geschnittene Papierflächen gegeneinander um 90° und unter 45° gegen die Grundfläche des Kastens befestigt sind. Gerade über der Kante, in welcher die zwei Papierflächen einander durchschneiden, befindet sich in der Oberfläche des Kastens eine Oeffnung, deren Durchmesser die halbe innere Breite des Kastens hat und über welcher eine inwendig geschwärzte Röhre angebracht ist, wodurch alles fremdartige Licht vom Auge ausgeschlossen wird. Beim Gebrauche bringt man das Photometer zwischen die beiden zu prüfenden Lichtquellen, so daß jede Papierfläche von einer Lichtquelle erleuchtet wird, und verschiebt hierauf das Instrument so lange zwischen beiden Lichtquellen hin und her, bis die zwei durch die auf den Kasten aufgesetzte Röhre betrachteten Papierflächen dem Auge gleich hell erscheinen. Sehr bequem für dergleichen Versuche ist es, wenn man auf ein zwei Meter langes, etwa 2 Decimeter breites Brett eine schmale Leiste anbringt, längs welcher der Kasten sich leicht verschieben läßt, das Brett in Decimeter, den Kasten aber von der gemeinsamen Kante der Papierflächen ab in Centimeter abtheilt, so daß man die Entfernung jener Kante von den leuchtenden Flächen mit Sicherheit angeben kann. Hat man auf diese Weise die Entfernungen gemessen, in denen die Papierflächen eine gleiche Beleuchtung zeigen; so ergibt sich das Verhältniß zwischen den Leuchtkräften der beiden Lichtquellen aus folgender einfacher Betrachtung. Stellt nämlich A die Größe der einen leuchtenden Fläche, i die Intensität ihres Lichtes, r ihre Entfernung von der Mitte des Photometers dar und fällt das Licht unter dem Winkel φ auf die Papierfläche auf; so wird der Grad der Helligkeit J dieser Fläche durch die Gleichung bestimmt: $J = \frac{A\,i\,\sin\varphi}{r^2}$. Ebenso hat man für den Grad der Helligkeit J, der von der andern leuchtenden Fläche im Photometer erhellten

Fig. 72.



Papierfläche die Gleichung: $J_1 = \frac{A_1\, i_1 \sin \varphi_1}{r_1{}^2}$, wo A_1 die Größe der andern leuchtenden Fläche, i_1 die Itensität ihres Lichtes, r_1 deren Entfernung von der Mitte des Instrumentes und φ_1 den Winkel bezeichnet, unter welchem ihr Licht auf der von ihr erhellten Papierfläche auffällt. Für den Fall, daß man an beiden Papierflächen eine gleiche Beleuchtung wahrnimmt, hat man:

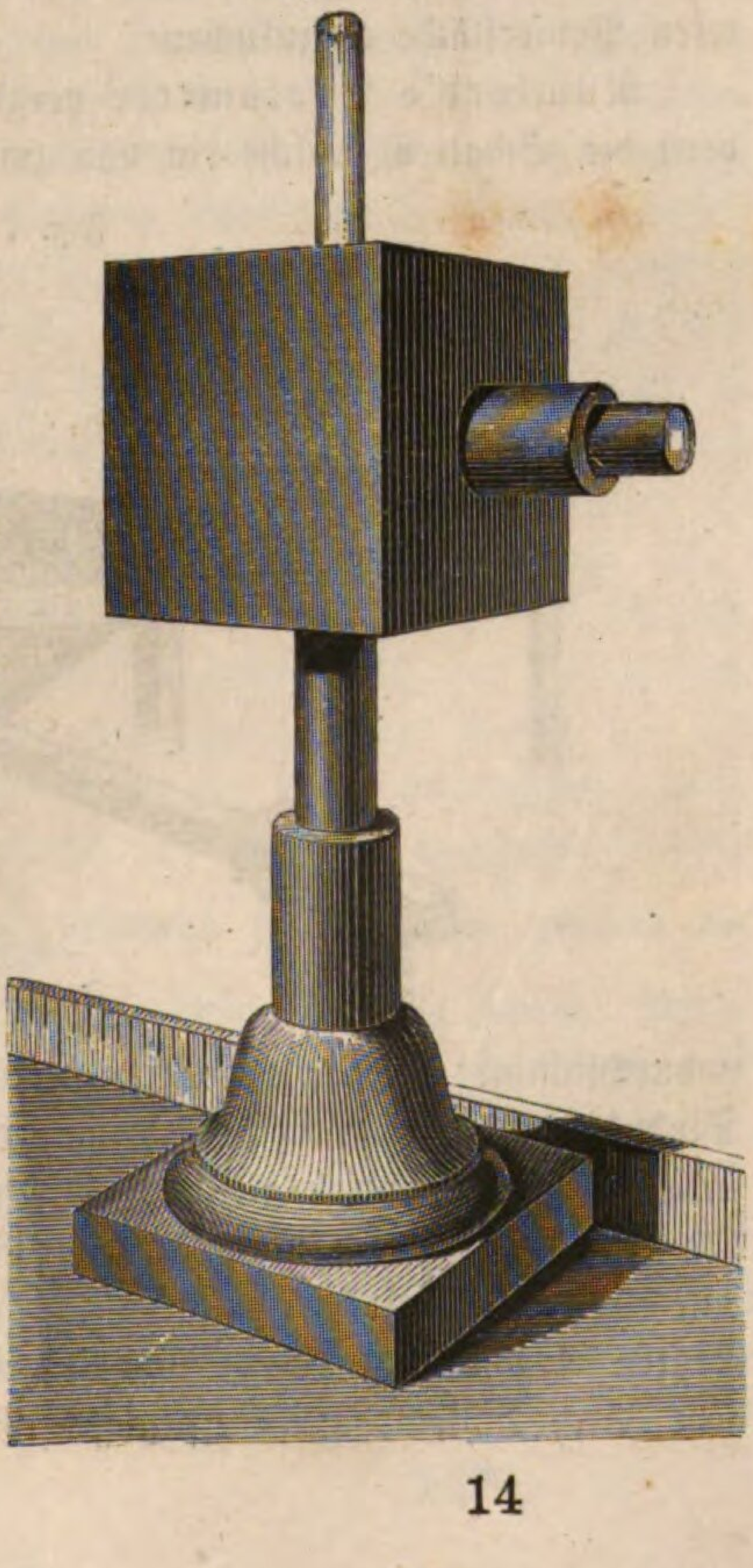
$$\frac{A\, i \sin \varphi}{r^2} = \frac{A_1\, i_1 \sin \varphi_1}{r_1{}^2}.$$

Bei der an dem beschriebenen Photometer getroffenen Einrichtung ist aber immer $\varphi = \varphi_1$; man bekommt so: $A i : A_1 i_1 = r^2 : r_1{}^2$, d. h. die Leuchtkräfte der beiden Flächen verhalten sich, wenn sie eine gleich starke Beleuchtung hervorbringen, gerade wie die Quadrate ihrer gemessenen Abstände von der Mitte des Photometers. — Will man nicht die Leuchtkräfte der beiden Flächen, sondern blos die Intensität ihres Lichtes mit einander vergleichen, so braucht man nur dicht vor jede einen Schirm mit einer Oeffnung von der nämlichen Größe zu stellen und den Versuch in der angegebenen Weise zu wiederholen. Man hat dann, weil durch die beiden Schirme $A = A_1$ wird,

$$i : i_1 = r^2 : r_1{}^2$$

d. h. die zwei Lichtintensitäten verhalten sich, wenn an beiden Papierflächen die gleiche Helligkeit erreicht ist, wie die Quadrate ihrer Abstände von der Mitte des Photometers.

Fig. 73.

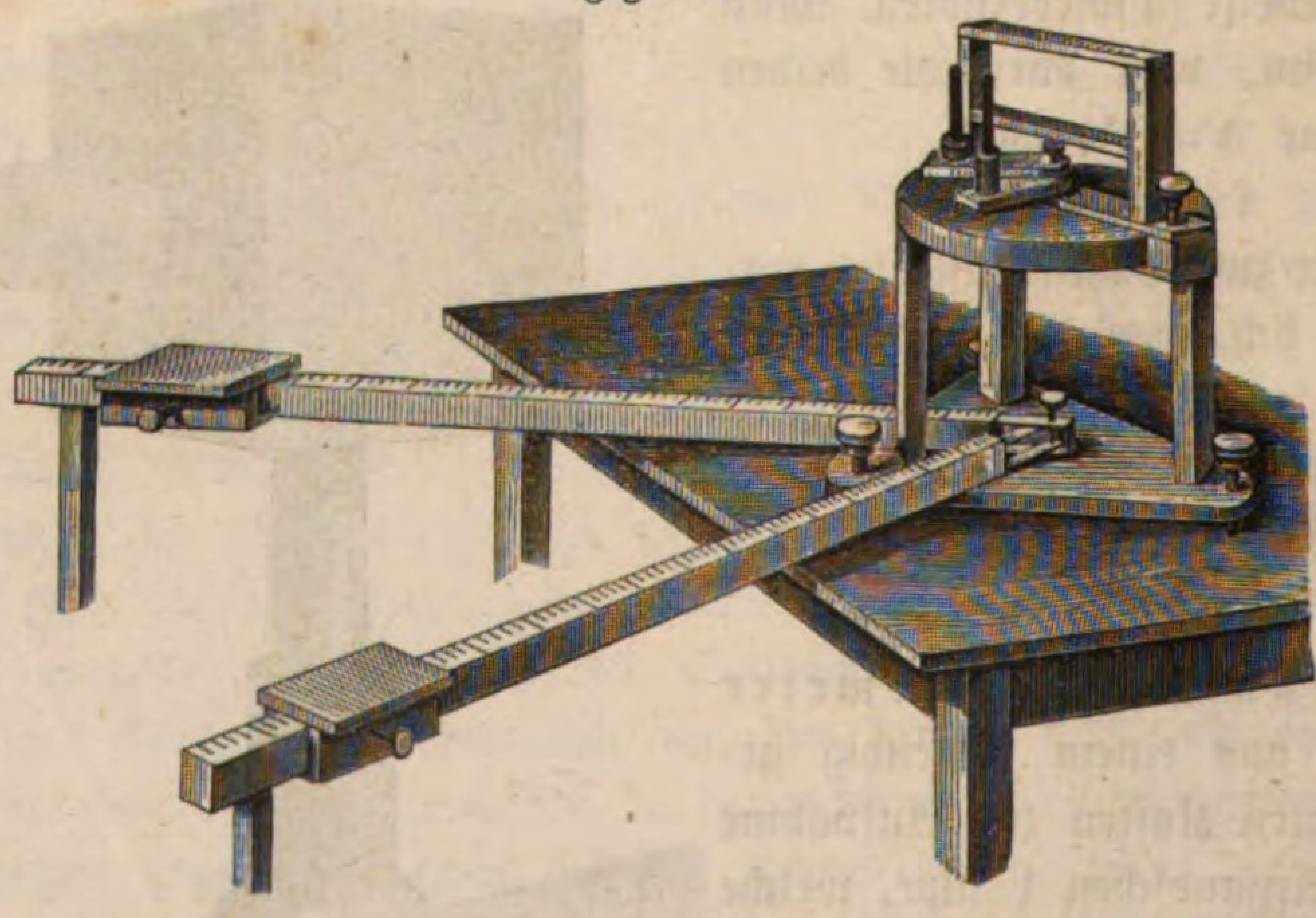


Bunsen's Photometer besteht aus einem inwendig geschwärzten Kasten zur Aufnahme einer Argandschen Lampe, welche als Maßstab der Vergleichung dient. An der der Lampe gegenüberstehenden Wand befindet sich ein Auszugsrohr, dessen äußere Oeffnung mit einer weißen Papierfläche verschlossen ist, welche man bis auf einen kleinen Kreis

in der Mitte mit warmem Stearin durchscheinend gemacht hat. Der Kasten läßt sich auf einer mit einer Maßeintheilung versehenen Leiste hin und her schieben. Bei dem Gebrauche des Photometers wird die Papierfläche zu der Lichtquelle, deren Lichtstärke mit der Lichtstärke der Argandschen Lampe verglichen werden soll, in eine solche Entfernung gebracht, daß der ungetränkte Theil der Papierfläche ebenso hell wie der durchscheinende erscheint. Bei dieser gleichen Helligkeit wird nämlich das von der Lichtquelle kommende und durch den durchscheinenden Theil der Papierfläche durchgelassene Licht vollkommen durch das Licht ersetzt, welches von der Lampe herrührt und durch besagten Theil der Papierfläche durchgelassen wird; eine Compensation, die nur dann eintreten kann, wenn die von der Lichtquelle bewirkte Erleuchtung der von der Lampe erzeugten gleichkommt. Um das Verhältniß der Intensitäten beider Lichtquellen zu erhalten, haben wir also nach dem, was vorhin gesagt worden, nichts weiter zu thun nöthig als das Verhältniß der Quadrate der Abstände der beiden Lichtquellen von der erleuchteten Papierfläche aufzusuchen.

Rumford's Photometer vergleicht nicht den Lichteindruck, sondern die Schatten, welche ein von zwei Lichtquellen zugleich beleuchteter

Fig. 74.



undurchsichtiger Körper auf einer vertikal stehenden weißen Wand wirft. Sind die zwei gegen die Wand symmetrisch stehenden Lichtquellen so gestellt daß die Schatten gleiche Dunkelheit besitzen, so ist das Verhältniß der Quadrate, der Distanzen der Lichtquellen von der weißen Fläche jenes ihrer Leuchtkräfte. Haben wir also z. B. bei einer mit Oel versorgten Argandschen Lampe und bei einer Flamme von Holzgas, nachdem durch Schirme mit Oeffnungen von jeder Flamme nur eine gleiche

Größe zur Vergleichung zugezogen ward, gefunden, daß die erste Lichtquelle auf eine Entfernung von 92 Centimetern und die zweite auf die von 145,5 Cent. von der weißen Tafel aufgestellt werden mußte, um beide Schatten auf den nämlichen Grad von Dunkelheit zu bringen; so können wir sagen, daß die Intensität des Lichtes vom Holzgase sich zu der des Lichtes von der Argandschen Lampe verhält wie 2,5 : 1.

Um durch das Experiment nachzuweisen, daß bei gleicher Stellung beleuchteter Ebenen gegen die von einer Lichtquelle auf sie auffallenden Lichtstrahlen sich die Leuchtkräfte verkehrt wie die Quadrate der Distanzen dieser Ebenen von der Lichtquelle verhalten, verfuhren wir folgendermaßen. Wir ließen das Licht von einer Argandschen Lampe, welche als Maßstab der Vergleichung diente, durch eine in einem Schirme angebrachte rechtwinklige Oeffnung von 15 Millim. Länge und 9,2 Millim. Breite auf die in einer Entfernung von 122,5 Cent. befindliche weiße Tafel unter einem Winkel von 60^0 gegen dieselbe auffallen. Unter dem nämlichen Neigungswinkel gegen die Tafel ließen wir dann das Licht von einer zweiten Lampe ebenfalls durch eine in einem Schirm gemachte rechtwinklige Oeffnung einfallen; diese Oeffnung hatte genau dieselbe Länge wie die im ersten Schirme befindliche Oeffnung, dagegen konnte ihre Breite durch ein verschiebbares Blechstück nach Belieben größer oder kleiner gemacht werden, um die beiden Schatten auf den gewünschten Grad der Gleichheit zu bringen. Diese Gleichheit trat ein bei unveränderter Stellung der Vergleichungslampe und in verschiedenen Entfernungen der zweiten Lampe von der weißen Wand, insofern die Breite der Oeffnung die dazu erforderliche Größe erhalten hatte, nämlich: in der Entfernung von 69 Cent. bei einer Breite von 2,4 Millim. und in der Entfernung von 138 Cent. bei einer Breite von 9,6 Millim. In beiden Fällen war also die Beleuchtungsstärke des Lichtes von der zweiten Lampe gleich groß; mithin mußte, da die Lichtintensität i während der kurzen Dauer des Versuchs als constant angesehen werden konnte, die Relation $\frac{2,4}{69^2} = \frac{9,6}{138^2}$ Bestand haben, was wirklich der Fall war und somit das ausgesprochene Gesetz bestätigt wurde. Aehnliche Resultate erhielten wir in andern Entfernungen der Lampe von der Tafel, wenn die Breite der Oeffnung gehörig regulirt war um die Schatten auf einen gleichen Grad der Dunkelheit zu bringen.

Um zu zeigen, daß die Beleuchtungsstärke einer Ebene nach dem geraden Verhältnisse des Sinus des Winkels sich richtet, unter welchem das Licht besagte Ebene trifft, verfuhren wir wie folgt. Nachdem wir vorerst die beiden Lichtquellen in solchen Distanzen vor die Tafel ge-

stellt hatten, daß ihre Lichtstrahlen bei dem Durchgange durch gleich große Oeffnungen und bei dem Auffallen unter dem Neigungswinkel von 60° gegen die Tafel gleich starke Schatten gaben, was bei einer Entfernung von 122,5 Cent. der Vergleichungslampe und bei einer Entfernung von 156,6 Cent. der zweiten Lampe sich ereignete, drehten wir die Tafel um eine in ihr enthaltene Achse, so daß das Licht der Vergleichungslampe normal, das der zweiten Lampe unter dem Winkel von 30° gegen die Tafel auffiel. Die Schatten erschienen nun nicht mehr gleich; um es wieder zu werden, mußte man die Breite der Oeffnung an dem Schirme der Vergleichungslampe auf die Hälfte reduciren. Für die Helligkeiten der beiden Schatten zufolge der Art, wie das Photometer gebraucht wurde, mußte also, da statt der Leuchtstärke $\frac{i A}{122{,}5^2}$ der Vergleichungslampe die äquivalente Leuchtstärke $\frac{i' A}{156{,}6^2}$ der zweiten Lampe substituirt werden kann, die Gleichung

$$\frac{i' \frac{A}{2} . \sin 90}{156{,}6^2} = \frac{i' . A \sin 30}{156{,}6^2} \quad \text{oder } \tfrac{1}{2} . \sin 90^0 = \sin 30^0$$

stattfinden. Da ihr vollkommen Genüge geschieht, so kann das oben ausgesprochene zweite Gesetz über die Intensität der Beleuchtung als ein in der Natur gültiges betrachtet werden.

Um die Anwendung der angeführten Gesetze zu zeigen, wollen wir folgende zwei Aufgaben lösen. Eine kleine weiße Fläche liegt horizontal auf einem Tische und wird von einem Lichte erleuchtet, welches sich in einer gegebenen horizontalen Entfernung a von der Fläche befindet. Man soll die Höhe x der Lichtflamme über dem Tische angeben, damit die Fläche die möglich größte Erleuchtung erhält. Die Erleuchtung der Tafel wird bei einer größeren Höhe des Lichtes wegen des größeren Abstandes einerseits schwächer, wegen des kleineren Neigungswinkels des Strahles anderseits aber wieder stärker. Bezeichnet nun y die Intensität der Erleuchtung bei der Höhe x der Lichtflamme über dem Tisch, so hat man $y = \frac{i . x}{(x^2 + a^2)^{3/2}}$, wo i die von der Flamme ausgehende Lichtmenge darstellt. Es kommt also nur darauf an, den Werth von x zu bestimmen, für welchen der Ausdruck $\frac{x}{(x^2 + a^2)^{3/2}}$ zu einem Maximum wird. Zu diesem Behufe erheben wir den Ausdruck $\frac{x}{(x^2 + a^2)^{3/2}}$ auf's Quadrat und setzen

$$z = \frac{x^2}{(x^2 + a^2)^3} = \frac{x^2}{x^6 + 3 x^4 a^2 + 3 x^2 a^4 + a^6},$$

oder $$z = \frac{4}{27a^4 + \frac{1}{x^2}(4x^6 + 12x^4a^2 - 15x^2a^4 + 4a^6)};$$

oder $$z = \frac{4}{27a^4 + \frac{1}{x^2}(x^2 + 4a^2)(2x^2 - a^2)^2}.$$

Der Bruch wird am größten, wenn der Nenner am kleinsten, d. h. wenn $2x^2 - a^2 = 0$ ist; woraus $x = \frac{a}{\sqrt{2}}$. In der Höhe, welche nahe $^7/_{10}$ des horizontalen Abstandes der Fläche von dem Lichte beträgt, wird also die Erleuchtung zu einem Maximum.

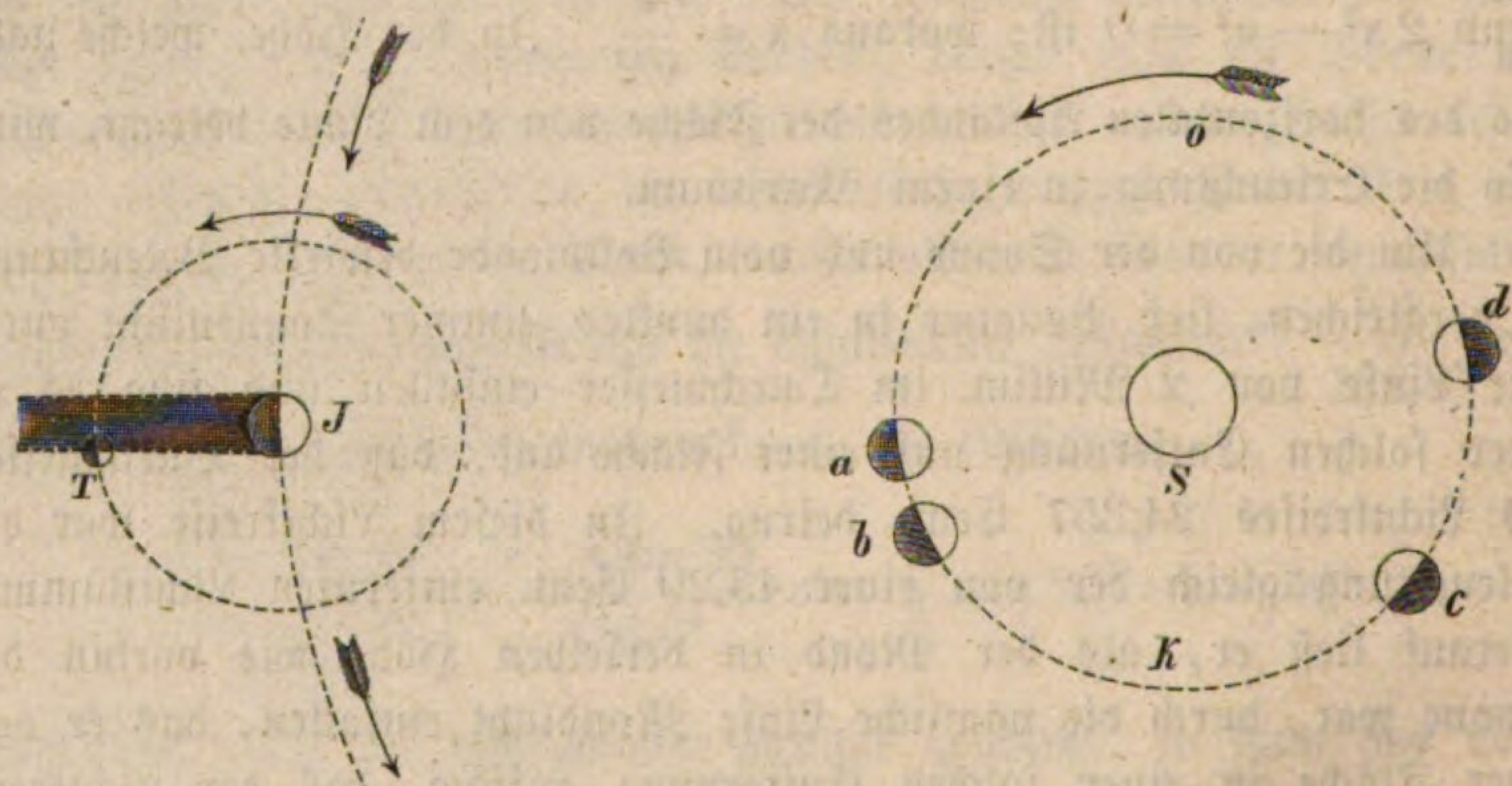
Um die von der Sonne und vom Vollmonde bewirkte Beleuchtung zu vergleichen, ließ Bouguer in ein dunkles Zimmer Sonnenlicht durch eine Linse von 2 Millim. im Durchmesser einfallen und fing es in einer solchen Entfernung auf einer Fläche auf, daß der Durchmesser des Lichtkreises 24,357 Cent. betrug. In diesem Lichtkreise war die Erleuchtung gleich der von einer 43,29 Cent. entfernten Lichtflamme. Hierauf ließ er, als der Mond in derselben Höhe wie vorhin die Sonne war, durch die nämliche Linse Mondlicht einfallen, das er auf einer Fläche in einer solchen Entfernung auffing, daß der Lichtkreis 1,804 Cent. im Durchmesser hatte. In diesem Lichtkreise war die Erleuchtung gleich der von einer 1623,37 Cent. entfernten Lichtflamme. Hiernach verhält sich die Erleuchtung durch die Sonne zu jener durch den Mond wie $\overline{1623,37}^2 . \overline{24,357}^2$ zu $\overline{43,29}^2 . \overline{1,804}^2 = 256288$ zu 1.

4. Geschwindigkeit des Lichtes.

Um das Jahr 1676 herum entdeckte der Däne Olof Römer durch astronomische Beobachtungen, daß das Licht eine gewisse Zeit braucht um von einem Orte zu einem andern zu gelangen. Wie man weiß, hat der Planet Jupiter vier unserm Monde ähnliche Begleiter oder Trabanten, von denen der ihm nächste in 42 Stunden, 28 Minuten, 35 Secunden oder ohngefahr in $42\frac{1}{2}$ Stunden einen Umlauf um den Planeten macht und jedesmal bei seinem Eintritte in den Schatten des Planeten verfinstert wird. Diese Zeitdauer muß nun dem Zeitintervall zwischen zwei unmittelbar aufeinander folgenden Eintritten des Trabanten in den Schatten, sowie dem Zeitintervall zwischen zwei successiven Austritten des Trabanten aus dem Schatten gleich sein, während Römer gefunden hatte daß jene Eintrittsmomente wie Austrittsmomente sich verfrühten, wenn die Erde in ihrer jährlichen Bewegung dem Jupiter näher kam, dagegen sich verspäteten, wenn die Erde vom Jupiter sich entfernte. Römer erkannte diese Abweichung der Bewegung des

Trabanten von der Regelmäßigkeit des Umlaufs um den Planeten als eine scheinbare und erklärte sie aus dem Umstande, daß die Fortpflanzung des Lichtes nicht augenblicklich erfolge, sondern Zeit erfordere, um einen Raum zu durchlaufen, mithin das vom Trabanten kommende Licht weniger oder mehr Zeit brauche, um von dort aus zur Erde zu gelangen, als sie ihm näher oder entfernter ist. Um die Begründung

Fig. 75.



dieses Schlusses deutlicher einzusehen, sei S der Ort der Sonne, a b c d die Bahn der Erde, J die Lage des Jupiters mit der Bahn seines Trabanten; die Pfeile geben die Richtung der Planetenbewegung an. Der einfacheren Betrachtung halber wollen wir von der Fortbewegung des Jupiters ganz abstrahiren und annehmen er stände still, wiewohl, wenn es sich um genaue Resultate handelt, diese Fortschreitung keineswegs außer Acht gelassen werden darf. Betrachtet man von dem Standpunkt der Erde aus einen Eintritt des Trabanten in den Schatten, so kann man vorher sagen, daß der folgende 10ste ...., 100ste Eintritt genau nach 10 . 42½ Stunden ..., 100 . 42½ Stunden stattfinden wird, und von den Punkten b .... c beobachtet wird, in welchen die Erde alsdann vermöge ihrer fortrückenden Bewegung sich befindet. Die Erfahrung lehrt nun, daß der auf solche Weise berechnete Zeitpunkt des Eintritts des Jupiterstrabanten in den Schatten mit dem beobachteten nicht übereinstimmt, weil sich die Erde bei ihrer Bewegung nach b und c mehr und mehr vom Jupiter entfernt, mithin die Intervalle zwischen zwei Eintritten der Verfinsterung fortdauernd zunehmen müssen, indem das Licht mehr Zeit braucht um eine größere als eine geringere Strecke zu durchlaufen. Ist die Erde in d um den ganzen Durchmesser ihrer Bahn vom Jupiter entfernt, so beträgt die Verspätung 16 Minuten, 26 Secunden. Das Licht durchläuft also die Entfernung der Sonne

von der Erde in 8 Minuten, 13 Secunden. Die Geschwindigkeit des Lichtes oder den Weg, den dasselbe in einer Secunde zurücklegt, findet man demnach, wenn man die Sonnendistanz durch 8′ 13″ oder 493″ dividirt. Es ergibt sich so für die Geschwindigkeit des Lichtes ohngefähr die Größe von 42000 geographischen Meilen, genauer 41700, oder ohngefähr die von 80000 franz. Meilen, jede zu 2000 Toisen.

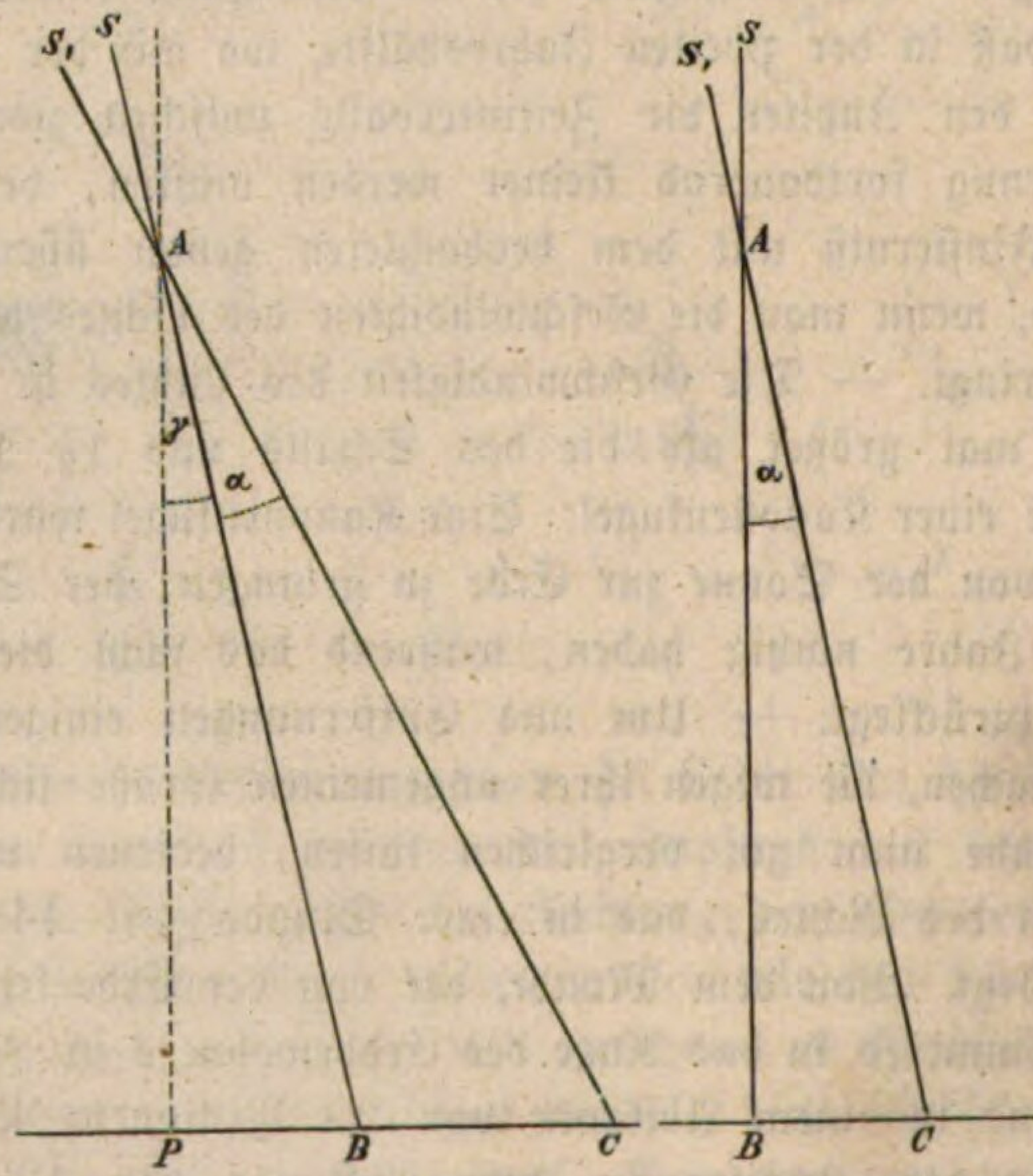
Bei der Bestimmung dieser Geschwindigkeit wird vorausgesetzt, daß das Licht gleichförmig sich bewege, mithin in gleichen Zeiten gleiche Wege zurücklege. Die Richtigkeit der Voraussetzung findet darin eine Bestätigung, daß in der zweiten Jahreshälfte, wo mit der Annäherung der Erde an den Jupiter die Zeitintervalle zwischen zwei Eintritten der Verfinsterung fortdauernd kleiner werden müssen, der berechnete Anfang der Finsterniß mit dem beobachteten genau übereinstimmend gefunden wird, wenn man die Geschwindigkeit des Lichtes gehörig dabei in Anschlag bringt. — Die Geschwindigkeit des Lichtes ist also ohngefähr 900000 mal größer als die des Schalls und 1½ Million mal größer als die einer Kanonenkugel. Eine Kanonenkugel würde 17 Jahre brauchen um von der Sonne zur Erde zu gelangen; der Schall würde dazu nur 13 Jahre nöthig haben, während das Licht diesen Weg in 8¼ Minuten zurücklegt. — Um uns Entfernungen einigermaßen anschaulich zu machen, die wegen ihrer ungemeinen Größe sich mit einem andern Maßstabe nicht gut vergleichen lassen, bedienen wir uns der Geschwindigkeit des Lichtes, das in einer Stunde Zeit 148 Millionen Meilen zurücklegt. Von dem Monde, der von der Erde 51000 Meilen entfernt ist, kommt es in das Auge des Erdbewohners in 5/4 Secunden; von der Sonne in einem Abstande von 20 Millionen Meilen in 8¼ Minuten; von dem Jupiter in dem Abstande von 133 Millionen Meilen in 52 Minuten; vom Uranus in dem Abstande von 400 Millionen Meilen in mehr als 2 Stunden; vom hellsten Fixstern in einer muthmaßlichen Entfernung von 4 Billionen Meilen in 3 Jahren; von den Sternen erster Größe in etwa 12 Jahren; von den Sternen zwölfter Größe in etwa 4000 Jahren. Wir sehen also einen Stern zwölfter Größe nicht so, wie er jetzt ist, sondern wie er vor 4000 Jahren war; und wenn er jetzt erlöschte, würden wir dies erst nach 4000 Jahren wahrnehmen. —

Eine bemerkenswerthe Bestätigung der Geschwindigkeit des Lichtes erhalten wir in dem unter dem Namen der Aberration der Fixsterne bekannten Phänomen, welches zugleich einen Beweis für die Wirklichkeit der Bewegung der Erde um die Sonne liefert. Als nämlich der englische Astronom Jakob Bradley in den Jahren 1725—1728 mit Untersuchungen über die Parallaxe der Fixsterne beschäftigt war, ent-

deckte er, daß alle Fixsterne jährlich scheinbar eine kleine Ellipse durchlaufen, deren größere Achse der Ekliptik parallel liegt und bei allen eine scheinbare Größe von 40½ Secunden hat, deren kleinere Achse aber sich nach der Breite des Sterns richtet und sich zur größeren, wie der Sinus der Breite zur Einheit verhält. Daß diese Erscheinung eine aus der gemeinschaftlichen Bewegung des Lichtes und der Erde hervorgehende Wirkung ist, läßt sich auf folgende Weise darthun. Es sei S

Fig. 76.

Fig. a.



ein Fixstern, dessen Licht mit der ihm eigenthümlichen Geschwindigkeit in einer gewissen Zeit δ den Weg AB nach der Verlängerung von SA zurücklegt, während der Beobachter vermöge der progressiven Bewegung der Erde in derselben Zeit den Weg BC macht. Wäre der Beobachter in Ruhe, so brauchte er das Fernrohr nur in die Richtung SA des einfallenden Lichtstrahls zu bringen, um den Stern darin erscheinen zu lassen; ist er aber in der von uns angenommenen Bewegung begriffen, so muß er dem Fernrohr die Lage AC geben, damit das von S ausgehende Licht auf seinem Wege AB ungehindert in das Auge gelangen könne: er sieht also den Stern in der Verlängerung von CA in dem Punkte S' am Himmelsgewölbe und nicht an seinem wahren Orte S. Der Winkel SAS', um welchen der Stern aus seiner Richtung verschoben erscheint, heißt der Aberrationswinkel. Wenn der Lichtstrahl SA die Richtung der Bewegung BC senkrecht trifft, erhält man

für die Tangente des Aberrationswinkels α den Ausdruck: $\tan g\, \alpha = \frac{BC}{AB}$, d. h. sie ist gleich der Geschwindigkeit der Erde, dividirt durch die des Lichtes. Da die erstere gegen die letztere sehr klein ist, so kann man statt der Tangente den Bogen selbst setzen, wodurch, wenn α Secunden bedeutet; man bekommt: $\alpha = \frac{BC}{0{,}0000048\,.\,AB}$ Secunden. Setzt man statt BC den Werth 4,113 Meilen, welches die Geschwindigkeit ist, mit der sich die Erde um die Sonne bewegt, und statt AB den oben angegebenen Werth 41700 Meilen; so findet man den Aberrationswinkel $\alpha = 20{,}25$ Secunden. Fällt der Lichtstrahl SA (Fig. a.) schief gegen die Richtung BC der Bewegung ein und bildet er mit der auf BC senkrecht stehenden Geraden AP den Winkel γ; so hat man, wenn α wieder den Aberrationswinkel darstellt:

$$AB : BC = \cos(\alpha + \gamma) : \sin\alpha,$$

woraus

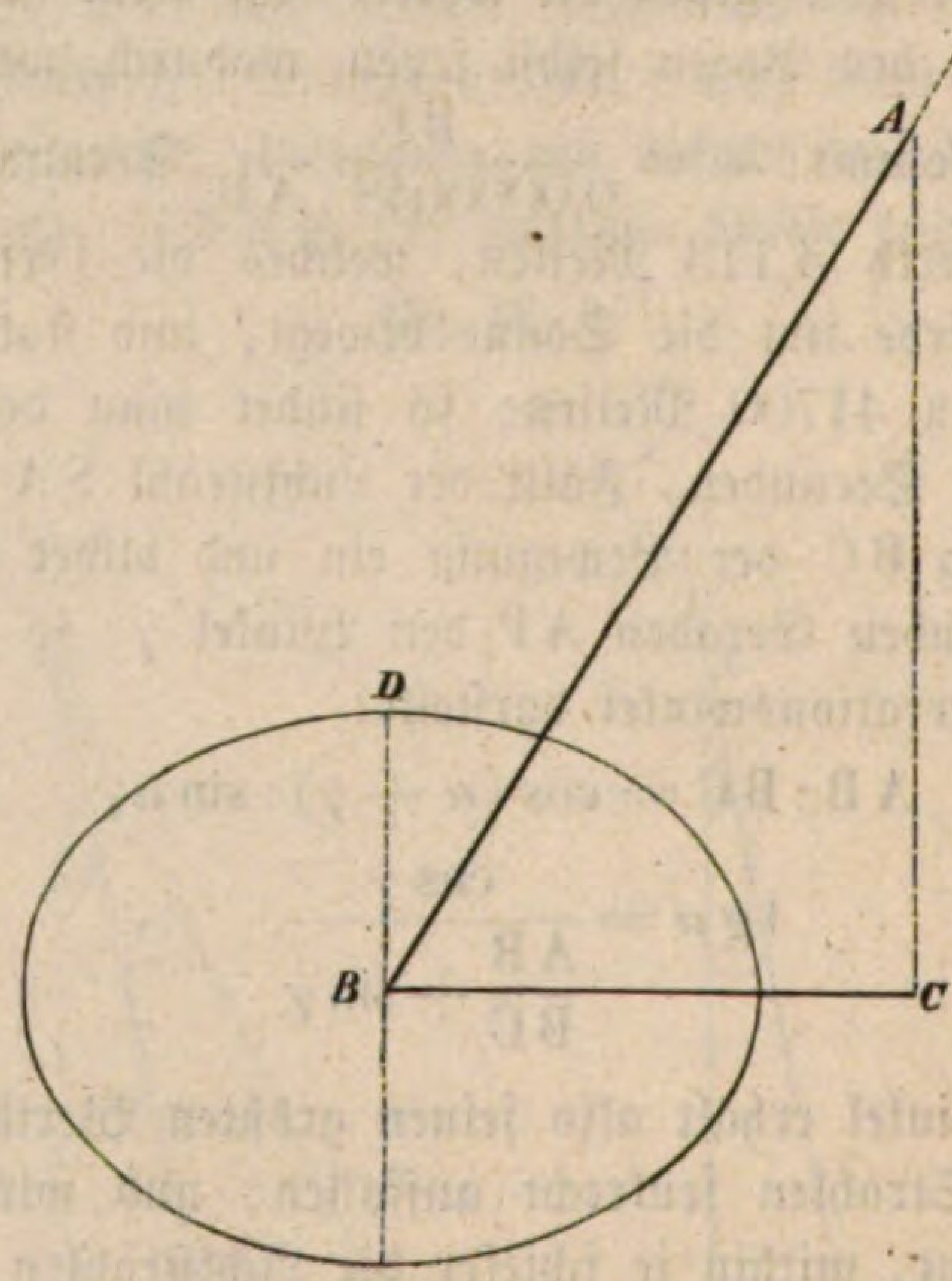
$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\cos\gamma}{\frac{AB}{BC} + \sin\gamma}.$$

Der Aberrationswinkel erhält also seinen größten Werth, wenn $\gamma = 0$, d. h. wenn die Strahlen senkrecht auffallen; und wird desto kleiner, je mehr γ zunimmt, mithin je schiefer die Lichtstrahlen auffallen. —

Um zu sehen, in wie fern die Verschiedenheit der Lage des Sternes gegen die Ekliptik bei der kreisförmigen Bewegung der Erde um die Sonne von Einfluß ist, wollen wir die dabei vorkommenden drei Hauptfälle etwas näher in's Auge fassen. Wegen der unermeßlichen Entfernung der Fixsterne, gegen die selbst der Durchmesser der Ekliptik als eine unendlich kleine Größe erscheint, können alle von einem Sterne auf die Ebene der Erdbahn anlangenden Lichtstrahlen als parallele Linien angesehen werden. Liegt nun der Stern in dem Pole der Ekliptik, so werden alle von ihm kommenden Strahlen diese Ebene, mithin auch die Richtung der Bewegung senkrecht treffen, die Erde mag in irgend welchem Punkte ihrer Bahn sich befinden. Für gedachten Fixstern wird demnach der Aberrationswinkel während des ganzen Umlaufs der Erde den Werth von 20,25 Secunden behalten; oder mit andern Worten der scheinbare Ort S′ wird um den wahren Ort S einen zu der Ebene der Erdbahn parallelen Kreis beschreiben, dessen Halbmesser 20″,25 beträgt. Kommt dagegen der Lichtstrahl SAB (Fig. 77) von einem dem Pol der Ekliptik entfernt liegenden Sterne S, so ist der Winkel ABC, den der Strahl mit seiner Projection BC auf der Ebene der Erdbahn macht, der kleinste unter allen Winkeln, welchen er mit den in gedachter Ebene durch den Fußpunkt B gezogenen Linien bildet. Stellen wir diese

Winkel durch x dar und erwägen wir, daß die dazu gehörigen mit γ bezeichneten Winkel der Relation $\gamma = 90 - x$ genügen; so wird γ seinen

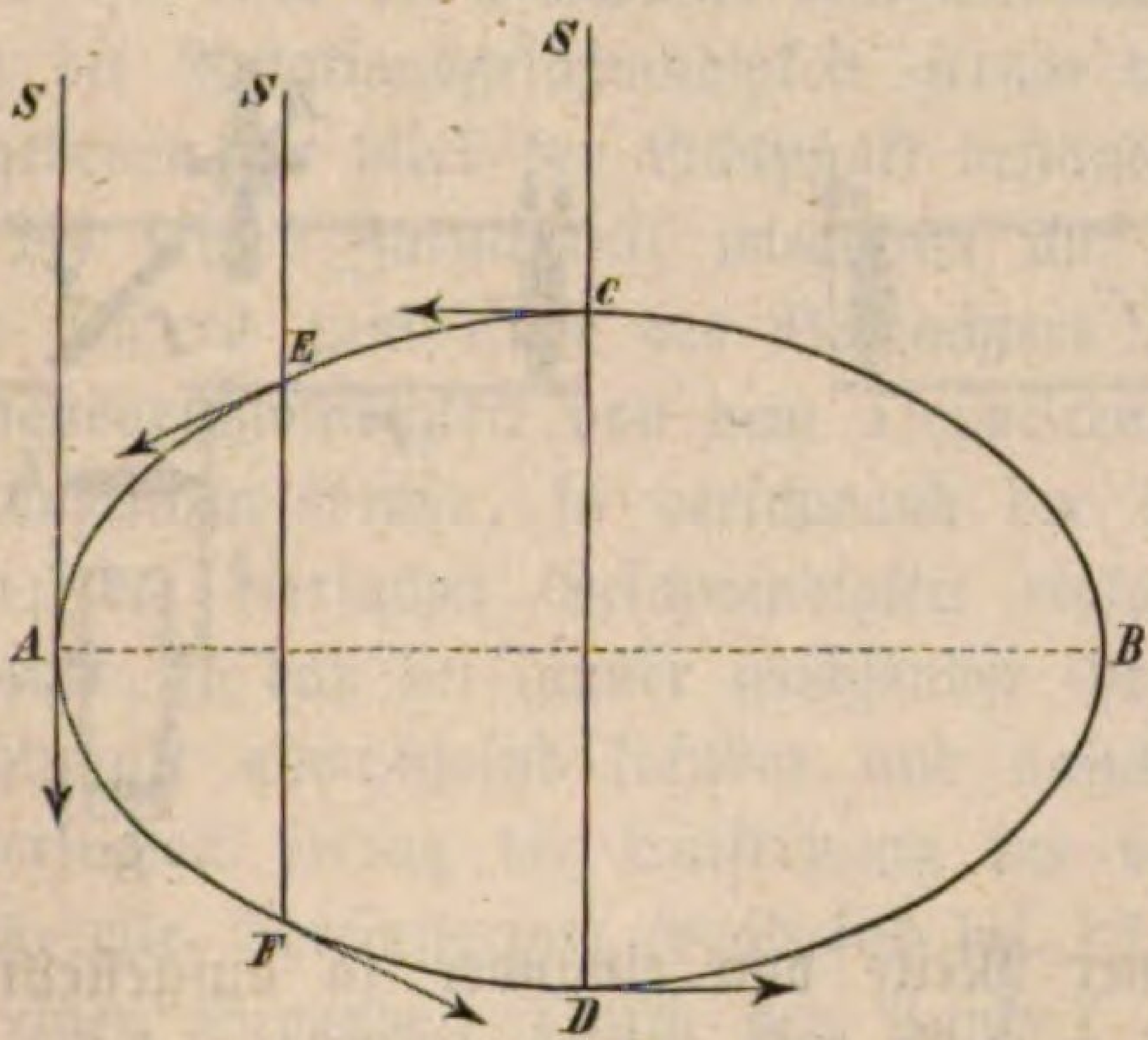
Fig. 77.



größten Werth annehmen, wenn x seinen kleinsten Werth erhält, welcher mit der erwähnten Neigung des Strahls gegen die Ekliptik oder mit der Breite β des Sternes zusammenfällt. Der kleinste Aberrationswinkel oder der kleinste Abstand des scheinbaren Orts S' von dem wahren, eines dem Pol der Ekliptik entfernt liegenden Ortes wird folglich durch die Gleichung $\tan \alpha = \frac{CB \cdot \sin\beta}{AB + CB \cdot \cos\beta}$ bestimmt werden, wo die Größen CB und AB die in der Fig. 76 angenommene Bedeutung haben. Die letzte Gleichung verwandelt sich, wenn wieder statt der Tangente der Bogen gesetzt wird, in die Gleichung $\alpha = \frac{CB}{AB} \sin\beta$. — Denken wir uns weiter in der Ebene der Ekliptik die Linie BD senkrecht auf die Projection BC gezogen, so wird jene Linie BD zugleich auf der Richtung AB des Strahls senkrecht stehen, mithin die Richtung der Bewegung der Erde angeben, für welche der Aberrationswinkel am größten und gleich 20″,25 ist. Es wird deshalb der scheinbare Ort eines von dem Pole der Ekliptik entfernt liegenden Sternes um den wahren Ort sich dergestalt bewegen, daß sein Abstand am größten erscheint und 20″,25 beträgt, wenn die Bewegung der Erde in der Richtung BD stattfindet; dieser Abstand wird mehr und mehr

abnehmen, je weiter die Richtung der Bewegung der Erde von der der Linie DB abweicht und der Richtung der Linie BC näher kommt, in welcher Richtung jener Abstand seinen kleinsten Werth erreicht. Hieraus ergibt sich, daß die außerhalb des Pols der Ekliptik liegenden Sterne scheinbar eine kleine Ellipse durchlaufen, deren halbe große mit der Ekliptik parallele Achse die Länge von 20″,25 hat und deren kleine Achse im Verhältniß der Sinus der Breite des Sternes steht. — Liegt endlich der Stern in der Ekliptik selbst, so wird die scheinbare Orts-

Fig. 78.

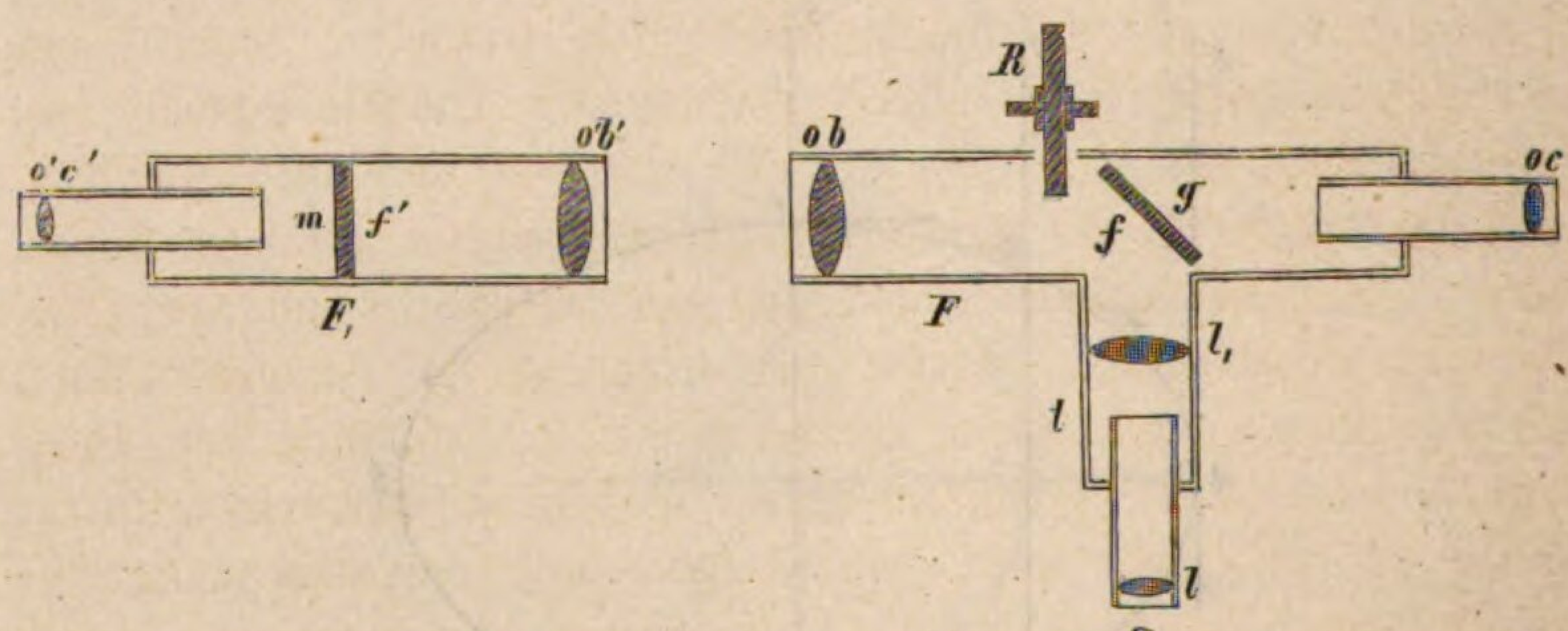


veränderung des Sternes in dieser Ebene vorgehen. Ist die Erde in C und der Lichtstrahl senkrecht auf der Richtung der Bewegung der Erde, so wird der scheinbare Ort von dem wahren um 20″,25 abstehen. Während der Bewegung der Erde von C nach A wird der Aberrationswinkel immer kleiner, weshalb der scheinbare Ort dem wahren sich nähert, den er erreicht, wenn die Erde in A anlangt, wo die Aberration verschwindet. Bei der Bewegung der Erde von A nach D entfernt sich der scheinbare Ort mehr und mehr von dem wahren, weil der Aberrationswinkel im Wachsen begriffen ist. Im Punkt D fällt der Lichtstrahl wieder senkrecht auf die Richtung der Bewegung der Erde, die Aberration erreicht also wieder ihren größten Werth von 20″,25. Die in der Ekliptik befindlichen Sterne werden also während der Bewegung der Erde um die Sonne nur eine gerade Linie von zweimal 20″,25 zu beschreiben scheinen. — Dies sind die Erscheinungen der Aberration des Lichtes, wie sie sich aus der Bewegung der Erde um die Sonne am Himmel darbieten müssen. Jede kleine Aberrationsellipse, welche jeder Stern um seinen wahren Ort zu beschreiben scheint, ist ein getreues Abbild der großen Bahn der Erde von nahe 130 Millionen Meilen im Umfang. Von dem Sternenhimmel wird uns so

wie von einem verkleinernden Hohlspiegel tausendfach ein Vorgang der Erde zurückgeworfen, der durch eine bloße Vergleichung der darauf befindlichen einzelnen Theile nicht weiter erkannt werden kann, indem alle ohne Unterschied auf gleiche Weise daran Theil zu nehmen haben.

In neuester Zeit ist es dem französischen Physiker Fizeau gelungen auch durch bloße terrestrische Beobachtungen die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes zu bestimmen. Sein sinnreiches Verfahren ist folgendes. Zwei astronomische Fernröhre F und F′ wurden in einem

Fig. 79.



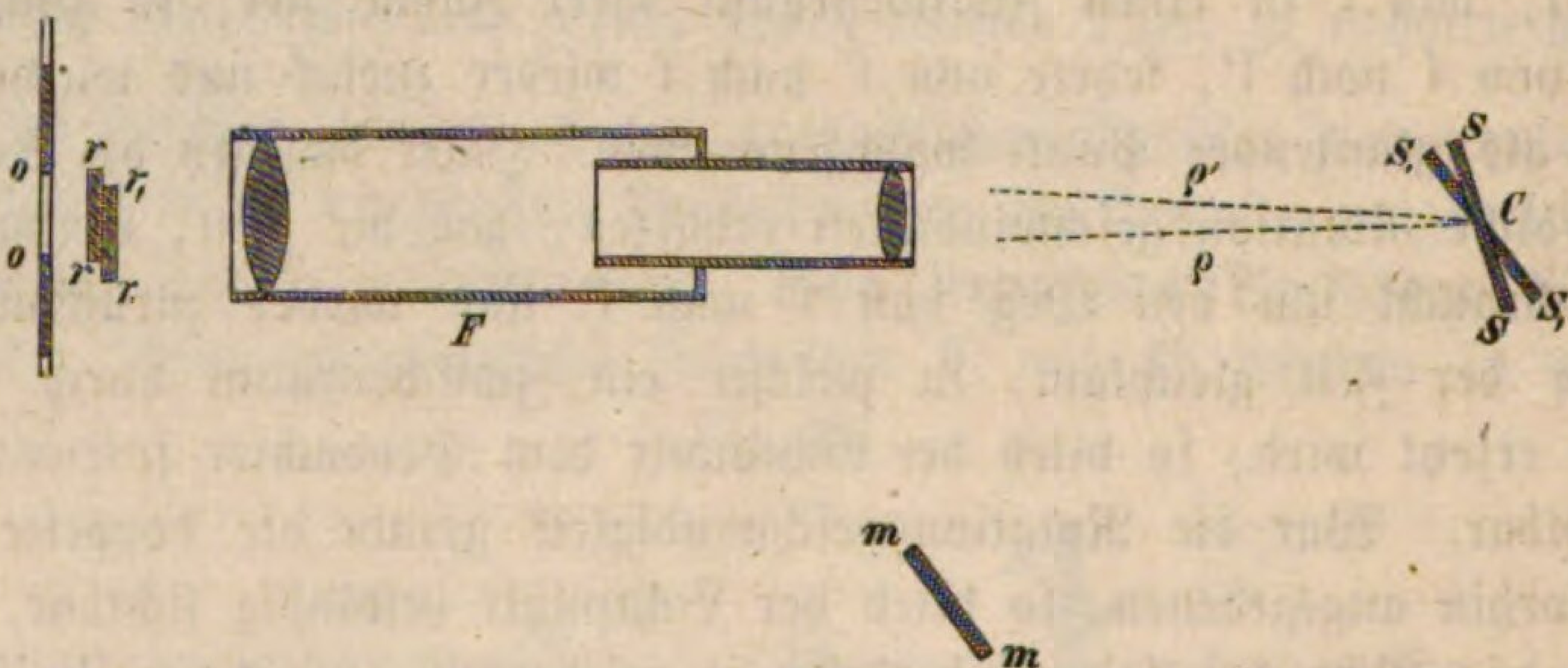
Abstande von einer Meile von einander so aufgestellt, daß das Objectiv des einen mittelst des andern deutlich gesehen werden konnte. An dem einen Fernrohr F befand sich in der Nähe des Brennpunktes f des Objectivs eine Seitenöffnung, durch die das Licht einer intensiven Lampenflamme S fiel, das von einem gegen die Achse des Fernrohrs unter 45° geneigten Spiegelglase g gegen das Objectiv hin reflectirt wurde. In dem seitlichen Rohre t waren zwei Linsen l und l′ angebracht, welche die Lichtstrahlen nach ihrer Reflection von der Spiegelplatte g zu einem kleinen Bilde der Flamme in dem Brennpunkte f vereinigten. Die von f ausgehenden Strahlen traten aus dem Objectiv ob des Fernrohrs F als ein Bündel paralleler Strahlen aus, und fielen, nachdem sie eine Wegstrecke von etwa einer Meile zurückgelegt hatten, auf das Objectiv o′b′ des zweiten Fernrohrs F′, von welchem sie abermals zu einem kleinen Bilde in dem Brennpunkte f′ vereinigt wurden. Hier befand sich ein senkrecht zur Achse gestellter Metallspiegel m, der die Lichtstrahlen dem ersten Fernrohr F wieder zurückwarf, wo sie, nachdem zum zweiten Mal eine Wegstrecke von etwa einer Meile zurückgelegt worden war, sich in f wieder zu einem kleinen leuchtenden Bilde vereinigten, das durch die Spiegelplatte g hindurch mittelst des Oculars oc des Fernrohrs F betrachtet werden konnte. — Auf der andern Seite dieses Fernrohrs war eine zweite

Oeffnung angebracht, durch welche der Rand einer mit 720 Zähnen drehbaren kreisförmigen Scheibe hineinragte und gerade durch den Brennpunkt f des Objectivs ging. War nun die Scheibe in Ruhe und so gestellt, daß f in einen Zwischenraum ihrer Zähne fiel; so ging das Licht von f nach f′, kehrte von f′ nach f wieder zurück und wurde daselbst als glänzender Punkt wahrgenommen. Hatte dagegen die Scheibe eine solche Rotationsgeschwindigkeit erhalten, daß die Zeit, welche das Licht braucht um den Weg von f nach f′ und wieder zurückzulegen, immer der Zeit gleichkam, in welcher ein Zwischenraum durch einen Zahn ersetzt wird; so blieb der Lichtpunkt dem Beobachter fortwährend unsichtbar. War die Rotationsgeschwindigkeit gerade die doppelte von der vorhin angegebenen, so blieb der Lichtpunkt beständig sichtbar, weil dann das Licht bei seiner Zurückkunft wiederum auf einen Zwischenraum fiel, durch den es zum Auge des Beobachters gelangen konnte. Stieg die Rotationsgeschwindigkeit von dem Doppelten auf das Dreifache ihrer ursprünglichen Größe, so verschwand der leuchtende Punkt in f von Neuem; bei vierfacher Geschwindigkeit erglänzte der Punkt abermals und sofort, so daß bei immer wachsender Geschwindigkeit der Scheibe der Lichtpunkt abwechselnd sichtbar und unsichtbar wurde. — Bei Fizeau's Versuchen betrug die Entfernung der beiden Fernröhre 8633 Meter; die erste Verfinsterung ergab sich bei 12,6 Umdrehungen der Scheibe in einer Secunde. Durch den Punkt f ging folglich ein Zahn oder ein Zwischenraum in $\frac{1}{12,6 \,.\, 2 \,.\, 720}$ Secunde, während das Licht in der nämlichen Zeit den Weg von 2 . 8633 Metern zurücklegte; woraus sich die Geschwindigkeit des Lichtes berechnen läßt. Als Mittelwerth aus 28 Versuchen ergab sich die Geschwindigkeit von 42506 geographischen Meilen, welches Resultat mit dem auf astronomischen Wege erhaltenen verhältnißmäßig genau übereinstimmt.

Foucault, ein anderer französischer Physiker, hat versucht auf experimentalem Wege nachzuweisen, daß das Licht in verschiedenen Mitteln sich mit verschiedener Geschwindigkeit fortpflanze. Das dabei von ihm eingehaltene Verfahren war folgendes: Er ließ das Sonnenlicht durch eine quadratische Oeffnung o o von 2 Millimeter Seite einfallen und dann durch ein senkrechtes feines Drahtgitter r r durchgehen. Das aus dem Fernrohr F kommende Licht fiel hierauf auf einen Spiegel SS, der mit Hülfe einer kleinen Dampfmaschine in schnelle Umdrehung um eine senkrechte Achse versetzt werden konnte. Von dem Spiegel SS reflectirt traf das Licht auf einen kleinen Hohlspiegel m m, wo ein Bild des Gitters r r entstand, wenn die Linsen des Fernrohrs die gehörige Stellung erhalten hatten. Von dem Spiegel m m aber-

mals reflectirt legte das Licht in entgegengesetzter Richtung denselben Weg zurück, welchen es vorher gemacht, und es zeigte sich ein Bild

Fig. 80.



des Gitters, das mit dem Gitter selbst zur Deckung kam. Eine derartige Deckung fand aber nicht mehr statt, wenn der Spiegel SS in schnelle Rotation versetzt wurde, sondern das Bild war dann mehr oder weniger verschoben, so daß es etwa in r′r′ lag. Der in der Richtung ϱC so einfallende Strahl verfolgt nämlich bei seiner Zurückkunft nicht den Weg Cϱ, sondern die Richtung Cϱ′, welche mit jenem den Winkel 2α einschließt, wenn der Spiegel SS um den Winkel α in der Zeit gedreht worden, während welcher das Licht den Weg von SS nach mm und wieder zurück macht. Was von dem Strahl ϱC ausgesagt worden, gilt aber von jedem aus dem Gitter ausfahrenden Strahl, so daß das Bild r′r′ des Gitters in Bezug auf das Gitter selbst verschoben erscheint. Bei einer jeden Rotation hält das Bild nur eine äußerst kurze Zeit an, nämlich so lange nur als die von SS zurückgeworfenen Strahlen den Hohlspiegel treffen. Wegen dieser Kürze des Eindruckes würde das Auge bei einer einmaligen Rotation das Bild nicht wahrnehmen; es wird ihm nur dadurch vernehmlich, daß sich bei stetiger rascher Drehung jene Eindrücke in vollkommen gleicher Weise schnell wiederholen. — Bei gleicher Winkelgeschwindigkeit steht die Größe der Verschiebung des Bildes in geradem Verhältniß mit der Zeit, innerhalb welcher das Licht den Weg von SS nach mm zurücklegt, oder, was auf eins hinausläuft, in umgekehrtem Verhältniß mit der Geschwindigkeit, mit welcher jener Weg beschrieben wird. Foucault beobachtete nun eine Verschiebung von 0,01 Millimeter, wenn der Spiegel ohngefähr 30 Umdrehungen in der Secunde machte und das Licht zwischen SS und mm einen Weg von 4 Metern zurücklegte. Dagegen betrug die Größe der Verschiebung $0{,}01 \,.\, \frac{4}{3}$ Millimeter, als er das von ss kommende Licht, bevor es auf mm fiel, durch eine vier Meter lange

Wassersäule gehen ließ. Aus diesem Versuche schloß Foucault, daß sich das Licht in dem Wasser langsamer als in der Luft fortpflanzt, und daß sich seine Geschwindigkeit in der Luft zu jener im Wasser verhalte wie 4:3; oder was der Dioptrik zufolge dasselbe besagt, daß das Verhältniß der Geschwindigkeiten in jenen beiden Mitteln zum Ausdruck den Quotienten der Lichtbrechung von Luft in Wasser habe.

II. Von der Zurückwerfung (Reflection des Lichtes).

1. Reflectionsgesetz und Erscheinungen an ebenen Spiegeln.

Läßt man durch eine am Fensterladen angebrachte kleine Oeffnung einen Strahl Sonnenlicht im dunkeln Zimmer auf eine horizontale, polirte, durchsichtige und gegen seine Richtung geneigte Glasplatte fallen, so nimmt man folgende Erscheinungen wahr. Der Lichtstrahl theilt sich bei dem Eintritt in das neue Mittel in mehrere Theile. Ein Theil kehrt in das alte Mittel zurück, wird, wie man sagt, zurückgeworfen oder reflectirt. Bringt man das Auge in die Richtung, nach welcher die Zurückwerfung oder Reflection erfolgt, so sieht man ein lebhaftes Bild der Sonne, welches vom Fußboden herzukommen scheint. — Die Stelle, wo der Strahl auf die Glasplatte auffällt, ist übrigens auch nach allen andern Richtungen sichtbar; nur besitzt sie in allen eine geringere Lichtstärke als in der Richtung, in welcher die Zurückwerfung stattfindet; dieser zweite nach allen Seiten ohne Unterschied zurückgestrahlte Theil heißt gewöhnlich zerstreutes Licht. — Ein dritter Theil des einfallenden Lichtes entgeht der Zerstreuung und der Reflection und dringt in das neue Mittel ein, wobei er zugleich eine Aenderung in seiner Richtung erfährt. — Gebraucht man statt der Glasplatte eine polirte ebene Metallplatte, so nimmt man die beiden ersten Erscheinungen in gleicher Weise, die dritte aber nicht mehr wahr. Das polirte Metall wirft mithin einen Theil des einfallenden Lichts zurück, zerstreut einen andern Theil, und verschluckt oder absorbirt den übrigen Theil. Der letzte Theil ist dem analog, welcher durch den durchsichtigen Körper geht.

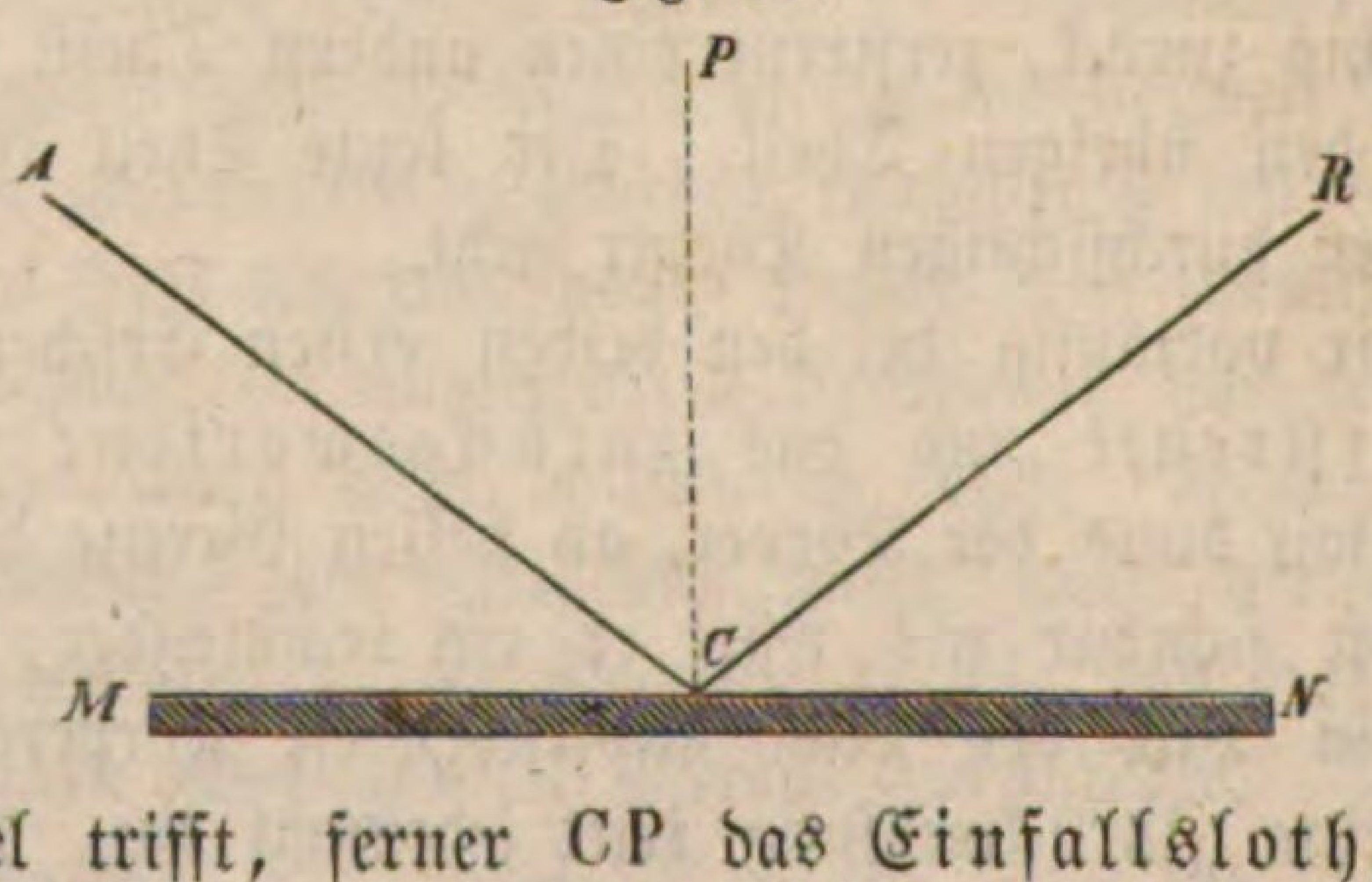
Bleiben wir vorläufig bei den beiden ersten Erscheinungen stehen, welche das zerstreute und das zurückgeworfene Licht angehen. Durch ersteres wir dun's der Körper, an dessen Grenze die Zerstreuung stattfindet, selbst sichtbar als wäre er ein leuchtender; durch letzteres erblicken wir ein Bild des Licht aussendenden Körpers. Eine Zerstreuung und eine Zurückwerfung tritt jedesmal ein, wenn ein Lichtstrahl an die Grenze zweier heterogener Mittel gelangt; ob erstere oder letztere stattfindet, das hängt bloß von dem verschiedenen Grad der

Politur der vom Lichte getroffenen Fläche ab. Denn je unvollkommener diese Politur ist, desto beträchtlicher wird der Theil des zerstreuten Lichtes und desto mehr tritt die Reflection zurück; während jeder Körper, der im rauhen und unpolirten Zustande bloß selbst sichtbar ist, sofort das Bild desjenigen zeigt, von dem das Licht auf ihn fällt, wenn seine Oberfläche polirt wurde. Polirte Flächen, welche durch reflectirtes Licht die Bilder der Gegenstände zeigen, von denen sie beleuchtet werden, heißen Spiegel. Auch bei der vollkommensten Politur, welche eine spiegelnde Fläche erhalten kann, bleibt noch ein gewisser Grad von Rauhigkeit zurück; es findet deshalb am Auffallungspunkte neben der Reflection immer noch eine Zerstreuung des Lichtes statt, wie der Umstand beweiset, daß man im dunkeln Zimmer die Stelle, wo der Strahl den Spiegel trifft, an allen Orten außerhalb der Richtung des zurückgeworfenen Strahles sieht.

Am besten spiegeln ruhig stehende Flüssigkeiten, weiße gut polirte Metallplatten, namentlich die aus Platin oder aus einer Mischung von Kupfer, Silber und Zinn angefertigten. Minder gut sind die aus schwarzem Glase oder auch aus weißem Glase gearbeiteten Spiegel, bei denen die Rückseite geschwärzt ist. Diesen stehen nach unseren gewöhnlichen Spiegeln aus Glas, die auf einer Seite mit Zinnamalgam überzogen sind, weil sie mehrere Bilder machen: meistens nimmt man deren zwei wahr, wovon eins an der vordern, das andere an der hintern Glasfläche gebildet wird. Eine derartige Vervielfachung der Bilder sieht man leicht, wenn man eine brennende Kerze als Object wählt. Die Spiegel erhalten nach der Gestalt ihrer Oberfläche verschiedene Benennungen; sie heißen insbesondere ebene Spiegel, wenn deren spiegelnde Oberfläche eine Ebene ist.

Um das Reflectionsgesetz in klaren Worten auszudrücken, sei AC die Richtung des einfallenden Strahls, C die Stelle wo er den

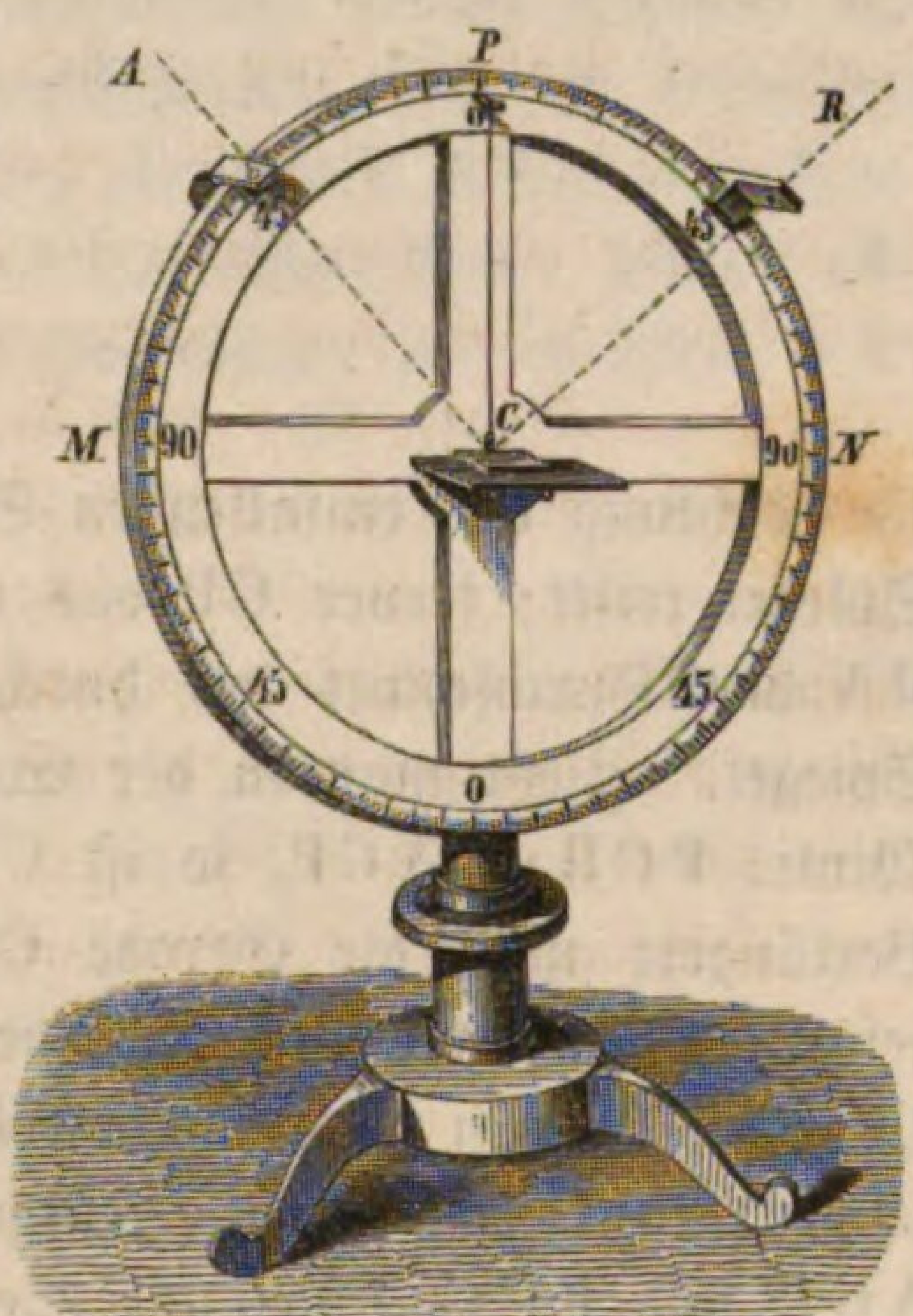
Fig. 81.



ebenen Spiegel trifft, ferner CP das Einfallsloth, d. h. die aus dem Einfallspunkt C auf die Spiegelebene MN gezogene Senkrechte. Die durch AC und CP gelegte Ebene heißt die Einfallsebene und

der Winkel ACP, welchen der einfallende Strahl mit dem Einfallslothe bildet, der Einfallswinkel. Stellt die Gerade CR den reflectirten Strahl vor, so heißt in ähnlicher Weise die Ebene, worin derselbe und das Einfallsloth liegen, die Reflectionsebene und der Winkel PCR der Reflectionswinkel. Diese Benennungen vorausgesetzt läßt sich das Reflectionsgesetz folgendermaßen aussprechen: Der einfallende und der zurückgeworfene Strahl liegen auf beiden Seiten des Einfalllothes mit demselben in einer Ebene, so daß der Einfallswinkel und der Reflectionswinkel einander gleich sind. — Von der Richtigkeit dieses Gesetzes überzeugt man sich leicht mit Hülfe des in Fig. 82 dargestellten Apparates. Er besteht zunächst aus einer kreisförmigen Ebene MPN, die vertical auf einem festen Fuß angebracht werden kann. Der Umkreis ist eingetheilt und trägt zwei metallene mit feinen Ausschnitten versehene Laufer A und R. Vor der Mitte C wird ein Planspiegel eingesetzt, dessen Lage durch Stellschrauben zu einer genau horizontalen gemacht werden kann. Am obersten Punkte P des Umkreises hängt ein am untern Ende fein zugespitzes Loth PC herab, zu dessen beiden Seiten die zwei vorhin erwähnten Läufer sich befinden. Stellt man nun den Läufer A auf einen Theilstrich des Bogens, den Läufer R auf einen andern vom Punkt P der Theilung ebenso weit abstehenden; so sieht das hinter dem Ausschnitte R befindliche Auge an der Stelle des Spiegels, wohin die Spitze des Lothes PC weiset, die feine Oeffnung des Läufers A, die Größe des Bogens mag irgend welche sein. Der durch den feinen Ausschnitt A nach dem vom Loth bezeichneten Punkt C des Spiegels hingehende Strahl AC bekommt also durch Reflection die Richtung CR.

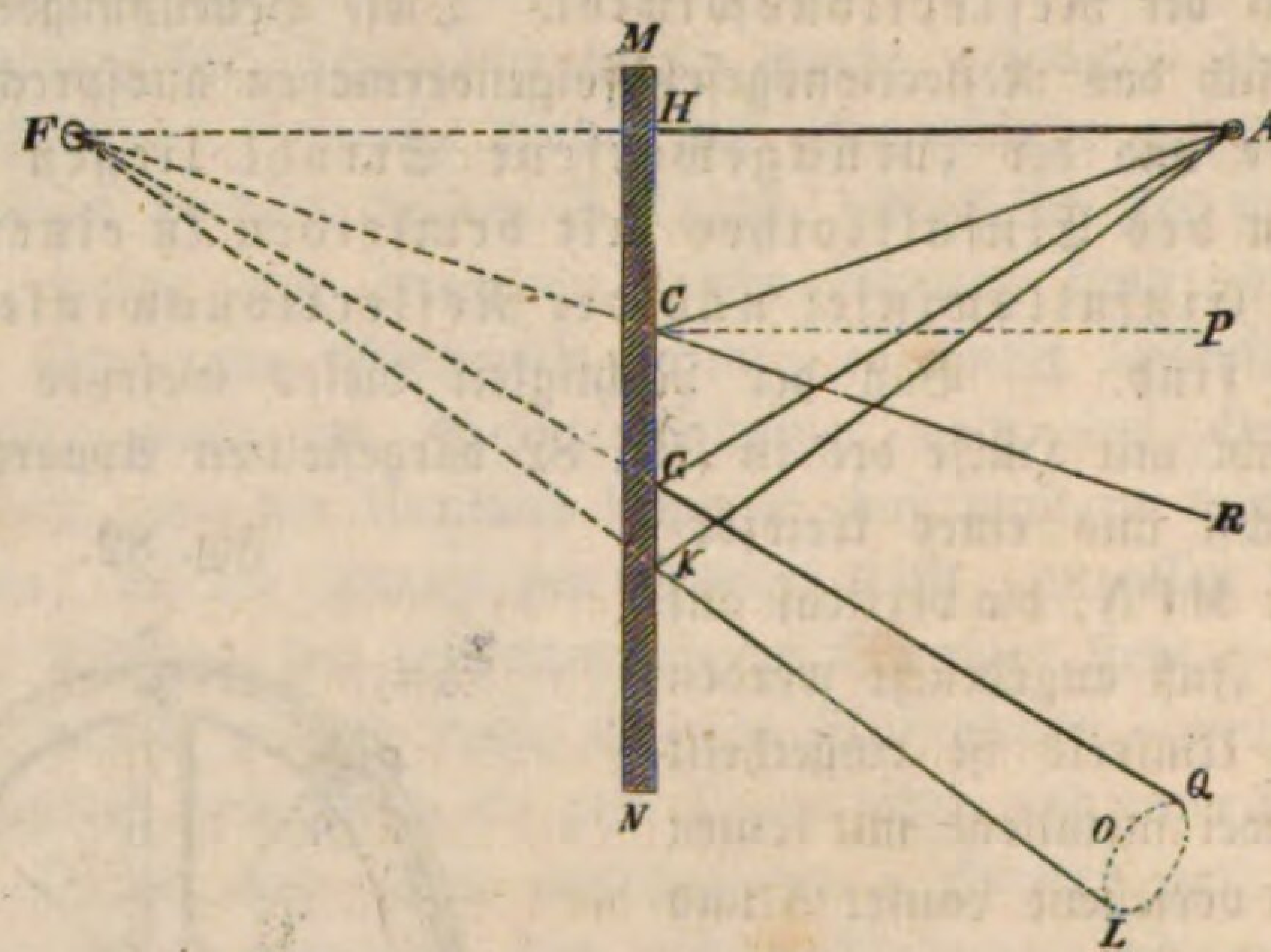
Fig. 82.



Der nach diesem für jedes Licht gültigen Gesetze zurückgelegte Weg ist zugleich der kürzeste unter allen, auf denen der Lichtstrahl von der Lichtquelle A nach dem Punkte R durch Reflection an der Ebene MN gelangen kann. Auch ergibt sich aus dem Gesetze, daß die beiden Neigungswinkel, welche der einfallende und der zurückgeworfene Strahl mit der reflectirenden Ebene bilden, einander gleich sind.

Es ist leicht aus dem Reflectionsgesetze die allgemeine Wirkungsweise eines ebenen Spiegels herzuleiten. Es sei nämlich A ein leuchtender Punkt, von welchem Licht auf eine spiegelnde Ebene fällt; AC

Fig. 83.

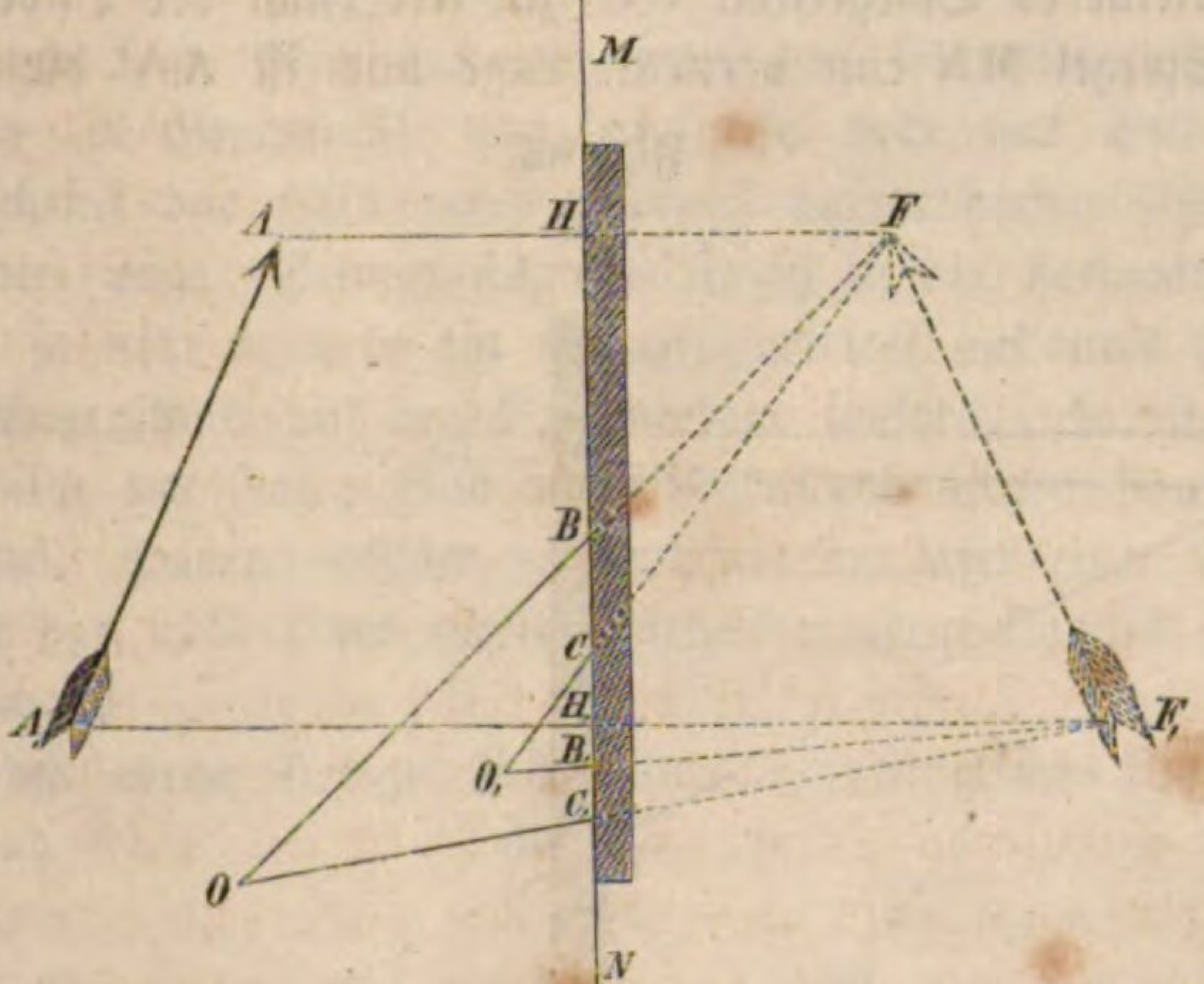


die Richtung des einfallenden Strahls, C die Stelle, wo er den ebenen Spiegel trifft; ferner CP das zum Punkt C gehörige Einfallsloth und MN der Durchschnitt der durch AC und CP gelegten Ebene mit dem Spiegel. Zieht man in der Ebene ACN die Gerade CR so daß der Winkel PCR = ACP, so ist CR die Richtung des reflectirten Strahls. Verlängert man die Gerade CR wie die vom Lichtpunkte A auf MN gefällte Senkrechte, so schneiden sich diese beiden Geraden in einem Punkte F, dessen Abstand von MN gleich dem Abstande AC des leuchtenden Punktes A vom Spiegel ist, weil die rechtwinkligen Dreiecke AHC und FHC, denen die Seite HC gemeinschaftlich angehört, wegen der Gleichheit der Winkel ACH und FCH einander gleich sind, woraus folgt daß AH = FH ist. Diese Gleichheit besteht, welche Lage auch immer der einfallende Strahl AC in der Ebene AHN oder in einer anderen haben mag; stets trifft der ihm zugehörige reflectirte Strahl CR den Hauptstrahl AH, d. h. die von dem leuchtenden Punkte auf die Spiegelebene gefällte Senkrechte in einem Punkte, der eben so weit hinter der Spiegelfläche liegt als der leuchtende Punkt sich vor derselben befindet. Die von A auf den Spiegel fallenden Strahlen werden daher von demselben dergestalt reflectirt, wie wenn sie von dem Punkte F ausgegangen wären. Es ist nun Thatsache, daß wir in Folge des Eindruckes, den die von einem leuchtenden Punkte ausgehenden und in unser Auge eintretenden Strahlen auf dasselbe ausüben, den leuchtenden Punkt an die Spitze des Strahlenkegels versetzen, welchen das

Auge empfängt. Befindet sich demnach das Auge in O, so wird ihm die Spitze des durch Reflection entstandenen Strahlenkegels GKLQ in F zu liegen scheinen; es wird mithin den nämlichen Eindruck wie im vorhergehenden Falle erfahren, d. h. in F einen mit A identischen leuchtenden Punkt wahrzunehmen glauben. Der Punkt F heißt darum das **Bild** des Punktes A. Ein ebener Spiegel erzeugt also von jedem vor ihm befindlichen leuchtenden Punkte ein Bild, welches jederzeit in der Senkrechten liegt, die von dem leuchtenden Punkte auf die Spiegelebene gefällt wird, und zwar eben so weit hinter dem Spiegel, wie weit dieser Punkt vor ihm liegt.

Was von einem beliebigen leuchtenden Punkte eben ausgesagt worden, das gilt auch für irgend welchen Verein vor dem Spiegel befindlicher leuchtenden Punkte. Dem erörterten Gesetze gemäß erscheint das Bild jedes einzelnen Punktes in der Verlängerung der von demselben auf die Spiegelfläche gezogenen Senkrechten ebensoweit hinter dem Spiegel als jener Punkt vor ihm liegt: die Gesammtheit dieser Bilder gibt das Bild des Gegenstandes. Gesetzt der Gegenstand sei ein Pfeil AA',

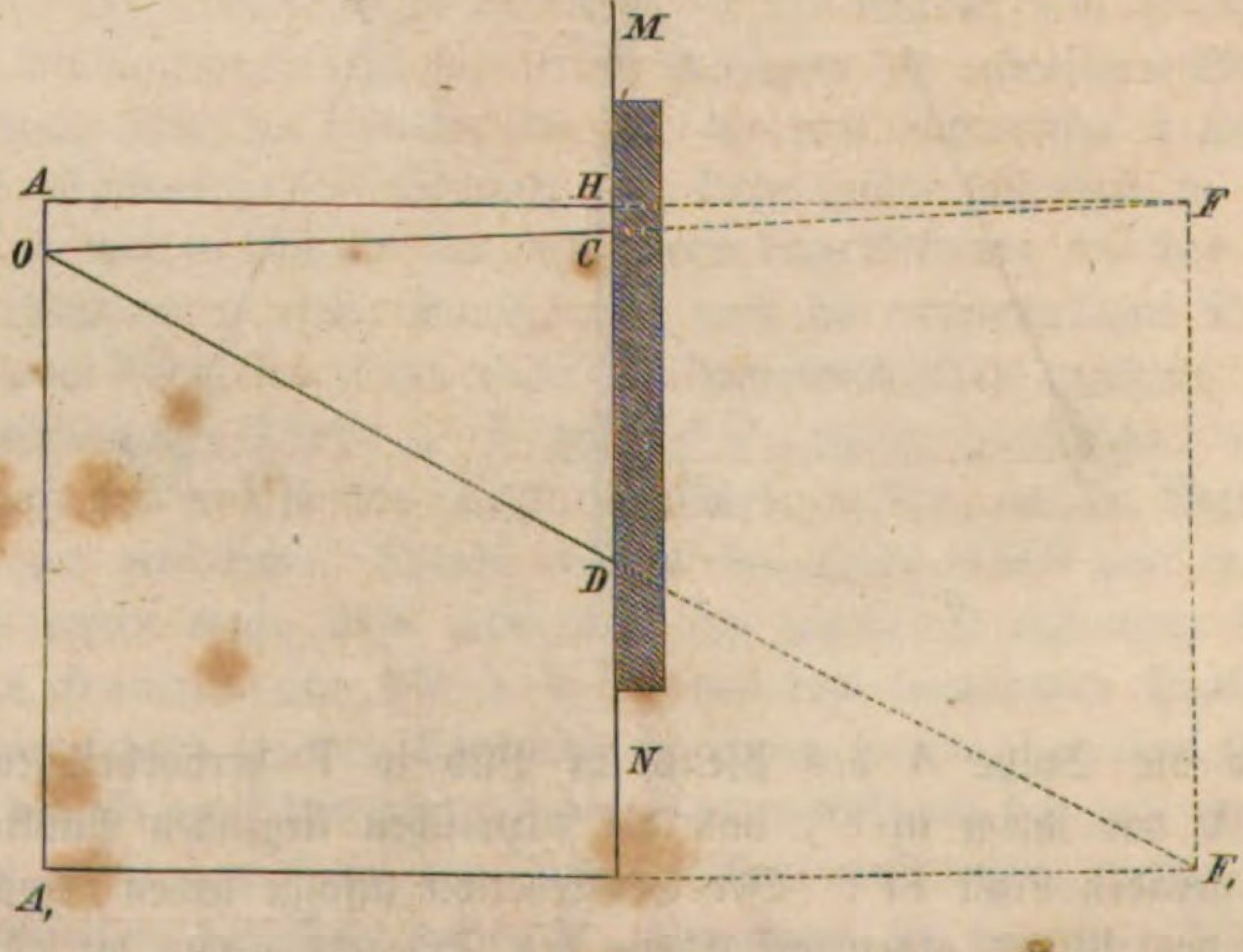
Fig. 84.



so wird die Spitze A des Pfeils ihr Bild in F hervorbringen, die Basis A' das ihrige in F', und die dazwischen liegenden Punkte ihre in der geraden Linie FF'. Der Construction zufolge haben sämmtliche Punkte des Bildes gegen die Ebene des Spiegels genau die nämliche Lage wie die entsprechenden Punkte des Gegenstandes; das Bild stimmt daher der Größe und Gestalt nach mit dem Gegenstande völlig überein, nur findet eine Verwechslung der rechten und linken Seite statt. Die Gegenstände in den ebenen Spiegeln erscheinen also gerade so als wenn

man sie in der Luft erblickte, insofern sie blos von dem Theil zurückgeworfenen Lichtes erhellt wären, aus welchem das Bild entsteht. — Der Unterschied zwischen einem strahlenden Punkt und seinem Bilde F besteht nur darin, daß der erste nach allen Seiten Strahlen hinsendet, das andere nur innerhalb eines pyramidalischen Raumes. Das Bild kann man nur sehen, wenn sich das Auge innerhalb dieses vom Spiegel reflectirten Lichtkegels befindet, während man den leuchtenden Punkt an allen Orten sieht, wohin er Licht wirft. Ist O ein Punkt auf derselben Seite des Spiegels, auf welcher der leuchtende Punkt A liegt; so bezeichnet der Durchschnitt B der Geraden OF mit der Spiegelebene den Punkt, wo ein von A ausgehender Strahl den Spiegel treffen muß, damit er nach O reflectirt werde. Dehnt sich der Spiegel nicht soweit aus, daß jene Gerade OF denselben durchschneiden kann, so ist das in O befindliche Auge nicht im Stande das Bild F des Punktes A mittelst dieses Spiegels zu sehen. Es sieht das Bild FF′ mittelst des Stückes BB′ des Spiegels, dessen Größe durch die Durchschnittspunkte B und B′ der von F und F′ nach O gezogenen geraden Linien bedingt wird. Rückt das Auge dem Spiegel näher von O nach O, so reicht ein kleineres Spiegelstück CC′ zur Uebersicht des Bildes FF′ hin. Hat der Spiegel MN eine verticale Lage und ist AA′ die Höhe eines

Fig. 85.

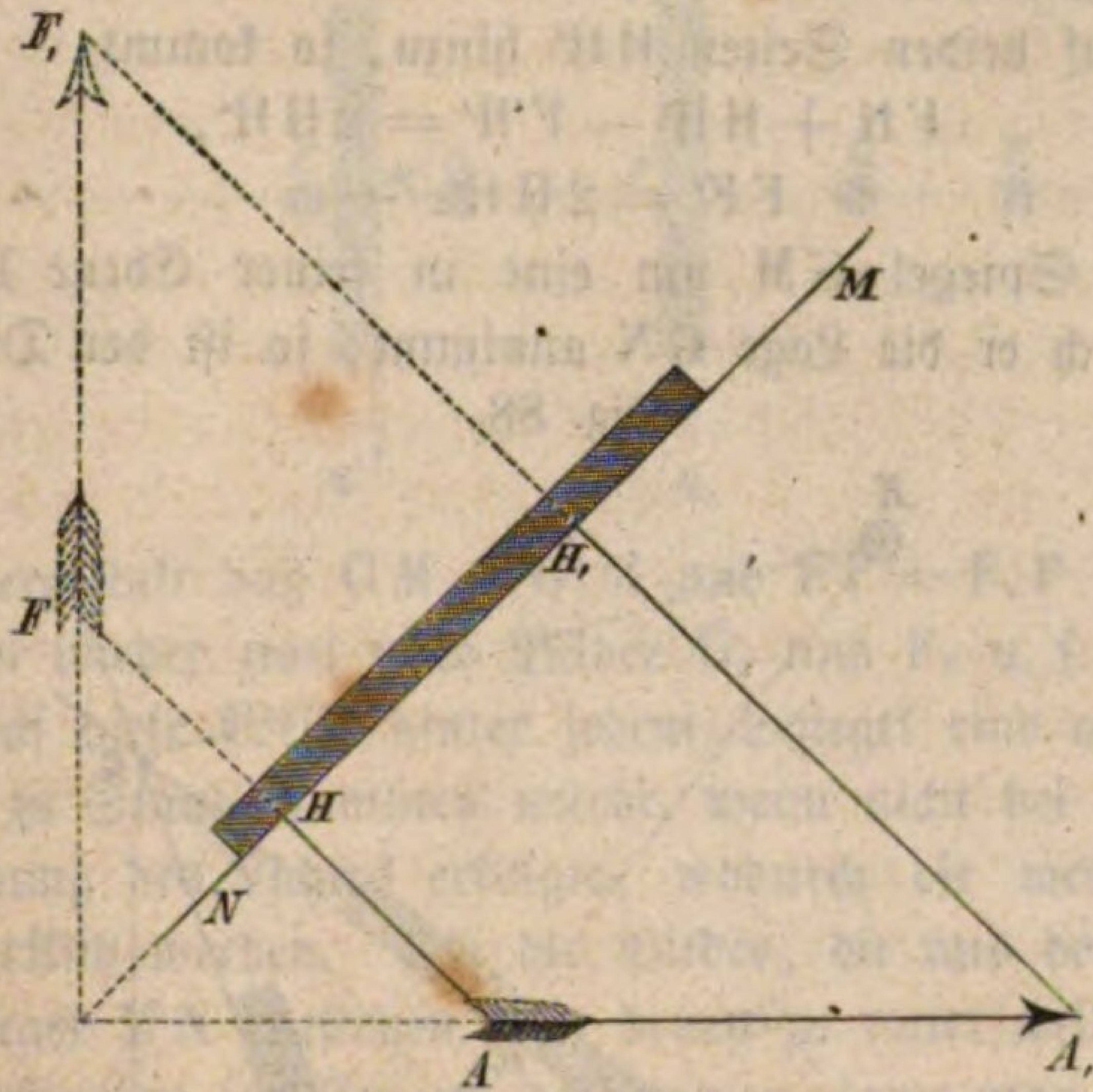


vor demselben stehenden Menschen und O dessen Auge, so beträgt der wirksame Theil CD des Spiegels die Hälfte der Höhe von AA′, wenn er sein Bild darin ganz übersehen soll. Man hat nämlich

$$CD : FF' = OC : OF = AH : AF = 1 : 2.$$

Hat ein Gegenstand A A′ gegen die Spiegelebene eine Neigung von 45°, so hat auch das Bild F F′ eine Neigung von 45° gegen den Spiegel;

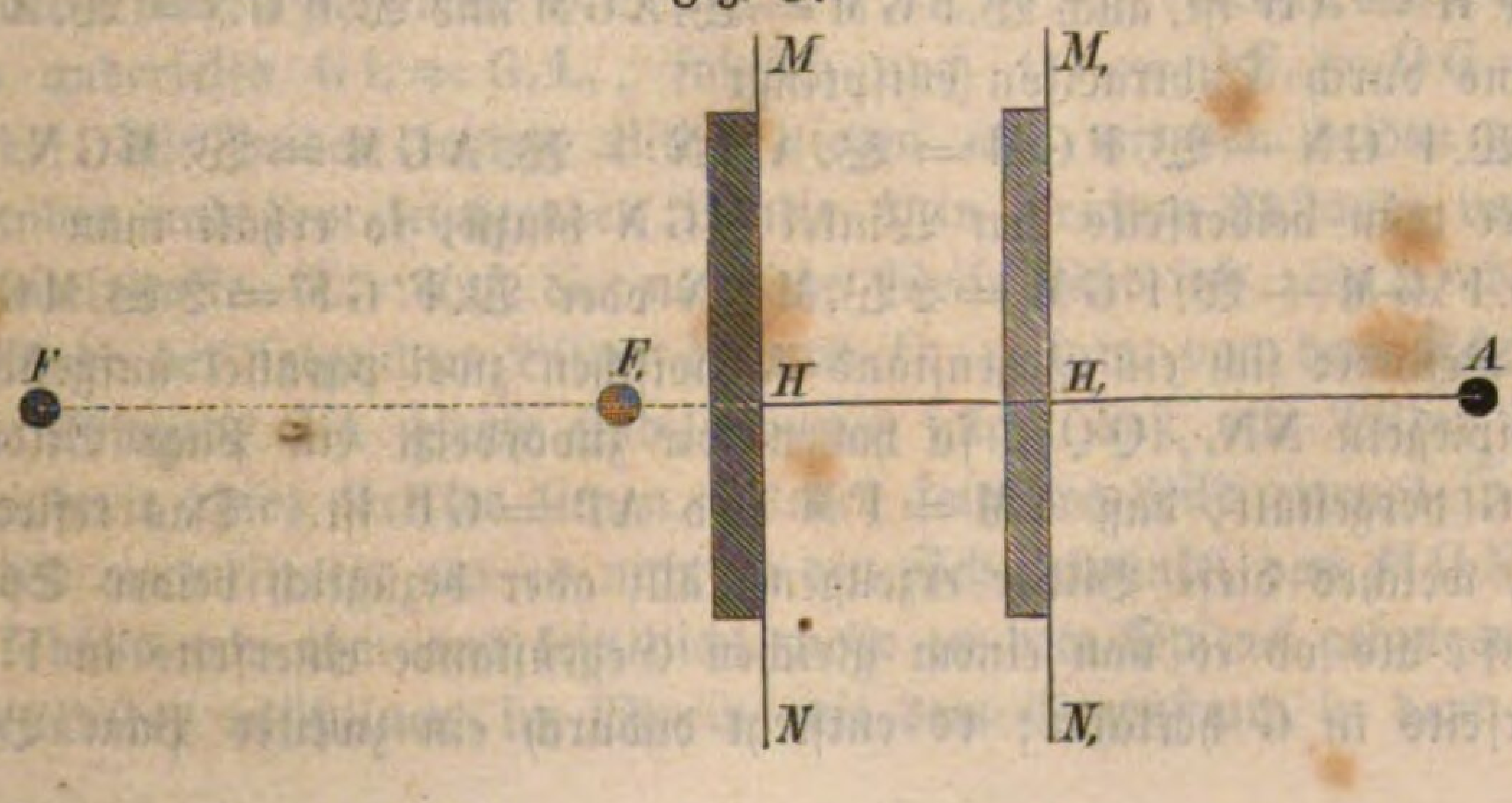
Fig. 86.



es steht daher seine Richtung auf jener des Gegenstandes senkrecht. Liegt mithin ein Gegenstand horizontal, so steht das Bild vertical; dagegen erscheint das Bild eines vertical aufgerichteten Gegenstandes in horizontaler Lage. Bewegt sich eine Kugel in der horizontalen Richtung A A′, so sieht man sie im Spiegel vertical aufwärts steigen. — Steht der Gegenstand auf der Spiegelebene senkrecht, so ist dies auch mit dem Bilde der Fall; Bild und Gegenstand liegen dann in einer geraden Linie. Daraus erklärt sich, warum am Ufer einer spiegelnden Wasserfläche das Bild eines vertical stehenden Gegenstandes im Wasser verkehrt erscheint.

Wird der ebene Spiegel M N seiner ursprünglichen Lage parallel

Fig. 87.



nach M'N' bewegt, wodurch das Bild F des in Ruhe bleibenden Punktes A nach F' rückt; so beträgt die Bewegung des Bildes das Doppelte jener des Spiegels. Man hat nämlich FH = AH, ferner F'H' = AH'; woraus durch Subtraction entsteht: FH — F'H' = AH — AH' = H'H. Addirt man auf beiden Seiten HH' hinzu, so kommt

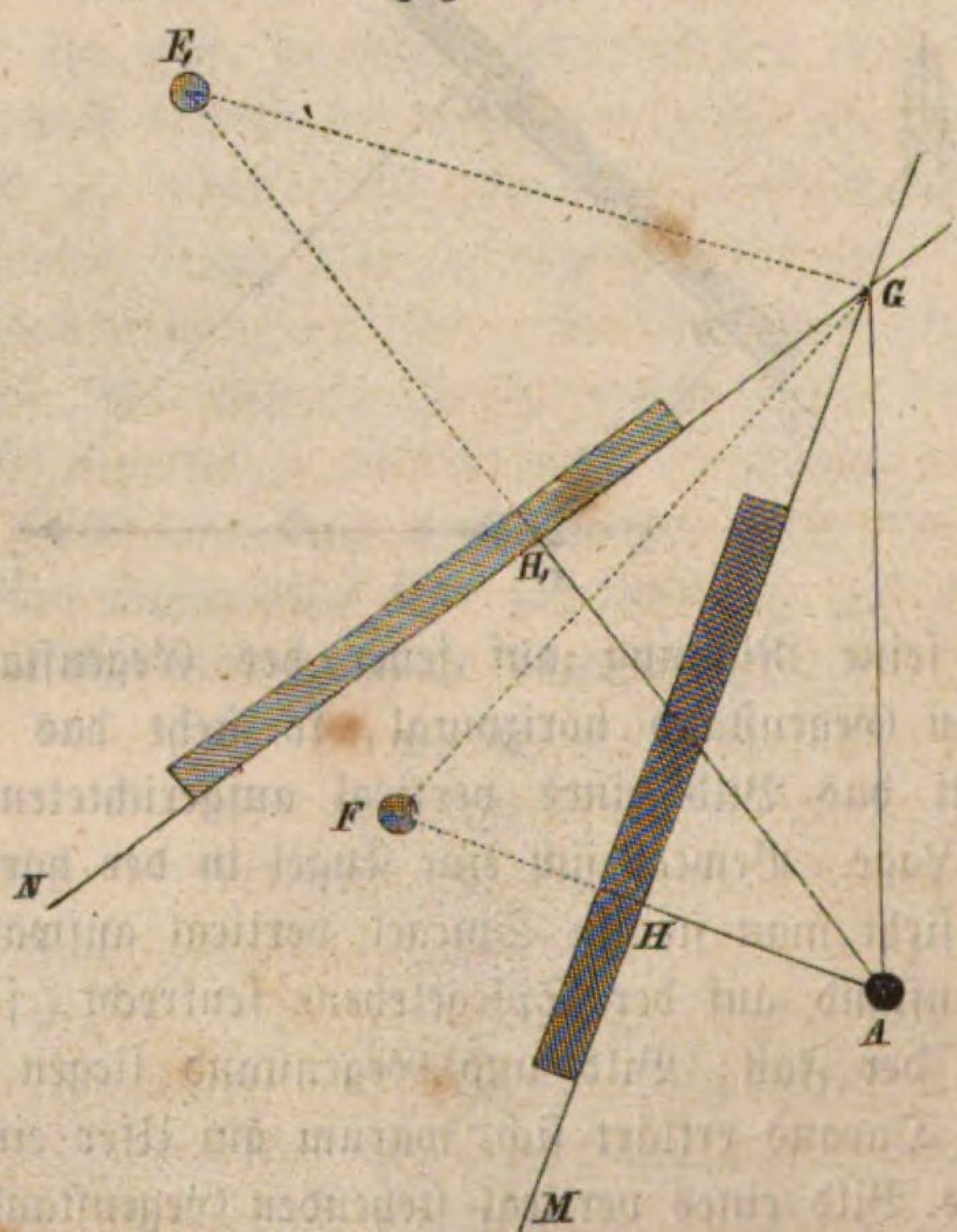
$$FH + HH' - F'H' = 2HH',$$

oder

$$FF' = 2HH'. —$$

Läßt sich ein Spiegel GM um eine in seiner Ebene liegende Achse drehen, wodurch er die Lage GN annimmt; so ist der Drehungswinkel

Fig. 88.



des Bildes doppelt so groß als jener des Spiegels. Es ist nämlich, wenn AF auf GM und AF' auf GN senkrecht steht, ferner FH = AH und F'H' = AH' ist, auch W. FGM = W. AGM und W. F'GN = W. AGN; woraus durch Subtraction entspringt

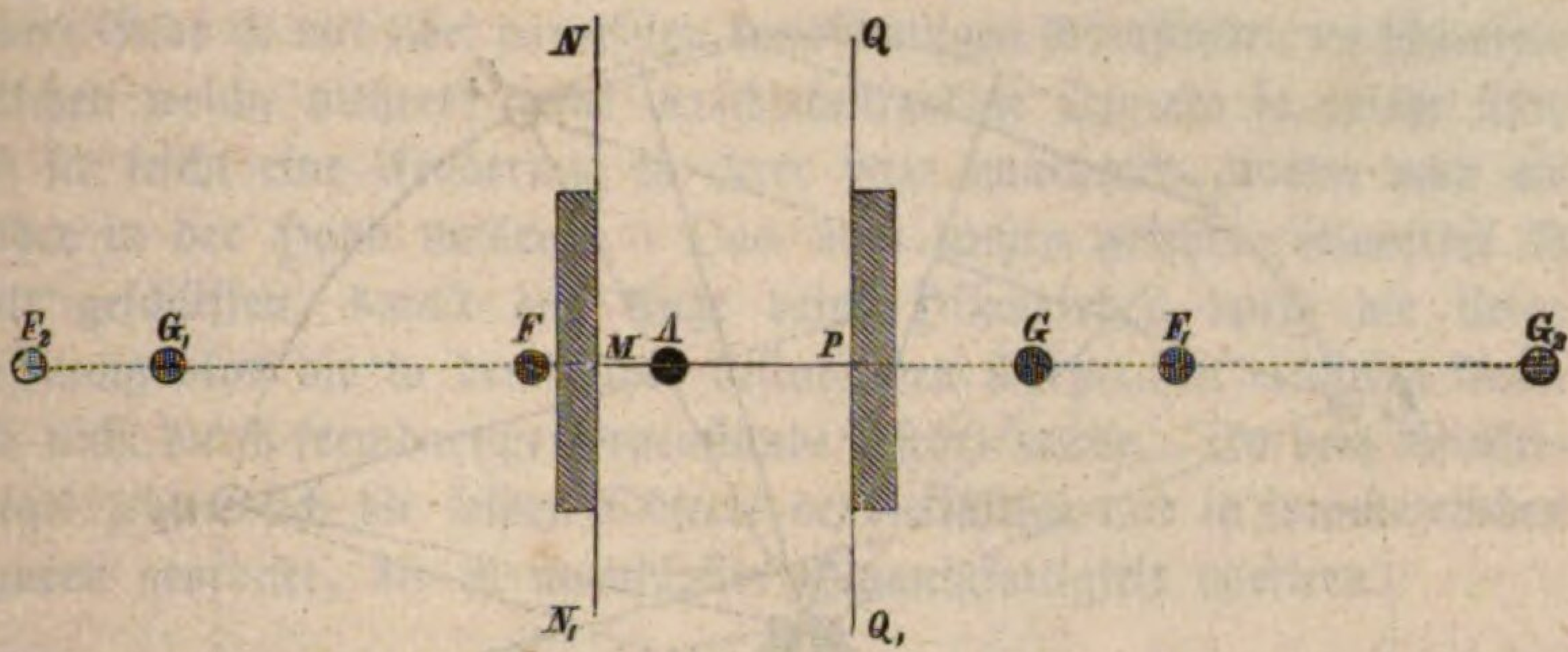
$$W.\,F'GN - W.\,FGM = W.\,AGN - W.\,AGM = W.\,MGN.$$

Addirt man beiderseits den Winkel MGN hinzu, so erhält man

$$W.\,F'GM - W.\,FGM = 2\,W.\,MGN \text{ oder } W.\,F'GF = 2\,W.\,MGN.$$

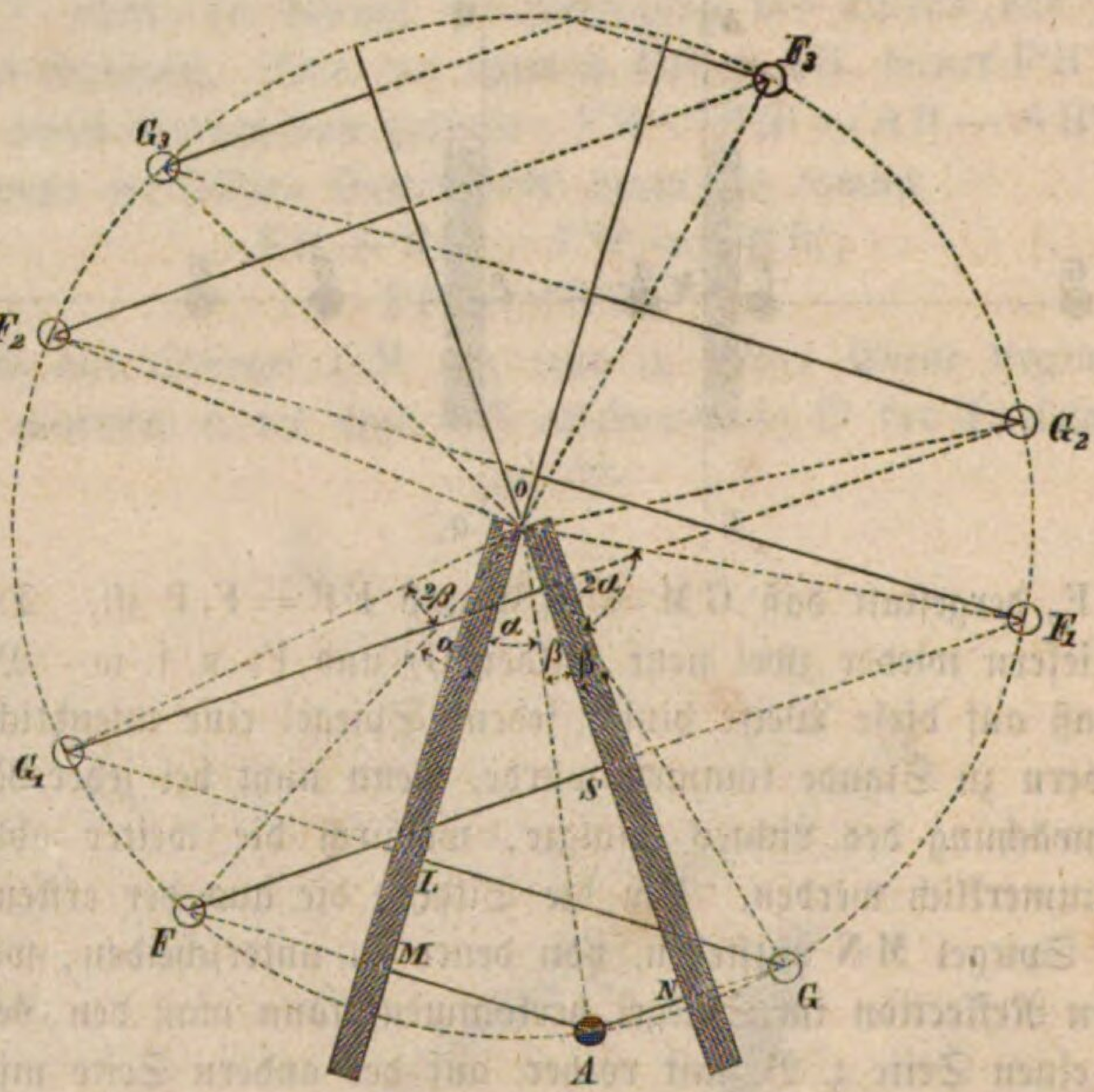
Befindet sich ein Gegenstand A zwischen zwei parallel aufgestellten Planspiegeln NN_1, QQ_1, so haben wir zuvörderst ein Paar Bilder F und G dergestalt, daß AM = FM und AP = GP ist. Das reflectirte Licht, welches diese Bilder erzeugen, fällt aber bezüglich beider Spiegel so auf, als ob es von einem gleichen Gegenstande einerseits in F und anderseits in G herkäme; es entsteht dadurch ein zweites Paar Bilder

Fig. 89.



G_1 und F_1 dergestalt daß $GM = G_1M$ und $FP = F_1P$ ist. Diese zwei Bilder liefern wieder zwei neue Bilder G_2 und F_2 u. s. w. Man sieht leicht, daß auf diese Weise hinter jedem Spiegel eine unendliche Reihe von Bildern zu Stande kommen würde, wenn nicht bei jeder Reflection eine Schwächung des Lichtes erfolgte, wodurch die weiter abliegenden Bilder unmerklich werden. Um die Bilder, die aus der ersten Reflection im Spiegel MN entstehen, von denen zu unterscheiden, welche von der ersten Reflection im Spiegel herkommen, kann man den Gegenstand auf der einen Seite z. B. mit rother, auf der andern Seite mit grüner Farbe anlegen. In beiden Spiegeln wird man dann rothe Bilder mit grünen abwechseln sehen. — Schließen zwei einander zugekehrte spiegelnde Flächen OM und ON einen Winkel ein, was man **Winkelspiegel** nennt; so sieht man von einem innerhalb des Winkels MON liegenden leuchtenden Punkte A eine Anzahl Bilder F, G, F_1, G_1 u. s. w., welche sämmtlich in der Peripherie eines Kreises erscheinen, der den Scheitel O des Winkels zum Mittelpunkt und den Abstand OA des Scheitels vom leuchtenden Punkt zum Halbmesser hat. Zunächst entstehen nämlich die beiden Bilder F und G, so daß einerseits $FM = AM$ und anderseits $GN = AN$, mithin auch $OF = AO = GO$ ist. Diese zwei Bilder erzeugen zwei neue Bilder F_1 und G_1, so daß einerseits $SF = SF_1$ und anderseits $GL = G_1L_1$, folglich auch $OF = OF_1 = OG = AO$ wird. Die beiden letzten Bilder liegen also mit den beiden vorhergehenden und dem leuchtenden Punkte A in gleichem Abstande von dem Scheitelpunkte O. Auf die nämliche Weise läßt sich zeigen, daß die Abstände der folgenden Bilder F_2 und G_2 u. s. w. von dem Scheitel O dem Abstande OA gleich sind, woraus folgt, daß alle Bilder in der Peripherie eines Kreises liegen. Jedes folgende Bild erzeugt so lange wieder ein weiteres, als es nicht in den Scheitelwinkel von MON fällt, weil dann von ihm aus kein Licht mehr zu dem Spiegel gelangen kann. Die Bilder erscheinen im Verein mit dem Gegenstand in dem Kreise

Fig. 90.



symmetrisch geordnet. Denn setzt man der Kürze halber Winkel MOA $= \alpha$ und Winkel NOA $= \beta$, so hat man zunächst Winkel

$$AOF = 2\alpha \text{ und Winkel } AOG = 2\beta;$$

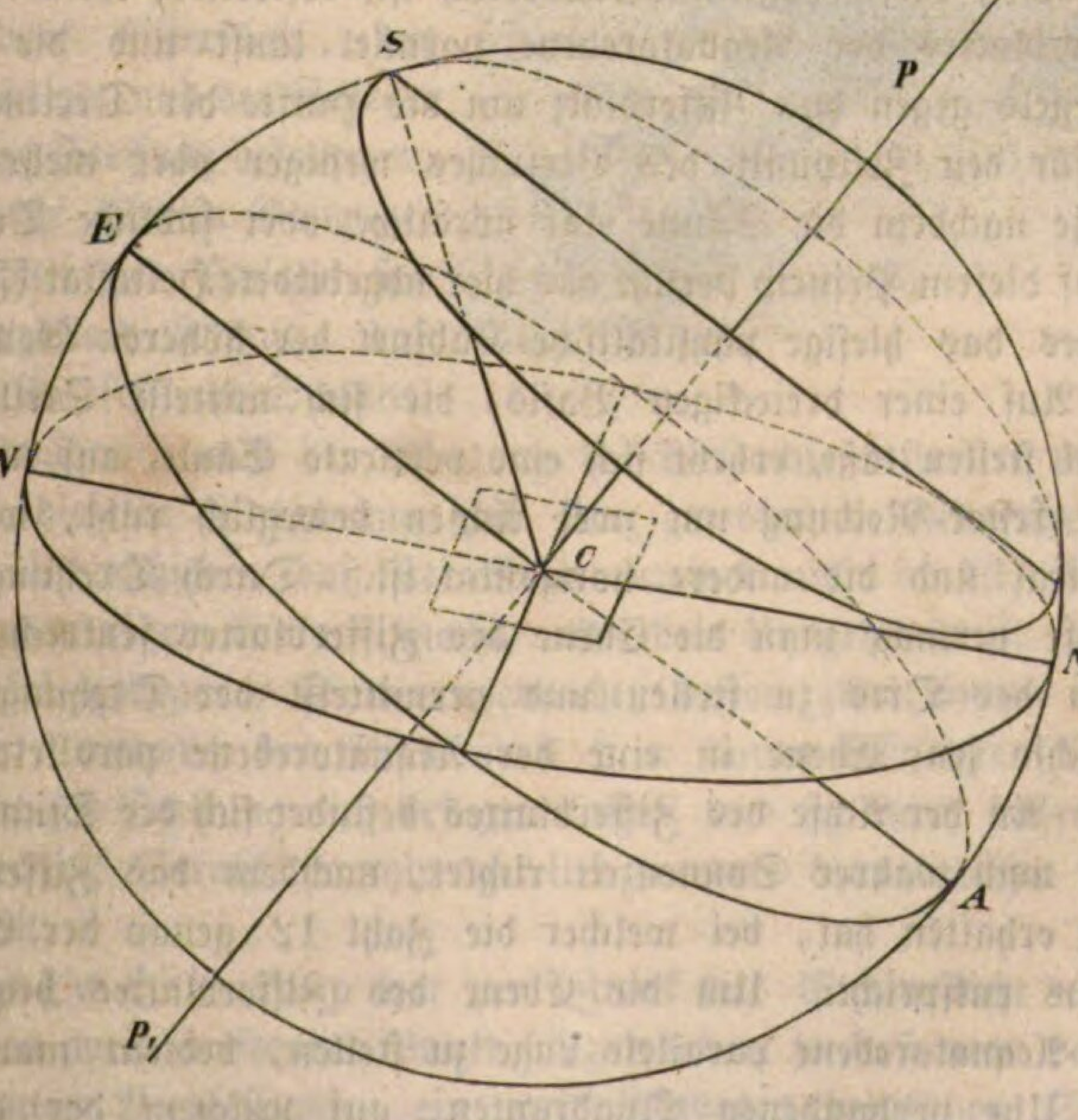
ferner Winkel $FOG_1 = MOG - MOF = \alpha + 2\beta - \alpha = 2\beta$;
und Winkel $F_1OG = NOF - NOG = 2\alpha + \beta - \beta = 2\alpha$; u. s. w., so daß der Abstand zwischen zwei aufeinander folgenden Bildern abwechselnd auf der einen Seite 2α und 2β, auf der andern 2β und 2α beträgt. Im Falle A sich genau in der Mitte zwischen beiden Spiegeln befände, würden alle diese Abstände einander gleich sein. Die Anzahl der Bilder hängt ab sowohl von der Größe des Winkels, welchen die Spiegel mit einander machen, als auch von der Lage des Gegenstandes hinsichtlich der Spiegel; sie wächst wenn der Winkel MON sich verringert und ist, falls A in der Mitte zwischen beiden Spiegeln liegt, im Allgemeinen um Eins kleiner als der Quotient, den man bei der Division von 360° durch die Anzahl der Grade des Winkels MON erhält. — Auf der Wirkung des Winkelspiegels beruhen die artigen Erscheinungen des bekannten **Kaleidoscops**. Er besteht aus zwei schmalen, rechteckigen Planspiegeln, die unter einem Winkel von 36° bis 60° gegeneinander geneigt in einer inwendig geschwärzten Röhre befestigt sind. Die Röhre hat an einem Ende einen Deckel, worin eine

kleine Oeffnung zum Hineinsehen mit einem Auge sich befindet; das andere Ende ist mit zwei parallelen kreisförmigen Glasstücken verschlossen, zwischen welche mehrere feine verschiedenfarbige Objecte so gelegt sind, daß sie leicht eine Aenderung in ihrer Lage annehmen, wenn man die Röhre in der Hand umdreht. Das nach außen gekehrte Glasstück ist matt geschliffen, damit das Auge beim Hineinsehen durch die kleine Oeffnung blos die in der Röhre befindlichen Körperchen erblicken könne und nicht durch fremdartige Gegenstände gestört werde. In dem Winkelspiegel zeigen sich die feinen Objecte vervielfältigt und in symmetrischen Figuren geordnet, die in unendlicher Mannigfaltigkeit variiren.

2. Anwendungen der Planspiegel.

Bei verschiedenen optischen Versuchen ist es nöthig, einen in ein dunkeles Zimmer eingetretenen Lichtstrahl längere Zeit hindurch in einer und derselben Richtung zu erhalten. Man erreicht diesen Zweck mittelst des sogenannten Heliostats, dessen hauptsächliche Theile ein ebener Metallspiegel und ein Uhrwerk sind, welches den Spiegel in eine solche Bewegung versetzt, daß der darauf fallende Sonnenstrahl ungeachtet der beständigen Bewegung der Sonne in einer unveränderten Richtung zurückgeworfen wird. Als Fundamentalrichtung des reflectirten Strahls

Fig. 91.

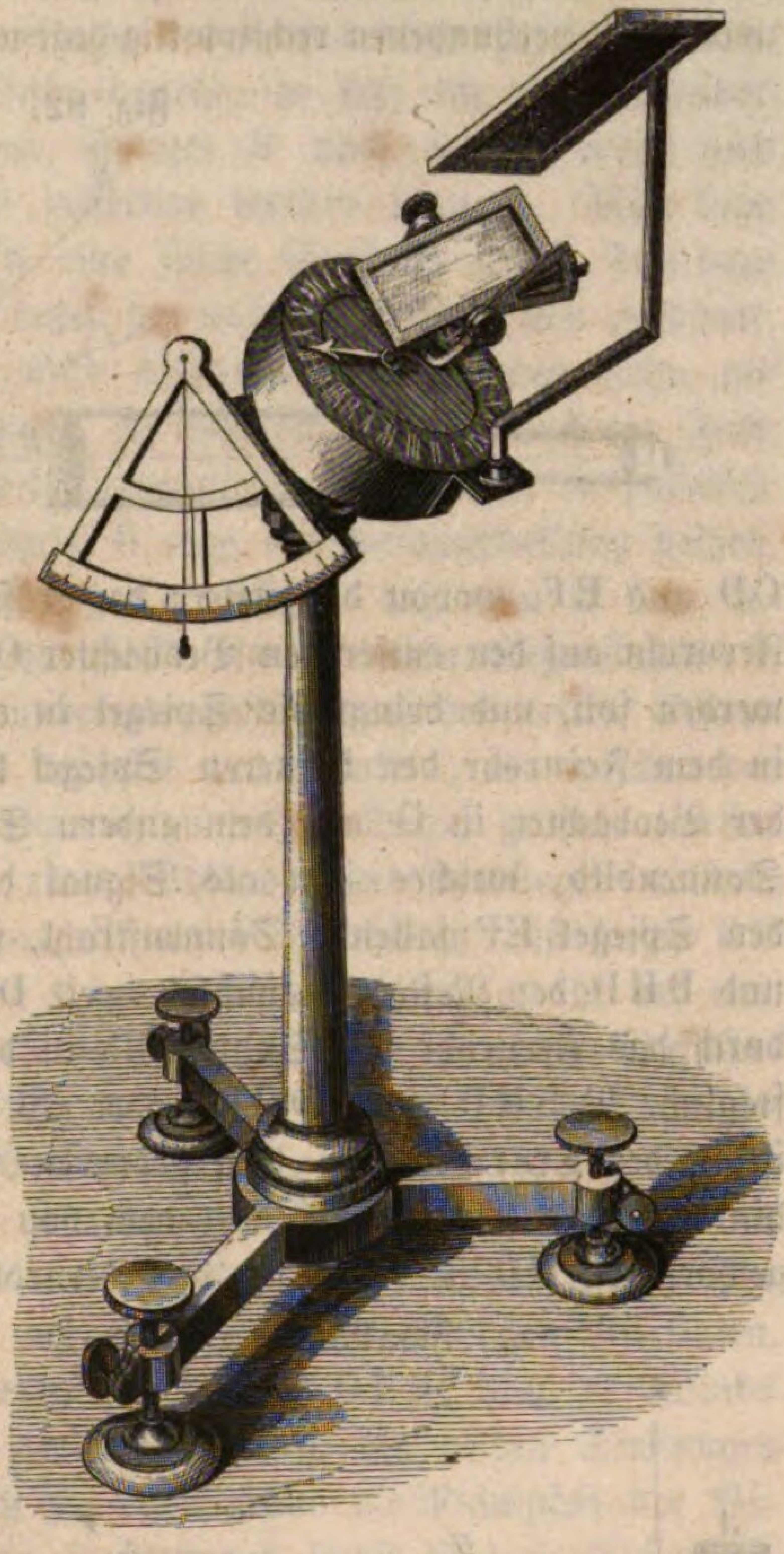


wählt man am besten die der Weltachse parallele, worauf er dann durch einen zweiten Spiegel jede beliebige Richtung bekommen kann. Die Aufgabe wäre also die richtige Lage für den ersten Spiegel zu ermitteln. Um dahin zu gelangen, sei CP die Richtung der Weltachse und ACE die Aequatorebene, in welche die Ebene des Zifferblattes des Uhrwerks zu liegen kommt, wodurch die auf dem Zifferblatte senkrecht stehende Zeigerachse in die Richtung der Weltachse fällt; ferner sei SC der einfallende Sonnenstrahl, der durch einen Planspiegel MN nach CP reflectirt werden soll, in welchem Falle die Reflectionsebene SCP auf der Ebene des Zifferblattes senkrecht steht und zugleich in jener des Declinationskreises liegt. Stellen nun die Geraden EA, MN die Durchschnittslinien des Zifferblattes und des Spiegels mit der Reflectionsebene dar, so gibt der Winkel ACM die Größe der Neigung des Spiegels gegen das Zifferblatt an. Dieser Winkel ACM ist aber gleich $90^0 - PCM = 90^0 - ACM - ECS$,

woraus folgt $ACM = 45^0 - \frac{1}{2} ECS$.

Der Winkel ECS entspricht der jedesmaligen Declination der Sonne und ist, wenn die Sonne über dem Aequator sich befindet, eine positive, dagegen eine negative Größe, wenn sie unter dem Aequator steht. Der auf den Spiegel fallende Sonnenstrahl wird also unter der Voraussetzung, daß die Uhr gehörig im Gange ist, beständig in der Richtung der Weltachse, deren Lage unveränderlich ist, reflectirt, wenn die Ebene des Zifferblattes der Aequatorebene parallel läuft und die Neigung des Spiegels gegen das Zifferblatt um die Hälfte der Declination der Sonne für den Zeitpunkt des Versuches weniger oder mehr als 45^0 beträgt, je nachdem die Sonne eine nördliche oder südliche Declination hat. Auf diesem Princip beruht das hier abgebildete Heliostat (Fig. 91a), wie solches das hiesige physikalische Kabinet der höheren Gewerbschule besitzt. Auf einer dreieckigen Basis, die sich mittelst Stellschrauben horizontal stellen läßt, erhebt sich eine verticale Säule, auf welcher die Uhr mit fester Reibung um zwei Achsen beweglich ruht, wovon die eine vertical und die andere horizontal ist. Durch Drehung um die erste Achse vermag man die Ebene des Zifferblattes senkrecht auf den Meridian des Orts zu stellen und vermittelst der Drehung um die zweite Achse jene Ebene in eine der Aequatorebene parallele Lage zu bringen. An der Achse des Zifferblattes befindet sich der Stundenzeiger, den man nach wahrer Sonnenzeit richtet, nachdem das Zifferblatt die Stellung erhalten hat, bei welcher die Zahl 12 genau der Ebene des Meridians entspricht. Um die Ebene des Zifferblattes bequemer in eine der Aequatorebene parallele Lage zu stellen, bedient man sich des mit der Uhr verbundenen Quadranten, auf welchem der durch ein

Fig. 91a.

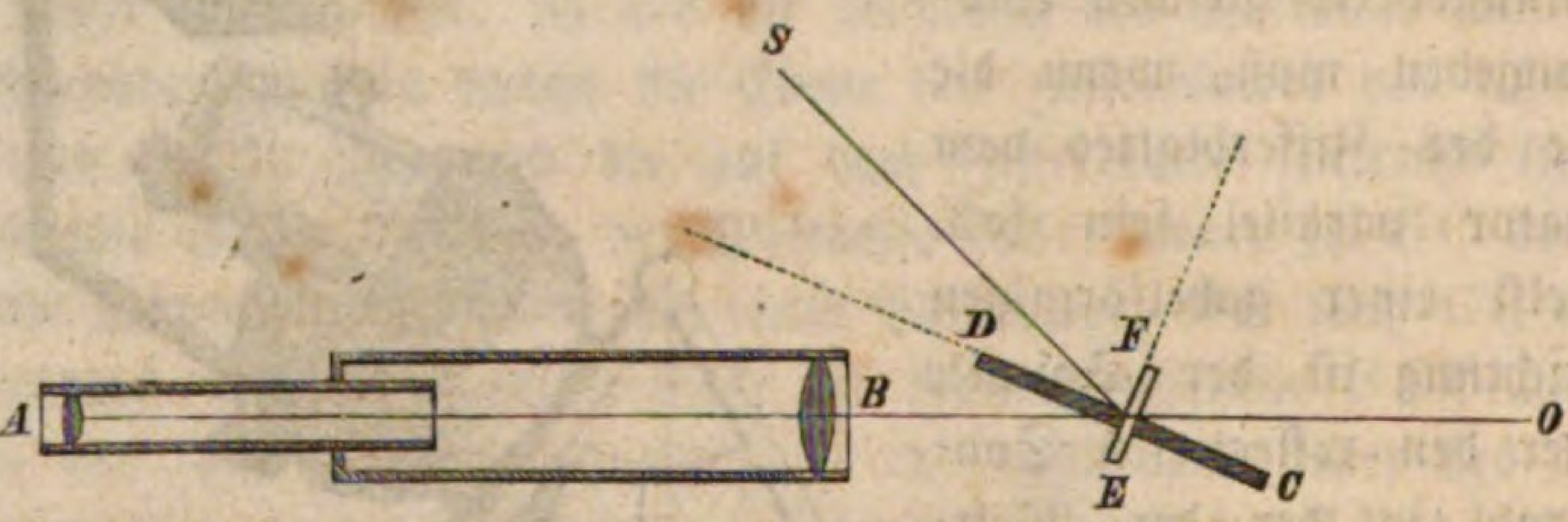


kleines Gewicht angespannte lothrecht herabhängende Faden einen der Polhöhe des Beobachtungsortes gleichen Winkel angeben muß, wenn die Ebene des Zifferblattes dem Aequator parallel sein soll. Mittelst einer gabelförmigen Vorrichtung ist der Spiegel, welcher den reflectirten Sonnenstrahl in der der Weltachse parallelen Richtung erhalten soll, oberhalb der Uhr befestigt, so daß er um eine in seiner Ebene liegende, der Ebene des Zifferblattes parallele Achse drehbar ist. Durch einen an dieser Achse angebrachten Gradbogen läßt sich der Spiegel in seine gehörige Neigung gegen das Zifferblatt genau einstellen. Haben auf diese Weise das Zifferblatt, der Stundenzeiger und der Spiegel die richtige Stellung bekommen, so wird die Uhr in Gang gesetzt, wobei der Spiegel sich stets dergestalt bewegt, daß das auf ihn fallende Sonnenlicht fortwährend nach der Richtung der Weltachse reflectirt wird. Die Uhr hat dieselbe Einrichtung wie eine gewöhnliche Federuhr mit dem einzigen Unterschiede, daß der Stundenzeiger nicht in 12, sondern in 24 Stunden einen Umlauf macht. An dem Uhrgehäuse ist endlich noch ein vertikal gebogener Stab angebracht, dessen zwei Enden in Kugeln auslaufen, wodurch der Stab nebst dem daran befestigten Spiegel in jede beliebige Stellung sich bringen lassen und so durch diesen Spiegel der reflectirte Strahl dorthin geleitet werden kann, wohin man ihn haben will.

Gauß's Heliotrop hat zum Zweck das Sonnenlicht nach einem bestimmten weit entfernten Punkt hinzuwerfen, so daß man dadurch bei ausgedehnten Vermessungen ein weit sichtbares deutliches Signal be-

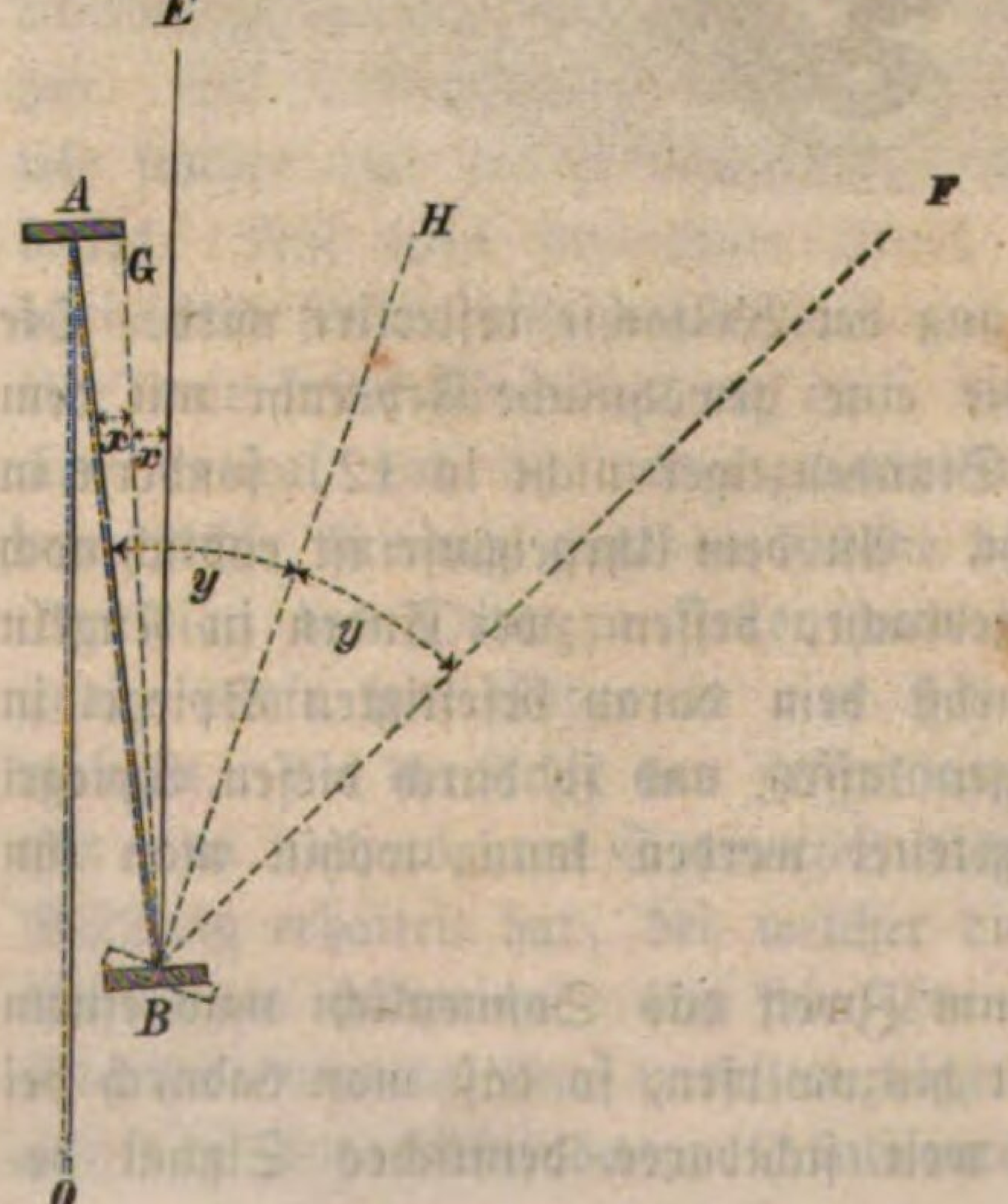
kommt. Das Instrument besteht aus einem Fernrohr AB und aus zwei damit verbundenen rechtwinklig gegeneinander befestigten Planspiegeln

Fig. 92.



CD und EF, wovon der erstere der größere ist. Richtet man nun das Fernrohr auf den entfernten Beobachter O, dem das Signal dargeboten werden soll, und bringt die Spiegel in eine solche Stellung, daß man in dem Fernrohr den kleineren Spiegel hell erleuchtet sieht; so erblickt der Beobachter in O auf dem andern Spiegel ebenfalls ein deutliches Sonnenbild, welches ihm als Signal dient. Denn ist SH der auf den Spiegel EF fallende Sonnenstrahl, so ist SHD der Einfallswinkel und BHD der Reflectionswinkel, weil DH senkrecht auf EF steht und durch das Fernrohr das Sonnenbild in der Richtung HB gesehen wird; folglich W. SHD = W. DHB, oder W. SHD = W. CHO, d. h. HO ist in der That der von dem größeren Spiegel gegen den Beobachter hin reflectirte Strahl, der mit dem von dem kleineren Spiegel zurückgeworfenen HB in der Achse des Fernrohrs liegt.

Fig. 93.



Der Spiegelsextant dient zur Messung des Winkels, welchen die von zwei entfernten Punkten zum Auge gezogenen geraden Linien einschließen. Er besteht aus einem in Grade getheilten Bogen von etwa 60°, ferner aus einem nur zur Hälfte belegten Glasspiegel A, der auf der Ebene des Kreisbogens fest steht, und aus einem ganz belegten Spiegel B, der im Mittelpunkt des Bogens um eine auf dessen Ebene senkrechte Achse drehbar ist. Die spiegelnde Fläche von A ist dem Auge O zugewendet, das

durch die unbelegte Hälfte dieses Spiegels den fernen Gegenstand sehen kann; dagegen ist die spiegelnde Fläche von B dem Gegenstand zugekehrt, auf welchen sich die Winkelmessung bezieht, so daß die von demselben ausgehenden Strahlen von dem Spiegel B nach A und dann vom Spiegel A nach dem Auge O reflectirt werden können. Man kann nun dem beweglichen Spiegel B eine solche Stellung geben, daß man einen entfernten Gegenstand E durch die unbelegte Hälfte von A direct, im belegten Theile aber das Bild desselben Gegenstandes sieht, als wäre gleichsam der ganze Spiegel A unbelegt. In gedachtem Falle hat der Spiegel B eine zu dem unverrückbaren Spiegel A parallele Lage; diese Stellung des Spiegels B mag die Anfangsstellung heißen. Dreht man jetzt den letzteren Spiegel dergestalt, daß man in dem belegten Theile des Spiegels A das Bild eines zweiten Gegenstandes F sieht, während man durch die unbelegte Hälfte noch den ersten Gegenstand E erblickt; so gibt das doppelte des Winkels, um welchen der Spiegel B aus seiner Anfangsstellung zu diesem Behuf gedreht werden mußte und den man mittelst einer Alhidade am Gradbogen abliest, den Winkel an, welchen die nach E und F gerichteten Visirlinien BE und BF einschließen. — Es sei x der Winkel, welchen sowohl der einfallende Strahl EB als der reflectirte Strahl BA mit dem Einfallslothe BG in der Anfangsstellung machen. In der zweiten Lage des Spiegels B, wo BH dessen Einfallsloth ist, wird ABH der Winkel sein, welchen der von B nach A reflectirte Strahl mit dem Einfallslothe BH macht, welcher Winkel durch y dargestellt werden mag. Der Winkel EBF, d. h. der Winkel der nach E und F gerichteten Visirlinien, ist nämlich gleich $2y - 2x$; ferner der Winkel GBH, d. h. der Winkel der beiden Einfallslothe oder der Winkel, den die beiden Stellungen des Spiegels einschließen, gleich $y - x$, woraus die Richtigkeit der Behauptung sich ergibt. Bei dem Instrument selbst ist dem Spiegel A gegenüber an dem Gestell eine Metallplatte befestigt, in der sich ein kleines Loch o befindet, an welches man das Auge hält, um durch den unbelegten Theil des Spiegels A den einen der beiden einzuvisirenden Gegenstände E zu sehen, worauf die Alhidade mit dem senkrecht darauf gestellten Spiegel B gedreht wird, bis das reflectirte Bild von F gerade unter dem Bilde E erscheint. Ist dies erreicht, so stellt man mittelst einer Schraube die Alhidade fest und liest dann ab, um wie viel Grade dieselbe vom Nullpunkte an gedreht worden ist. Zu genaueren Messungen ist statt der kleinen Oeffnung an dieser Stelle ein Fernrohr dergestalt befestigt, daß seine Achse gerade durch die Linie geht, welche den belegten vom unbelegten Theile des Spiegels A trennt. Bei dem Gebrauche faßt man das Instrument an seinem Handgriffe, bringt dann die Ebene

des Sectors in die Ebene des Winkels E O F, und dreht, indem der Punkt E in der Achse des Fernrohrs festgehalten wird, die Alhidade so lange, bis die Bilder von E und F ganz übereinander fallen, weil man bei der Beobachtung durch das Fernrohr nicht mehr wie bei jener mit bloßem Auge den belegten Theil von dem unbelegten zu unterscheiden vermag.

Das Reflectionsgoniometer hat zum Zweck den Neigungswinkel glänzender ebenen Flächen, mithin auch den Winkel, den zwei Flächen eines Krystalls einschließen, zu messen. Um das Princip, auf welchem die Einrichtung dieses sinnreichen Instrumentes beruht, einzusehen, sei A B C der zu messende Winkel. Fällt der von einem weit entfernten Gegenstande herkommende Lichtstrahl D E auf die spiegelnde Fläche A B, so wird er nach E O reflectirt. Das in O befindliche Auge wird demnach ein Spiegelbild von jenem Gegenstand erhalten. Wird nun der Winkel A B C um B so weit gedreht, daß die spiegelnde Fläche B C genau in die Lage der ersteren kommt, so erscheint das reflectirte Bild des entfernten Gegenstandes in der nämlichen Richtung wie vorhin. Es kommt also nur darauf an, den Drehungswinkel G B C auf eine genaue und bequeme Weise zu messen, weil offenbar der Neigungswinkel A B C = = 180° — Drehungswinkel G B C ist. — Zu diesem Zweck ist nun das Goniometer (Fig. 94a) eigens construirt. Es besteht aus einem am Rande eingetheilten verticalen, mit einem Nonius versehenen Kreise aus Messing, der von einem verticalen Fuße getragen um eine horizontale Achse sich drehen läßt. Diese Achse ist der Länge nach durchbohrt, um eine zweite innere Achse aufzunehmen, welche mit Hülfe einer an ihrem vorderen Ende befindlichen Scheibe nach Belieben gedreht werden kann. Das andere Ende der inneren Achse trägt einen um dieselbe drehbaren Bogen, an welchem wieder ein ähnlicher Bogen befestigt ist, der zugleich eine um eine verticale Achse drehende Bewegung gestattet. In diesem zweiten Bogen befindet sich außerdem ein verschieb-

Fig. 94.

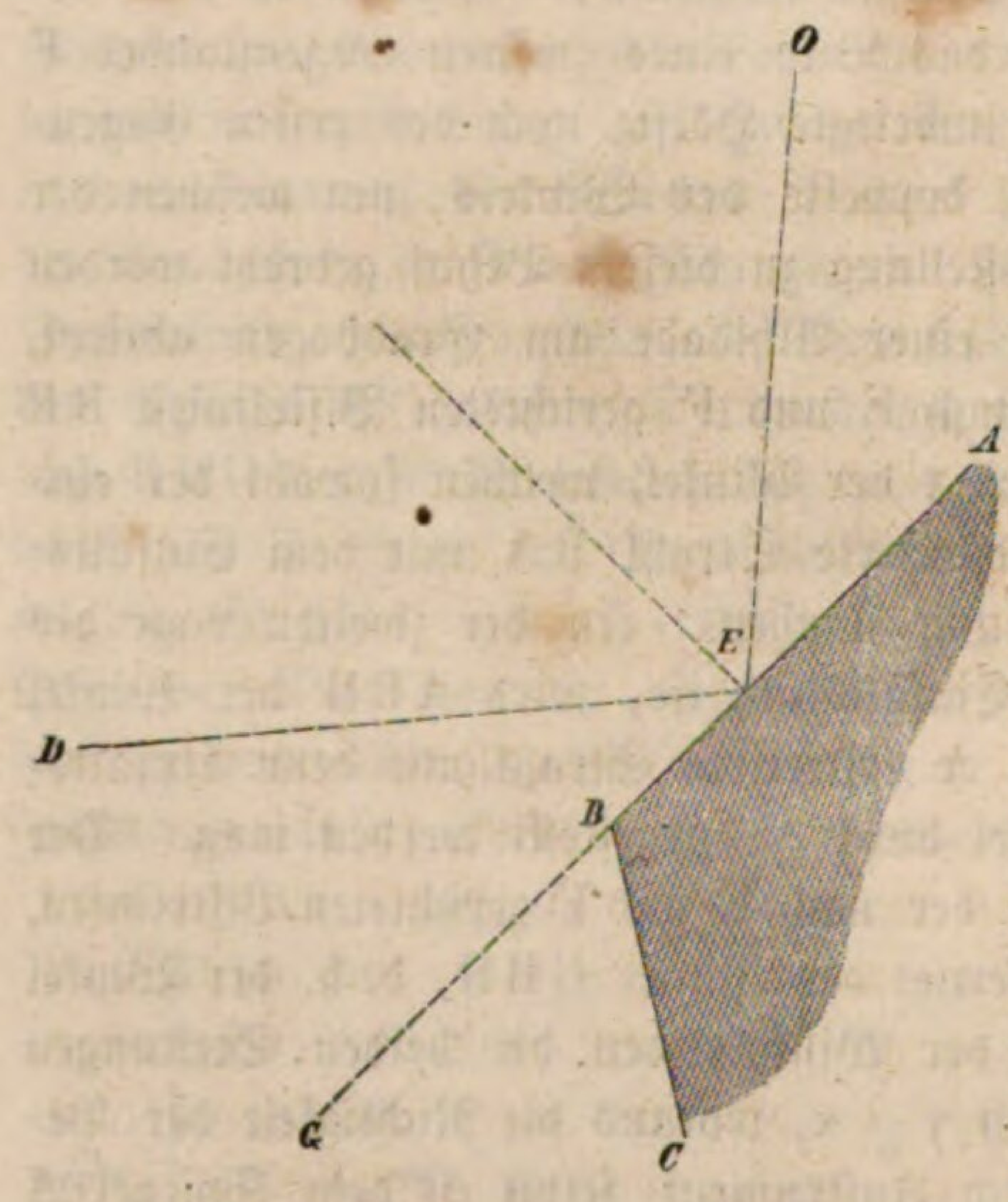
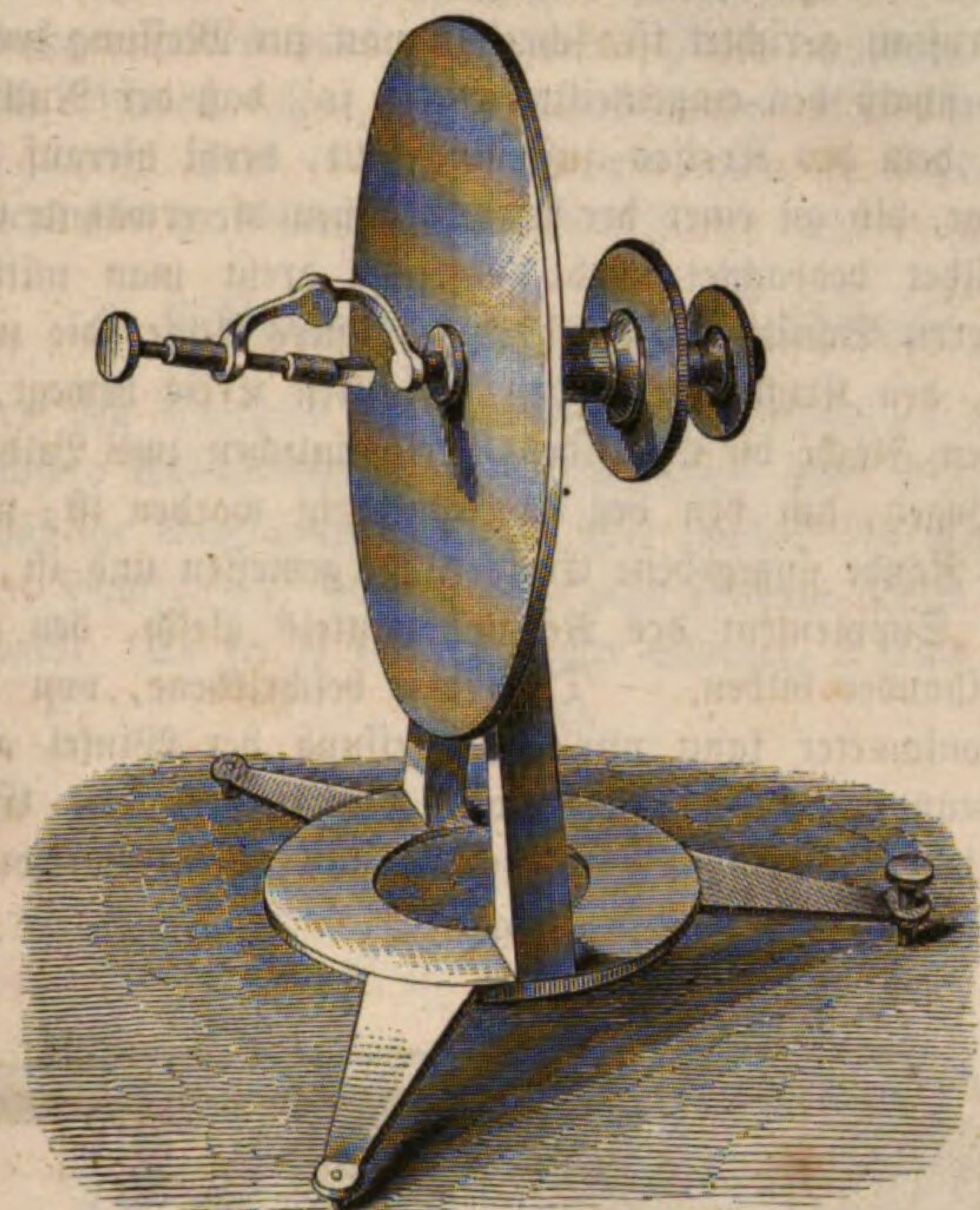


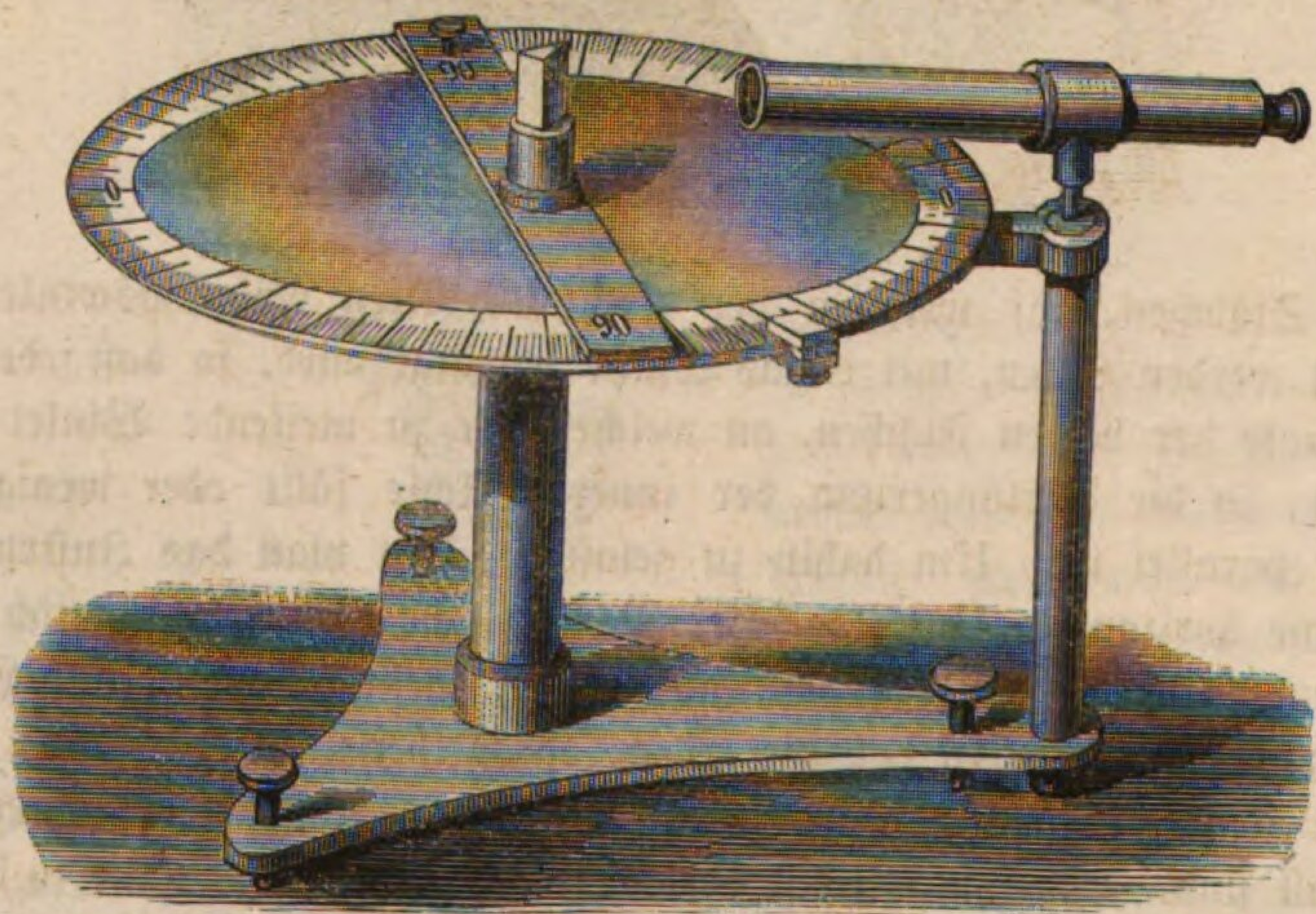
Fig. 94a.



bares Stäbchen, auf welchem der Krystall, dessen Neigungswinkel bestimmt werden sollen, mit etwas Wachs befestigt wird, so daß jedesmal die Kante der beiden Flächen, an welchen der zu messende Winkel vorkommt, in die Verlängerung der inneren Achse fällt oder wenigstens zu ihr parallel ist. Um dahin zu gelangen, setzt man das Instrument auf eine horizontale Unterlage der Vorderfläche eines hinlänglich weit entfernten Gebäudes gegenüber, an welcher mehrere horizontale Linien wahrzunehmen sind, so daß die Ebene des getheilten Kreises auf jenen Linien senkrecht steht. Darauf hält man das Auge nahe hinter den Krystall und dreht ihn mittelst der Scheibe der inneren Achse so lange, bis das reflectirte Bild einer der Horizontallinien mit einer andern direct gesehenen zusammenfällt. Ist diese Bedingung erfüllt, so dreht man wieder die innere Achse so lange, bis das nämliche Zusammenfallen auf der andern Fläche, deren Neigung gegen die erste gemessen werden soll, wahrgenommen wird. Wenn man nach einigen Versuchen dahin gekommen ist, ein solches Zusammenfallen successiv auf beiden Flächen durch bloße Drehung der inneren Achse zu bewerkstelligen, ohne die Stellung des Auges zu ändern und den Krystall weiter zu berühren, so wird die Kante der beiden Flächen genau horizontal sein, mithin

eine zur inneren Achse parallele Lage haben. — Nachdem auf solche Weise der Krystall gerichtet ist, schreitet man zur Messung des Winkels. Man stellt deßhalb den eingetheilten Kreis so, daß der Nullpunkt des Nonius mit dem des Kreises zusammenfällt, dreht hierauf die innere Achse so lange, bis an einer der beiden Flächen die erwähnte Coincidenz der zwei Bilder beobachtet wird; alsdann dreht man mittelst einer zweiten größeren Scheibe die durchbohrte äußere Achse, die zugleich die innere Achse, den Krystall und den getheilten Kreis bewegt, bis auch an der zweiten Fläche die Coincidenz der nämlichen zwei Bilder bemerkt wird: der Bogen, um den der Kreis gedreht worden ist, wird durch die auf dem Rande angegebene Eintheilung gemessen und ist, wie oben gezeigt, dem Supplement des Neigungswinkels gleich, den die beiden Flächen miteinander bilden. — Das eben beschriebene, von Wollaston erfundene Goniometer kann nur zur Messung der Winkel an kleinen Krystallen benutzt werden; für große Krystalle ist das Charles'sche Goniometer sehr zweckmäßig. Es besteht aus einem horizontalen ge-

Fig. 94b.



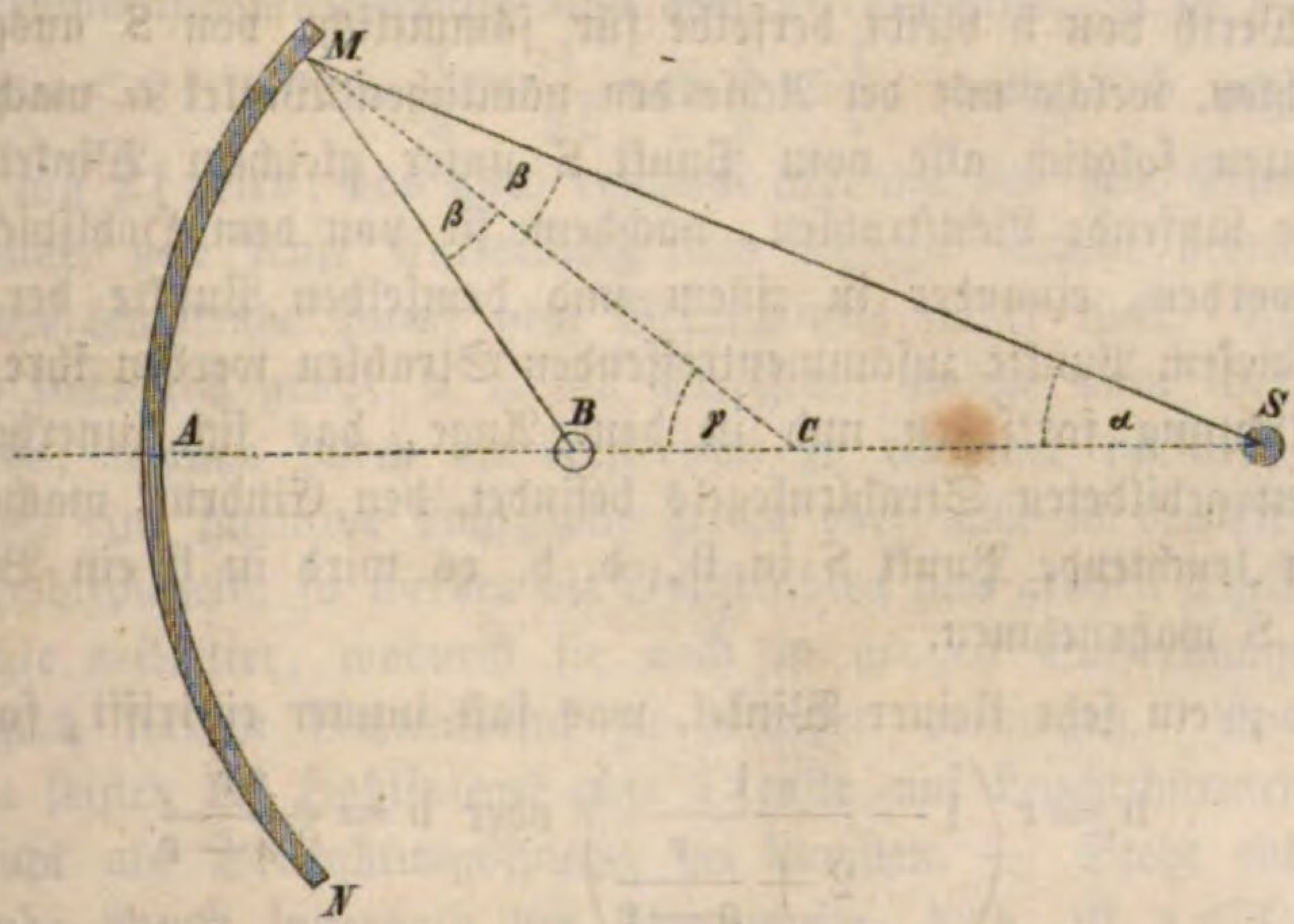
theilten, um eine verticale Achse drehbaren und mit einer Alhidade versehenen Kreise, an dessen Seite ein kleines Fernrohr mit feinem Fadenkreuz aufgestellt ist. Bei dem Gebrauche wird der Krystall auf den horizontalen Kreis so gestellt, daß die Kante der zwei Flächen, deren Neigungswinkel bestimmt werden soll, in die Drehungsachse der Alhidade und den Mittelpunkt der Theilung zu liegen kommt. Hierauf läßt man von einem entfernten Gegenstande Licht auf eine der Flächen fallen, so daß dessen Spiegelbild im Fadenkreuz des Fernrohrs erscheint; dann

wird die Alhidade sammt Krystall so weit gedreht, bis das Spiegelbild des Visirgegenstandes durch die zweite Fläche erzeugt, ebenfalls im Fadenkreuz erscheint. Der Drehungswinkel der Alhidade, welcher am getheilten Kreise leicht abgelesen werden kann, ist wieder gleich dem Supplement des zu bestimmenden Winkels.

3. Erscheinungen an sphärischen Spiegeln.

Unter den Spiegeln mit gekrümmten Oberflächen verdienen vorzüglich unsere Aufmerksamkeit die sphärischen oder Kugelspiegel, weil sie eine häufige Anwendung finden. Wir machen den Anfang mit dem sphärischen Hohlspiegel, dessen hohle oder concave Seite die spiegelnde Fläche abgibt. Es sei M A N ein solcher Spiegel, A seine Mitte, C sein

Fig. 95.



Krümmungsmittelpunkt; die Linie A C und deren Verlängerung heißt die Achse des Spiegels. Befindet sich nun in der Achse ein leuchtender Punkt S, der einen Lichtstrahl S M auf den Spiegel wirft; so gibt der nach dem Einfallspunkt M gezogene Halbmesser C M das Einfallsloth bezüglich jenes Lichtstrahls ab. Wird daher von M aus die Linie M B so gezogen, daß Winkel B M C gleich S M C ist, so wird B M der in M reflectirte Strahl von S M und B der Punkt sein, in welchem er mit der Achse zusammentrifft.

Um die Lage dieses Punktes kennen zu lernen, wollen wir S A = a, C A = r und A B = b setzen; ferner den Winkel M S A durch α, den Winkel S M C oder seinen gleichen B M C durch β und den Winkel M C A durch γ darstellen. Man erhält aus den Dreiecken S C M und B C M:

$$SC : CM = \sin\beta : \sin\alpha \text{ oder } \sin\alpha = \frac{r}{a-r} . \sin\beta;$$

$$CB : CM = \sin\beta : \sin(\gamma+\beta) \text{ oder } b = r - \frac{r\sin\beta}{\sin(\gamma+\beta)}.$$

Die erstere verwandelt sich in: $\sin\gamma\cos\beta - \cos\gamma\sin\beta = \frac{r}{a-r}\sin\beta$, oder wenn auf beiden Seiten mit $\sin\beta$ dividirt wird, in:

$$\sin\gamma\,\mathrm{cotg}\,\beta = \frac{r}{a-r} + \cos\gamma.$$

Substituirt man diesen Ausdruck in den Werth von

$$b = r - \frac{r}{\sin\gamma\,\mathrm{cotg}\,\beta + \cos\gamma},$$

so bekommt man $b = r\left(1 - \frac{1}{2\cos\gamma + \frac{r}{a-r}}\right)$.

Dieser Werth von b bleibt derselbe für sämmtliche von S ausgehende Lichtstrahlen, welche mit der Achse den nämlichen Winkel α machen: es durchkreuzen folglich alle vom Punkt S unter gleichem Winkel gegen die Achse laufende Lichtstrahlen, nachdem sie von dem Hohlspiegel reflectirt worden, einander in einem und demselben Punkte der Achse. Die in diesem Punkte zusammentreffenden Strahlen werden ihre geradlinige Richtung fortsetzen und in dem Auge, das sich innerhalb des von ihnen gebildeten Strahlenkegels befindet, den Eindruck machen, als wäre der leuchtende Punkt S in B, d. h. es wird in B ein Bild des Punktes S wahrnehmen.

Ist γ ein sehr kleiner Winkel, was fast immer eintrifft, so haben wir $b = r\left(1 - \frac{1}{2 + \frac{r}{a-r}}\right)$ oder $b = \frac{ar}{2a-r}$.

Wird $\frac{r}{2} = f$ gesetzt, so verwandelt sie sich in: $\frac{1}{b} + \frac{1}{a} = \frac{1}{f}$. Nennen wir den Abstand b des Bildes vom Spiegel die Bildweite, so sagt diese Relation aus: die Summe aus den reciproken Werthen des Abstandes des leuchtenden Punktes vom Spiegel und der Bildweite ist gleich dem reciproken Werthe der Hälfte des Krümmungshalbmessers. Nehmen wir in dieser Relation a unendlich groß an, in welchem Falle die den Spiegel treffenden Strahlen der Achse parallel sind; so vereinigen sich dergleichen Strahlen in einem Punkte der Achse, dessen Entfernung vom Spiegel der Hälfte des Krümmungshalbmessers gleich ist. Der Vereinigungspunkt solcher parallelen Strahlen heißt Brennpunkt und seine Entfernung vom Spiegel Brennweite, weil directe Sonnenstrahlen nach ihrer Reflection durch den Hohlspiegel in jenem

Vereinigungspunkte eine so bedeutende Hitze entwickeln, daß brennbare Körper entzündet werden. Wegen dieses Umstandes wird der Hohlspiegel auch Sammelspiegel und Brennspiegel genannt.

Aus der Gleichung $\frac{1}{b} = \frac{1}{f} - \frac{1}{a}$ folgt $\frac{1}{b} < \frac{1}{f}$ oder $b > f$. Zugleich hat man, wenn $a > 2f$ ist, $\frac{1}{b} > \frac{1}{f} - \frac{1}{2f}$ oder $b < 2f$. Das Bild eines weit vom Spiegel abliegenden, jedoch nicht in unendlich großer Entfernung befindlichen leuchtenden Punktes fällt demnach zwischen den Brennpunkt und den Krümmungsmittelpunkt, so daß das Bild vom Spiegel sich entfernt, wenn der leuchtende Punkt demselben sich nähert. Für $a = 2f$ bekommt man $b = 2f$, d. h. das Bild fällt mit dem leuchtenden Punkte zusammen, wenn der letztere im Krümmungsmittelpunkte des Spiegels liegt. — Befindet sich der leuchtende Punkt zwischen dem Krümmungsmittelpunkte und dem Brennpunkte, so ist $a > f$ und zugleich $a < 2f$; mithin $\frac{1}{a} > \frac{1}{2f}$ und $\frac{1}{a} < \frac{1}{f}$, weßhalb b positiv und größer als $2f$ wird; das Bild erscheint alsdann vor dem Krümmungsmittelpunkt und seine Entfernung vom Spiegel nimmt bedeutend zu, wenn der leuchtende Punkt dem Brennpunkte näher rückt. Für $a = f$ wird b unendlich groß, d. h. die Strahlen, welche vom Brennpunkte ausgehen, werden durch die Reflection zu einander parallel. Stellt man also eine intensive Lichtquelle genau oder nahe in den Brennpunkt eines Hohlspiegels, so werden die Lichtstrahlen zum großen Theil parallel zur Achse reflectirt, wodurch sie noch in großen Entfernungen einen hinlänglich starken Lichteindruck zu erzeugen vermögen. Aus diesem Grunde leisten die Hohlspiegel gute Dienste auf Leuchtthürmen, sowie überhaupt als Beleuchtungsspiegel bei Lampen. — Steht endlich der leuchtende Punkt innerhalb der Brennweite, d. h. ist $a < f$, mithin $\frac{1}{a} > \frac{1}{f}$; so liefert die Formel $\frac{1}{b} = \frac{1}{f} - \frac{1}{a}$ für b einen negativen Werth. Dies bedeutet, daß jetzt die Lichtstrahlen dergestalt reflectirt werden, als kämen sie von einem hinter dem Spiegel befindlichen Punkte her: das Bild ist hier wie bei den ebenen Spiegeln kein wirkliches, sondern bloß ein sogenanntes geometrisches. Setzt man in diesem Falle $-b = b'$, so bekommt man $\frac{1}{b'} = \frac{1}{a} - \frac{1}{f}$, d. h. $b' > a$. Das Bild ist demnach von dem Spiegel immer weiter entfernt, als der leuchtende Punkt, dessen Annäherung zu dem Spiegel zugleich jene des Bildes zur Folge hat.

Besitzt der leuchtende Körper eine gewisse Ausdehnung, so erzeugen alle seine Punkte eben so viele wirkliche oder geometrische Bilder, welche

zusammengenommen das wirkliche oder geometrische Bild des Körpers ausmachen. Das Bild jedes einzelnen Punktes liegt auf dem durch den letzteren und durch den Krümmungsmittelpunkt gehenden Strahl oder dem sogenannten Hauptstrahl des Punktes und wird auf die nämliche Weise bestimmt, wie es für einen auf der Achse befindlichen Lichtpunkt geschieht, so daß die Gleichung

$$b = r\left(1 - \frac{1}{2\cos\gamma + \frac{r}{a-r}}\right) \text{ oder } \frac{1}{b} + \frac{1}{a} = \frac{1}{f}$$

zur Anwendung kommt, wo dessen Hauptstrahl die Stelle der Achse vertritt. Unter der Voraussetzung, daß die auf den Spiegel fallenden Strahlen kleine Winkel mit der Achse machen, kann der Bildpunkt leicht durch folgendes Verfahren gefunden werden. Es sei S S′ eine Dimension eines vor dem Spiegel MN aufgestellten Gegenstandes; man ziehe von den Endpunkten S und S′ außer den Hauptstrahlen SCN, S′CM, auch die zur Achse parallelen Strahlen SP, SQ; letztere werden nach dem Brennpunkte reflectirt und vereinigen sich mit ihren betreffenden Hauptstrahlen in den Punkten B, B′, welche die Vereinigungspunkte sämmtlicher von S und S′ auf den Spiegel gelangenden Strahlen, kurz die Bilder dieser Punkte sein werden. Die Bilder der zwischen S und S′ befindlichen Punkte fallen zwischen B und B′; man wird daher in dem Zwischenraum von B und B′ eine eben so geordnete Reihe von Licht aussendenden Punkten oder ein Bild von S S′ wahrnehmen. — Befindet sich der Gegenstand in einem größeren Abstand als der Krümmungsmittelpunkt C, so erscheint, wie Fig. 96 zeigt, das Bild zwischen dem Mittelpunkt und dem Brennpunkt in umgekehrter Lage und kleiner als der Gegenstand. — Befindet sich der Gegenstand zwischen dem

Fig. 96.

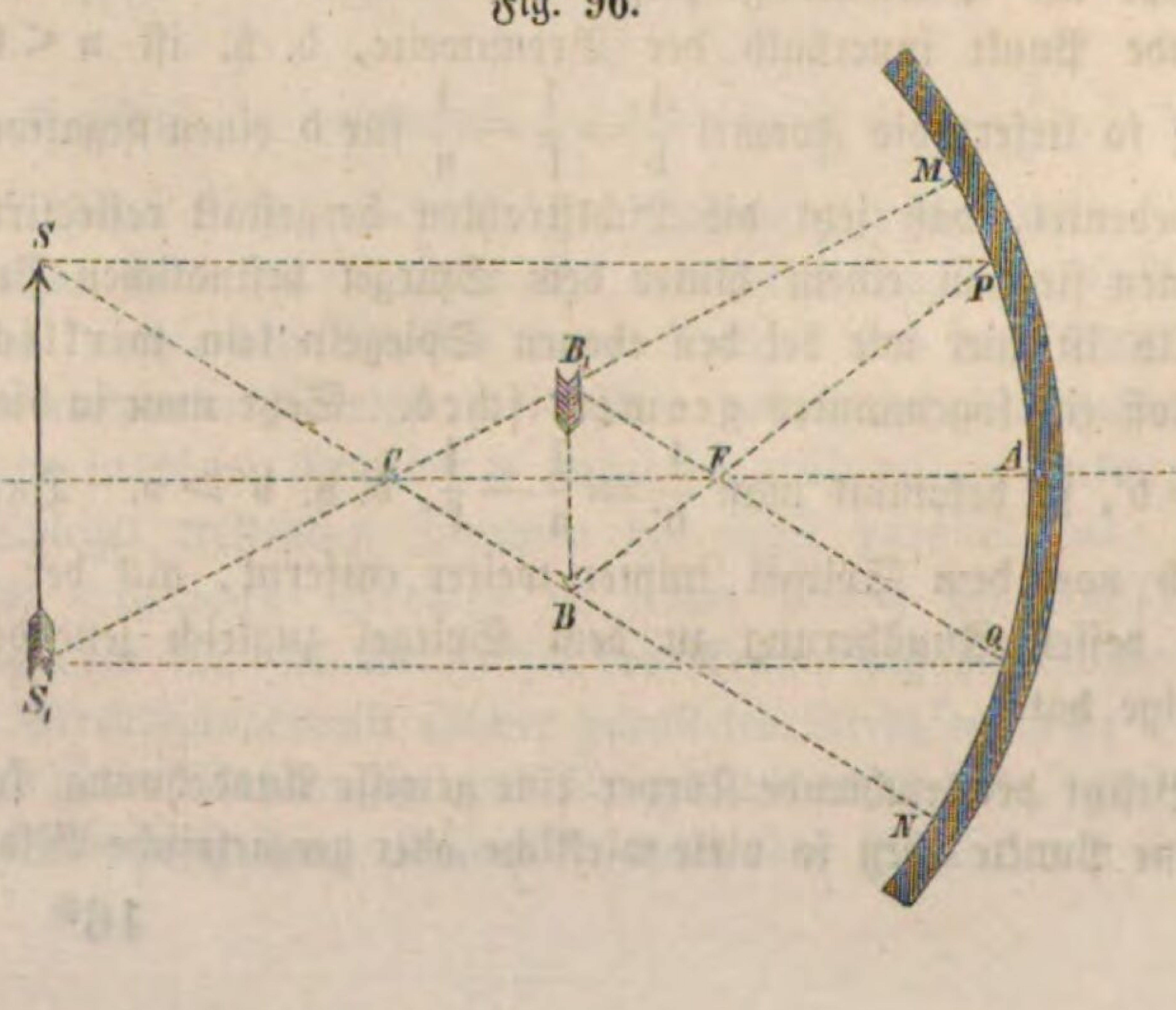


Fig. 96 a.

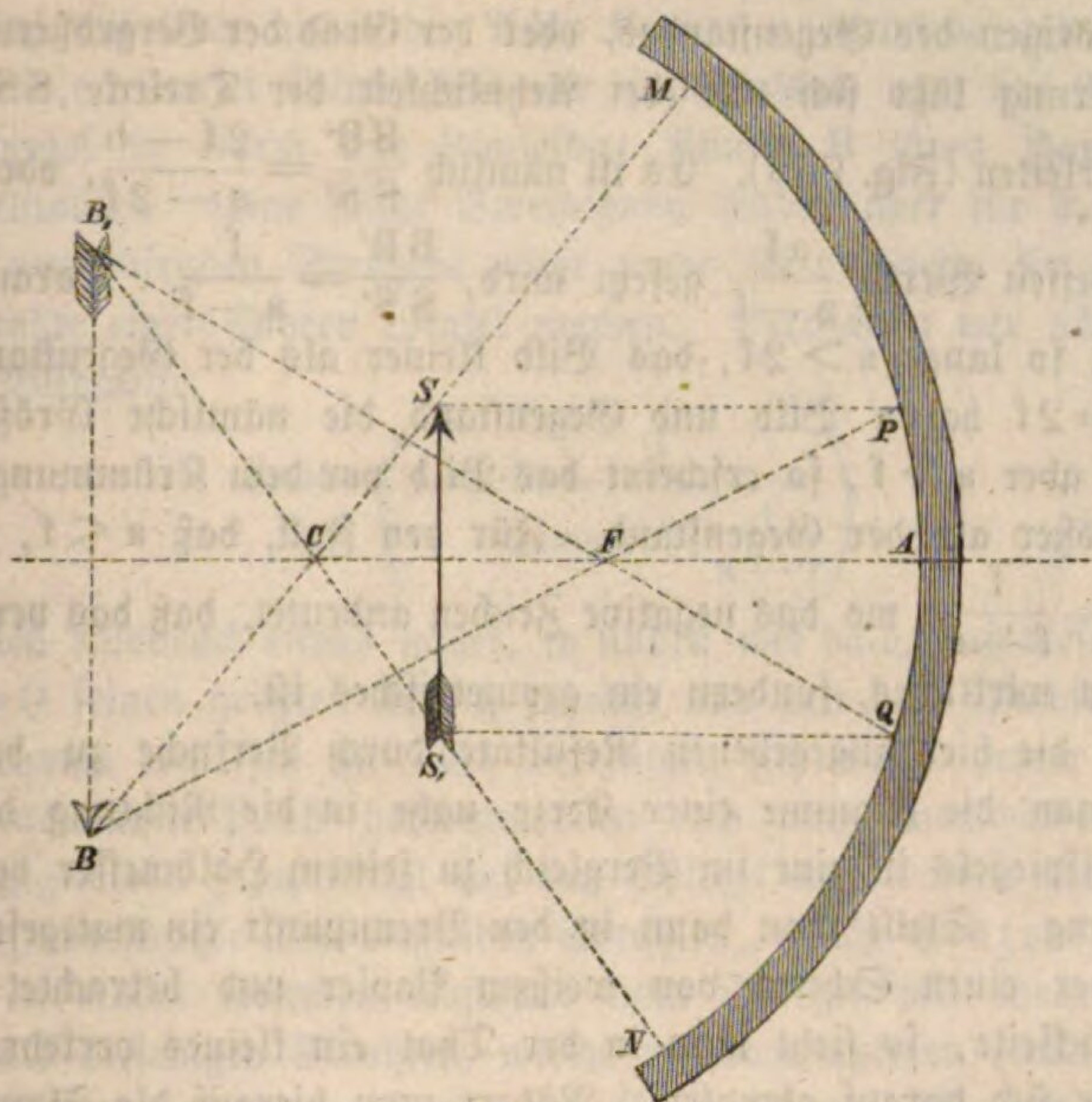
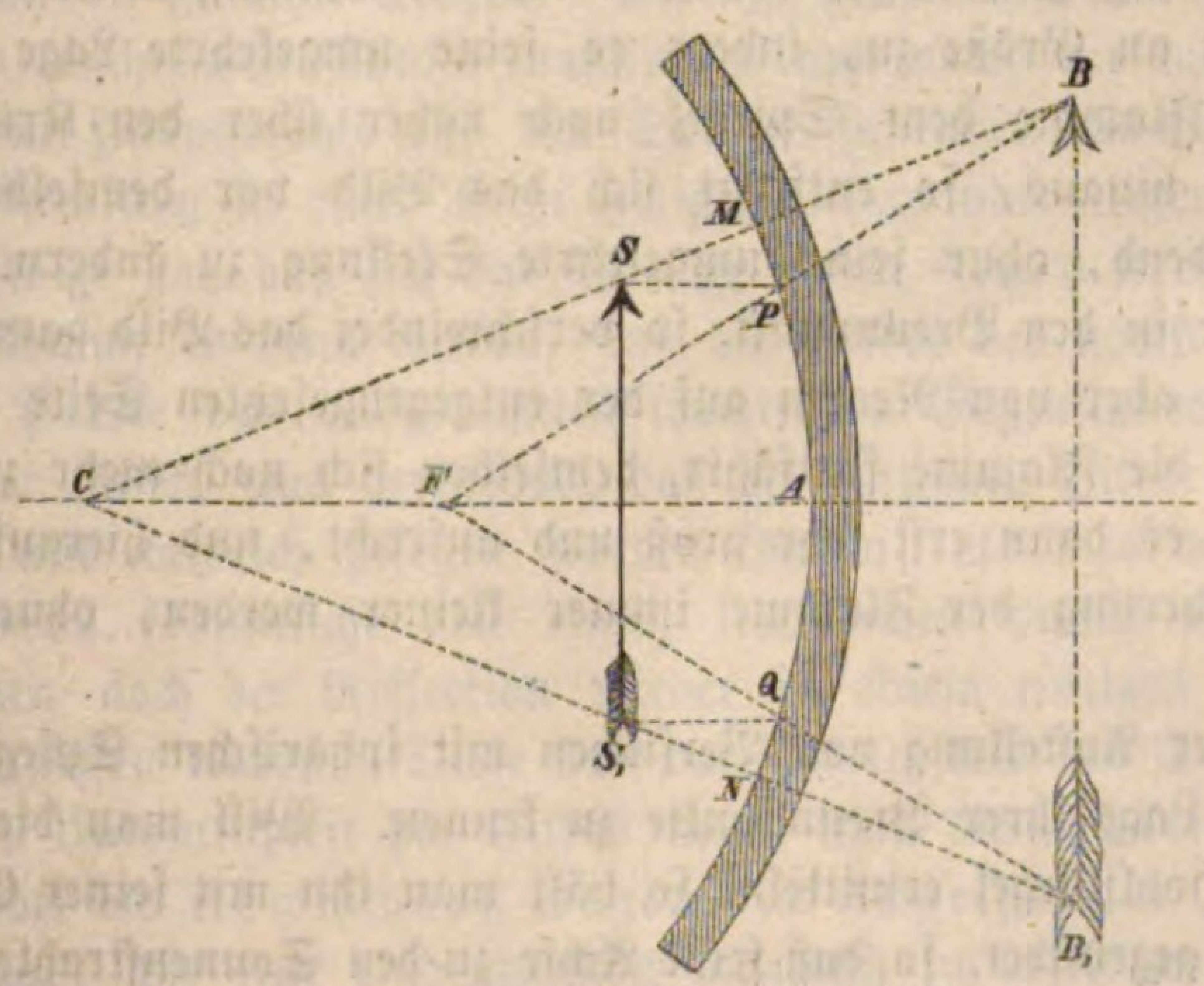


Fig. 96 b.



Brennpunkt und dem Mittelpunkt, so erscheint, wie in Fig. a ersichtlich ist, das Bild vor dem Mittelpunkt wieder in umgekehrter Lage, aber größer als der Gegenstand. — Befindet sich endlich der Gegenstand innerhalb der Brennweite, so entsteht, wie Fig. b zeigt, ein aufrechtes und vergrößertes Bild. Wegen dieses Umstandes wird der sphärische Hohlspiegel auch zuweilen Vergrößerungsspiegel genannt.

Das Verhältniß zwischen einer Dimension des Bildes und der dazu gehörigen des Gegenstandes, oder der Grad der Vergrößerung oder Verkleinerung läßt sich aus der Aehnlichkeit der Dreiecke S S′C und B B′C herleiten (Fig. 96a). Es ist nämlich $\frac{BB'}{SS'} = \frac{2f - b}{a - 2f}$, oder, wenn statt b dessen Werth $\frac{af}{a - f}$ gesetzt wird, $\frac{BB'}{SS'} = \frac{f}{a - f}$. Daraus ergibt sich, daß, so lange $a > 2f$, das Bild kleiner als der Gegenstand wird. Für $a = 2f$ haben Bild und Gegenstand die nämliche Größe. Ist $a < 2f$, aber $a > f$, so erscheint das Bild vor dem Krümmungsmittelpunkt größer als der Gegenstand. Für den Fall, daß $a < f$, hat man $\frac{BB'}{SS'} = -\frac{f}{f - a}$, wo das negative Zeichen andeutet, daß das vergrößerte Bild kein wirkliches, sondern ein geometrisches ist.

Um die hier angegebenen Resultate durch Versuche zu bestätigen, bringe man die Flamme einer Kerze nahe in die Richtung der Achse des Hohlspiegels in eine im Vergleich zu seinem Halbmesser bedeutende Entfernung. Stellt man dann in den Brennpunkt ein mattgeschliffenes Glas oder einen Schirm von weißem Papier und betrachtet sie auf ihrer Rückseite, so sieht man in der That ein kleines verkehrtes Bild der Kerze sich darauf abmalen. Nähert man hierauf die Flamme dem Spiegel allmählig, so rückt das Bild dem Krümmungsmittelpunkt näher und nimmt an Größe zu, indem es seine umgekehrte Lage beibehält. Rückt die Flamme dem Spiegel noch näher über den Krümmungsmittelpunkt hinaus, so entfernt sich das Bild vor demselben immer größer werdend, ohne seine umgekehrte Stellung zu ändern. Kommt die Flamme in den Brennpunkt, so verschwindet das Bild ganz und gar; es erscheint aber von Neuem auf der entgegengesetzten Seite des Spiegels, wenn die Flamme fortfährt, demselben sich noch mehr zu nähern. Man sieht es dann erst sehr groß und aufrecht, und hierauf bei weiterer Annäherung der Flamme immer kleiner werden, ohne sich umzukehren.

Bei der Anstellung von Versuchen mit sphärischen Spiegeln ist es nöthig, die Lage ihrer Brennpunkte zu kennen. Will man diesen Punkt für einen Hohlspiegel ermitteln, so hält man ihn mit seiner Concavität der Sonne gegenüber, so daß seine Achse zu den Sonnenstrahlen parallel ist. Darauf bewegt man ein mattgeschliffenes Glas oder ein Stück weißes Papier auf der hohlen Seite des Spiegels so lange hin und her, bis das Bild der Sonne darauf am kleinsten und deutlichsten sich zeigt. Das Glas oder Papier befindet sich dann im Brennpunkte des Spiegels und sein Abstand von der Mitte des letztern gibt dessen Brennweite an.

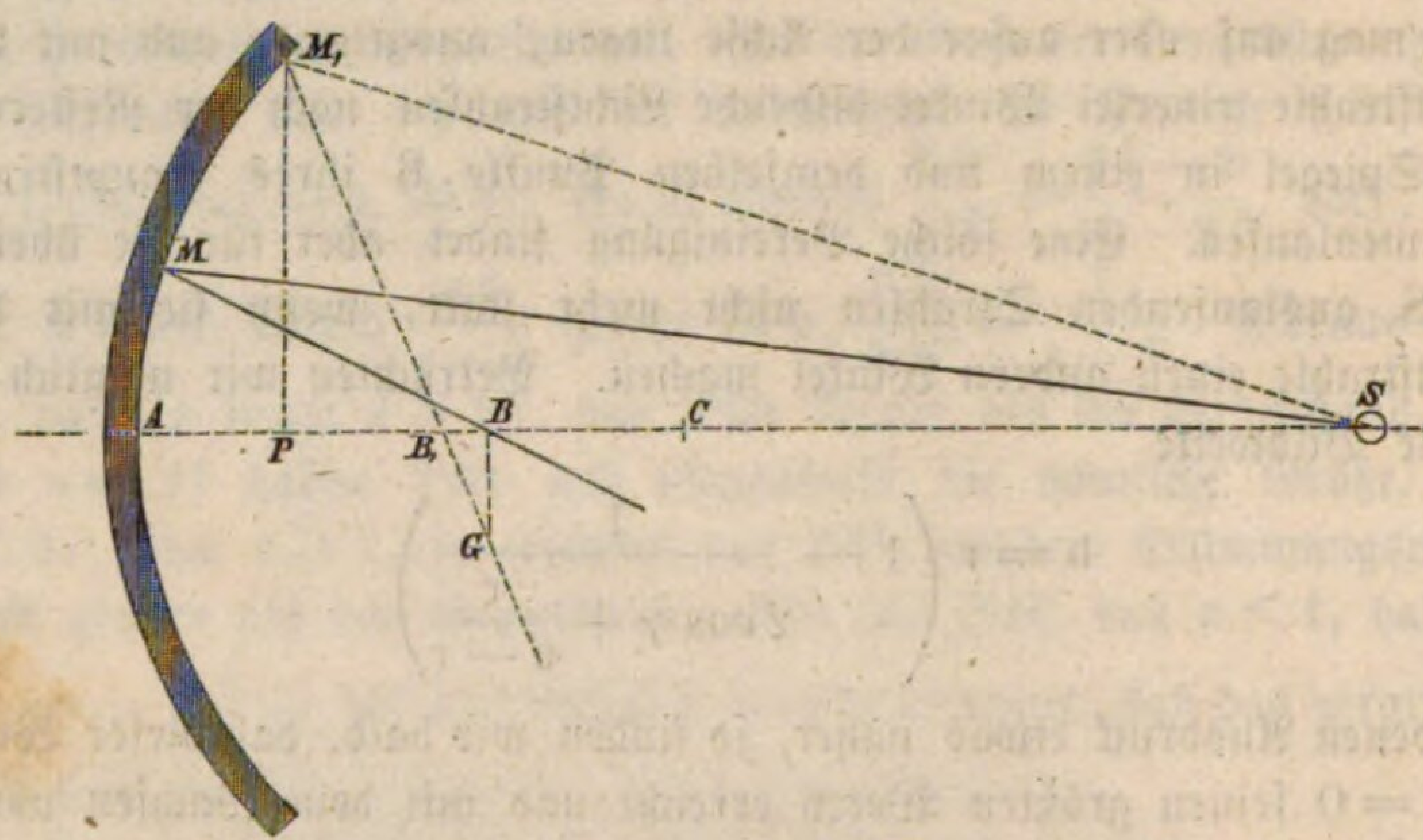
Wir haben gesehen, daß sämmtliche von einem leuchtenden Punkte S, er mag auf oder außer der Achse liegen, ausgehende und mit dem Hauptstrahle einerlei Winkel bildende Lichtstrahlen nach der Reflection vom Spiegel in einem und demselben Punkte B ihres Hauptstrahls zusammenlaufen. Eine solche Vereinigung findet aber für die übrigen von S auslaufenden Strahlen nicht mehr statt, wenn sie mit dem Hauptstrahle einen andern Winkel machen. Betrachten wir nämlich den für die Bildweite

$$b = r\left(1 - \frac{1}{2\cos\gamma + \frac{r}{a-r}}\right)$$

gefundenen Ausdruck etwas näher, so finden wir bald, daß dieser Werth für $\gamma = 0$ seinen größten Werth erreicht und mit dem Wachsen von γ im Abnehmen begriffen ist. Es vereinigen sich mithin unter den von einem leuchtenden Punkt herkommenden und unter verschiedenen Neigungen gegen den Hauptstrahl auf den Spiegel auffallenden Lichtstrahlen die dem Hauptstrahle nahe liegenden Strahlen, welche Centralstrahlen heißen, in einem weiteren Abstande vom Spiegel mit ihrem Hauptstrahle, als diejenigen Strahlen, welche mit dem letzteren einen größeren Winkel bilden, daher am Rande des Spiegels auffallen und deßwegen Randstrahlen genannt werden. Strenge genommen sammeln sich die von einem leuchtenden Punkte kommenden und unter verschiedenen Neigungen zum Hauptstrahle auf den Spiegel fallenden Lichtstrahlen nach der Zurückwerfung in einer Reihe stetig hintereinander liegender Punkte, was zur Folge hat, daß sich das Bild zu einem kleinen Kreise auszieht. Dadurch kommt es denn wieder, daß die Bilder der nächst aneinander liegenden Punkte des ausgedehnten leuchtenden Gegenstandes theilweise aufeinander fallen, was verursacht, daß die einzelnen Bilder nicht mehr so scharf und deutlich gesehen werden können, als dies der Fall sein würde, wenn sämmtliche von einem leuchtenden Punkte abstammende Lichtstrahlen nach der Reflection wieder in einem einzigen Punkte zusammengetroffen wären. Diese aus der Kugelgestalt des Spiegels entspringende Undeutlichkeit des Bildes nennt man die sphärische Aberration oder die Abweichung wegen der Kugelgestalt. Was man zu thun hat, um jene Undeutlichkeit möglichst zu beseitigen, wird sich aus folgender Betrachtung ergeben.

Fällt das Bild der reflectirten Centralstrahlen nach B, (Fig. 97), das Bild der reflectirten Randstrahlen nach B_1; so hat man, wenn der äußerste Werth von γ durch γ_1 bezeichnet wird, nachstehende zwei Ausdrücke:

Fig. 97.



$$AB = \frac{ar}{2a-r} \text{ und } AB_1 = r\left(1 - \frac{1}{2\cos\gamma_1 + \frac{r}{a-r}}\right).$$

Zwischen diesen beiden Abständen liegt die Reihe von Bildern, welche von dem einzigen leuchtenden Punkte S herrühren. Wird gedachter Raum, welcher in der Optik die Längenabweichung des Spiegels heißt, durch l dargestellt; so hat man

$$l = \frac{ar}{2a-r} - r\left(1 - \frac{1}{2\cos\gamma_1 + \frac{r}{a-r}}\right)$$

oder
$$l = \frac{2r(a-r)^2(1-\cos\gamma_1)}{(2a-r)(2\cos\gamma_1(a-r)+r)}.$$

Verlängert man den reflectirten Randstrahl M_1B_1 bis er die in B auf der Achse CA errichtete Senkrechte in G trifft, so heißt BG die Seitenabweichung des Spiegels. Es liegen nämlich sämmtliche von S ausgehende rings um die Achse auf den Spiegel auffallende Strahlen innerhalb eines Kreises, dessen Halbmesser BG ist. Um denselben zu finden, betrachten wir die ähnlichen Dreiecke BB_1G und M_1PB_1, welche uns geben

$$BG : BB_1 = M_1P : PB_1;$$

woraus
$$BG = s = \frac{l \cdot r \sin\gamma_1}{PB_1}.$$

Es ist aber $PB_1 = AB_1 - AP = AB_1 - AC + PC$;

oder
$$PB_1 = r\left(1 - \frac{a-r}{2(a-r)\cos\gamma_1 + r}\right) - r + r\cos\gamma_1;$$

oder
$$PB_1 = r \cdot \frac{2(a-r)\cos^2\gamma_1 + r\cos\gamma_1 - a + r}{2(a-r)\cos\gamma_1 + r}.$$

Indem wir diesen Werth und den von l in den obigen Ausdruck der Seitenabweichung einführen, bekommen wir:

$$s = \frac{2r(a-r)^2(1-\cos\gamma_1)\sin\gamma_1}{(2a-r)(2(a-r)\cos^2\gamma_1 + r\cos\gamma_1 + r - a)}.$$

Beide Abweichungen gehen für Strahlen, welche von einem entfernten leuchtenden Punkte auslaufen, mithin parallel auf den Spiegel fallen, in folgende über:

$$l = \frac{r}{2} \cdot \frac{1-\cos\gamma_1}{\cos\gamma_1}$$

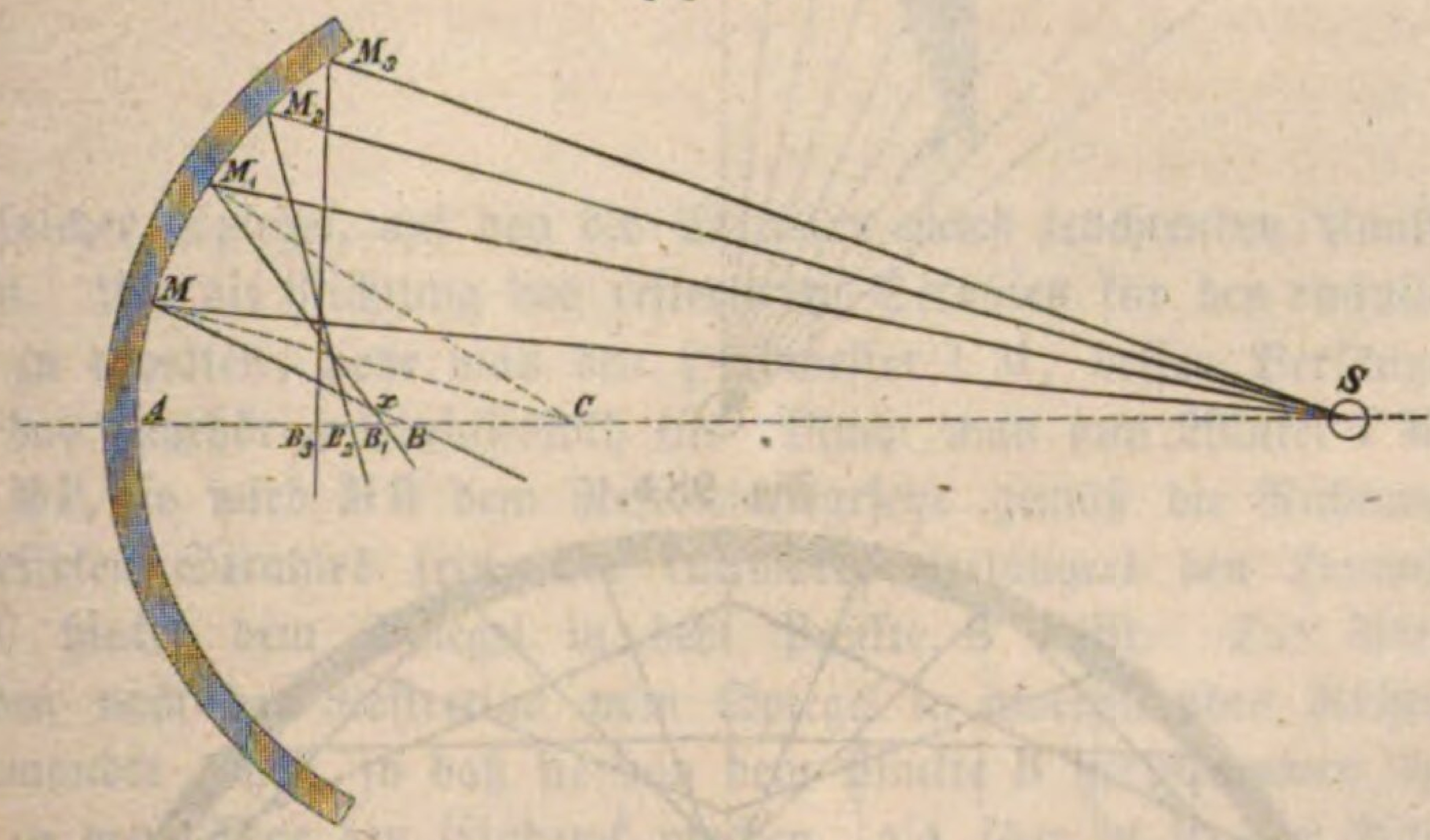
und

$$s = r \cdot \frac{(1-\cos\gamma_1)\sin\gamma_1}{2\cos^2\gamma - 1}.$$

Diese Ausdrücke zeigen, daß die Längenabweichung sowohl wie die Seitenabweichung stets sehr klein ausfallen und die Bilder der einzelnen Punkte als sehr kleine Kreise sich darstellen werden, wenn man die Sehne oder die Oeffnung des Spiegels möglichst klein nimmt.

Da die von dem Hohlspiegel zurückgeworfenen Strahlen sich nicht wieder in einem einzigen Punkt sammeln, sondern der näher vom Rande herkommende Strahl $M_1 B_1$ die Achse in einem kleineren Abstande

Fig. 98.



von der Mitte A des Spiegels trifft als der weiter vom Rand anlangende Strahl MB; so müssen nothwendigerweise diese beiden reflectirten Strahlen über der Achse in einem Punkte x einander begegnen. Denkt man sich nun eine stetige Folge von Strahlen SM, SM′, SM″, SM‴ u. s. w., welche sämmtlich in einer und derselben Ebene von dem Punkte S auf den Spiegel fallen; so werden je zwei unmittelbar aufeinander folgende reflectirte Strahlen einander durchschneiden und auf diese Weise eine helle krumme Linie bilden, deren Tangenten die reflectirten Strahlen abgeben werden. Eine solche Linie wird die **Brennlinie** durch Reflection oder **Katakaustik** des Punktes S ge-

nannt, während Brennfläche der Inbegriff aller Brennlinien heißt, welche durch die gesammte spiegelnde krumme Fläche erzeugt werden. Jede derartige Fläche hat ihre besonderen Brennlinien, deren Beschaffenheit von der Natur der reflectirenden Fläche abhängt. — Die Brennlinie, wie sie durch einen kreisförmig gebogen polirten Metallstreifen zum

Fig. 98 a.

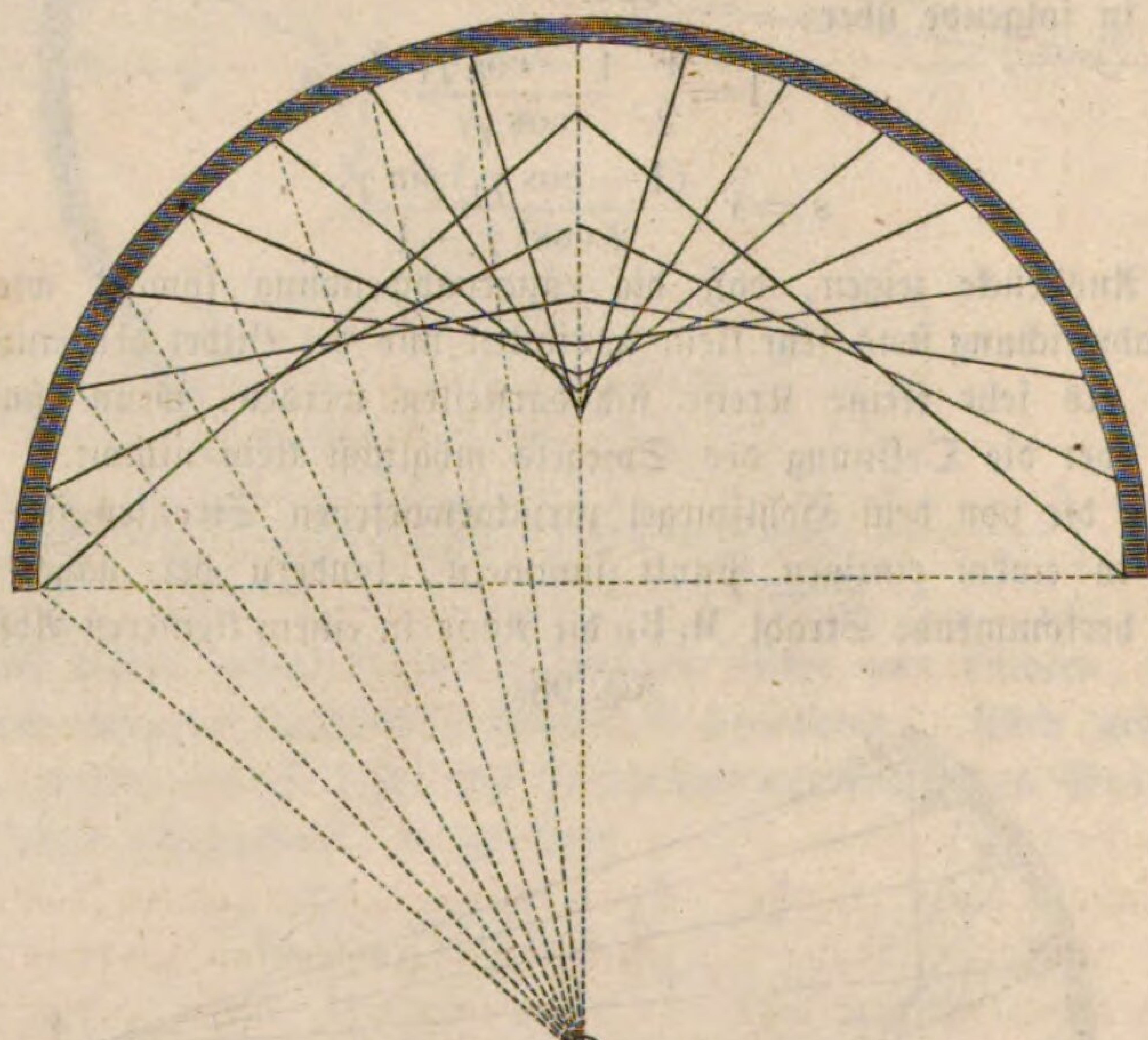
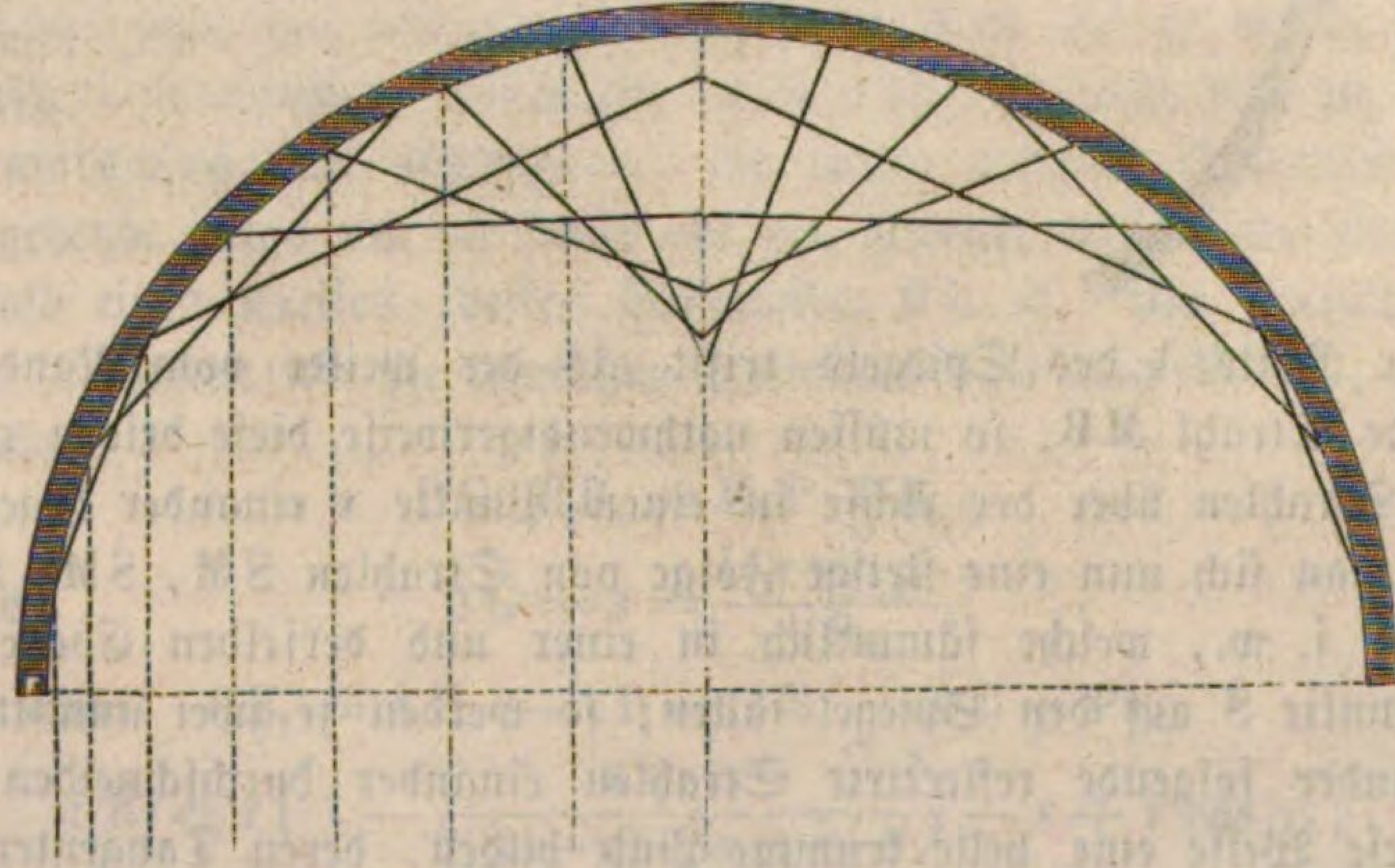


Fig. 98 b.

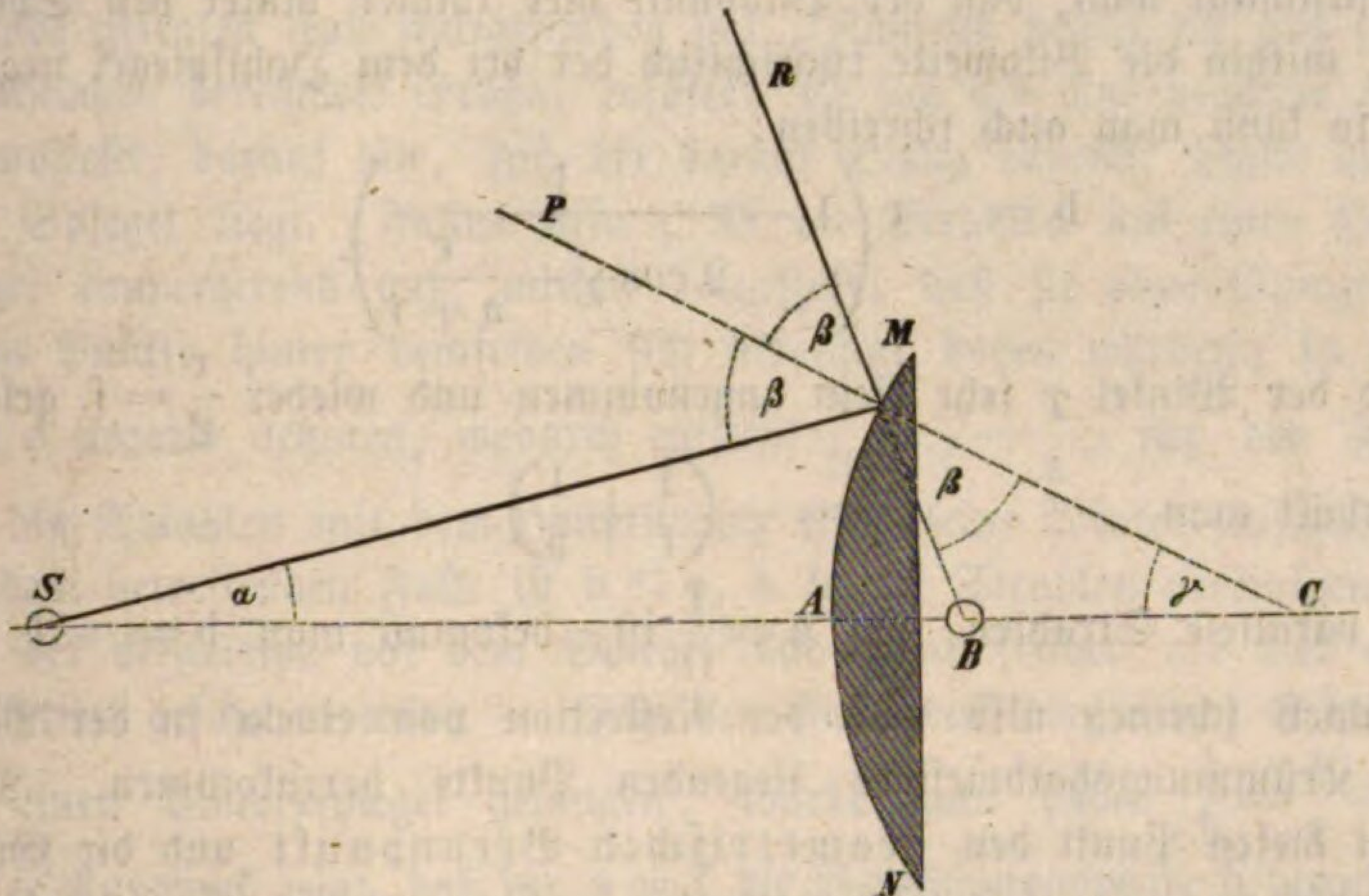


Vorschein kommt, zeigt Fig. 98 a. Aendert man die Form des Streifens, so sieht man die Katakaustik eine andere Gestalt annehmen. — Die

Brennlinie, welche man auf der Oberfläche eines mit Dinte angefüllten Glases, das im Sonnenschein steht, beobachten kann, stellt die Fig. 98 b dar.

Ist die erhabene Seite eines Kugelabschnitts die spiegelnde Fläche, so bekommt man einen sphärischen Convexspiegel. Es sei MAN

Fig. 99.



ein solcher Spiegel, auf den die Strahlen eines leuchtenden Punktes S fallen. Um die Richtung des reflectirten Strahles für den einfallenden SM zu erhalten, ziehe man den Halbmesser CM, dessen Verlängerung MP das zugehörige Einfallsloth ist. Macht man nun Winkel PMR = = SMP, so wird MR dem Reflectionsgesetze gemäß die Richtung des reflectirten Strahles sein, der rückwärts verlängert den Hauptstrahl SAC hinter dem Spiegel in dem Punkte B trifft. Die Strahlen werden nach der Reflection vom Spiegel in divergirenden Richtungen auseinander gehen, so daß sie von dem Punkte B herzukommen scheinen und in dem Auge den Eindruck machen, als läge in B das Bild des Punktes S. Die Bildweite findet man auf dieselbe Art wie beim Hohlspiegel. Die Dreiecke CMS und CMB geben nämlich, wenn man erwägt, daß $\sin CMS = \sin PMS$,
ferner $\sin CBM = \sin(180 - MBS) = \sin(2\beta - \alpha) = \sin(\gamma + \beta)$ ist, wo α, β, γ, r, a und b die analogen Größen wie beim Hohlspiegel bezeichnen:

$$a + r : r = \sin\beta : \sin\alpha \text{ oder } \sin\alpha = \frac{r \sin\beta}{a + r},$$

und $$r - b : r = \sin\beta : \sin(\gamma + \beta) \text{ oder } b = r - \frac{r \sin\beta}{\sin(\gamma + \beta)}.$$

Die erstere Relation geht wegen $\alpha = \beta - \gamma$ in:

$$\cos\gamma - \sin\gamma \operatorname{cotg}\beta = \frac{r}{a + r} \text{ über,}$$

wodurch die zweite Relation sich verwandelt in:

$$b = r\left(1 - \frac{1}{2\cos\gamma - \frac{r}{a+r}}\right).$$

Berücksichtigt man, daß der Bildpunkt hier immer hinter den Spiegel fällt, mithin die Bildweite rücksichtlich der bei dem Hohlspiegel negativ ist; so kann man auch schreiben:

$$b = -r\left(1 - \frac{1}{2\cos\gamma - \frac{r}{a+r}}\right).$$

Wird der Winkel γ sehr klein angenommen und wieder $\frac{r}{2} = f$ gesetzt, so erhält man $$\frac{1}{f} = -\left(\frac{1}{f} + \frac{1}{a}\right).$$

Für parallele Strahlen, wo $a = \frac{1}{0}$ ist, bekommt man $b = -f$: die Strahlen scheinen also nach der Reflection von einem in der Mitte des Krümmungshalbmessers liegenden Punkte herzukommen. Man nennt diesen Punkt den **geometrischen Brennpunkt** und die Größe $-f$ die **geometrische Brennweite**. Wegen dieser Eigenschaft die parallelen Strahlen zu zerstreuen, werden die Convexspiegel auch **Zerstreuungsspiegel** genannt. Aendert man für den vorliegenden Fall das Zeichen von b, so erhält man $\frac{1}{b} = \frac{1}{f} + \frac{1}{a}$, woraus hervorgeht, daß je näher der leuchtende Punkt dem Spiegel liegt, desto mehr das scheinbare Bild dem Spiegel näher kommt, welchen es für $a = 0$ erreicht.

Die Bildweite für den sphärischen Convexspiegel hätte sich auch unmittelbar aus den für den sphärischen Concavspiegel aufgestellten Formeln: $b = r\left(1 - \frac{1}{2\cos\gamma + \frac{r}{a-r}}\right)$ und $\frac{1}{b} + \frac{1}{a} = \frac{1}{f}$ ableiten lassen, wenn darin wegen der entgegengesetzten Lage des Krümmungsmittelpunktes das Zeichen von r und f geändert worden wäre Man würde dann auf der Stelle die Formeln

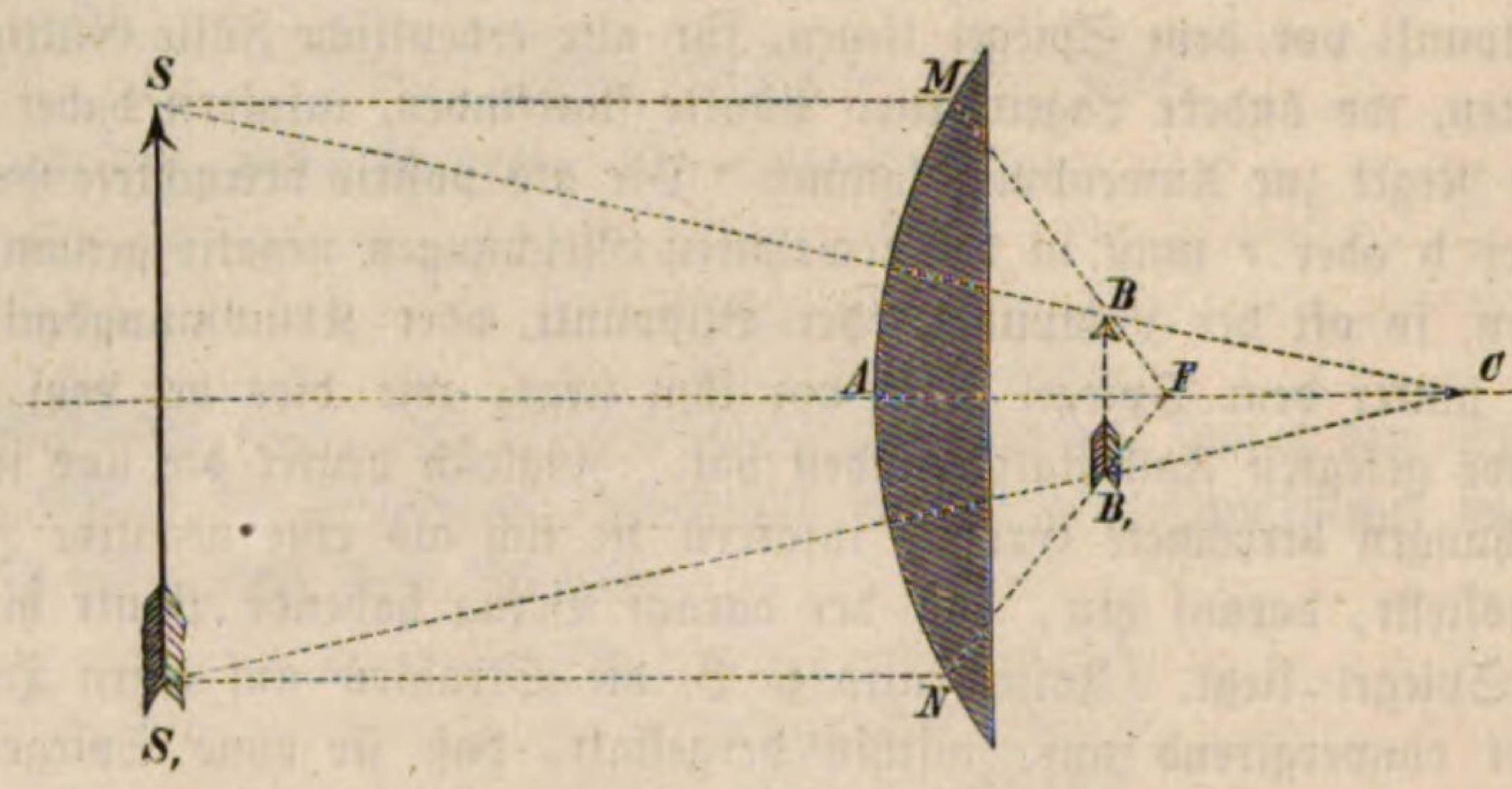
$$b = -r\left(1 - \frac{1}{2\cos\gamma - \frac{r}{a+r}}\right) \text{ und } \frac{1}{b} = -\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{f}\right)$$

wie vorhin erhalten haben. Wir gewinnen also an diesem Beispiele die Ueberzeugung, wie wir dann solche an allen andern uns verschaffen können, daß die zwei obigen für einen besonderen Fall aufgestellten

katoptrischen Formeln, wo Lichtpunkt, wie Bildpunkt und Krümmungsmittelpunkt vor dem Spiegel liegen, für alle erdenkliche Fälle Gültigkeit behalten, wo andere Lagen jener Punkte stattfinden, insofern dabei folgende Regel zur Anwendung kommt. Die als positiv betrachtete Größe a oder b oder r muß in den erwähnten Gleichungen negativ genommen werden, so oft der Lichtpunkt, oder Bildpunkt, oder Krümmungsmittelpunkt hinter dem Spiegel statt vor ihm liegt, wie dies bei dem zum Grunde gelegten Fall stattgefunden hat. Zugleich deutet die aus jenen Gleichungen berechnete Größe, insofern sie sich als eine negative Zahl herausstellt, darauf hin, daß der darauf Bezug habende Punkt hinter dem Spiegel liegt. Fallen also z. B. die Strahlen auf einen Hohlspiegel convergirend auf, mithin dergestalt, daß sie ohne Spiegel in einem Punkte hinter demselben sich vereinigt haben würden; so muß man a negativ nehmen, wodurch entsteht $\frac{1}{b} = \frac{1}{f} - \frac{1}{a}$, für den Fall, daß die Strahlen mit dem Hauptstrahle sehr kleine Winkel einschließen. In dem betreffenden Falle ist $b < a$, d. h. die Strahlen vereinigen sich nach der Reflection vor dem Spiegel und zwar früher als dies ohne Reflection geschehen wäre. — Für den Fall, daß dergleichen Strahlen auf einen Convexspiegel gelangen, würde man haben $\frac{1}{b} = \frac{1}{a} - \frac{1}{f}$. Dieser Ausdruck zeigt, daß für $a = f$ die Vereinigungsweite b unendlich groß wird; die convergirenden Strahlen werden mithin durch die Reflection in parallel gehende umgewandelt. Für $a < f$ wird b positiv, d. h. die Strahlen sammeln sich in einem vor dem Spiegel befindlichen Punkte. Für $a > f$ bleibt b negativ, ist aber zugleich größer als f, was aussagt, daß die Strahlen nach der Reflection divergiren und ihr scheinbarer Vereinigungspunkt von dem Spiegel weiter absteht, als der geometrische Brennpunkt.

Um das Bild eines vor einem Convexspiegel stehenden ausgedehnten Gegenstandes zu finden, verfährt man in ähnlicher Weise wie es bei dem Hohlspiegel geschehen ist. Stellt nämlich SS′ die Dimension eines solchen Gegenstandes dar (Fig. 100), so zieht man von den Endpunkten S und S′ die dazu gehörigen Hauptstrahlen SC und S′C, ferner die zur Achse AC parallelen Strahlen SM und S′N, welche nach der Reflection von dem geometrischen Brennpunkt F herzukommen scheinen und mit ihren Hauptstrahlen in den Punkten B und B′ zusammentreffen. Diese Punkte geben die Bilder von den Endpunkten S und S′ ab und BB′ das gesammte Bild der Dimension SS′, das aufrecht und verkleinert hinter dem Spiegel erscheint. Die Größe des Bildes läßt sich mittelst der Betrachtung der ähnlichen Dreiecke SS′C und BB′C be-

Fig. 100.



urtheilen, aus denen sich ergibt: $\frac{BB'}{SS'} = \frac{2f - b}{a + 2f} = \frac{f}{a + f}$, wenn statt b dessen Werth $\frac{af}{a + f}$ abgesehen vom Zeichen eingeführt wird. Für jeden positiven Werth von a erscheint also das Bild immer kleiner als der Gegenstand, weßhalb die Convexspiegel zuweilen auch Verkleinerungsspiegel genannt werden.

Die sphärische Aberration findet bei den Convexspiegeln in ähnlicher Weise wie bei den Hohlspiegeln statt. Die sphärischen Convexspiegel werden selten gebraucht; man bedient sich derselben manchesmal zum Nachzeichnen von Landschaften oder andern Gegenständen, die man im verkleinerten Maßstabe darstellen will. — Um die Brennweite eines sphärischen Convexspiegels zu bestimmen, kann man folgendermaßen verfahren. Man bedeckt den ganzen Spiegel mit schwarzem Papier, in welchem man zwei kleine kreisförmige Oeffnungen anbringt, die gegen die Mitte des Spiegels eine symmetrische Lage haben. Man stellt dann den Spiegel der Sonne dergestalt gegenüber, daß ihre Strahlen parallel zur Achse des Spiegels auffallen. Es kommen auf diese Weise aus den beiden Oeffnungen zwei reflectirte Strahlenbündel her, die ihren gemeinsamen Ausgangspunkt in dem Brennpunkt haben. Hierauf bewegt man einen schmalen geraden Stab, auf welchen zwei Punkte aufgetragen sind, deren Abstand der doppelten Entfernung der Mittelpunkte der zwei kleinen kreisförmigen Oeffnungen gleichkommt, so lange hin und her, bis ihre Bilder auf jenen zwei bezeichneten Punkten des Stabes sich befinden. Man kann alsdann annehmen, daß der Stab eben so weit von dem Spiegel entfernt ist, als der geometrische Brennpunkt.

4. Erscheinungen an einigen andern gekrümmten Spiegeln.

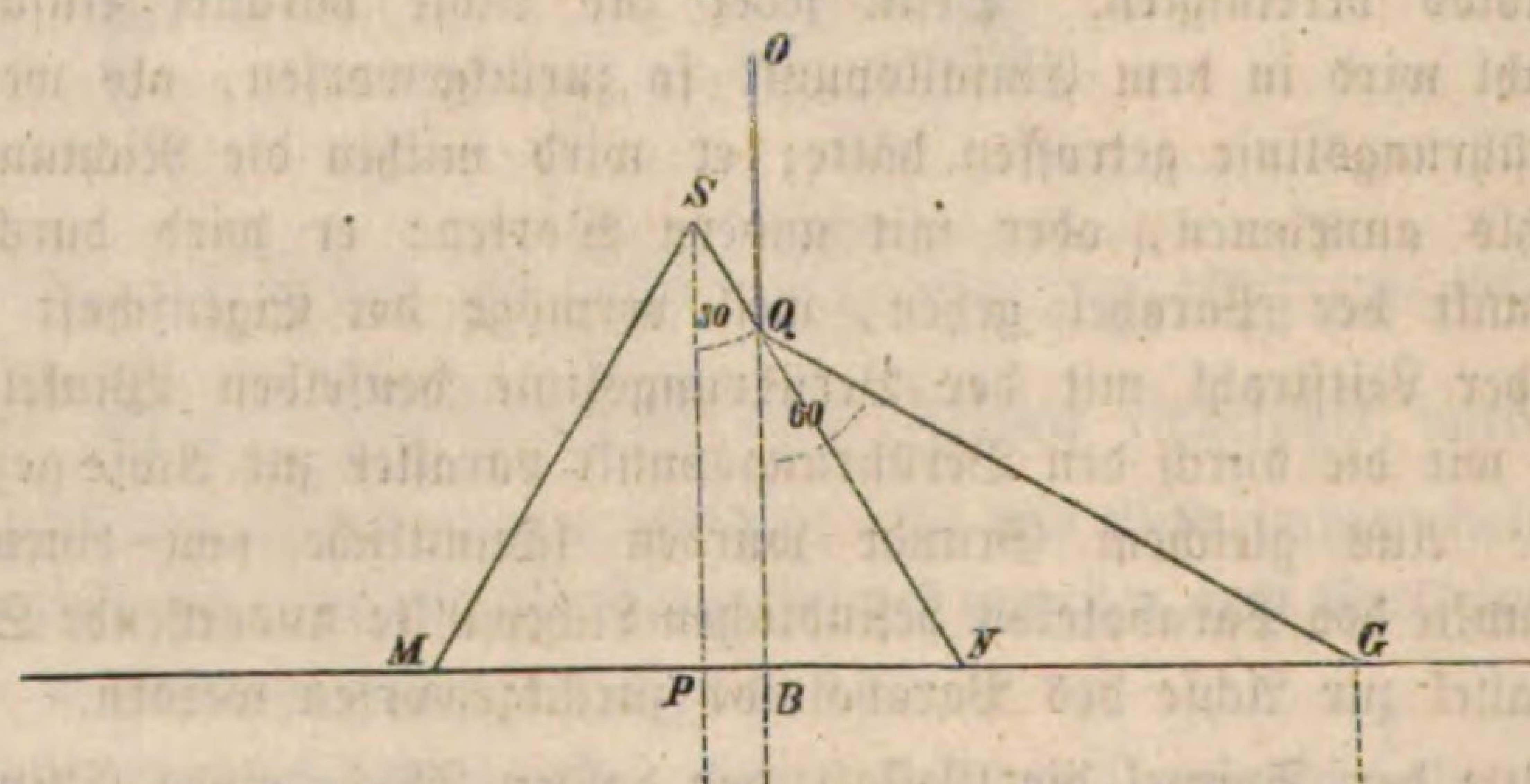
Bei den anderweitig gekrümmten Spiegeln, wie sie auch gestaltet sein mögen, gilt dasselbe Reflectionsgesetz wie bei den ebenen und sphärischen, insofern man unter Einfallsloth die Normale auf der Berührungsebene des Einfallspunktes versteht. Wäre demnach die hohle Fläche eines Parabaloids eine spiegelnde, d. h. des durch Umdrehung eines Parabelstücks um seine Achse entstandenen Körpers; so würden alle zur Achse parallel laufenden Lichtstrahlen durch den Spiegel dergestalt zurückgeworfen werden, daß sie sich in dem Brennpunkte des Paraboloids vereinigten. Denn jeder zur Achse parallel einfallende Lichtstrahl wird in dem Einfallspunkt so zurückgeworfen, als wenn er die Berührungslinie getroffen hätte; er wird mithin die Richtung des Leitstrahls annehmen, oder mit andern Worten: er wird durch den Brennpunkt der Parabel gehen, weil vermöge der Eigenschaft dieser Curve der Leitstrahl mit der Berührungslinie denselben Winkel einschließt, wie die durch den Berührungspunkt parallel zur Achse gezogene Gerade. Aus gleichem Grunde würden sämmtliche von einem im Brennpunkte des Paraboloids befindlichen Lichtpunkte ausgehende Strahlen parallel zur Achse des Paraboloids zurückgeworfen werden.

Hätte der Spiegel die Gestalt der hohlen Fläche eines Ellipsoids, d. h. des durch Umdrehung einer Ellipse um ihre große Achse entstandenen Körpers; so würden die aus einem Brennpunkte kommenden Strahlen nach der Reflection sich genau in dem andern Brennpunkte vereinigen, weil die beiden aus den Brennpunkten nach dem nämlichen Punkte der Ellipse gezogenen Leitstrahlen mit der betreffenden Berührungslinie gleiche Winkel einschließen. — Bei dem parabolischen wie bei dem elliptischen Spiegel findet für Strahlen, die von außerhalb der Brennpunkte befindlichen Lichtpunkten herkommen, ebenfalls eine Abweichung wegen der Gestalt statt. Sie ist Ursache, daß die Bilder von Gegenständen von einiger Ausdehnung in bedeutendem Grade undeutlich erscheinen, weßhalb von diesen Spiegeln kein nützlicher Gebrauch zu erwarten steht. Aehnliches gilt von den Kegel- und Cylinderspiegeln, deren hier nur in so weit Erwähnung geschieht, um den Grund der optischen Täuschungen einzusehen, zu denen dergleichen Spiegel Anlaß geben.

Konische Spiegel wirken nach der Seite des Kegels als ebene und in der zur Grundfläche parallelen Richtung als convexe Kegelspiegel, deren Krümmungshalbmesser gegen den Scheitel zu fortwährend abnehmen: es werden daher in ihnen die Bilder der Gegenstände in ihrer natürlichen Höhe, aber mit stets nach oben abnehmender Breite,

d. h. verzerrt erscheinen. Es lassen sich aber auch verunstaltete Zeichnungen construiren, welche unter dem Namen katoptrischer Anamorphosen bekannt sind und als in richtigen Verhältnissen dargestellte Bilder sich zeigen, wenn sie mittelst eines kegelförmigen Spiegels durch Reflection gesehen werden. Um klar einzusehen, nach welchen Regeln eine Anamorphose gezeichnet werden müsse, die im Spiegel betrachtet dem Auge ein bestimmtes Bild darstellen soll, wollen wir einen ganz speciellen Fall zum Gegenstand der Betrachtung wählen. Das Auge hat seine Stellung in einem Punkte O (Fig. 101) in einer solchen

Fig. 101.



Entfernung von dem geraden kreisförmigen Kegelspiegel MSN, dessen Winkel an der Spitze $^2/_3$ von einem Rechten beträgt, daß sämmtliche von der Kegelfläche reflectirte Strahlen zu der Achse des Kegels parallel gelten können. Man soll unter dieser Voraussetzung die um den Spiegel herumliegenden Punkte vermöge der Reflection zu einem in richtigen Verhältnissen gezeichneten Bilde zusammenfügen, das auf der Grundfläche des Kegels zu liegen scheint. Es sei B ein beliebiger Punkt der auf der Grundfläche des Kegels entworfenen Zeichnung, von welchem Punkt der entsprechende G der Anamorphose in der Art zu bestimmen ist, daß der auf die Spiegelfläche herabsehende Beobachter diesen Punkt G in Folge der Reflection des Lichtes in B erblickt. Ist GQ der einfallende Strahl, so hat man nach dem Reflectionsgesetze

$$\text{W. } GQN = \text{W. } BQN = \text{W. } PSN = {}^1/_3 R,$$

mithin $GQB = {}^2/_3 R$; folglich $QG = 2 . QB$.

Weil der Winkel Q halbirt ist, so hat man auch

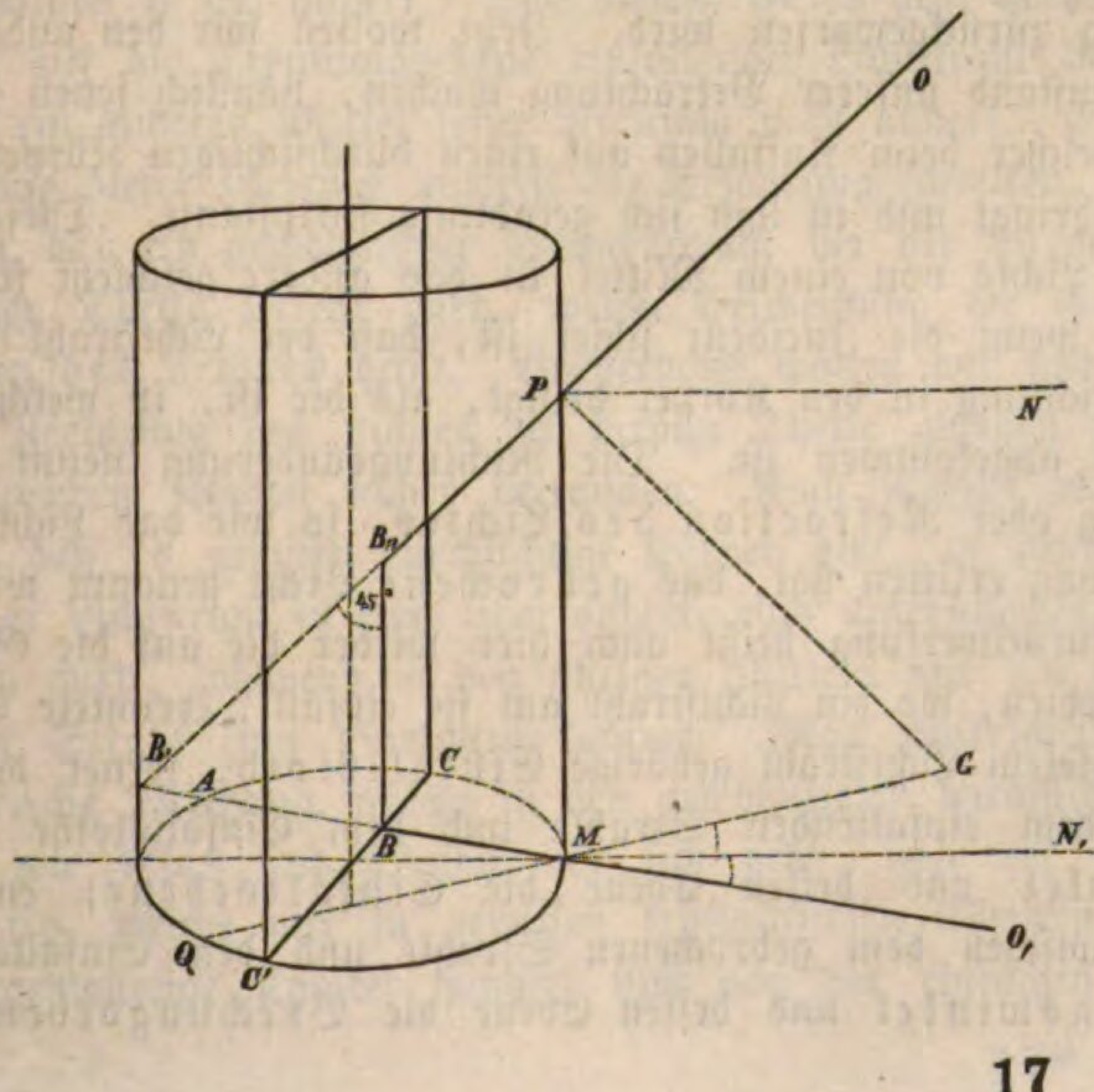
$$\frac{QG}{QB} = \frac{NG}{BN} = 2, \text{ d. h. } NG = 2 . NB.$$

Der dem Punkte B der entworfenen Zeichnung entsprechende Punkt G der Anamorphose wird also gefunden, wenn man durch B den Radius PB zieht, denselben über den Rand des Grundkreises verlängert und

außerhalb desselben NG = 2NB aufträgt. Auf solche Weise werden alle übrigen Punkte der Zeichnung auf die Umgebung der Grundfläche übertragen. Aus der Construction ergibt sich, daß die Punkte, welche dem Umfange der Grundfläche nahe liegen, nur wenig außerhalb des Kreises aufzutragen, dagegen diejenigen, welche dem Mittelpunkte des Kreises nahe liegen, am entferntesten vom Umfange des Kreises hin zu verlegen sind. Daraus entstehen, wie man leicht einsieht, gar sonderbare Verzerrungen, daß z. B. bei einem abgezeichneten Gesichte, dessen Mund die Mitte ausmacht, die Lippen das ganze Zerrbild umgeben. —

Cylinderspiegel wirken in einer zur Achse parallelen Richtung wie ebene und in einer darauf senkrechten wie concave oder convexe Kugelspiegel, je nachdem die hohle oder erhabene Seite des Cylinders polirt ist. In dergleichen Spiegeln werden daher die Gegenstande von derselben Länge erscheinen, wie sie solche in der Wirklichkeit haben, der Breite nach aber vergrößert oder verkleinert, mithin mehr oder weniger entstellt sich zeigen. Es können jedoch auch unförmlich gezeichnete Bilder durch dergleichen Spiegel in richtigen Verhältnissen gesehen werden: nach welchen Regeln man bei Anfertigung einer solchen Anamorphose zu verfahren haben, wird sich aus folgendem besondern Beispiel ergeben. Angenommen, daß die Spiegelung in der convexen Oberfläche vor sich geht und daß die im Spiegel gesehene Anamorphose als ein auf einer aufrecht stehenden Tafel gezeichnetes Bild erscheinen soll, wobei das

Fig. 102.



Auge O in einer solchen Entfernung sich befindet, daß die Strahlen sämmtlich als parallel zu einander betrachtet werden können und unter einem Winkel von 45° gegen den Horizont geneigt sind. Es sei MAQ (Fig. 102) die Horizontalprojection der Cylinderfläche, CC′ die Horizontalprojection der Bildfläche, auf welcher man sich das Bild gezeichnet vorzustellen hat, das sich dem Auge im Spiegel darbieten soll; B die Projection eines beliebigen Bildpunktes $B_{,,}$, von welchem der zugehörige Punkt G der Anamorphose dergestalt zu ermitteln ist, daß der auf die Cylinderfläche sehende Beobachter letztgenannten Punkt in $B_{,,}$ erblickt. Ist GP der einfallende Strahl, so gibt das Reflectionsgesetz W. GPN = = W. OPN = W. $PB_{,}O_{,}$, wo $B_{,}O_{,}$ die Horizontalprojection des Strahles $B_{,,}O$ ist. Hieraus folgt $MG = MB_{,}$; ferner sind die Projectionswinkel GMN, und $N_{,}MO$, des Einfallswinkels NPG und des Reflectionswinkels OPN einander gleich: man hat also zur Auffindung des Punktes G nichts weiter nöthig, als MQ = MA zu machen, hierauf die Linie QM zu verlängern und auf der Verlängerung das Stück $MG = MB_{,}$ aufzutragen.

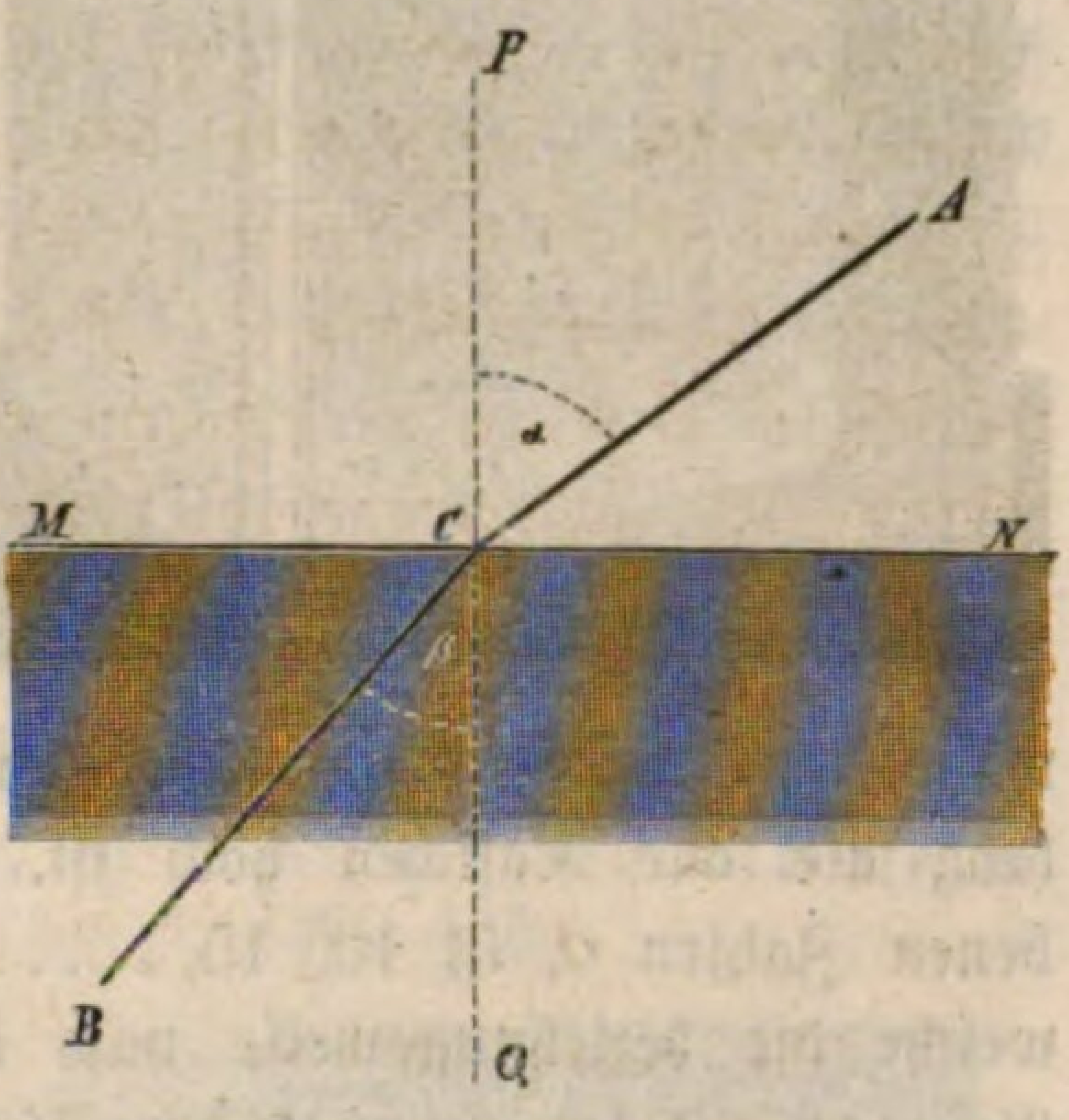
III. Von der einfachen Brechung oder Refraction des Lichtes (Dioptrik).

1. Gesetze der einfachen Brechung.

Wir haben uns in dem vorhergehenden Kapitel mit dem Theil des einfallenden Lichtes beschäftigt, der an der Oberfläche der Körper regelmäßig zurückgeworfen wird. Jetzt wollen wir den andern Theil zum Gegenstand unserer Betrachtung machen, nämlich jenen Theil des Lichtes, welcher beim Auffallen auf einen durchsichtigen Körper in denselben eindringt und in ihm sich geradlinig fortpflanzt. Dieser Uebergang des Lichts von einem Mittel in das andere geschieht jederzeit in der Art, wenn die Incidenz schief ist, daß der Lichtstrahl mit einer andern Richtung in den Körper dringt, als die ist, in welcher er bei demselben angekommen ist. Die Richtungsänderung nennt man die Brechung oder Refraction des Lichtes, so wie das Licht, welches die Brechung erlitten hat, das gebrochene Licht genannt wird. Wie bei der Zurückwerfung heißt auch hier wieder die auf die Grenzfläche beider Medien, wo ein Lichtstrahl auf sie einfällt, errichtete Senkrechte das zu diesem Lichtstrahl gehörige Einfallsloth; ferner der Winkel zwischen dem einfallenden Strahle und dem Einfallslothe der Einfallswinkel und dessen Ebene die Einfallsebene; endlich der Winkel zwischen dem gebrochenen Strahle und dem Einfallslothe der Brechungswinkel und dessen Ebene die Brechungsebene. Das

Gesetz, nach welchem sich die Brechung des Lichtes richtet und das gleichzeitig von Snellius und Descartes entdeckt wurde, besteht nun in Folgendem: Der einfallende und der gebrochene Strahl liegen in der Einfallsebene, aber auf entgegengesetzten Seiten des Einfallslothes, so daß Brechungsebene und Einfallsebene zusammenfallen. Dann besteht zwischen dem Sinus des Einfallswinkels und dem Sinus des Brechungswinkels unter allen Incidenzen das nämliche Verhältniß, so lange das Licht von einem und demselben Körper in einen und denselben andern übergeht. Man nennt dieses Verhältniß in der Physik kurzweg das Brechungsverhältniß. Ist mithin MN die Trennungsfläche beider Mittel, AC der einfallende Strahl, CB der gebrochene Strahl, PCQ das Einfallsloth, und bezeichnet man den Einfallswinkel ACP mit α, den Brechungswinkel BCQ mit β; so ist $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n$, wo n die Zahl bedeutet, die einerlei Werth behält, so lange das Mittel, aus welchem der Lichtstrahl kommt, wie auch dasjenige, in welches er übergeht, keine Aenderung erleidet und blos der Einfallswinkel α sich ändert.

Fig. 103.

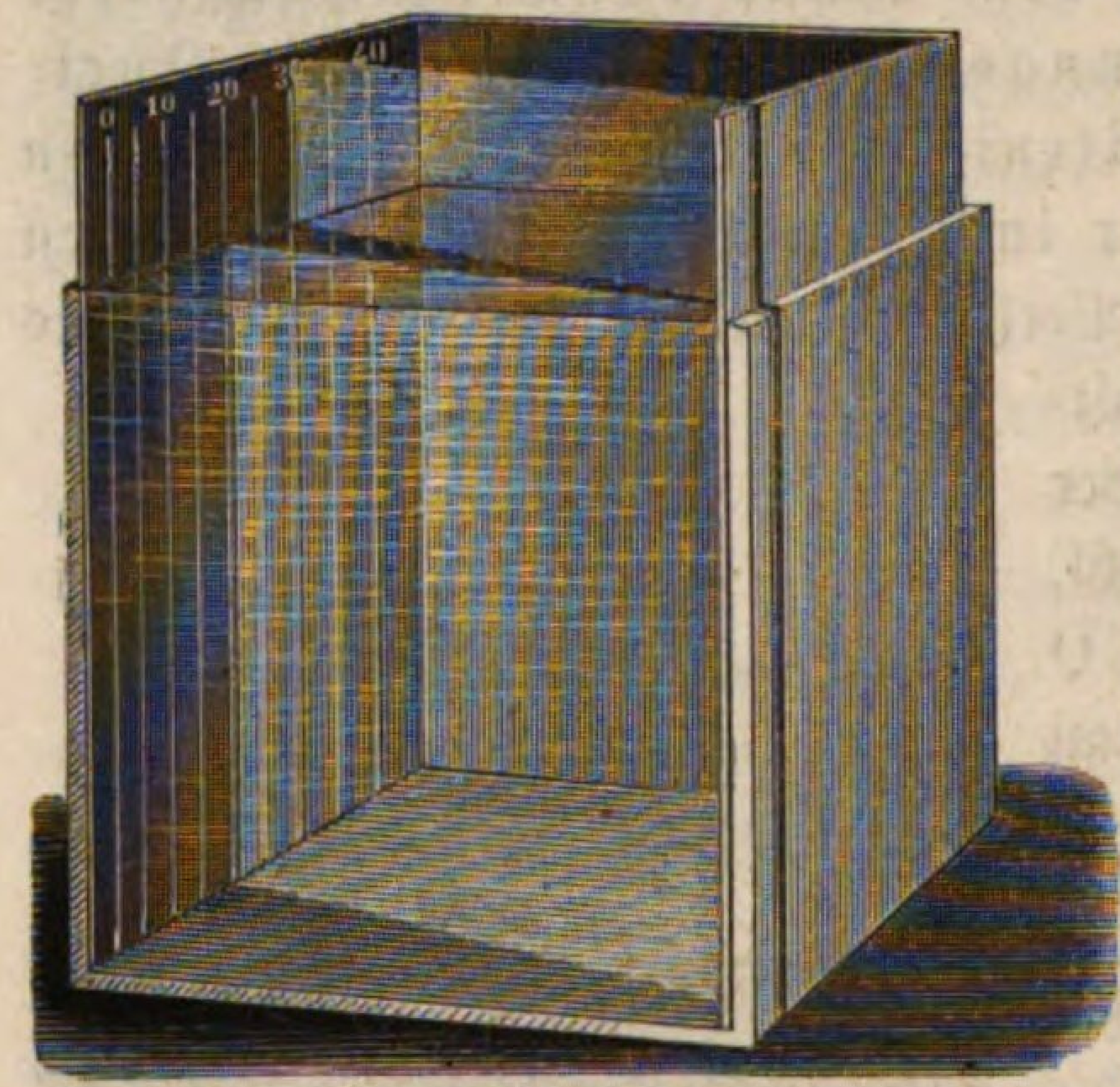


Aus diesem Gesetz geht hervor, daß ein senkrecht auf die Trennungsebene einfallender Lichtstrahl beim Uebergang in ein anderes Mittel seine Richtung nicht ändert. Ehe wir zur Feststellung dieses Gesetzes mittelst der Erfahrung schreiten, müssen wir bemerken, daß ein gewöhnlicher Sonnenstrahl bei der Brechung öfters in farbige Theile zerlegt wird, welche Erscheinung die Farbenzerstreuung des Lichtes heißt. Vorderhand wollen wir von einer derartigen Zerlegung des Lichtes in farbige Theile absehen und sie in dem folgenden Kapitel näher betrachten. Auch müssen wir noch bemerken, daß es gewisse durchsichtige Körper gibt, in denen ein eindringender Lichtstrahl in zwei abgesonderte und unterschiedene Strahlen gebrochen wird, während in den übrigen Mitteln nur ein einziger gebrochener Strahl zum Vorschein kommt. Man unterscheidet deßhalb die einfache Brechung, welche in den gewöhnlichen durchsichtigen Substanzen wie Glas und Wasser vor sich geht, von der doppelten Brechung, welche nur in gewissen krystallisirten Körpern stattfindet. Das gegenwärtige Kapitel handelt nur von der einfachen Brechung,

für welche das oben ausgesprochene Gesetz gilt, das wir zuvörderst durch einfache Versuche nachzuweisen hätten.

Man stellt einen Glaswürfel in ein aus Pappe angefertigtes Kästchen, so daß er den hohlen Raum des letztern gänzlich ausfüllt und zum Theil noch über den Rand desselben etwas hervorragt.

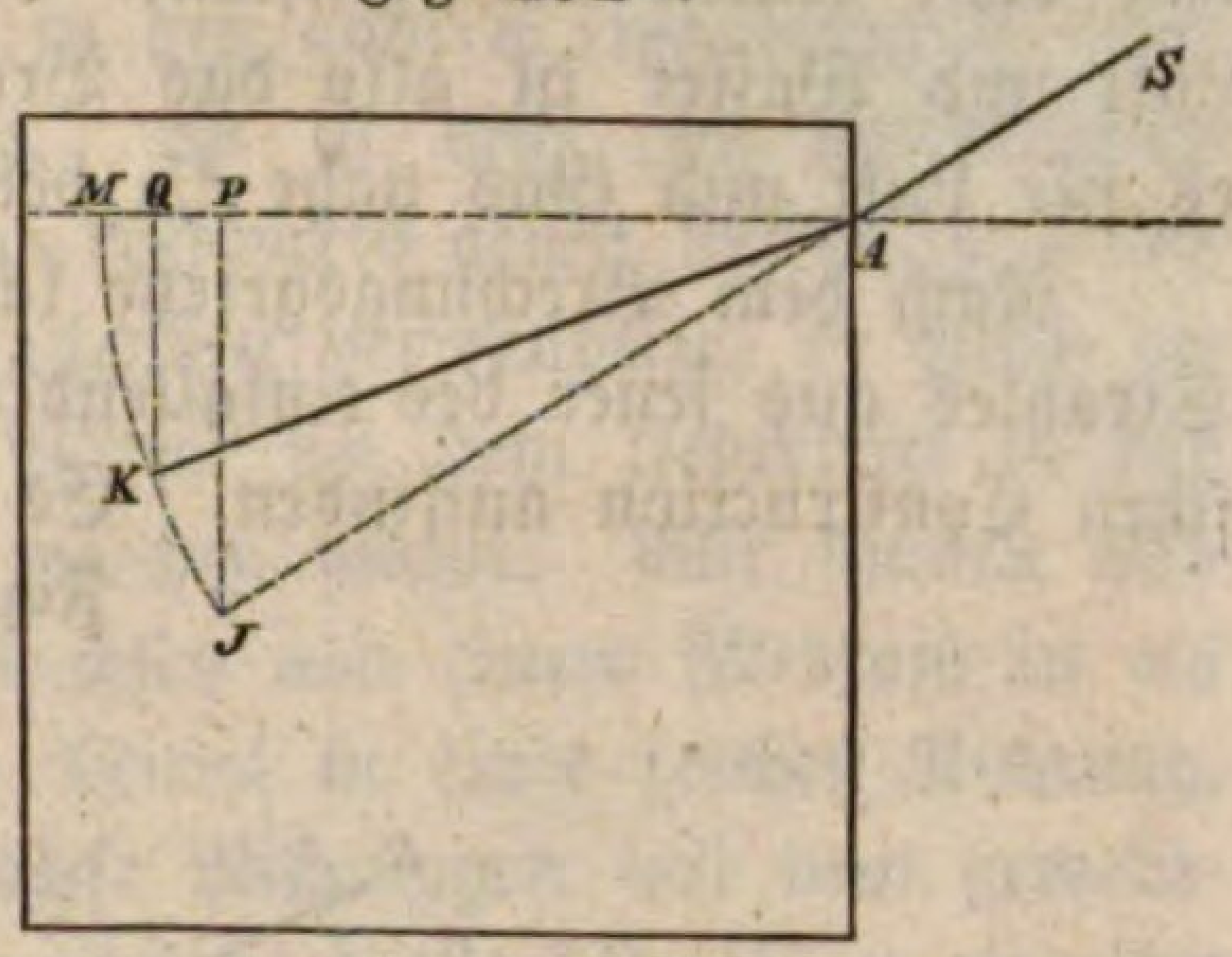
Fig. 104.



Die eine Seitenfläche des Glaswürfels ist mit einem etwas über sie hinausgehenden weißen Papier beklebt, auf welchem mehrere Verticallinien aufgetragen sind. In der jener beklebten Seitenfläche gegenüber stehenden Seitenwand des Kästchens sowohl wie in der zwischen ihr und dem Glaswürfel eingefügten, gleichfalls über den Rand des letztern etwas hinausgehenden Papierscheibe ist gerade der ersten der vorhin erwähnten Verticalen gegenüber eine feine Spalte angebracht, die so lang als das Kästchen hoch ist. Die neben die Verticalen geschriebenen Zahlen 0, 5, 10, 15, ... 45 geben die Grade der Winkel an, welche die beziehungsweise nach ihnen von der Spalte ausgezogenen Geraden mit der zwischen der Spalte und der ersten Verticale liegenden Horizontalen einschließen. — Setzt man nun ein Kerzenlicht in einiger Entfernung vor die Spalte, so daß das Licht in einer auf derselben senkrechten Richtung auffällt; so werden die Lichtstrahlen in und außerhalb dem Glase zugleich den Nullpunkt der Theilung treffen. Läßt man dagegen das Licht schräg hineinfallen, so werden die durch die Spalte eindringenden Lichtstrahlen in und außerhalb dem Glase nicht mehr die nämliche Verticale decken. Der Theil des Lichtes, welcher durch die obere Hälfte der Spalte geht, setzt seinen Weg über dem Glase in gerader Linie fort, während der Theil des Lichtes, welcher durch die untere Hälfte der Spalte in das Glas tritt, daselbst eine andere Richtung erhält und auf diese Weise mit einer andern Verticale zur Deckung kommt. Wäre das Licht in einer Richtung eingefallen, daß es außerhalb des Glases den Theilstrich 30° getroffen hätte, so würde der Theil des Lichtes im Glase auf den Theilstrich 21° getroffen haben. Deßgleichen würde es darin auf den Theilstrich 10° gefallen sein, wenn es in der Luft bei 15° angelangt wäre. Es sei A (Fig. 104a) ein Punkt der Spalte, wo ein Lichtstrahl SA aus der Luft in das Glas

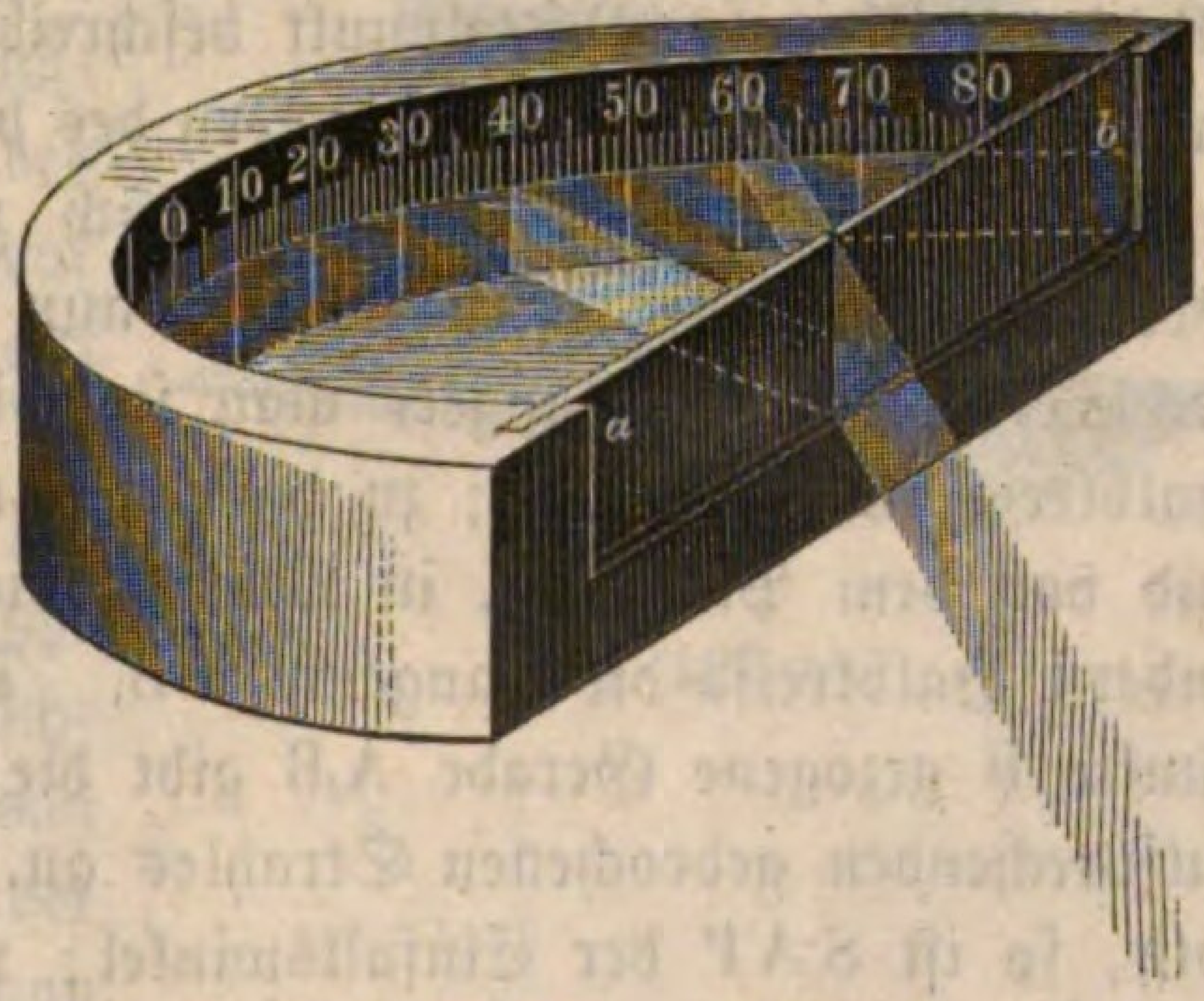
übergeht. Man errichte in A das Einfallsloth AM und lege durch SA und AM eine Ebene; der gebrochene Strahl AK bleibt in dieser Ebene, aber so, daß der Winkel KAM im Glas kleiner ist als der Winkel JAM in der Luft. Denken wir uns nun aus A mit einem beliebigen Halbmesser AM einen Kreisbogen beschrieben und aus den Punkten J und K, wo er den einfallenden und gebrochenen Strahl schneidet, die Linien JP und KQ senkrecht auf das Einfallsloth AM gezogen; so verhalten sich diese beiden Perpendikel wie 3 zu 2, in welcher Richtung auch der einfallende Strahl die Glasfläche treffen mag. Wenn demnach ein Lichtstrahl aus Luft in Glas übergeht, wird er von seiner vorigen Richtung in solcher Weise abgelenkt, daß der Sinus des Einfallswinkels JAM und der Sinus des Brechungswinkels KAM in dem constanten Verhältniß von 3 zu 2 zu einander stehen.

Fig. 104 a.



Ein einfacher Apparat, um das Brechungsverhältniß bei dem Uebergang aus Luft in Wasser aufzufinden, ist folgender: Ein drei Centimeter hohes Blechgefäß in der Form eines Halbkreises ist auf der Vorderseite durch eine ebene Glasplatte begrenzt. Diese Platte ist bis auf eine in ihrer Mitte befindliche etwa 2 Millimeter breite Stelle angestrichen, welche dem Nullpunkt der auf der inneren Seite der halbkreisförmigen Rückwand angebrachten Gradtheilung gerade gegenüber liegt. Wird nun dieses Gefäß ohngefähr bis zur Hälfte mit Wasser gefüllt und dann ein Kerzenlicht in einiger Entfernung gerade vor die durchsichtige Stelle gesetzt; so werden die Lichtstrahlen, wofern sie schräg hineinfallen, im obern und untern Theil nicht an dem nämlichen Ort die Rückwand treffen. Im Wasser z. B. wird das Licht auf den Theilstrich 40° fallen, während es in der Luft auf den Theilstrich 60° trifft, oder im Wasser den Theilstrich 22° beleuchten, während es außerhalb auf den Theilstrich 30° fällt. Indem man den Sinus des Einfallswinkels und den Sinus des zugehörigen Brechungswinkels aufsucht, wird man finden,

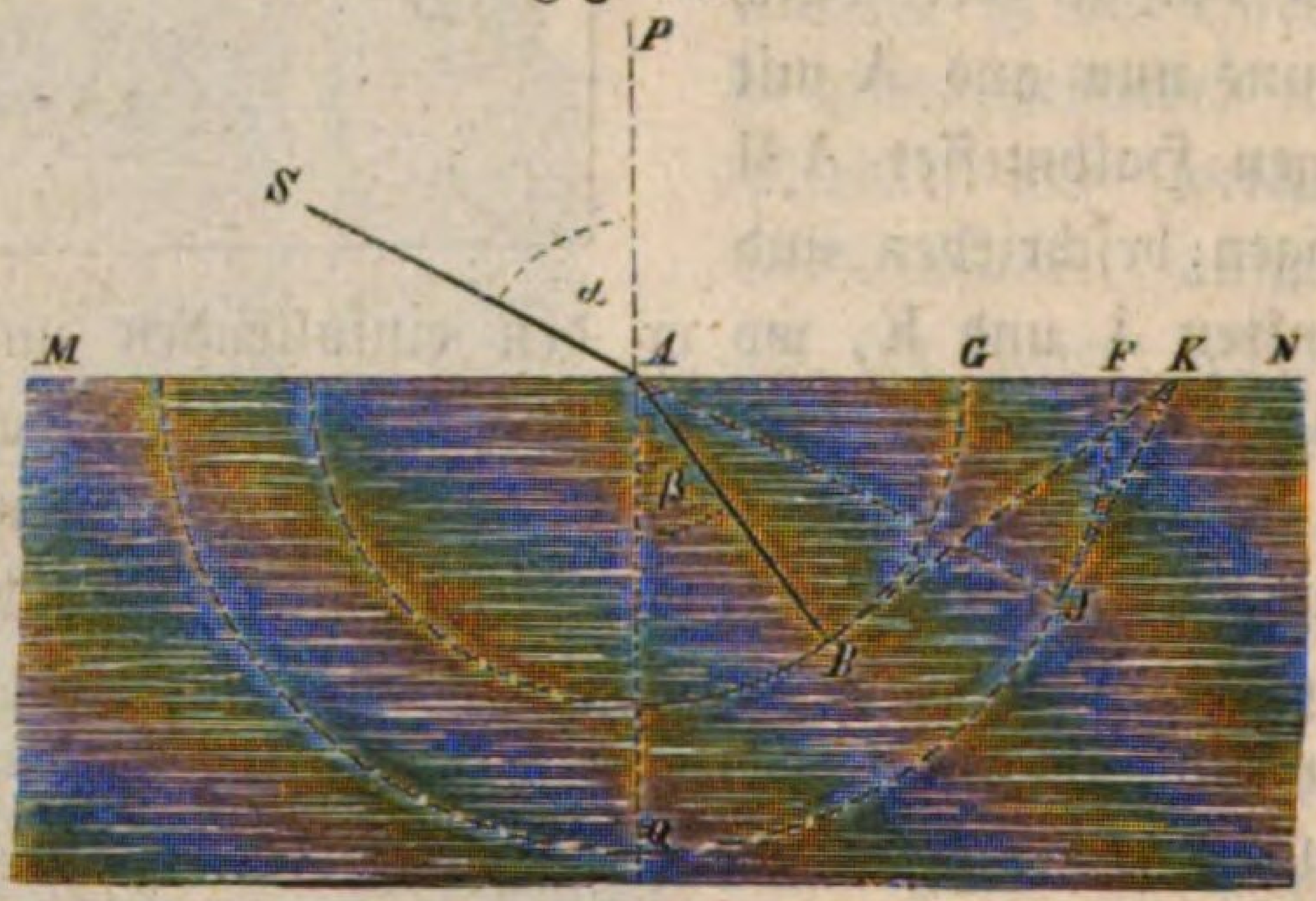
Fig. 105.



daß diese Linien das constante Verhältniß von 4 zu 3 haben. Für Luft und Wasser ist also das Brechungsverhältniß nahe $^4/_3$, während es für Luft und Glas nahe $^3/_2$ beträgt.

Nach dem Brechungsgesetze läßt sich die Richtung des gebrochenen Strahles aus jener des einfallenden mittelst folgender leichten geometrischen Construction auffinden. Es sei MN der Durchschnitt der Ein-

Fig. 106.



fallsebene mit der Trennungsebene beider Medien oder mit der Ebene, durch welche in dem Einfallspunkte die krumme Fläche berührt wird, im Falle die Medien in einer solchen aneinander grenzen. Aus dem Punkte A, in welchem der einfallende Strahl die Trennungsebene beider Medien trifft, als Mittelpunkt beschreibe man in dem Theile der Einfallsebene, welcher in dem Innern des brechenden Mediums liegt, Halbkreise, deren Radium AF, AG sich zu einander verhalten wie das Brechungsverhältniß n zu 1. Ist nun SA die Richtung des einfallenden Strahles, so verlängere man sie, bis sie den mit AF beschriebenen Halbkreis in J schneidet; zu diesem Punkte ziehe man die Tangente JK und von dem Punkte K, in welchem dieselbe der MN begegnet, zu dem andern Halbkreise die Tangente KB. Die von A zu dem Berührungspunkte B gezogene Gerade AB gibt die Richtung des dem Strahle SA entsprechenden gebrochenen Strahles an. Denn ist PAQ das Einfallsloth, so ist SAP der Einfallswinkel; mithin muß, wenn AB der gebrochene Strahl sein soll, die Proportion bestehen: $\sin SAP : \sin BAQ = n : 1$. Daß dies der Fall ist, erhellet auf folgende Weise: Die Dreiecke AJK und AKB geben

$$\sin AKJ : 1 = AJ : AK, \quad \sin AKB : 1 = AB : AK,$$

woraus

$$\sin AKJ : \sin AKB = AJ : AB.$$

Es ist aber Winkel $AKJ = SAP$ und Winkel $AKB = QAB$, ferner $AJ = AF$ und $AB = AG$; folglich

$$\sin SAP : \sin BAQ = AF : AG = n : 1,$$

was nachzuweisen war.

Das Brechungsverhältniß wird das gerade umgekehrte, wenn das Licht anstatt von dem einen Körper in den andern einzudringen, von dem letztern in den erstern übergeht. Es ist dies eine nothwendige Folge davon, daß, falls der Lichtstrahl rückwärts gehen würde, d. h. der gebrochene Strahl sich in einen einfallenden verwandelte, er durch die Brechung an der Grenzfläche beider Mittel bei dem Uebertritt in das frühere Mittel genau denselben Weg machen müßte. Wir können also sagen: Beim Uebergange eines Lichtstrahles von einem Medium in ein anderes bewegt sich derselbe in jedem Mittel in einer solchen Richtung, daß die Sinus der Winkel, welche diese Richtungen mit dem gemeinsamen Einfallslothe einschließen, ein constantes Verhältniß zu einander haben, insofern man dabei die beiden Mittel stets in der nämlichen Aufeinanderfolge nimmt. Obschon dieses Resultat sich leicht voraussehen ließ, so war es doch von Interesse, dasselbe durch die Erfahrung festzustellen, was vorläufig durch nachstehende einfache Versuche geschehen soll.

Man stelle einen Glaswürfel auf ein Blatt dunkeles Papier, das zur Hälfte mit weißem Papier beklebt ist, so daß der vordere Theil der Grundfläche des Glaswürfels mit dem weißen Papier und der hintere Theil derselben mit dem dunkeln Papier zur Deckung kommt. Sieht man dann in schräger Richtung auf die obere Fläche des Würfels, so wird das dem Auge näher stehende weiße Papier auf dem entferntern dunkeln Papier zu liegen scheinen. Es wird also der Lichtstrahl bei seinem Uebergange aus Glas in Luft von seiner Richtung in der Weise abgelenkt, daß der Brechungswinkel größer als der Einfallswinkel wird. Indem man eine Zeichnung entwirft, in welcher der Winkel MAJ dem Winkel α im Glase und der Winkel MAK dem Winkel β in der Luft gleich ist, und die Sinus dieser Winkel bestimmt, wird sich ergeben, daß $\frac{\sin \beta}{\sin \alpha}$ nahe gleich $^3/_2$ ist.

Fig. 107.

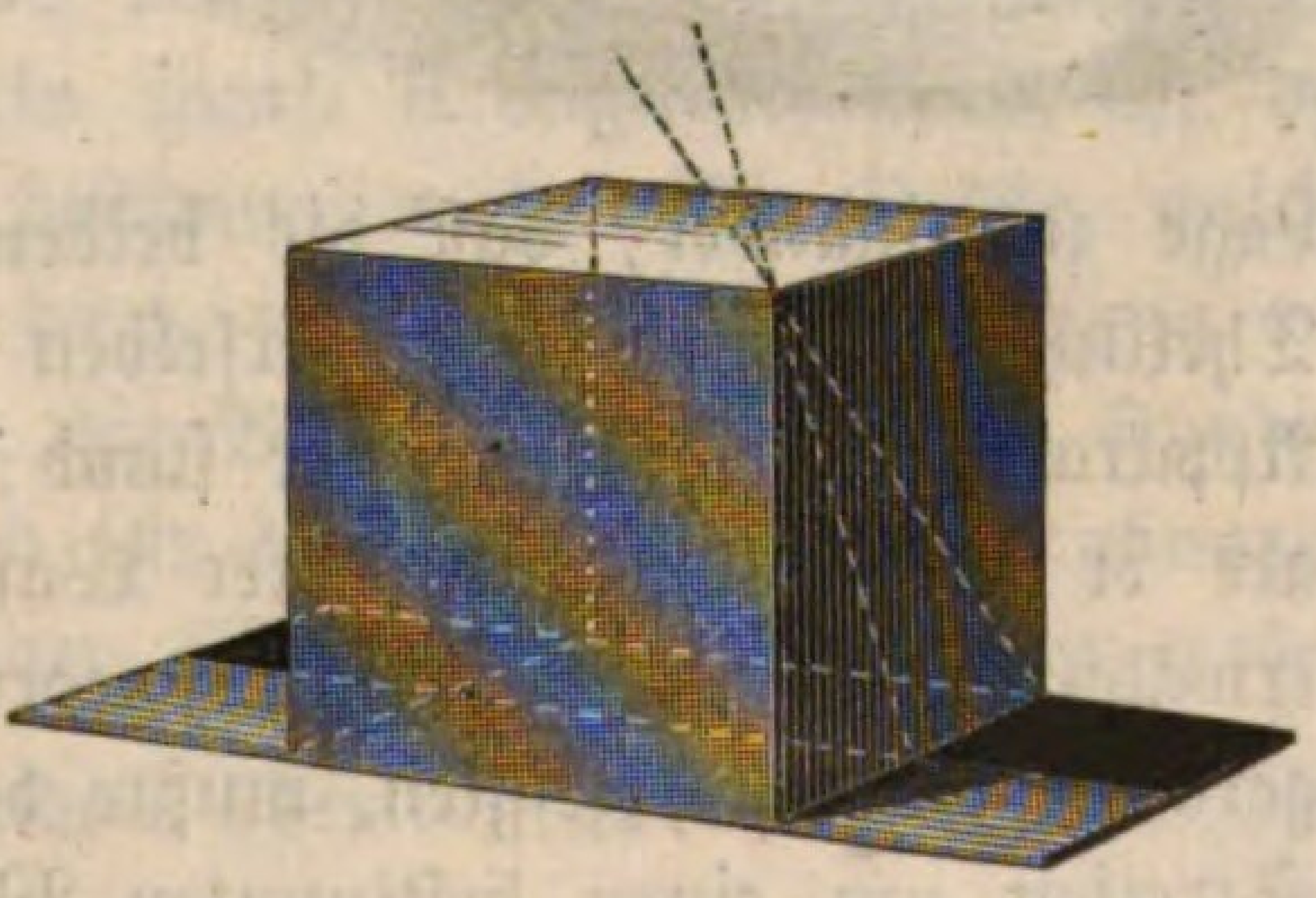
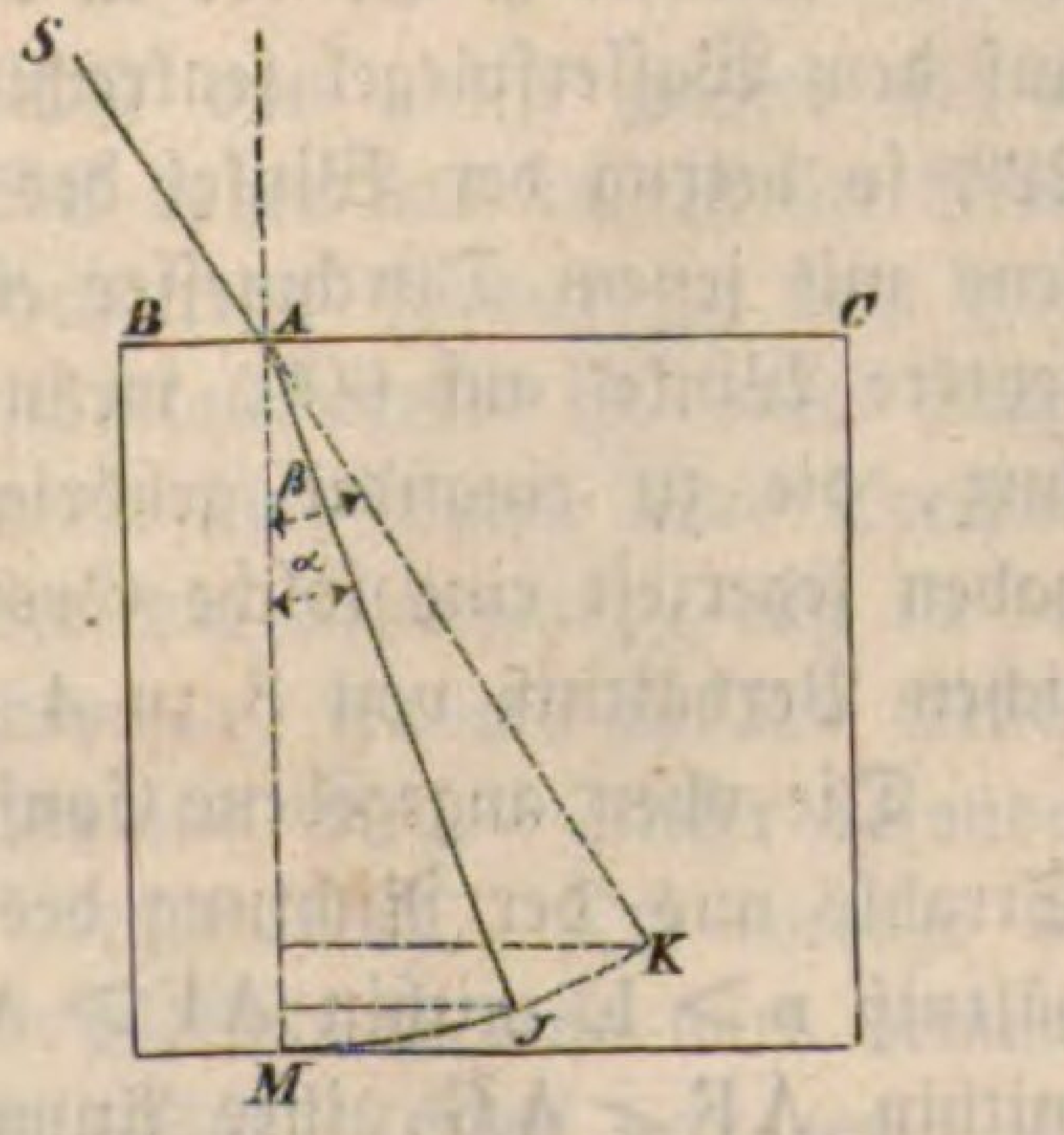
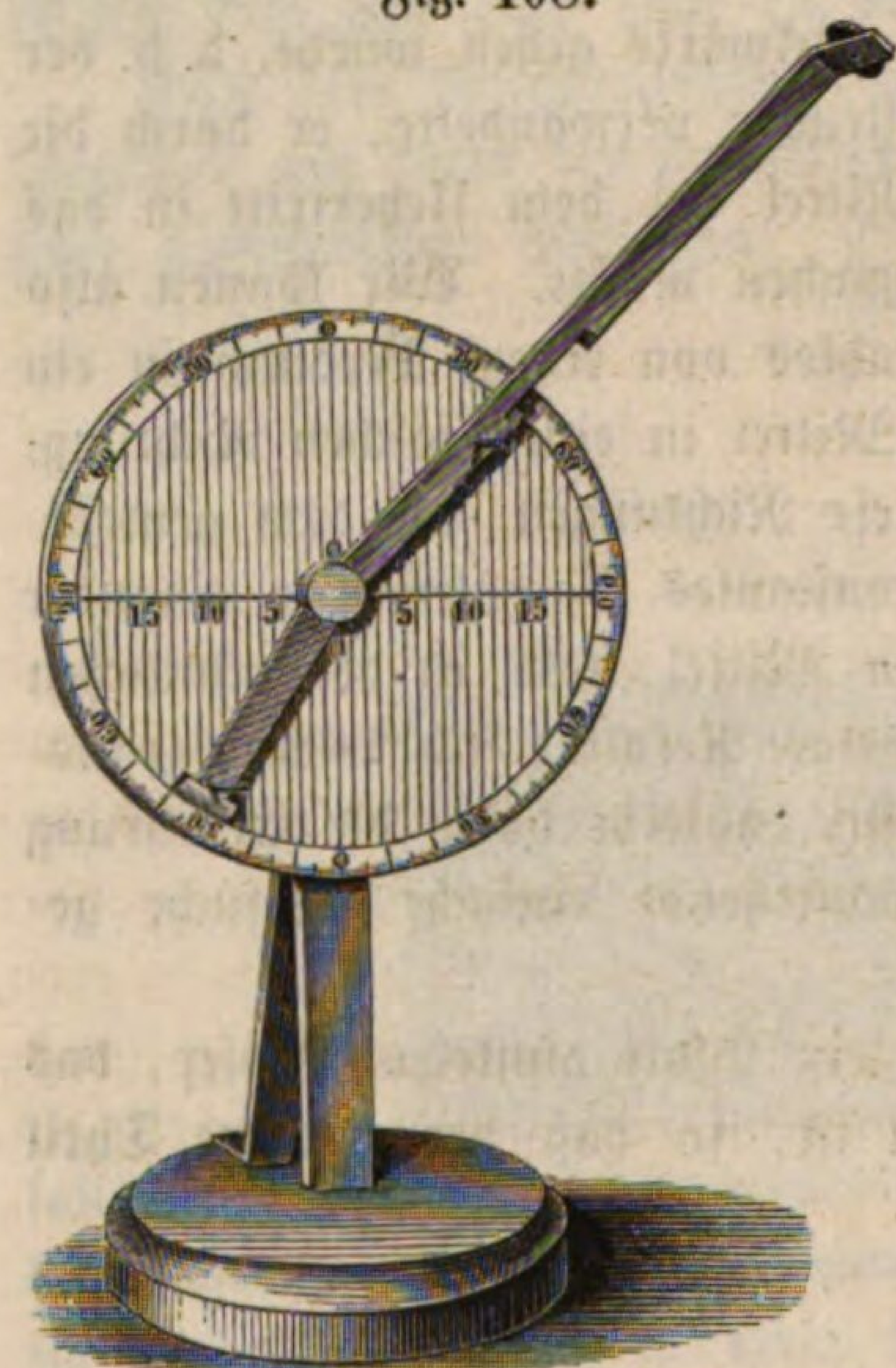


Fig. 107 a.



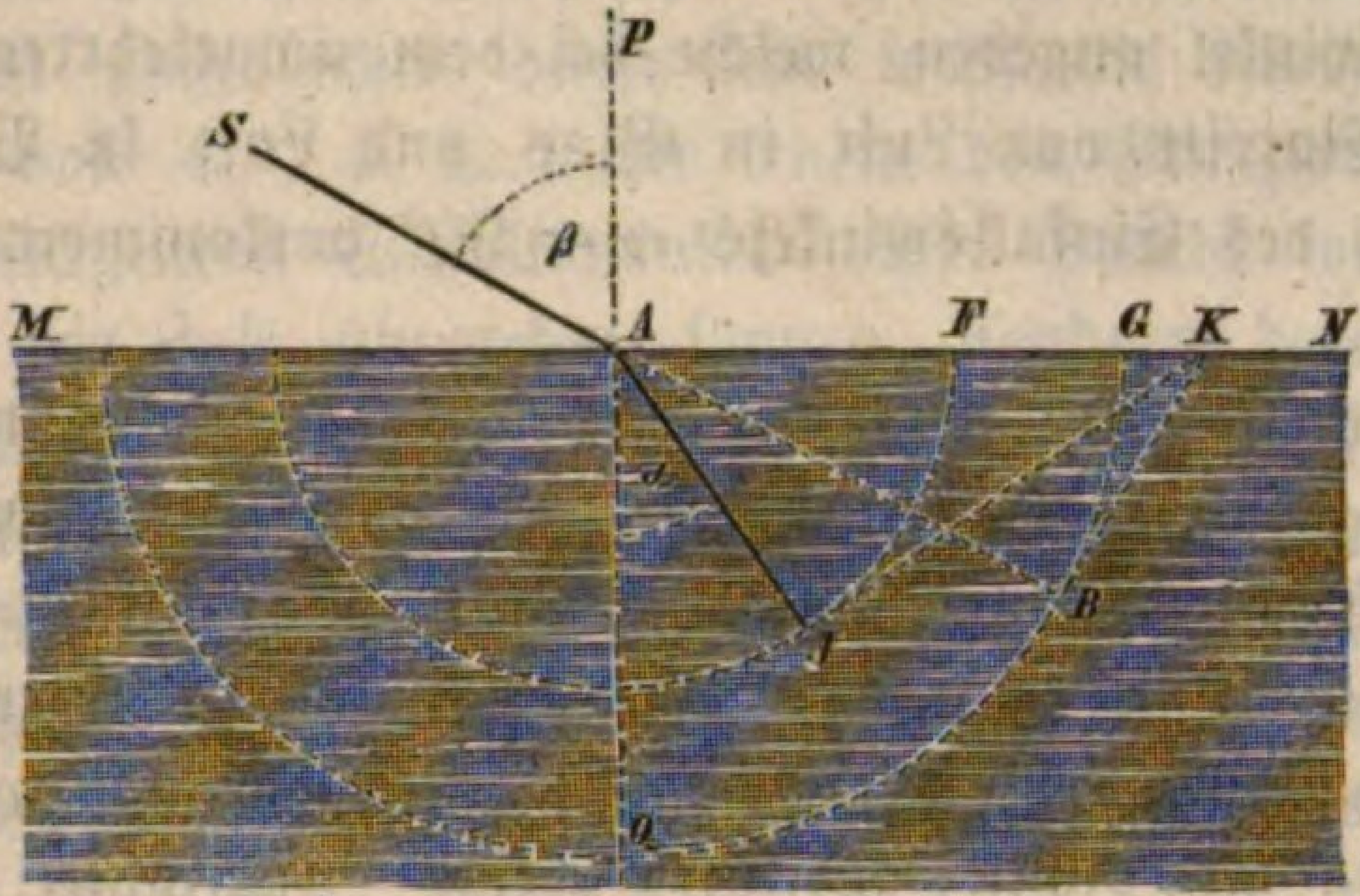
Um zu zeigen, daß bei dem Uebergange aus Wasser in Luft ein ähnlicher Vorgang stattfindet, mithin der Sinus des Einfallswinkels α zu dem Sinus des Brechungswinkels β nahe zu sich wie 3 zu 4 verhält, setze man in einem zum Theil mit Wasser gefüllten Glasgefäß eine auf einem verticalen Gestelle ruhende kreisförmige Metallplatte, welche mit einer Gradtheilung und mit der entsprechenden Anzahl von Sinus versehen ist, zur Hälfte unter Wasser, so daß der Durchmesser der Platte den Durchschnitt mit dem Wasserspiegel abgibt. Auf der Metallplatte sind nun zwei Metallstreifen angebracht, deren jeder an seinem untern Ende einen feinen Stift trägt und jeder für sich um eine horizontale, im Mittelpunkt der Theilung befindliche Achse drehbar ist. Hatten jetzt die zwei Metallstreifen eine solche Lage zu einander, daß die beiden Stifte mit dem Mittelpunkte der Theilung in einer und derselben geraden Linie erschienen, wenn der Apparat außer dem Wasser stand; so war dies nicht mehr der Fall, als er bis zur Hälfte unter Wasser gestellt wurde. Damit nämlich erwähnte drei Punkte dann wieder dem Auge in einer und derselben geraden Linie sich zeigten, mußte der außerhalb des Wassers befindliche Streifen um einen bestimmten Winkel gedreht werden, während der unter dem Wasser liegende Streifen seine ursprüngliche Stellung beibehielt. Machte z. B. der in dem Wasser befindliche Streifen mit dem auf dem Wasserspiegel senkrecht stehenden Durchmesser einen Winkel von 22°, so betrug der Winkel des außerhalb des Wassers liegenden Streifens mit jenem Durchmesser einen Winkel von 30°; dagegen stieg der letztere Winkel auf 60°, wenn der erstere Winkel sich auf 40° belief: kurz, die zu einander gehörigen Winkel im Wasser und in der Luft haben jederzeit eine solche Größe, daß ihre Sinus in dem unveränderlichen Verhältniß von 3 zu 4 zu einander stehen.

Fig. 108.



Die oben angegebene Construction zur Auffindung des gebrochenen Strahls aus der Richtung des einfallenden, wenn das Brechungsverhältniß $n > 1$, mithin $AF > AG$, behält auch für den Fall, wo $n < 1$, mithin $AF < AG$, ihre Anwendung. Diese Construction bietet eine

Fig. 109.



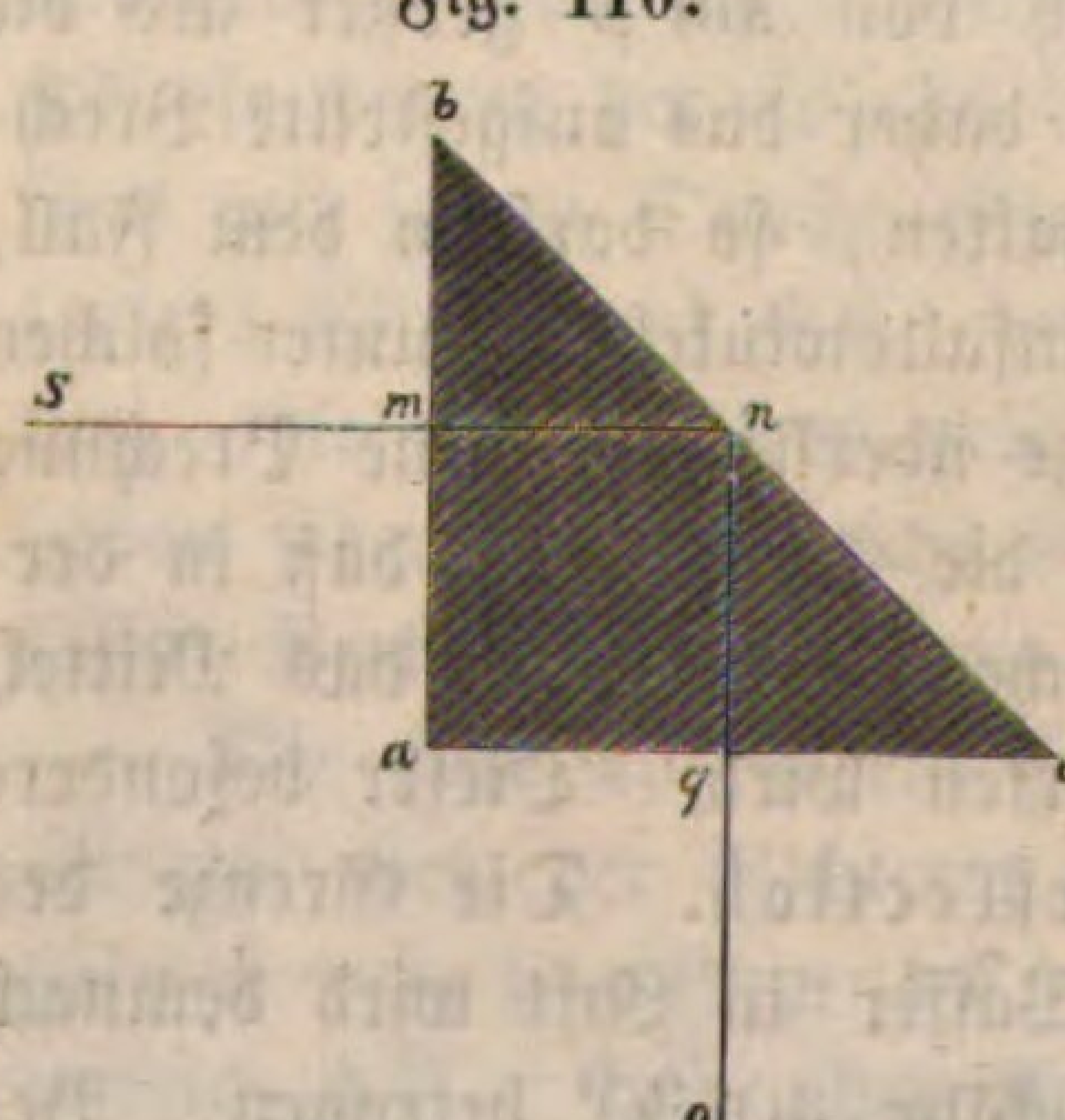
Eigenthümlichkeit der Brechung dar, die ihrer Merkwürdigkeit wegen in nähere Betrachtung gezogen zu werden verdient. In dem ersten Fall nämlich, wo AF > AG, liegt der Punkt K jederzeit außerhalb des mit dem Halbmesser AG beschriebenen Kreises, weßhalb es dann immer möglich ist, an denselben eine Tangente von jenem Punkte auszulegen. In dem zweiten Falle dagegen, wo AF < AG, kann es sich ereignen, insofern der Einfallswinkel SAP hinlänglich groß genommen wird, daß der Punkt K zwischen F und G fällt; es läßt sich alsdann von diesem Punkte aus keine Tangente mehr an den mit AG als Halbmesser beschriebenen Halbkreis ziehen oder kein Punkt B angeben, durch den die Richtung des gebrochenen Strahles bestimmt wird. Die Größe, welche der Einfallswinkel nicht übersteigen darf, wenn noch eine Brechung erfolgen soll, ergibt sich aus der für die Brechung aufgestellten Fundamentalgleichung. Es besteht nämlich für den Fall, daß der Brechungswinkel β immer größer ist als der Einfallswinkel α die Relation $\sin\alpha = \frac{1}{n}\sin\beta$, wo n eine die Einheit übertreffende Größe bezeichnet. Dieser Relation gemäß wird der Brechungswinkel ein rechter, wenn $\sin\alpha = \frac{1}{n}$, und wenn der Einfallswinkel die aus dieser Gleichung entnommene Grenze überschreitet, der Werth von $\sin\beta$ größer als die Einheit werden, was unmöglich ist. Soll daher das aufgestellte Brechungsgesetz in allen Fällen Gültigkeit behalten, so darf in dem Fall, wo der Brechungswinkel größer als der Einfallswinkel ist, unter solchen großen Einfallswinkeln, welche jene Grenze übersteigen, keine Brechung des Lichtes mehr stattfinden. Auch lehrt die Erfahrung, daß in dergleichen Fällen das Licht nicht mehr gebrochen, sondern in das Mittel, von dem es herkommt, wieder zurückgeworfen wird. Dieser besondere Fall der Reflection heißt die **totale Reflection**. Die Grenze des Einfallswinkels bei dem Uebergang von Wasser in Luft wird demnach sein 48° 35′ und von Glas in Luft ohngefähr 40° 30′ betragen. Be-

merkt mag noch werden, daß diese Grenzwinkel zugleich die Maxima der Brechungswinkel angeben, welche bei dem umgekehrten Gange nämlich bei dem Eintritt von Luft in Glas und Luft in Wasser für den größten Werth des Einfallswinkels $\alpha = 90^0$ vorkommen.

Zwei interessante Beispiele, in denen das Licht in dem Wasser unter einem größeren Einfallswinkel als der Grenzwinkel auf die Trennungsfläche des Wassers und der Luft fällt, mithin nicht die Luft übertreten kann, sind folgende: Man bringe ein leeres sogenanntes Reagentienglas, wie es in der Chemie häufig gebraucht wird, in schiefer Richtung in ein mit Wasser gefülltes Glas. Betrachtet man nun das Reagentienglas von oben herab, so wird es scheinen, als ob es Quecksilber enthielte: die von außen herkommenden Lichtstrahlen fallen nämlich auf das eingetauchte Glas unter solchen Winkeln auf, daß sie nicht aus dem Wasser heraustreten können, sondern vollständig reflectirt werden. Gießt man etwas Wasser in das Reagentienglas, so verliert sich jener Metallglanz gerade so weit als das eingegossene Wasser reicht, weil dann die totale Reflection aufhört. — Man setze eine Phiole mit einem brennenden Körper in ein mit Wasser gefülltes Gefäß, welches zum Theil so bedeckt ist, daß die von dem brennenden Körper ausgehenden Lichtstrahlen, die zu dem nicht bedeckten Theil der Wasseroberfläche gelangen können, sammt und sonders unter den den Grenzwinkel von $48^0 35'$ übersteigenden Einfallswinkeln auffallen. Das in der Luft über dem nicht bedeckten Theile der Wasseroberfläche befindliche Auge wird den brennenden Körper durch das Wasser nicht sehen können, da die Strahlen an der Grenzfläche desselben vollständig reflectirt werden.

Als Beispiele der totalen Reflection des Lichtes bei dem Uebergang des Lichtes aus Glas in Luft mögen folgende zwei dienen. Man halte einen geraden Glascylinder, der an seinem einen Ende von einer auf der Achse senkrechten und an seinem andern Ende von einer unter einem Winkel von $40^1/_2{}^0$ gegen die Achse geneigten Ebene begrenzt wird, mit der schiefen Grundfläche vor das Auge. Für dasselbe wird durch den durchsichtigen Cylinder in der Richtung seiner Achse kein Lichtstrahl durchdringen, weil er mit der Normale der schiefen Grundfläche einen Winkel von $40^1/_2{}^0$ macht, folglich total zurückgeworfen wird. — Es sei a b c der Querschnitt eines rechtwinkligen gleichschenkligen Glasprisma's. Der von einem Gegen-

Fig. 110.

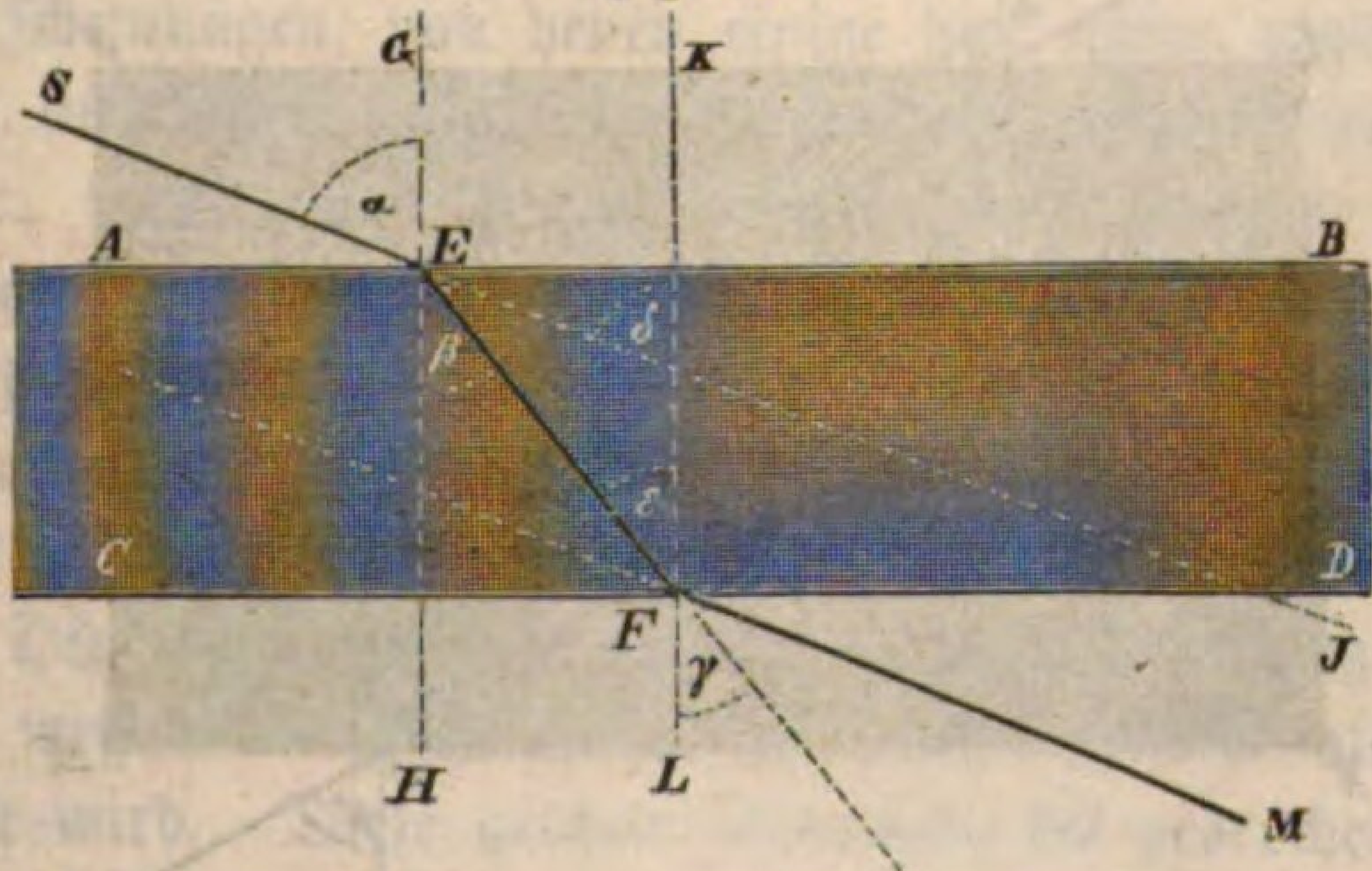


stande s normal auf die Vorderfläche ab des Prismas auffallende Lichtstrahl sm geht ungebrochen durch und trifft die Rückseite bc unter einem Winkel von 45°, d. h. unter einem den Grenzwinkel für Glas und Luft übersteigenden Einfallswinkel. Der Strahl wird also bei n nicht mehr in die Luft übergehen können, sondern daselbst eine vollständige Reflection erleiden und bei q normal auf der Fläche ac aus dem Prisma treten, so daß ein in o befindliches Auge von dem Gegenstand s ein Bild erblicken wird. Dieses Bild wird, weil die ganze auffallende Lichtmenge eine totale Reflection erfährt, ausnehmend hell erscheinen im Vergleiche zu dem Bilde, welches durch gewöhnliche Glasreflection entstanden ist.

Wenn das Brechungsverhältniß n größer als die Einheit, mithin auch der Einfallswinkel α größer als der Brechungswinkel β ist; so heißt es, die Brechung erfolge zum Einfallslothe. Ist dagegen n kleiner als die Einheit, folglich auch $\alpha < \beta$; so sagt man, die Brechung des Lichtes erfolge vom Einfallslothe. Meistens erfolgt die Brechung bei dem Uebergange des Lichtes aus einem dünneren Mittel in ein dichteres zum Einfallslothe; doch geschieht es zuweilen auch, daß bei einem derartigen Uebergange die Brechung vom Einfallslothe vor sich geht, wie dies bei dem Uebergange des Lichtes aus Terpentinöl in Wasser der Fall ist, obschon Terpentinöl eine geringere Dichte als Wasser hat. Die Ausdrucksweise, daß bei dem Uebergange des Lichtes aus einem dünneren Mittel in ein dichteres zum Einfallslothe, mithin bei dem Uebergange aus einem dichteren in ein dünneres vom Einfallslothe gebrochen werde, ist streng nur richtig, wenn beide Mittel von der nämlichen materiellen Beschaffenheit, von demselben Aggregationszustande und nur in der Dichte von einander verschieden sind.

Geht ein Lichtstrahl durch ein Mittel, welches von parallelen Ebenen begrenzt ist, so ist der austretende Strahl stets dem eintretenden

Fig. 111.



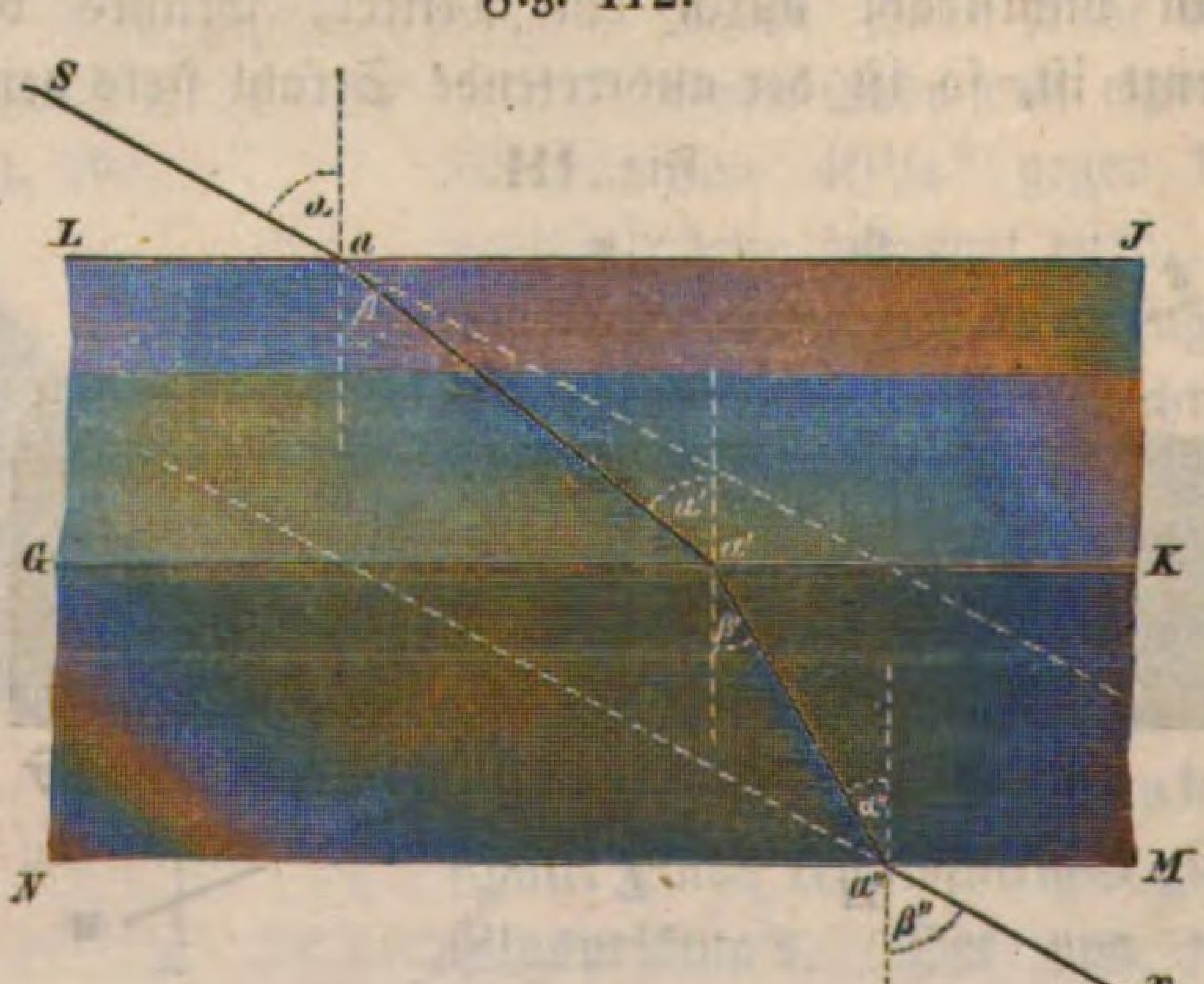
parallel. Es seien AB und CD die beiden parallelen Ebenen des durchsichtigen Körpers, SE der einfallende Strahl, EF der gebrochene, der in F nach FM abgelenkt wird. Man hat, wenn GH und KL die den Einfallspunkten E und F zugehörenden Einfallslothe sind:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n \text{ und } \frac{\sin\gamma}{\sin\varepsilon} = n,$$

woraus
$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{\sin\gamma}{\sin\varepsilon} \text{ oder } \alpha = \gamma,$$

weil Winkel $\beta = \varepsilon$. Zugleich ist $\alpha = \delta$, d. h. dem Winkel, den die Verlängerung des Strahls SE mit dem Einfallslothe KL macht; folglich $\gamma = \delta$, d. h. der austretende Strahl FM parallel zu dem einfallenden SJ. — Besitzt der durch parallele Ebenen begrenzte durchsichtige Körper eine geringe Dicke, so wird die Abweichung der Linie FM von SJ nicht wahrgenommen; sie wird erst bemerkt, wenn dieser Körper eine gewisse Dicke erreicht hat. — Dieser Parallelismus des austretenden Lichtstrahles mit dem einfallenden hat ebenfalls noch statt, wie die Erfahrung zeigt, wenn das Licht, nachdem es durch eine Reihe durchsichtiger Körper, deren Grenzflächen parallel sind, gegangen ist, wieder in das ursprüngliche Mittel gelangt. Man sieht nämlich, wenn man einen Gegenstand durch verschiedene durchsichtige, aber von parallelen Flächen begrenzte Substanzen betrachtet, genau in derselben Lage wie ohne diese Mittel, in welcher Stellung gegen dieselben er sich auch befinden mag. Mit Hülfe dieses Erfahrungssatzes läßt sich aus den gegebenen Brechungsverhältnissen n und n′ zweier Mittel in Bezug auf den leeren Raum, welche die absoluten Brechungsverhältnisse heißen, das relative Brechungsverhältniß μ des oberen Mittels in Bezug auf das untere finden, oder aus dem relativen Brechungsverhältnisse μ zweier Mittel das absolute n′ des untern ableiten, wenn

Fig. 112.

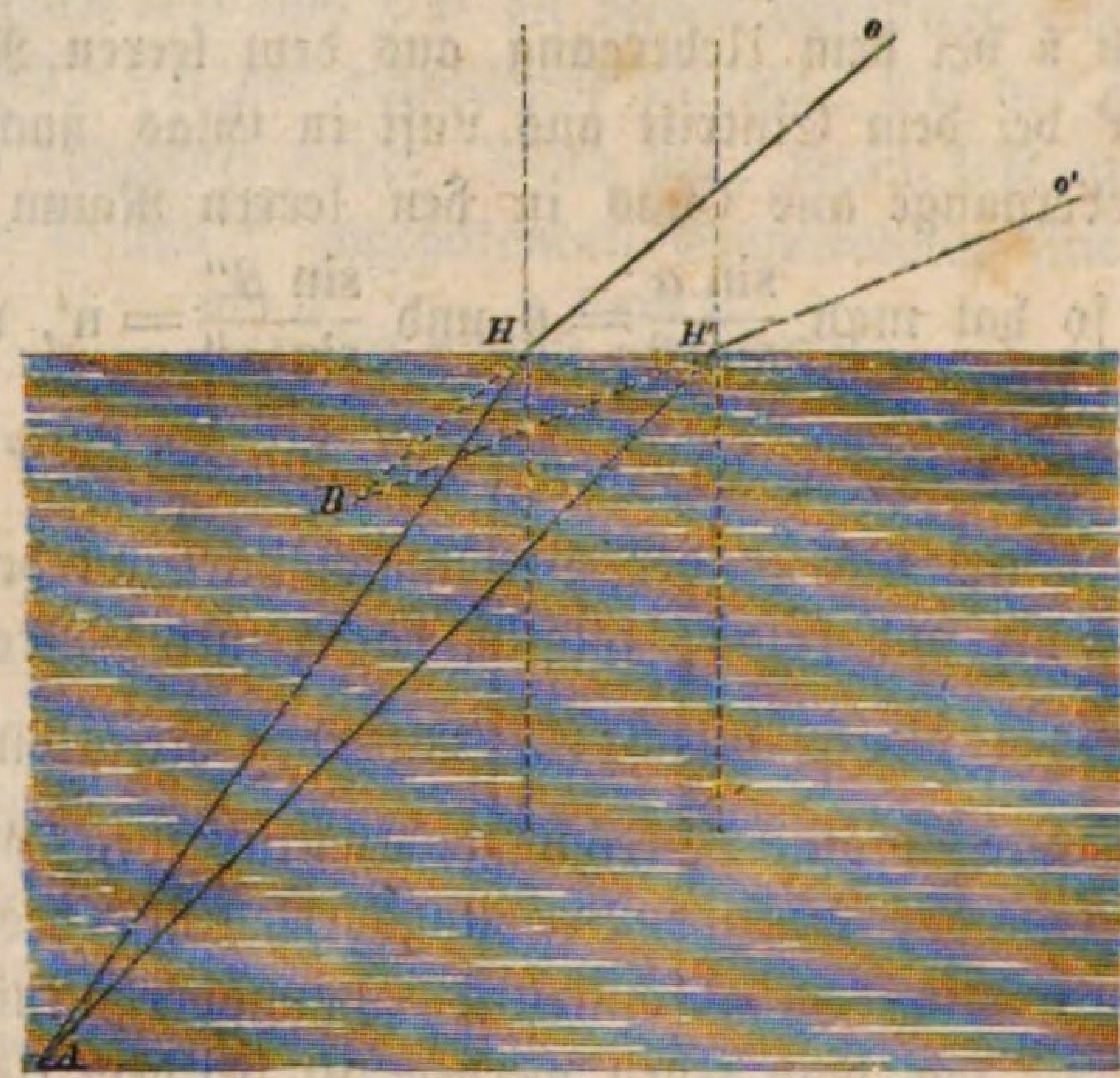


man das absolute n des obern kennt. Denn ist S a der einfallende Strahl, der in a bei dem Uebergang aus dem leeren Raume in Luft nach a a', in a' bei dem Eintritt aus Luft in Glas nach a' a'' und in a'' bei dem Uebergange aus Glas in den leeren Raum nach a'' x gebrochen wird; so hat man $\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n$ und $\frac{\sin\beta''}{\sin\alpha''} = n'$, woraus $\frac{\sin\alpha'}{\sin\beta'} = \frac{n'}{n}$, weil $\alpha = \beta''$, ferner $\beta = \alpha'$ und $\alpha'' = \beta'$ ist. Aber α' ist der Einfallswinkel und β' der Brechungswinkel an der Trennungsfläche zwischen Luft und Glas; folglich das relative Brechungsverhältniß μ dieser beiden Mittel gleich $\frac{n'}{n}$. Aus der Relation $\mu = \frac{n'}{n}$ folgt $n' = \mu n$, d. h. das absolute Brechungsverhältniß des Glases wird erhalten, wenn man das relative Brechungsverhältniß desselben in Beziehung auf Luft mit dem absoluten Brechungsverhältniß der letzteren multiplicirt. Wie wir bald sehen werden, ist bei dem Uebergange eines Lichtstrahles aus dem leeren Raum in Luft bei der Temperatur von 0^0 und dem Barometerstande von 760 Millim. das Brechungsverhältniß $n = 1{,}000294$. Mithin das absolute Brechungsverhältniß des Glases, wenn das Brechungsverhältniß für Luft und Glas $^3/_2$ beträgt, gleich $^3/_2 \,.\, 1{,}000294 = 1{,}5004$ und das absolute Brechungsverhältniß des Wassers; wenn das Brechungsverhältniß für Luft und Wasser $^4/_3$ ist, gleich $^4/_3 \,.\, 1{,}000294 = 1{,}3336$. Das Verfahren, nach welchem wir hier das Brechungsverhältniß gemessen haben, macht auf keine große Genauigkeit Anspruch; es sollte nur als Mittel dienen, diese Thatsache zuvörderst auf einfachem Wege festzustellen. Schärfere Mittel zur Bestimmung des Brechungsverhältnisses werden wir späterhin kennen lernen, wenn wir die Brechung des Lichtes im Prisma betrachten.

2. Erscheinungen der Brechung.

Auf der Brechung des Lichtes beruhen mancherlei im Leben vorkommende Erscheinungen, von denen einige hier näher angeführt werden mögen. Ein im Wasser befindlicher Gegenstand erscheint nicht an seinem wahren Orte, sondern an einem andern der Oberfläche des Wassers näher liegenden. Es sei A ein leuchtender Punkt im Wasser, (Fig. 113), O O' der Ort des Auges in der Luft; die Strahlen A H, A H' erfahren bei dem Uebergange aus dem Wasser in die Luft eine Brechung von dem Einfallslothe dergestalt, daß sie die Richtungen H O, H' O' annehmen, deren Divergenz stärker ist, als vor der Brechung, indem der Strahl A H' wegen des größeren Einfallswinkels stärker als der Strahl A H abgelenkt wird. Diese größere Divergenz der gebrochenen Strahlen

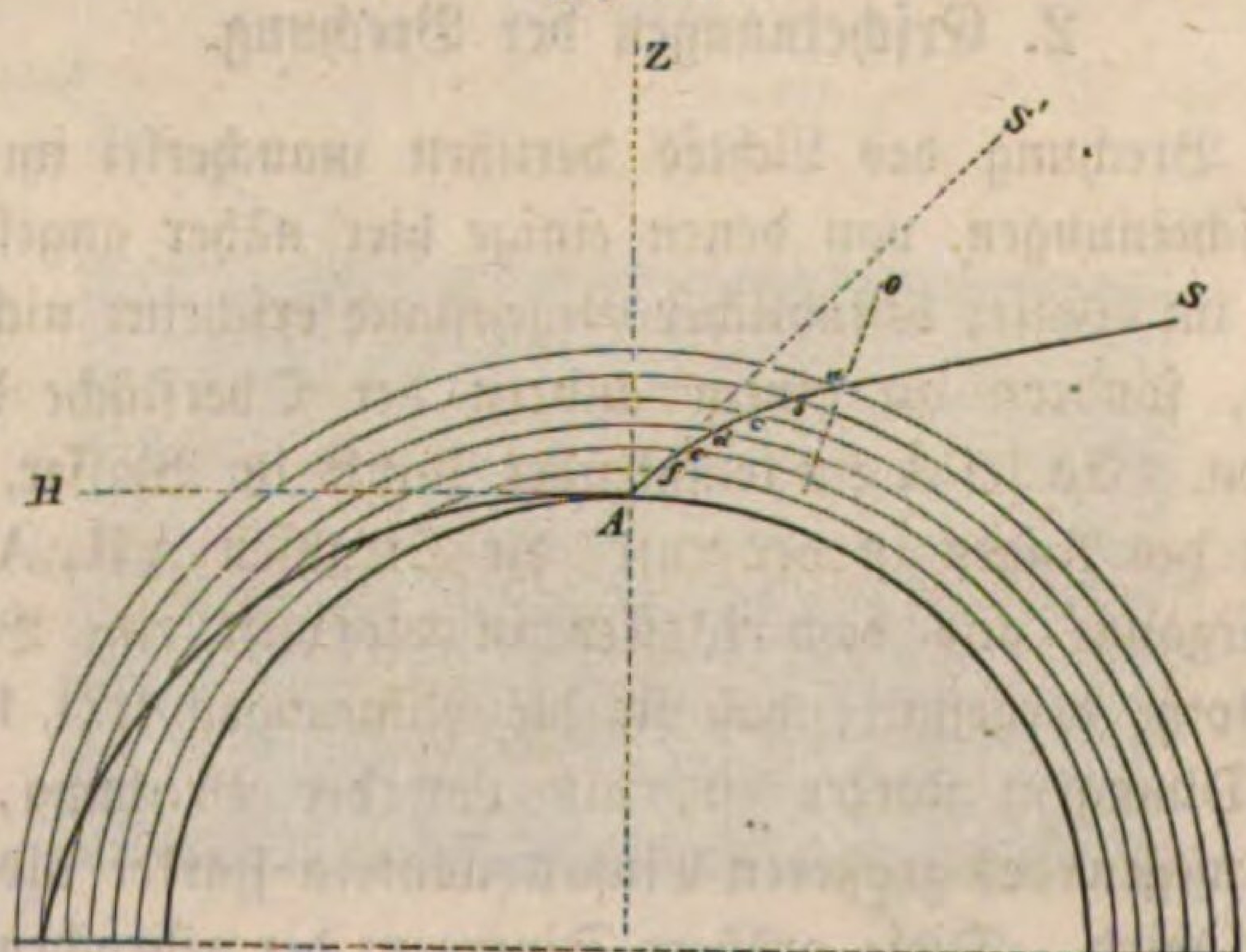
Fig. 113.



verursacht, daß ihre Vereinigung früher erfolgt, oder mit andern Worten, daß die Spitze B des Strahlenkegels, d. h. das Bild des Punktes A höher als der letztere liegt. Dasselbe wird bei allen Punkten des Bodens eines mit Wasser gefüllten Gefäßes sich ereignen, weßhalb ein Bassin mit klarem Wasser weniger tief zu sein scheint, als es wirklich ist. Aus dem nämlichen Grunde wird ein schief in das Wasser gehaltener gerader Stab aufwärts gebrochen erscheinen.

Wir befinden uns am Boden des Luftmeeres in einer ähnlichen Lage gegen die Himmelskörper, die in Folge der atmosphärischen Refraction nicht in ihrer wahren Stelle, sondern entfernter vom Horizont erscheinen, als es wirklich der Fall ist. Es möge die ganze Atmosphäre in eine Reihe concentrischer Schichten zerlegt gedacht werden, die an

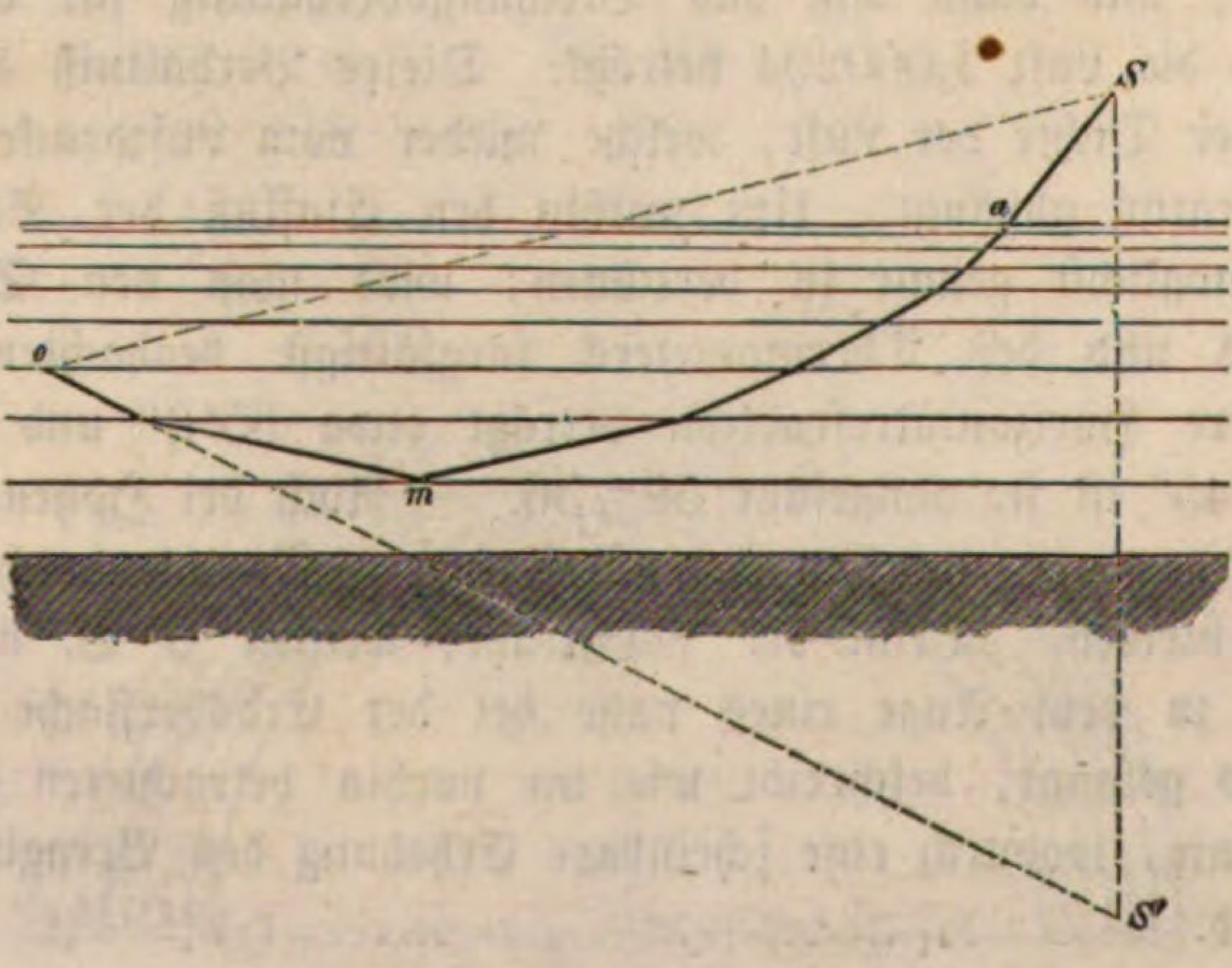
Fig. 114.



Dichtigkeit zunehmen, je näher sie der Erdoberfläche liegen. Trifft nun ein Lichtstrahl S a in schräger Richtung die oberste Schichte in a, so wird er gegen das Einfallsloth O a hin gebrochen: in b an der zweiten Schichte anlangend wird er eine zweite Brechung in dem nämlichen Sinne erfahren und dies in ähnlicher Weise von Schichte zu Schichte fort bis zur untersten. Dergestalt bewegt sich dann der Lichtstrahl bei seinem Durchgange durch die Luft wegen der stetig zunehmenden Dichtigkeit derselben in einer Curve a b c d . . . A, deren convexe Seite aufwärts gekehrt ist, so daß ein in A befindliches Auge das Gestirn S, von welchem der Lichtstrahl S a ausgeht, in der Richtung der in A an die Curve gelegten Berührungslinie A S′ sieht: durch den Einfluß der atmosphärischen Refraction wird also die scheinbare Höhe der Gestirne größer als ihre wahre. Diesem Umstande ist es zuzuschreiben, daß die Sonne über dem Horizont erhoben erscheint, wenn sie noch unter demselben steht, so wie daß sie noch einige Zeit sichtbar bleibt, wenn sie schon untergegangen ist. Im Zenith Z findet keine Brechung statt, sie nimmt nach dem Horizonte beständig zu, wo sie ihr Maximum erreicht. Wird die Krümmung der Atmosphäre außer Acht gelassen und dieselbe aus lauter horizontalen Schichten bestehend angesehen, so läßt sich die Wirkung der atmosphärischen Refraction annäherungsweise nach der Formel $\sin \alpha = 1{,}000294 \sin \beta$ berechnen, wo α die wahre Zenithdistanz und β die scheinbare Zenithdistanz bezeichnet. Dieser mit dem Brechungsgesetze identische Ausdruck stützt sich auf zwei vorhin erwähnte Thatsachen, nämlich einmal daß, wenn ein Lichtstrahl eine Reihe durchsichtiger von parallelen Ebenen begrenzte Schichten durchwandert, er in der letzten Schichte genau dieselbe Richtung erhält, als ob er in seiner primitiven Richtung sofort an der letzten jener Schichten angelangt wäre, und dann daß das Brechungsverhältniß für den leeren Raum und die Luft 1,000294 beträgt. Dieses Verhältniß ändert sich aber mit der Dichte der Luft, welche wieder vom Luftdrucke und von der Temperatur abhängt. Um mithin den Einfluß der Strahlenbrechnung möglichst genau zu berechnen, wird man den Stand des Barometers und des Thermometers sorgfältigst beobachten müssen. Die mittlere Horizontalrefraction beträgt etwa 35′6″ und bei einer Höhe von 45° ist sie ohngefähr 58″,36. — Auch bei Höhenmessungen auf der Erde darf zuweilen der Einfluß der Strahlenbrechung nicht unbeachtet bleiben. Denn der Lichtstrahl, welcher z. B. von einem Berggipfel zu dem Auge eines nahe bei der Erdoberfläche stehenden Beobachters gelangt, beschreibt wie im vorhin betrachteten Falle eine krumme Linie, wodurch eine scheinbare Erhebung des Berggipfels veranlaßt wird.

Die unter dem Namen Luftspiegelung, Kimmung, fata morgana bekannte Erscheinung ist ebenfalls eine Folge der Brechung des Lichtes, welche in aneinander grenzenden Luftschichten von verschiedener Dichtigkeit hervorgebracht wird. Die Erscheinung besteht darin, daß man bisweilen von entfernten Gegenständen Bilder erblickt, ohne daß dazu die Wirksamkeit einer spiegelnden Fläche nöthig wäre. Man beobachtet sie häufig auf den ausgedehnten Sandebenen von Unterägypten, auf deren kleinen Erhöhungen die Dörfer liegen, um hier gegen die Ueberschwemmung des Nils geschützt zu sein. Am Morgen sieht man alle ferne Gegenstände in gewöhnlicher Weise; sobald aber der Boden durch die Sonnenstrahlen stark erhitzt wird und die unteren Luftschichten an dieser hohen Temperatur Theil genommen haben, zeigt sich das Phänomen der Luftspiegelung, wenn die Luft ruhig und rein ist. Der in die Ferne schauende Beobachter sieht die Dörfer und unter ihnen ihr umgekehrtes Bild, ohne den Boden sehen zu können, auf welchem sie stehen; sie scheinen ihm wie von einem großen See umgeben zu sein. Der See weicht aber immer weiter zurück, je mehr der Beobachter einem Dorfe sich nähert; nun erkennt er die Ursache seiner Täuschung: es war die über der Sandebene befindliche erhitzte Luft, in welcher sich die irdischen Gegenstände sammt dem sie umgebenden Himmel scheinbar wie im wirklichen Wasser abgespiegelt hatten. Bei starker Sonnenhitze und ruhig bleibender Luft kann es sich nämlich ereignen, daß die in der Nähe des sandigen Bodens liegenden Luftschichten eine geringere Dichtigkeit als die höheren kälteren besitzen. Das über dem Sandboden während dieses Zustandes der Atmosphäre ruhende Auge O des Beobachters sieht so einmal den in der Höhe gelegenen

Fig. 115.

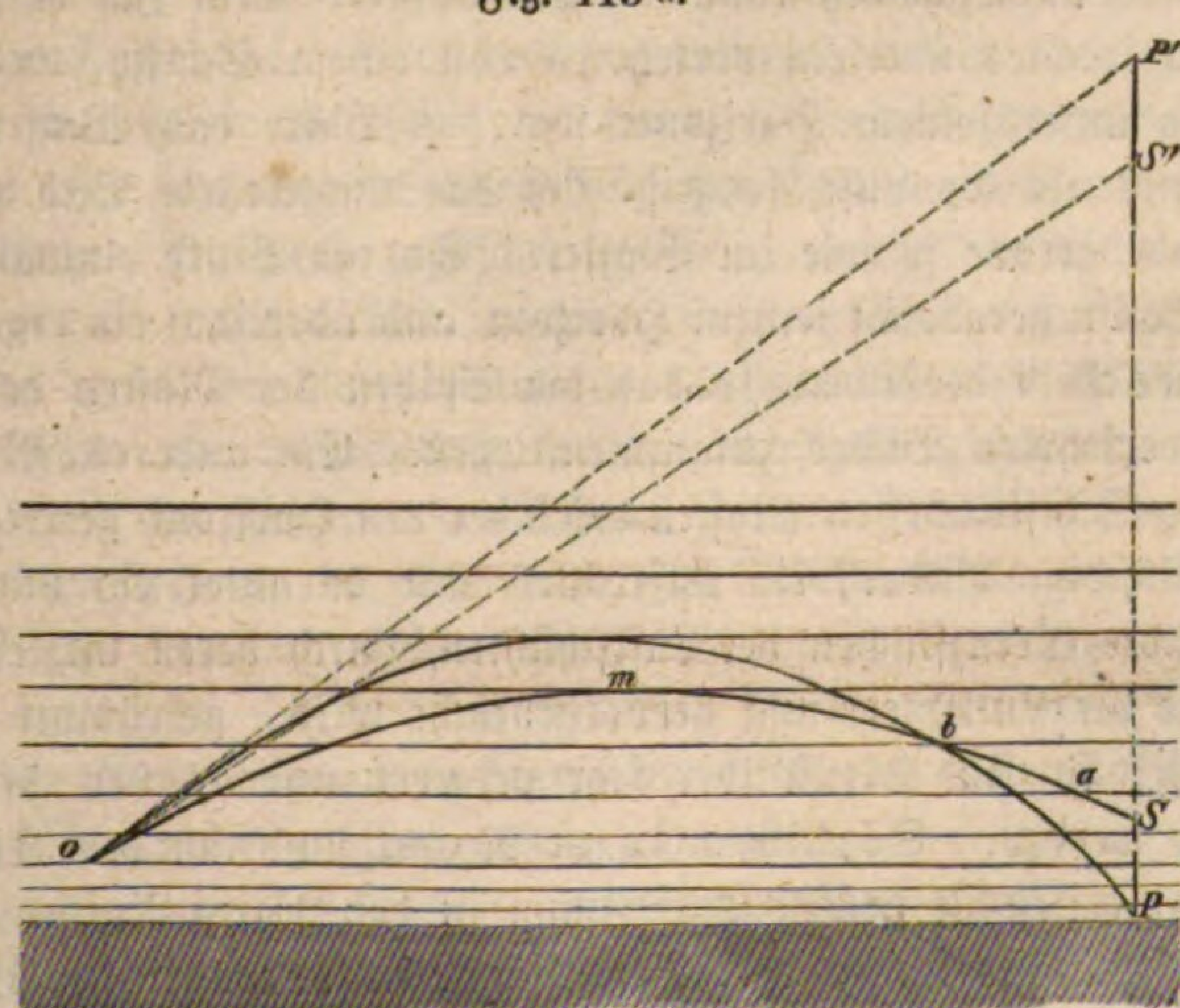


Punkt S vermittelst des directen Strahles SO. Zugleich erblickt es aber auch ein Bild jenes Punktes in der Richtung OS′, welche die Tangente in dem Punkte O der Curve abgibt, die ein anderer von S ausgehender Strahl Sa bei seinem allmähligen Eindringen in die erhitzten Luftschichten beschreibt. Gedachter Strahl wird zunächst auf seinem Gange mehr und mehr vom Einfallslothe sich entfernen, endlich an einer Schichte total reflectirt werden, alsdann aufwärts gehen und in jeder höher gelegenen Schichte eine Brechung zum Einfallslothe erleiden, wodurch die oben erwähnte Curve entsteht, deren convexe Seite nach unten gekehrt ist.

Folgender Versuch kann einigermaßen als Bestätigung dieser Erklärung dienen. Man fülle einen Kasten von Eisenblech (von etwa 1 Meter Länge und 16 Centimeter Höhe und Breite) mit glühenden Kohlen und bringe ihn ohngefähr in die Höhe des Auges. Durch die glühende Kohlen bilden sich über dem Kasten Luftschichten, deren Dichte allmählig von unten nach oben abnimmt. Wenn man nun oben über den Kasten hinsieht, so erblickt man von einem entfernten Visirpunkt nicht nur den directen Strahl, sondern auch einen andern, der in schiefer Richtung durch die verdünnten Luftschichten geht, wodurch man in der Tiefe noch ein Bild des Visirpunktes bekommt. Ist der Visirpunkt ein Gegenstand von Ausdehnung, so erscheint dieses zweite Bild in umgekehrter Stellung.

Man beobachtet auch öfters Luftbilder auf dem Meere bei ruhigem Wetter, wenn das Wasser bedeutend kälter als die Luft ist, mithin die Dichtigkeit der Luftschichten nach oben zu viel rascher abnimmt als

Fig. 115 a.



beim gewöhnlichen Zustande. Denn ist SP ein entfernter Gegenstand, so sieht man denselben zuvörderst wieder vermöge der Strahlen, welche nahe geradlinig von S und P ins Auge gelangen; dann aber auch durch die in schiefer Richtung nach oben zu gehenden Strahlen. Kommt nämlich ein solcher Strahl Sa von einer untern Schichte in die obere a das Licht schwächer brechende, so wird er vom Einfallslothe gebrochen werden; bei einer neuen Schichte b wird er eine derartige Ablenkung abermals erfahren und dies sofort bis er endlich bei einer Schichte m anlangt, wo er eine totale Reflection erleidet und nunmehr abwärts sich wendet und in jeder nachfolgenden Schichte zum Einfallslothe gebrochen wird. Auf diese Art gelangt denn der Strahl Sa in einer krummen Linie, deren hohle Seite im vorliegenden Falle nach unten gekehrt ist, in das in O befindliche Auge, das den Punkt S in der Richtung der durch O an jene Curve gelegten Tangente OS′ in S′ erblickte. Der von P ausgehende Strahl dringt in eine höhere Schichte, bevor er eine vollständige Reflection erfährt, weßhalb er über den von S ausgehenden zu liegen kommt, mithin das Auge das Bild P′ über S′ oder das Bild von PS in umgekehrter Stellung wahrnimmt. Es kann sich ereignen, daß nur das Bild S′P′, aber nicht der Gegenstand SP gesehen wird, weil derselbe unter dem Horizonte liegt. Die Luftspiegelung auf dem Meere wird auch Erhebung oder das Seegesicht genannt. Scoresby hatte häufig Gelegenheit, an der Küste von Grönland die Luftspiegelung zu beobachten. Einmal sah er das umgekehrte Bild eines entfernten unter seinem Horizonte befindlichen Schiffes mit solcher Deutlichkeit, daß er mittelst des Fernrohrs die ganze Gestalt des Schiffes unterscheiden konnte. Ein anderes Mal sah er zwei Bilder, ein aufrechtes und ein verkehrtes von einem Schiffe, welches noch vollständig unter seinem Horizonte war. — Wäre das Wasser dagegen viel wärmer als die Luft, so zeigt sich das umgekehrte Bild unter dem Gegenstande gerade so wie im Wasser. So sah Vince einmal ein entferntes Schiff gerade an seinem Horizont und über ihm ein regelmäßiges umgekehrtes Bild desselben, so daß die Spitzen der Masten des directen und des verkehrten Bildes zusammenstießen. Ein anderes Mal sah er von einem Schiffe, dessen Masten erst über den Horizont getreten waren, zwei vollständige Bilder, ein aufrechtes und darunter ein umgekehrtes. — Sind die Grenzflächen der Luftschichten, durch deren ungleichförmige Dichtigkeit die Luftspiegelung hervorgebracht wird, gekrümmt und unregelmäßig; so sind die Bilder sehr verzerrt und können öfters ganz undeutlich werden. So sieht man zu Neapel und an den Küsten von Sicilien zuweilen in großer Entfernung in den Lüften Ruinen, Säulen, Schlösser, Palläste und andere Gegenstände in fortwährender Bewegung.

Das Volk betrachtet diese Erscheinungen als das Werk einer Fee Morgana; sie sind nur eine Wirkung der Luftspiegelung, wobei Gegenstände sichtbar werden, die man bei dem gewöhnlichen Zustande der Atmosphäre nicht sehen kann und welche sich zu bewegen scheinen, weil die ungleich dichten Luftschichten in beständiger Bewegung sind.

Ein Versuch zur Bestätigung der hier zur Sprache gebrachten Brechungsweise des Lichtes ist nachstehender. Man fülle ein rechteckiges schmales, ziemlich langes Gefäß, dessen gegenüberstehende schmale Wände durchsichtig sind, zuerst mit reinem Wasser und gieße hierauf mittelst eines gläsernen Trichters, der bis nahe an den Boden reicht, concentrirte Schwefelsäure hinein. Diese wird sich nur langsam mit dem Wasser mischen, wodurch Schichten entstehen, welche von unten nach oben an Dichte abnehmen. Sieht nun das an einer Wand befindliche Auge auf den auf der gegenüberstehenden Wand vorhandenen strahlenden Gegenstand, so wird es denselben vermöge des durch die nämliche Schichte horizontal gehenden Strahles sehen; zugleich aber von dem Gegenstand Strahlen erhalten, die zuerst ihre Richtungen nach oben nehmen und wegen der geringern Dichte der Schichten durch totale Reflection zur Umkehrung genöthigt in einer mit der hohlen Seite nach unten zu gewendeten Curve ins Auge gelangen, wodurch für dasselbe ein zweites Bild entsteht.

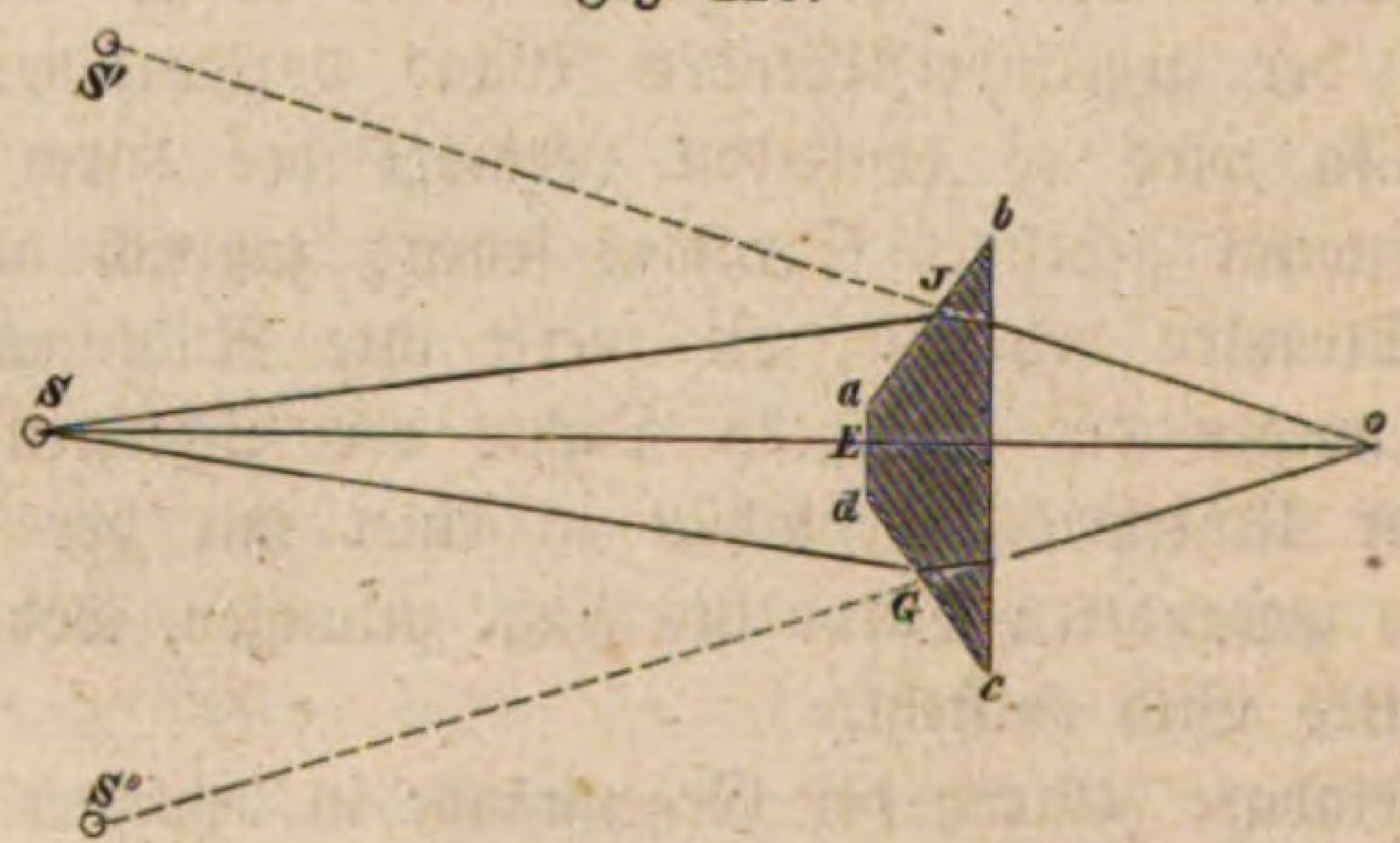
Das scheinbare Zittern der Gegenstände in bewegter oder erhitzter Luft hat seinen Grund in der ungleichen Dichte derselben. Indem die Lichtstrahlen dadurch bald nach der einen, bald nach der andern Seite gebrochen werden, kommen sie nicht immer in derselben Richtung ins Auge, was eine kleine Aenderung in der scheinbaren Lage der Gegenstände zur Folge hat. Auch das sogenannte Funkeln oder Flackern der Sterne, wobei wir sie öfters in einem zitternden Zustande sehen und an ihnen eine scheinbare Veränderung der Stellung wahrnehmen, dürfte der ungleichen Brechung zuzuschreiben sein, welche das Licht in warmer und kalter, in feuchter und trockener Luft erfährt. In der Nähe des Horizonts treten die Luftströmungen häufiger ein und ist der Wechsel in der Dichte der Luftschichten auffallender als gegen den Zenith zu, weßhalb hier das Flackern der Sterne minder lebhaft als dort erscheint. Bei den Fixsternen, die uns nur als Punkte erscheinen, ist die auf solche Weise bewirkte kleine Ortsveränderung leicht wahrzunehmen; anders verhält es sich bei den Planeten, deren scheinbarer Durchmesser die geringe Ortsveränderung übertrifft, welche der augenblickliche Wechsel der Strahlenbrechung hervorzubringen vermag.

Von der atmosphärischen Strahlenbrechung rührt auch die ovale Gestalt her, welche die untergehende Sonne nach heißen Tagen annimmt.

Sobald sie nämlich in die Nähe des Horizonts kommt, scheint ihr verticaler Durchmesser kleiner zu werden, während der horizontale seine Größe beibehält. Das untere Ende des verticalen Durchmessers wird hier mehr als das obere Ende gehoben, weil beim Sonnenuntergange die untersten Luftschichten durch die Erdoberfläche stärker abgekühlt, deßhalb auch dichter werden als die höher liegenden, während die beiden Enden des horizontalen Durchmessers eine gleich große Ablenkung in demselben Sinn erfahren: die Sonnenscheibe verliert dadurch ihre Kugelgestalt und erscheint abgeplattet.

Betrachtet man durch ein Polyederglas einen Gegenstand, so sieht man mehrere Bilder desselben. Es sei abcd der Durchschnitt eines

Fig. 116.



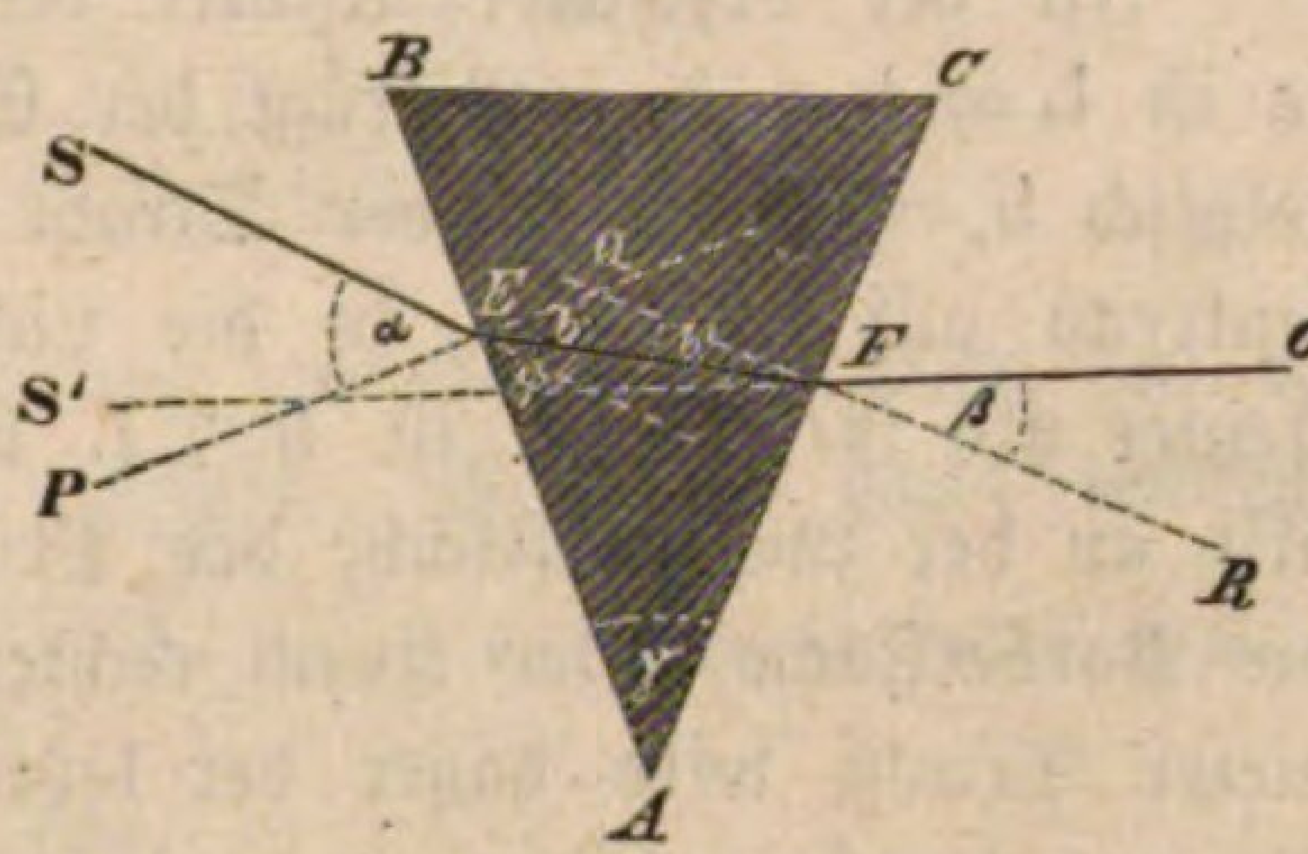
vierflächigen Glases, dessen drei Flächen gegen den leuchtenden Punkt S gekehrt sind. Der auf die parallelen Flächen ad und cb normal auffallende Strahl SE kommt ungebrochen in das Auge O, während die auf die Flächen ab und cd schief auffallenden Strahlen SJ und SG nach einer zweimaligen Brechung in den Richtungen OS' und OS'' das Auge treffen, welches dergestalt noch die Bilder S' und S'' erblickt.

Es gibt auch dioptrische Anamorphosen oder verunstaltete Zeichnungen, die durch ein Polyederglas betrachtet, wohl proportionirte Bilder geben. Sieht man nämlich durch ein solches Glas auf eine Tafel, so erscheinen einzelne weit von einander liegende Theile als nebeneinander befindlich. Trägt man deßhalb an diesen durch das Polyederglas gesehenen Stellen der Tafel einzelne Theile einer Zeichnung auf, so erblickt man sie beim Sehen durch das Glas nebeneinander ein zusammengehöriges Ganze darstellend. Gewöhnlich werden gedachte getrennte Theile in eine eigene Zeichnung aufgenommen, welcher sie ohne Glas als solcher angehörig sind, dagegen mit demselben angesehen ein bestimmtes Ganze vorstellen, das in der Zeichnung für sich allein nicht anzutreffen ist.

3. Von der Brechung durch das Prisma.

In der Optik versteht man unter einem Prisma jedes durchsichtige brechende Mittel, welches von zwei gegeneinander geneigten ebenen Flächen zum Theil begrenzt wird; die gerade Linie, in welcher sich diese Flächen oder deren Verlängerungen schneiden, heißt die Kante; der Winkel, welchen sie einschließen, der brechende Winkel; jeder auf die Kante senkrecht geführte Schnitt ein Hauptschnitt des Prisma. Bei den meisten Versuchen wendet man dreiseitige Prisma an; der Hauptschnitt eines solchen Prismas ist immer ein Dreieck. Um den Weg des Lichtstrahls nach seiner Brechung im Prisma zu verfolgen, braucht man nur das von dem Hauptschnitte gebildete Dreieck zu betrachten, weil der in einen Hauptschnitt fallende Lichtstrahl auch während seines Durchganges in dieser Ebene verbleibt. — Es sei ABC der Hauptschnitt des Prismas, dessen brechender Winkel abwärts gekehrt ist. In dieser Ebene wollen wir uns einen Lichtstrahl SE denken, der auf die vordere Begrenzungsfläche des Prismas im Punkte E auffällt und nach EF gebrochen wird; in F auf die hintere Begrenzungsfläche treffend wird er eine zweite Brechung nach FO erleiden, so daß ein Auge, welches sich in einem Punkt O dieser Richtung befände, den leuchtenden Punkt S in S′, also tiefer sehen würde.

Fig. 117.



Wird der einfallende Strahl sowohl wie der austretende verlängert, so gibt der Winkel φ, den sie einschließen, die Abweichung an, welche der Lichtstrahl bei seinem Durchgange durch das Prisma erfährt. Bezeichnen wir den Einfallswinkel SEP mit α, den Brechungswinkel QEF an der Vorderfläche mit b, den Einfallswinkel QFE mit b,, den Brechungswinkel OFR an der Hinterfläche mit β; so haben für die Abweichung φ die Relation: $\varphi = \alpha - b + \beta - b$, oder $\varphi = \alpha + \beta - \gamma$, wo γ den brechenden Winkel des Prismas bedeutet.

Bevor wir den Zusammenhang, in welchem die vier Größen nämlich die Richtung des austretenden Strahles, das Brechungsverhältniß, der brechende Winkel des Prismas und der Einfallswinkel an der vordern Begrenzungsfläche zu einander stehen, zum Gegenstand einer nähern Prüfung machen, wollen wir zuvörderst die Bedingungen aufsuchen, unter denen der Austritt des Lichtstrahls aus dem Prisma möglich ist. Denn da das Licht an der hintern Fläche aus Glas in

Luft übergeht, so kann es sich ereignen, daß daselbst eine solche Brechung vom Einfallslothe stattfindet, bei welcher eine totale Reflection eintritt. Es besteht nämlich, wie eben gesagt, die Relation: $b + b_, = \gamma$. Ist nun L der Grenzwerth des Einfallswinkels bei der Brechung vom Einfallslothe, welcher für das Glas ohngefähr 40° 30′ beträgt, und der brechende Winkel γ des Prismas gleich 2 L; so hat man für diesen Fall $b + b_, = 2L$, woraus für den der Eintrittsfläche nahe parallelen Strahl entspringt: $2L = L + b_,$ oder $L = b_,$, d. h. der Einfallswinkel an der Austrittsfläche hat seinen Grenzwerth erreicht, kann also aus dem Prisma nicht mehr heraustreten. Dasselbe findet auch bei jedem andern einfallenden Strahle statt, weil für einen solchen $b < L$, mithin wegen $b + b_, = 2L$ der Einfallswinkel $b_,$ an der hintern Fläche größer als L werden muß. Sobald also der brechende Winkel des Prismas den doppelten Werth des Grenzwinkels erreicht oder noch übersteigt, wird der Austritt des Lichts aus dem Prisma unmöglich.

Ist der brechende Winkel des Prismas dem Grenzwinkel gleich, so ist $L = b + b_,$. Beträgt der Einfallswinkel 90°, so wird $b = L$, folglich $b_, = 0$; d. h. der Strahl fällt dann auf die hintere Fläche senkrecht auf und geht in die Luft über. Wird der Einfallswinkel kleiner als 90°, dann ist $b < L$ und auch $b_, < L$; der Strahl wird also an der zweiten Fläche des Prismas austreten. Trifft der Strahl die Vorderfläche unter einem rechten Winkel, so ist $b = 0$ und $b = L$; dieser Strahl wird daher der letzte von denen sein, welche durch das Prisma durchzugehen vermögen. Für alle Strahlen, welche auf der anderen Seite des Einfallslothes liegen, ist der Einfallswinkel negativ, mithin $L = b_, - b$, woraus $b_, > L$, d. h. an der Austrittsfläche findet die totale Reflection statt. Wenn mithin der brechende Winkel dem Grenzwinkel gleich ist, können alle auf der einen Seite des Einfallslothes liegenden Lichtstrahlen an der zweiten Fläche des Prismas austreten, dagegen würden alle auf der andern Seite des Einfallslothes auffallenden Strahlen daselbst total zurückgeworfen.

Ist $\gamma < L$, so wird $b + b_, < L$. Für den in der Richtung der Normale auffallenden Strahl ist $b = 0$ und $b_, < L$; ein solcher geht daher durch das Prisma hindurch. Für den der Eintrittsfläche nahezu parallelen Strahl ist der Austritt niemals möglich, weil er die hintere Fläche unter einem den Grenzwerth übersteigenden Einfallswinkel trifft. Dagegen werden viele auf beiden Seiten des Einfallslothes auf der ersten Fläche anlangenden Lichtstrahlen an der zweiten Fläche in die Luft übergehen.

Mit Hülfe des Prismas läßt sich, wenn der Lichtstrahl an der zweiten Fläche austritt, das Brechungsverhältniß genauer als auf dem

früher angegebenen Wege ermitteln. Aus den beiden Gleichungen

$$\sin\alpha = n \sin b \quad \text{und} \quad \sin\beta = n \sin b_1 = n \sin(\gamma - b)$$

entspringt zuvörderst durch Elimination von n die Gleichung:

$$\cot b = \cot\gamma + \frac{\sin(\varphi + \gamma - \alpha)}{\sin\alpha \sin\gamma},$$

weil $\beta = \varphi + \gamma - \alpha$. Nachdem auf diese Weise der Werth von b aus den Werthen von α, γ und φ bestimmt ist, erhält man den Werth von n mittelst der Relation $n = \frac{\sin\alpha}{\sin b}$. — Es läßt sich übrigens auch leicht eine Formel aufstellen, nach der das Brechungsverhältniß aus jenen drei Winkeln unmittelbar berechnet werden kann. Aus der Relation $b = \gamma - b_1$ ergibt sich nämlich

$$\sin b = \sin\gamma \cos b_1 - \cos\gamma \sin b_1; \text{ oder, weil } \sin\alpha = n \sin b \text{ ist,}$$

$$\sin\alpha = n \sin\gamma \sqrt{1 - \sin^2 b_1} - n \cos\gamma \sin b_1; \text{ oder, weil } \sin\beta = n \sin b_1 \text{ ist,}$$

$$\sin\alpha + \cos\gamma \sin\beta = n \sin\gamma \sqrt{1 - \sin^2 b_1};$$

woraus

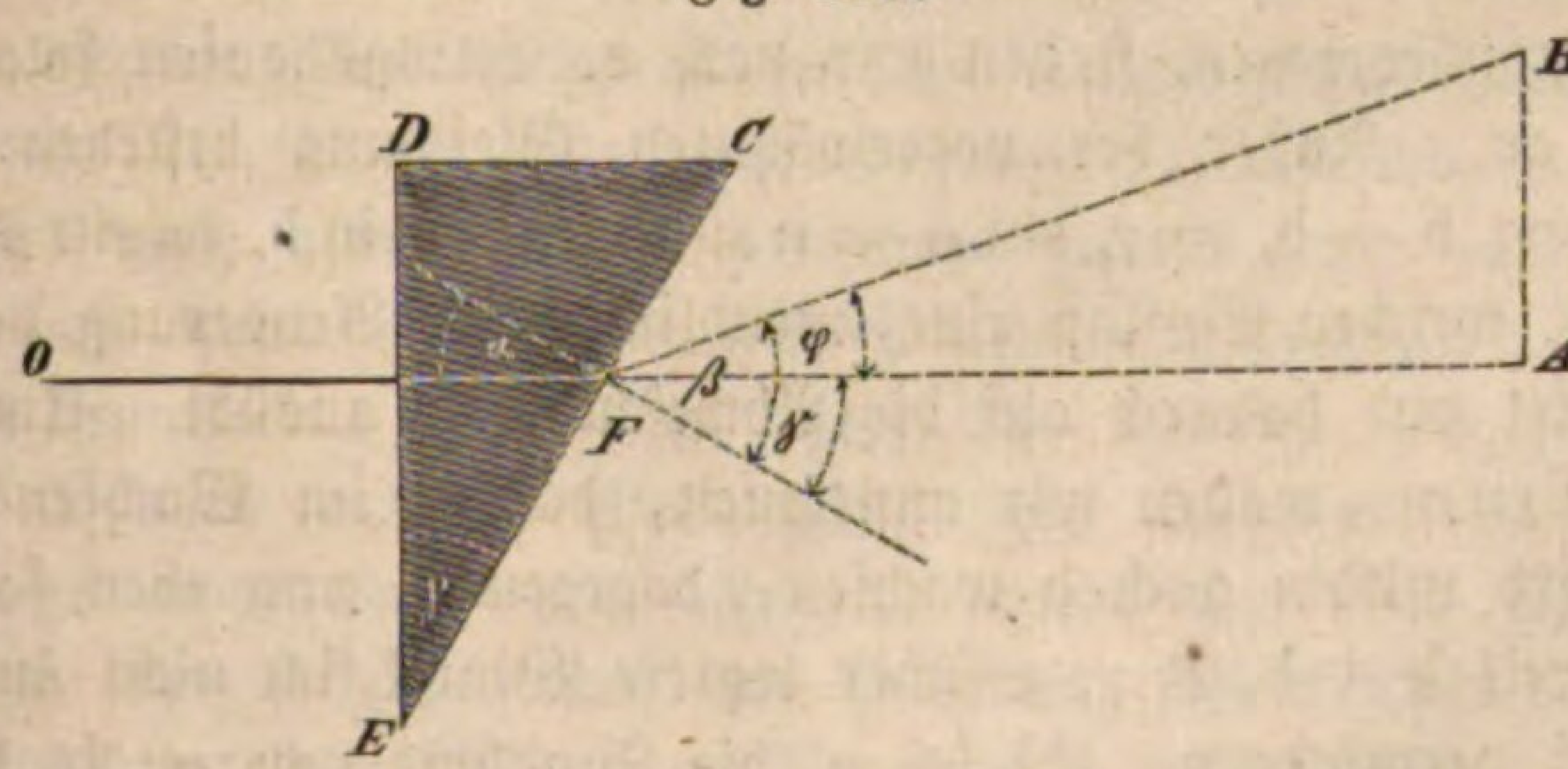
$$n = \sqrt{\left\{\frac{\sin\alpha + \cos\gamma \sin\beta}{\sin\gamma}\right\}^2 + \sin^2\beta}$$

oder

$$n = \sqrt{\left\{\frac{\sin\alpha + \cos\gamma \sin(\varphi + \gamma - \alpha)}{\sin\gamma}\right\}^2 + \sin(\varphi + \gamma - \alpha)^2}.$$

Einfacher gestaltet sich die Rechnung, wenn der Lichtstrahl auf die Vorderfläche des Prismas senkrecht auffällt. Man hat dann nämlich auf der Stelle $n = \frac{\sin\beta}{\sin\alpha} = \frac{\sin(\gamma + \varphi)}{\sin\gamma}$, weil in diesem Falle $\alpha = \gamma$

Fig. 118.



ist, so daß das Brechungsverhältniß blos von dem brechenden Winkel γ des Prismas und von der Abweichung φ abhängt. Um nach dieser Verfahrungsweise das Brechungsverhältniß n zu ermitteln, kommt es also nur darauf an, nachdem der brechende Winkel γ des Prismas bestimmt worden ist, die Größe der Abweichung φ aufzufinden. Man richtet deßhalb ein Sehrohr OF senkrecht gegen die Vorderwand des Prismas, auf dessen entgegengesetzter Seite ein mit jener Wand paralleler verticaler Stab AB, der in gleiche Theile getheilt ist, aufgestellt

wird. Sieht nun das Auge bei O durch das Sehrohr den Nullpunkt A der Scala, wenn das Prisma entfernt wurde; so erblickt es, wenn das Prisma vor dem Sehrohr steht, einen höher gelegenen Punkt B durch dasselbe, weil nunmehr der Lichtstrahl im Prisma gebrochen wird. Nachdem der Winkel φ aus der Gleichung $\tang \varphi = \frac{AB}{FA'} = \frac{h}{a}$ hergeleitet worden, ergibt sich der Werth von n aus der Gleichung: $n = \frac{\sin(\gamma + \varphi)}{\sin \gamma}$. Ein speciell hierher gehöriger Versuch ist folgender: Man füllte ein hohles Glasprisma, dessen brechender Winkel $25^0 15'$ betrug, mit Brunnenwasser und ließ von einer entfernt stehenden Lampe einen Lichtstrahl durch eine kleine Oeffnung senkrecht auf das Wasserprisma fallen. Als man die Richtung des gebrochenen gelben Strahles einvisirt hatte, fand man für die Höhe h des Auges über dem Horizont h = 146,8 Centimeter und für die Entfernung a der horizontalen Projection von dem Schnittpunkt des gebrochenen Lichtstrahls mit dem Horizont a = 920 Centimeter. Hieraus ergibt sich $\tang \varphi = \frac{h}{a} = \frac{146,8}{920}$ oder $\varphi = 9^0 4'$; mithin das Brechungsverhältniß n des Brunnenwassers $= \frac{\sin 34^0 19'}{\sin 25^0 15'} = 1,3216$.

Die Abweichung φ ändert sich, wie die Relation $\varphi = \alpha + \beta - \gamma$ zeigt, mit dem Einfallswinkel und erreicht ihren kleinsten Werth, wenn der Lichtstrahl auf das Prisma so auffällt, daß der Eintritts- und Austrittswinkel einander gleich sind. Um uns von der Wahrheit dieser Aussage zu überzeugen, stellen wir nach v. Ettingshausen folgende Betrachtung an. Außer der vorerwähnten Gleichung bestehen noch die Gleichungen: $b + b_, = \gamma$, $\sin \alpha = n \sin b$ und $n \sin b_, = \sin \beta$. Untersuchen wir, welchen Einfluß eine unendlich kleine Aenderung von α auf diese Winkel und dadurch auf die Abweichung β ausübt. Um die Begriffe zu fixiren, wollen wir annehmen, daß α im Wachsen begriffen ist; es wird mithin auch b wachsen, dagegen $b_,$ nun eben so viel abnehmen, weil $b + b_, = \gamma$, welcher letztere Winkel sich nicht ändert, und auch β sich vermindern. Es sei α' die Zunahme von α; b' die von b, folglich zugleich die Abnahme von $b_,$; ferner β' die Abnahme von β und φ' die Aenderung von φ, welche sich als eine positive oder negative Größe bewähren wird, je nachdem sie sich als eine Zunahme oder als eine Abnahme herausstellt. Es ist also $\varphi' = \alpha' - \beta'$; ferner $\sin(\alpha + \alpha') = n \sin(b + b')$ und $n \sin(b_, - b') = \sin(\beta - \beta')$. Daraus erhalten wir, weil wegen der Kleinheit der Winkel α', b' und β' gesetzt werden darf: $\sin \alpha' = \alpha'$, $\cos \alpha' = 1$, $\sin b' = b'$, $\cos b' = 1$, $\sin \beta' = \beta'$ und $\cos \beta' = 1$, die beiden Gleichungen:

$\alpha' \cos\alpha = n b' \cos b$ und $\beta' \cos\beta = n b' \cos b_{,}$. Dividirt man die erste Gleichung durch die zweite, so entsteht: $\frac{\alpha'}{\beta'} = \frac{\cos b \cos\beta}{\cos\alpha \cos b_{,}}$. Es ist folglich α' größer oder kleiner als β', je nachdem das Product $\cos b \cos\beta$ größer oder kleiner ist als $\cos\alpha \cos b_{,}$, oder je nachdem $n^2 \cos^2 b \cos^2\beta$ größer oder kleiner als $n^2 \cos^2\alpha \cos^2 b_{,}$, d. h. je nachdem die Differenz $n^2 \cos^2 b \cos^2\beta - n^2 \cos^2\alpha \cos^2 b_{,}$ positiv oder negativ erscheint. Es ist aber

$$n^2 \cos^2 b \cos^2\beta - n^2 \cos^2\alpha \cos^2 b_{,} = (n^2 - 1)(\sin^2\alpha - \sin^2\beta).$$

Diese Differenz erhält das Zeichen + oder —, je nachdem $\alpha > \beta$ oder $\alpha < \beta$ ist. So lange daher α kleiner als β ist, erscheint $\alpha' < \beta'$, mithin φ' negativ, d. h. φ nimmt ab; sobald aber $\alpha > \beta$ wird, ist $\alpha' > \beta'$, mithin φ' positiv, d. h. φ nimmt zu. Ist also $\alpha = \beta$, d. h. erfolgt der Austritt des Lichtes unter demselben Winkel wie der Eintritt, so hat φ seinen kleinsten Werth. Bezeichnet k diese kleinste Abweichung, so ist $k = 2\alpha - \gamma$, woraus $\alpha = \frac{k + \gamma}{2}$. Aus $\alpha = \beta$ folgt $b = b_{,}$; mithin $b = \frac{\gamma}{2}$. Für das Brechungsverhältniß n hat man daher die Formel: $n = \frac{\sin\frac{(k+\gamma)}{2}}{\sin\frac{\gamma}{2}}$, vermittelst welcher dieses Verhältniß leicht bestimmt werden kann, wenn man die kleinste Ablenkung k und den brechenden Winkel des Prismas gemessen hat.

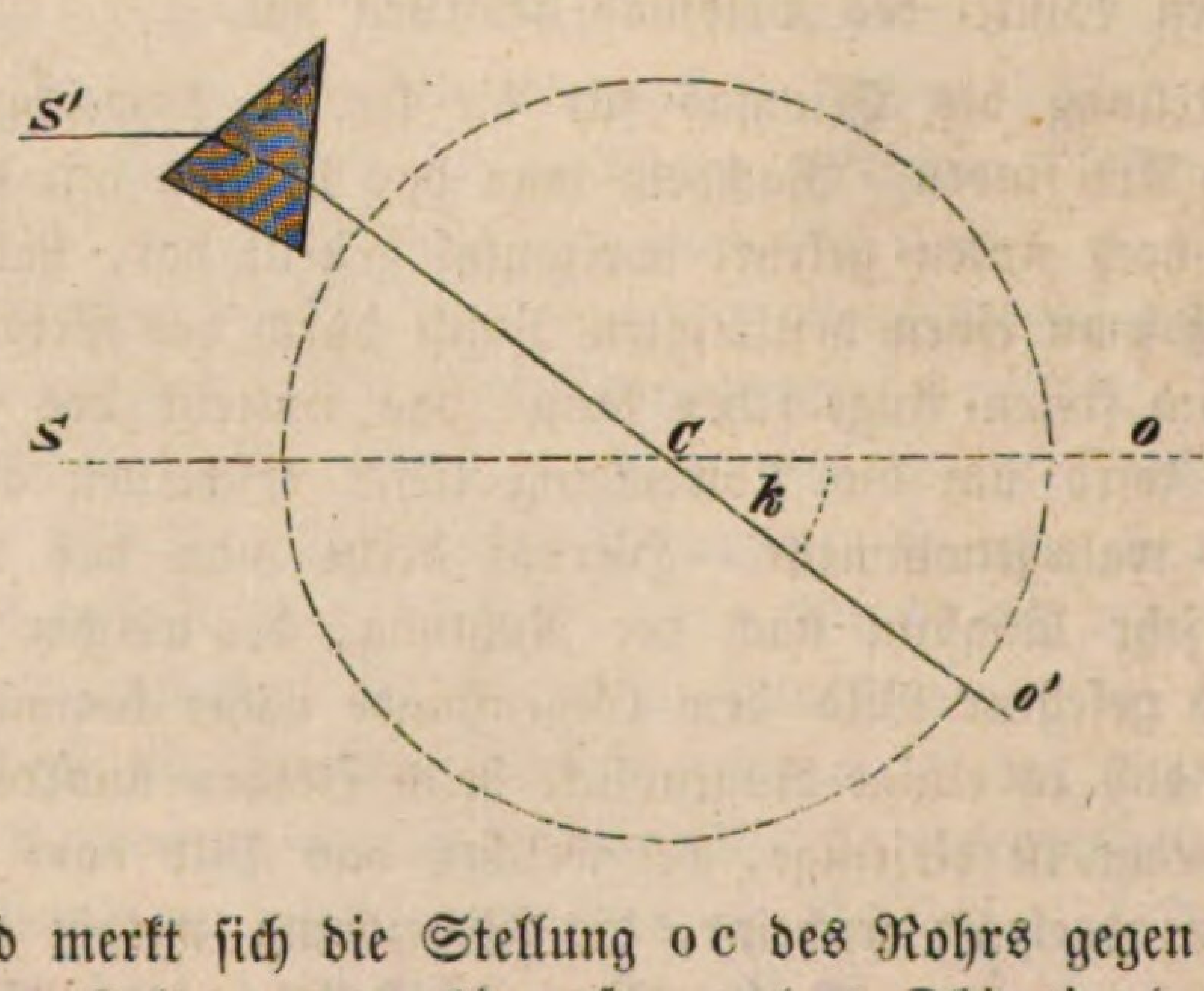
Die Stellung des Prismas für die kleinste Abweichung läßt sich auf folgende Art finden. Nachdem man das Prisma mit dem brechenden Winkel nach unten gekehrt horizontal gestellt hat, halte man das Auge so, daß man einen bestimmten Punkt durch das Prisma und zugleich mit dem freien Auge sehen kann: das mittelst des Prisma gesehene Bild wird um die Abweichung tiefer erscheinen als das mit freiem Auge wahrgenommene. Hierauf drehe man das Prisma um seine Achse sehr langsam nach der Richtung, bei welcher das mittelst des Prismas gesehene Bild dem Gegenstande näher kommt, bis man wahrnimmt, daß es einige Augenblicke beim Drehen unveränderlich still steht: diese Lage ist diejenige, bei welcher das Bild vom Gegenstande am wenigsten abgelenkt erscheint, die Abweichung mithin ein Kleinstes ist. — Ein von uns angestellter Versuch ist folgender: Einem rothen Sonnenstrahl, der mittelst des Heliostats in constanter Richtung erhalten wurde, setzten wir ein Glasprisma, dessen brechender Winkel 46° 14′ betrug, dergestalt aus, daß er ein Minimum der Ablenkung erlitt. Um den Ablenkungswinkel k zu messen, wurden seine beiden Schenkel,

der an der brechenden Kante noch vorbei streifende directe und der hinter dem Prisma deutlich sichtbare gebrochene Strahl in einiger Entfernung hinter dem Prisma durch einen Stab, dessen Länge = 103,2 Cent. verbunden, so daß die beiden sichtbaren Strahlen die zwei anderen Seiten eines Dreiecks bildeten. Der directe Strahl hatte eine Länge von 167,2 Cent., der gebrochene die von 217,5 Cent. Hieraus ergibt sich der der Seite 103,2 Cent. gegenüberliegende Winkel $k = 26^0 48'$. Folglich das Brechungsverhältniß für rothes Licht $n = \frac{\sin 36^0 31'}{\sin 23^0 7'} = 1{,}516$.

4. Brechungsverhältniß und Brechungsvermögen der Körper.

Um das Brechungsverhältniß eines festen durchsichtigen Körpers zu bestimmen, verschafft man sich davon ein dreiseitiges Prisma mit möglichst ebenen Flächen. Den brechenden Winkel γ des Prismas ermittelt man, wenn man das Prisma mit seiner auf der Kante senkrecht stehenden Grundfläche auf eine Tafel stellt, dann längst den Seitenlinien, welche den brechenden Winkel einschließen, Linien zieht und sie verlängert bis sie zusammentreffen, worauf der in Frage stehende Winkel γ auf der Tafel gemessen wird. Noch genauer bestimmt man diesen Winkel mit Hülfe eines Goniometers. — Zur Messung des Winkels der kleinsten Abweichung verfährt man folgendermaßen: Man richtet das Fernrohr eines Theodolithen auf einen entfernten Licht-

Fig. 119.



punkt S und merkt sich die Stellung o c des Rohrs gegen die Theilung des Kreises. Indem man hierauf vor das Objectiv des Fernrohrs das zu untersuchende Prisma bringt, kann man den gewählten Lichtpunkt S wegen der Brechung nicht mehr wahrnehmen. Man muß nun dem Fernrohr eine andere Lage o' c geben, bis jener Lichtpunkt wieder zum Vorschein kommt. Indem man dann das Prisma und das Fern-

rohr langsam dreht, um das Bild zu verfolgen, wird man nach einigen Versuchen die kleinste Ablenkung k erhalten, deren Maß der Winkel ist, welchen die optischen Achsen des Fernrohrs in seinen beiden Lagen mit einander bilden. Wird dieser Werth k und der Werth γ in die Formel

$$n = \frac{\sin\left(\frac{k+\gamma}{2}\right)}{\sin\frac{\gamma}{2}}$$

substituirt, so kann die unbekannte Größe n daraus berechnet werden. Bei einem derartigen mit einem Flintglasprisma, dessen brechenden Winkel 60° betrug, mit Sorgfalt angestellten Versuch ergab sich eine Ablenkung von 44° 46′ für die gelben Strahlen: mithin das Brechungsverhältniß für diese Strahlen

$$= \frac{\sin\left(\frac{44^0\,46' + 60^0}{2}\right)}{\sin\frac{60^0}{2}} = \frac{\sin 52^0\,23'}{\sin 30^0} = \frac{0{,}7921}{\frac{1}{2}} = 1{,}5842.$$

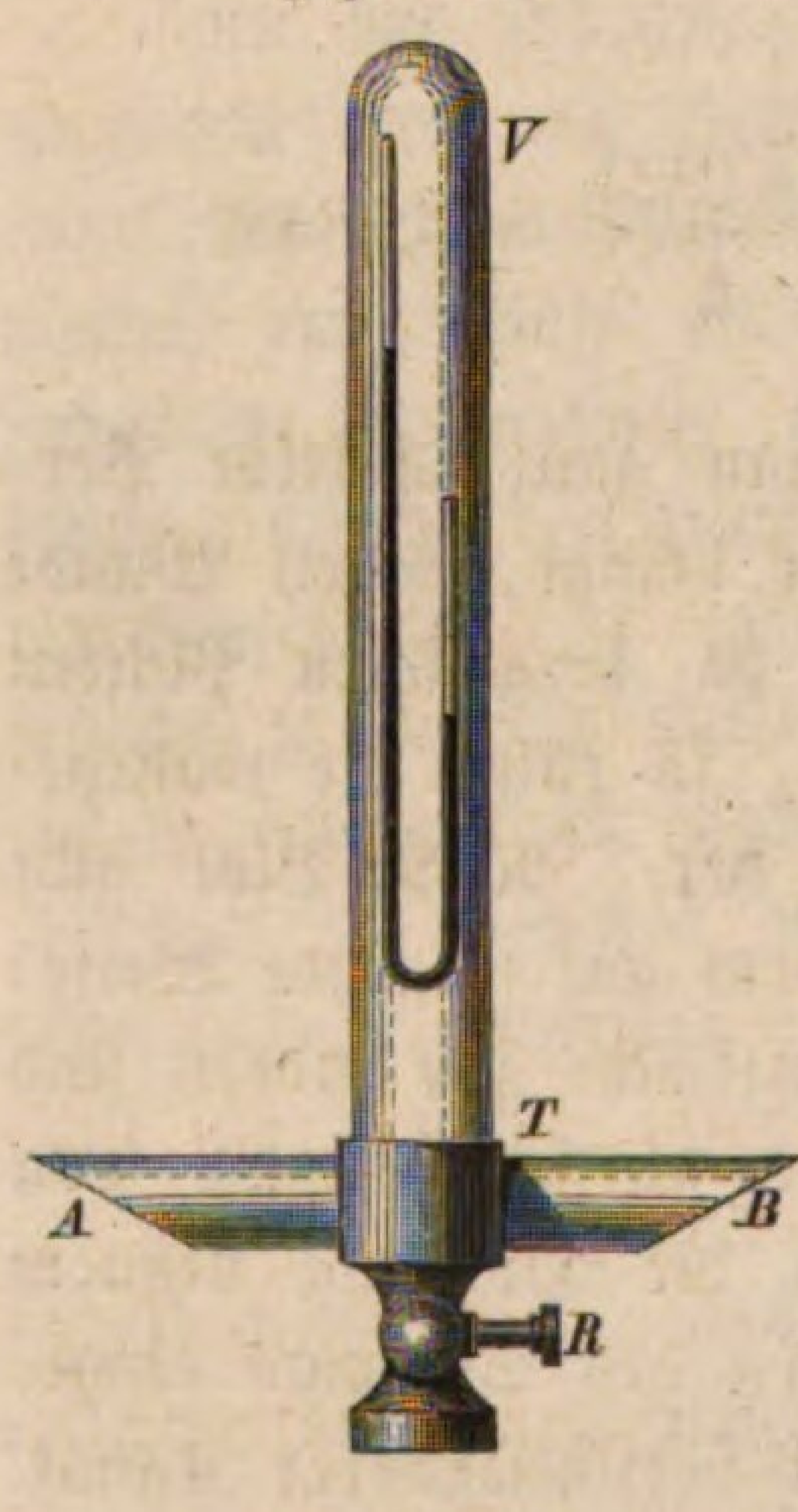
Bei den tropfbaren Flüssigkeiten befolgt man ganz dasselbe Verfahren, indem man sie in prismatische Gefäße bringt, deren Wände aus parallelen Spiegelplatten bestehen. Denn da dergleichen Platten die Richtung der Lichtstrahlen ungeändert lassen, so rührt die wahrgenommene Ablenkung blos von der Flüssigkeit her. Nach Biot gibt man dem tropfbaren Körper die prismatische Form auf folgende Weise: Man durchbohrt ein Glasprisma von einer Grenzfläche zur andern und verschließt die Durchbohrung auf beiden Seiten durch Auflegen von ebenen Parallelgläsern. Um die Flüssigkeit in die Höhlung bequem eingießen zu können, führt dahin ein vom Rücken des Prismas eingearbeiteter und durch einen eingeriebenen Stöpfel verschließbarer Kanal. Auf solche Art kann man an der Flüssigkeit die Untersuchung genau so vornehmen, als wenn sie ein fester Körper wäre, insofern man Sorge trägt, daß der Lichtstrahl durch die Höhlung hindurchgeht, worin die Flüssigkeit enthalten ist. — Für das Brechungsverhältniß zwischen Luft und Wasser bei einer Temperatur von 14,4° C., indem letzteres in ein prismatisches Gefäß mit einem brechenden Winkel von 59° 22′ gefüllt war, erhielten wir für die gelben Strahlen eine Ablenkung von 23° 25′: hieraus das fragliche Brechungsverhältniß

$$= \frac{\sin\left(\frac{59^0\,22' + 23^0\,25'}{2}\right)}{\sin\frac{59^0\,25'}{2}} = \frac{\sin 41^0\,24'}{\sin 29^0\,42'} = \frac{0{,}66131}{0{,}49521} = 1{,}3356.$$

Das Brechungsverhältniß der Gasarten wird auf die nämliche Weise wie das der tropfbaren Flüssigkeiten bestimmt, indem man sie in prismatische Gefäße einschließt, die von parallelflächigen Spiegelplatten

begrenzt sind. Da die Brechung der Gase sehr gering ist, so muß man den brechenden Winkel γ des Prismas groß nehmen, um sie bemerklich zu machen. Aus den Relationen $\varphi = \alpha + \beta - \gamma$ und $b + b_{,} = \gamma$ ergibt sich nämlich, wenn der brechende Winkel γ des Prismas vergrößert wird, während α und b ungeändert bleiben, daß der Winkel $b_{,}$ um ebensoviel als γ wächst, dagegen wegen $\sin \beta = n \sin b_{,}$ der Austrittswinkel β im stärkeren Verhältniß als γ zunimmt, folglich die Ablenkung φ größer wird. Arago und Biot nahmen zu ihren Versuchen über das Brechungsverhältniß der luftförmigen Stoffe ein Prisma, dessen Winkel 143° 7′ 28″ betrug. Es besteht aus einer dicken cylindrischen Glasröhre, deren beiden Enden A und B schief gegen die Achse des Cylinders zugeschnitten und durch parallelflächige Spiegelplatten verschlossen sind. Die Röhre ist auf der untern Seite senkrecht auf der Achse durchbohrt und mit einem Hahne R versehen, um das Prisma luftleer machen und mit den zu prüfenden Gasarten füllen zu können. Auf der obern Seite steht eine verticale Röhre TV mit dem Prisma in Verbindung, worin ein Heberbarometer sich befindet, dessen offener Schenkel hinreichend lang ist, damit das Quecksilber bei bewirkter Luftleere im Prisma mit dem Quecksilber im andern Schenkel ins Niveau kommen kann. Die Höhe, in welcher das Quecksilber dieses Barometers durch das innere Gas erhalten wird, mißt den Druck.

Fig. 120.



Zwei empfindliche Thermometer hängen auswendig am Prisma ganz nahe an seinen Flächen und dienen dazu, die Temperatur der Gase zu bestimmen. Das Prisma ruht auf einem auf seiner Länge senkrechten Fuße in einer horizontalen Lage. Der Ort der Beobachtung und der Visirpunkt müssen so gewählt sein, daß beide in der Horizontalebene liegen, welche durch die Mitte des Prismas geht. Man richtet das Fernrohr des Winkelinstruments unmittelbar auf den entfernten Zielpunkt durch die Luft hindurch, bringt hierauf das Prisma dazwischen, wodurch das Bild verrückt wird. Ist die Ablenkung gemessen, was mit der größten Genauigkeit geschehen muß, weil sie blos 5 bis 6 Minuten beträgt; so läßt sich aus derselben und dem brechenden Winkel des Prismas das Brechungsverhältniß nach der früher aufgestellten Formel berechnen, wenn das Prisma die der kleinsten Ablenkung entsprechende Lage hat.

Zunächst wäre die Brechung der atmosphärischen Luft zu untersuchen. Man läßt zu diesem Behuf den Lichtstrahl aus der Luft in das luftleere Prisma übergehen. Durch genaue oft wiederholte Versuche, wobei zugleich wegen der im Prisma zurückgebliebenen Luft die nöthige Correction vorgenommen und die zur Ergänzung des vollständigen Parallelismus der Flächen der beiden Spiegelplatten die erforderliche Sorge getragen wurde, haben Biot und Arago dargethan, daß das Brechungsverhältniß der Luft in Bezug auf den leeren Raum bei der Temperatur 0° und bei dem Drucke von 76 Centimetern gleich 1,000294 ist.

Um sich zu vergewissern, ob die Flächen der Spiegelplatten bei der Bearbeitung zum vollkommenen Parallelismus gebracht worden sind, gestatte man der äußern Luft einen freien Zutritt zu dem Prisma. Hierauf beobachte man die Ablenkung auf die nämliche Art, wie man mit dem luftleeren Prisma erfahren hat. Sind die Flächen der Spiegelplatten genau zu einander parallel, so wird der Zielpunkt durch Umkehren des Prismas keine Verrückung erfahren dürfen, weil die Luft innerhalb und außerhalb des Prismas von derselben Art ist. Zeigt sich aber eine Ablenkung, so wird solche dem unvollkommenen Parallelismus zuzuschreiben sein, deren Größe bei den übrigen Beobachtungen in gehörige Berücksichtigung gezogen werden muß.

Aus dem Minimum der Ablenkung k, welche ein durch ein mit verdünnter Luft gefülltes Prisma gehender Lichtstrahl erfährt, läßt sich das Brechungsverhältniß der Luft gegen den luftleeren Raum ermitteln, wenn man von dem von Biot und Arago gefundenen und durch Dulongs sorgfältig angestellte Untersuchungen bestätigten bemerkenswerthen Gesetze ausgeht, zufolge dessen das um die Einheit verminderte Quadrat des Brechungsverhältnisses n dividirt durch die Dichtigkeit δ des Gases oder $\frac{n^2-1}{\delta}$ eine constante Größe a ist. Es sei δ' die Dichte der äußeren, δ'' die Dichte der im Prisma befindlichen verdünnten Luft, und γ der brechende Winkel des Prisma; ferner n das Brechungsverhältniß zwischen der äußeren und inneren Luft, so daß $n = \frac{\sin\left(\frac{\gamma+k}{2}\right)}{\sin\frac{\gamma}{2}}$.

Bezeichnet n′ das Brechungsverhältniß zwischen der äußeren Luft und dem leeren Raum, n″ dasselbe für die innere Luft und den leeren Raum, so ist $n = \frac{n'}{n''} = \frac{\sin\left(\frac{\gamma+k}{2}\right)}{\sin\frac{\gamma}{2}}$. Da aber

$a = \frac{n'^2 - 1}{\delta'} = \frac{n''^2 - 1}{\delta''}$, so ist $n' = \sqrt{1 + a\delta'}$ und $n'' = \sqrt{1 + a\delta''}$; mithin auch $\sqrt{\frac{1 + a\delta'}{1 + a\delta''}} = \frac{\sin\left(\frac{\gamma + k}{2}\right)}{\sin\frac{\gamma}{2}}$. Hat man mit Hülfe dieser Gleichung die Größe a bestimmt, so berechnet man das Brechungsverhältniß der Luft gegen den leeren Raum, wenn ihre Normaldichte $= \delta$ ist, nach der Formel: $n = \sqrt{1 + a\delta}$. Da k eine sehr kleine Größe ist, so bestimmt man a am leichtesten, indem man

$$\sin\frac{k + \gamma}{2} = \sin\frac{\gamma}{2} + \cos\frac{\gamma}{2}\sin\frac{k}{2}$$

setzt, also $\cos\frac{k}{2} = 1$ annimmt und die höheren Potenzen von $\sin\frac{k}{2}$ vernachlässigt. Es ergibt sich auf diese Weise $a = \frac{2 \cot g \frac{\gamma}{2} \sin\frac{k}{2}}{\delta' - \delta''}$.

Arago und Biot beobachteten bei einem Luftprisma, dessen brechender Winkel $\gamma = 143^0\, 7'\, 28''$ ein Minimum der Ablenkung $k = 5'45'',8$. Die Glasscheiben des Prismas ergaben an sich eine Ablenkung von $-16'',6$, so daß die wahre Ablenkung $k = 6'2'',4$ betrug. Bei einer Temperatur von $-1^0,5$ war die Spannung der inneren Luft gleich 2 Millim., die der äußeren gleich 756,3 Millim.; also die Dichten der äußeren und inneren Luft, wenn diejenigen der atmosphärischen Luft bei 0^0 Temperatur und 760 Millim. Spannung $\delta = 1$ gesetzt wird:

$$\delta' = \frac{756,3}{760\,(1 - 0,00\,366\,.\,1,5)} = 1,0007, \text{ und}$$

$$\delta'' = \frac{2}{760\,(1 - 0,00\,366\,.\,1,5)} = 0,00264.$$

Mittelst dieser Werthe findet man

$$a = \frac{2 \cot g\, 71^0 33' 44''\,.\,\sin 3'1'',2}{0,9971} = 0,0005875;$$

woraus $n = \sqrt{1,0005875} = 1,000294$ folgt.

Um das Brechungsverhältniß für andere Gasarten als die atmosphärische Luft anzustellen, muß man erst das Prisma von der letzteren so viel als möglich entleeren und hierauf die Gasart hineinbringen; alsdann abermals evacuiren und das zu untersuchende Gas wieder eintreten lassen, bis der in dem Prisma bleibende Rückstand der atmosphärischen Luft als verschwindend angesehen werden kann. Das Einfüllen der Gase geschieht über einer pneumatischen Wanne mit Wasser oder mit Quecksilber, wenn das Gas von dem Wasser absorbirt wird.

Um im Prisma trockene Gase zu erhalten, ist es nöthig, sie über einer gewissen Menge kaustischen Kalis hinstreichen zu lassen, welche alle Feuchtigkeit einzusaugen vermag. Das Brechungsverhältniß wird zuletzt auf die nämliche Weise wie bei der atmosphärischen Luft bestimmt.

Bei den erwähnten Versuchen theilt sich der gebrochene Lichtstrahl in eine große Menge farbiger Strahlen, was zur unmittelbaren Folge hat, daß sich das Brechungsverhältniß für jeden durchsichtigen Körper mit der Farbe des Lichtstrahls ändert. Dazu kommt noch, daß in den geschiedenen Lichtbündeln die verschiedenfarbigen Parthien, obschon sie stets in derselben Ordnung in Betreff der Farbe aufeinanderfolgen, verschiedene Ausdehnungen haben, welche von der Substanz des Prismas abhängen, so daß man niemals sicher ist, bei dergleichen Versuchen das Auge auf die nämliche Farbenüance zu bringen. Weiterhin werden wir, wenn von der Zerstreuung des Lichtes die Rede ist, Mittel kennen lernen, wodurch diese Schwierigkeit vollständig gehoben wird. In der Regel bezieht sich der Werth von n auf den Strahl von mittlerer Brechbarkeit, der dem gelben Farbenantheil angehört.

Bewegte sich das Licht im leeren Raume mit der Geschwindigkeit u und in einem durchsichtigen Körper mit der kleineren Geschwindigkeit u', so würde das Licht bei dem Uebergange aus dem leeren Raum in den betrachteten durchsichtigen Körper einen Verlust an lebendiger Kraft erleiden, der sich zu der zurückgebliebenen lebendigen Kraft wie $u^2 - u'^2$ zu u'^2 verhalten würde, oder wie $n^2 - 1$ zu 1, wenn $\frac{u}{u'} = n$ wäre. Unter einer derartigen Voraussetzung kann daher der Werth $n^2 - 1$ als das Maß der größeren oder geringeren Wirkung gelten, welcher der durchsichtige Körper auf das ihn hindurchgehende Licht auszuüben vermag; sie ist um so bedeutender, je mehr das Brechungsverhältniß von der Einheit abweicht und würde sich auf Null reduciren, wenn jenes Verhältniß diesen letzteren Werth erreichte. Man nennt deßwegen die Größe $n^2 - 1$, d. h. das um die Einheit verminderte Quadrat des Brechungsverhältnisses eines Mittels seine lichtbrechende Kraft oder sein absolutes Brechungsvermögen. Ist δ die Dichtigkeit des Mittels, so heißt $\frac{n^2 - 1}{\delta}$ sein specifisches Brechungsvermögen.

In folgender Tabelle sind die Werthe genannter Größen für einige Körper zusammengestellt:

Namen der Körper.	Dichte.	Brechungsverhältniß.	Absolutes Brechungsvermögen.	Specifisches Brechungsvermögen.
A. Feste Körper.				
Flußspath	3,180	1,436	1,061	0,334
Flintglas	3,723	1,639	1,687	0,453
Kronglas	2,520	1,533	1,353	0,537
Alaun	1,720	1,457	1,122	0,605
Bernstein	2,230	1,552	1,409	0,632
Steinsalz	2,143	1,557	1,424	0,664
Eis	0,905	1,310	0,716	0,790
Zucker	1,606	1,554	1,415	0,943
Diamant	3,521	2,487	5,185	1,473
Phosphor	1,770	2,424	3,946	2,230
B. Flüssige Körper.				
Schwefelsäure . . .	1,841	1,440	1,074	0,583
Salpetersäure . . .	1,480	1,406	0,977	0,660
Salzsäure	1,156	1,376	0,893	0,776
Wasser	1,000	1,336	0,785	0,785
Alcohol	0,825	1,374	0,885	1,076
Aether	0,715	1,358	0,846	1,183
Olivenöl	1,470	1,161	0,915	1,269
Terpentinöl	0,885	1,476	1,178	1,332
Schwefelkohlenstoff . .	1,263	1,678	1,816	1,438
Cassiaöl	1,080	1,641	1,693	1,567

Die hier angegebenen Brechungsverhältnisse beziehen sich auf den Uebergang des Lichtes aus dem leeren Raume in jeden dieser Körper. Aus den absoluten Brechungsverhältnissen n und n' zweier Mittel läßt sich dann leicht ihr relatives Brechungsverhältniß μ mittelst der Relation $\mu = \frac{n'}{n}$ bestimmen. — Dividirt man das absolute Brechungsvermögen eines Mittels durch das eines andern, so bekommt man ihr relatives Brechungsvermögen. So sind z. B. 1,326 und 0,785 die absoluten Brechungsvermögen des Glases und des Wassers; dividirt man mithin die erstere Zahl durch die zweite, so erhält man 1,69 für das relative Brechungsvermögen des Glases rücksichtlich des Wassers. — Ebenso entspringt das relative specifische Brechungsvermögen zweier Mittel aus dem Quotienten ihrer specifischen Brechungsvermögen. So sind z. B. 0,533 und 0,785 die specifischen Brechungsvermögen

des Glases und des Wassers; folglich $\frac{0{,}533}{0{,}785} = 0{,}679$ das relative specifische Brechungsvermögen des Glases in Bezug auf Wasser.

Wenn man feste und flüssige Körper von verschiedener Natur hinsichtlich ihres Brechungsvermögens miteinander vergleicht, so zeigt sich alsbald, daß dasselbe sich nicht proportional mit der Dichte ändert; was zu dem Schlusse berechtigt, daß jeder Körper eine von seiner Natur besonders abhängende Wirkung auf das Licht ausübe. Ein starkes Brechungsvermögen besitzen die brennbaren Stoffe, wie Harze und Oele, so daß zu seiner Zeit Newton die Vermuthung aussprach, der Diamant müsse wegen seiner starken lichtbrechenden Kraft brennbare Stoffe enthalten: eine Vermuthung, welche in der Folge zur Gewißheit erhoben wurde, indem nachgewiesen ward, daß der Diamant krystallisirter Kohlenstoff ist. Ebenso hat die starkbrechende Kraft des Cassiaöls den Physiker Brewster auf den Gedanken gebracht, daß dieses Oel noch einen besondern Stoff enthalten müsse, den die chemische Analyse auszumitteln hätte. Im Allgemeinen scheint das specifische Brechungsvermögen eines Stoffes constant zu bleiben, so lange derselbe nicht in den luftförmigen Zustand übergeht. Was die Größe der Brechungsverhältnisse anlangt, so liegen dieselben für die Flüssigkeiten zwischen den Grenzen $n = 1{,}05$ bis $n = 1{,}45$; und für die festen Körper zwischen $n = 1{,}4$ bis $n = 3$, indem bis jetzt für das größte Brechungsverhältniß beim chromsauren Blei die Zahl 2,974 gefunden wurde. Von genauen mit Sorgfalt angestellten Untersuchungen über den Zusammenhang zwischen der brechenden Kraft durchsichtiger Mittel und ihrer chemischen Beschaffenheit dürfte vielleicht eine reiche Ernte von wichtigen Resultaten zu erwarten sein.

Dulong hat ein einfaches Verfahren zur Bestimmung des Brechungsvermögens der Gase angegeben. Es stützt sich auf die oben erwähnte Thatsache, daß das absolute Brechungsvermögen eines Gases genau proportional den Veränderungen seiner Dichtigkeit bleibt. Er brachte demnach die in dem hohlen Prisma eingeschlossenen verschiedenen Gase auf einen solchen Grad der Dichtigkeit, daß sie alle dieselbe Ablenkung des Lichtes geben, wie die atmosphärische Luft bei dem Drucke von 76 Centimeter, folglich dasselbe Brechungsverhältniß und dasselbe absolute Brechungsvermögen besaßen. Hat also z. B. die Kohlensäure im Prisma unter einem Drucke von 49,8 Cent. bei derselben Temperatur das Licht ebensoviel abgelenkt, wie die Luft unter einem Drucke von 76 Cent.; so hat man, da sich die absoluten Brechungsvermögen wie die Dichtigkeiten verhalten, die Proportion $1 : x = 498 : 760$. Daraus folgt das absolute Brechungsvermögen der Kohlensäure $x = 1{,}526$

bei gleicher Temperatur und unter gleichem Drucke, wenn das der atmosphärischen Luft zur Einheit angenommen wird.

Durch solche mit großer Genauigkeit angestellte Versuche hat Dulong das Brechungsvermögen der Gase im Vergleich zu jenem der Luft bestimmt. Die von Dulong erhaltenen Resultate sind in folgender Tabelle zusammengestellt. Die Zahlen der ersten Columne sind directe Beobachtungsresultate; multiplicirt man sie mit 0,000589, dem absoluten Brechungsvermögen der Luft, so erhält man die Zahlen der zweiten Columne oder die Werthe von $n^2 - 1$; addirt man zu diesen Zahlen die Einheit hinzu und zieht dann die Quadratwurzel aus, so bekommt man die Zahlen der dritten Columne oder die Brechungsverhältnisse; die vierte Columne endlich gibt die Dichtigkeit der Gase, die der Luft als Einheit angenommen:

Namen der Gase.	Brechungsvermögen im Vergleich mit jenem der Luft.	Absolutes Brechungsvermögen.	Brechungsverhältnisse.	Dichtigkeit.
Atmosphärische Luft . .	1,000	0,000589	1,000294	1,000
Sauerstoffgas	0,924	0,000544	1,000272	1,1026
Wasserstoffgas	0,470	0,000277	1,000138	0,0685
Stickstoffgas	1,020	0,000601	1,000300	0,976
Ammoniakgas	1,309	0,000771	1,000385	0,591
Kohlensäuregas	1,526	0,000899	1,000449	1,524
Chlorgas	2,623	0,001545	1,000772	2,47
Wasserdampf	1,000	0,000589	1,000294	0,625
Schwefelätherdampf . .	5,197	0,003061	1,00153	2,58
Schwefelkohlenstoffdampf	5,110	0,003010	1,00150	2,644

Aus der Vergleichung dieser Zahlen lassen sich nachstehende Folgerungen ziehen:

1) Die Brechungsvermögen der Gase scheinen in keiner Beziehung zu deren Dichtigkeiten zu stehen. So z. B. ist der Schwefelätherdampf sehr wenig dichter als Chlorgas, sein Brechungsvermögen dagegen das doppelte des vom Chlor. Das Chlorgas ist mehr als viermal so dicht als das Ammoniakgas, während das Brechungsvermögen des Chlorgases nur doppelt so groß ist, als das Brechungsvermögen des Ammoniakgases. —

2) Das absolute Brechungsvermögen eines Gasgemenges ist gleich der Summe der absoluten Brechungsvermögen seiner Bestandtheile.

So z. B. besteht die Luft aus 0,21 Sauerstoff und 0,79 Stickstoff; multiplicirt man das specifische Brechungsvermögen des Sauerstoffs 0,924 mit 0,21 und das des Stickstoffs 1,02 mit 0,79; so bekommt man die Produkte 0,19404 und 0,8058, deren Summe 0,99984 sehr wenig von der Einheit verschieden ist. Ein Gemenge aus Wasserstoffgas und Kohlensäuregas zu gleichen Theilen hatte nach der Beobachtung das Brechungsvermögen 1,0017. Nun ist das Brechungsvermögen des Kohlensäuregases = 1,526 und das Brechungsvermögen des Wasserstoffgases = 0,47; mithin das Brechungsvermögen des Gemenges nach der Rechnung $= 1{,}526 \,.\, 0{,}5 + 0{,}47 \,.\, 0{,}5 = 0{,}998$, welches nur um 0,0037 kleiner ist als das beobachtete Brechungsvermögen.

3) Das absolute Brechungsvermögen einer Gasverbindung ist bald größer bald kleiner als die Summe der Brechungsvermögen der Bestandtheile. — Für Ammoniakgas z. B. ist das absolute Brechungsvermögen = 1,309. Dieses Gas besteht nun aus 0,8235 Stickstoffgas und 0,1765 Wasserstoffgas, deren Brechungsvermögen beziehungsweise = 1,02 und = 0,47 sind; das berechnete Brechungsvermögen ist demnach gleich $0{,}8235 \times 1{,}02 + 0{,}1765 \times 0{,}47 = 0{,}9229$, welches um 0,386 kleiner als das beobachtete ist. — Für Salzsäuregas ist das beobachtete Brechungsvermögen = 1,527. Dieses Gas besteht aber aus 0,9725 Chlorgas und 0,0275 Wasserstoffgas, deren bezügliche Brechungsvermögen 2,623 und 0,47 sind. Die Rechnung gibt daher das Brechungsvermögen des Salzsäuregases gleich $0{,}9725 \,.\, 2{,}623 + {}$ $+ 0{,}0275 \,.\, 0{,}47 = 2{,}56379$, welches um 1,0367 größer ist als das beobachtete Brechungsvermögen.

4) Die Wärme ändert das Brechungsvermögen eines Gases nicht, wenn nicht zugleich die Dichte eine Aenderung erleidet, da das specifische Brechungsvermögen bei jeder Temperatur constant befunden wurde.

Das specifische Brechungsvermögen einer Substanz im tropfbar flüssigen Zustande ist größer als das specifische Brechungsvermögen derselben Substanz im ausdehnsamen Zustande, wie dies aus folgendem Dulong's Untersuchungen entlehnten Beispiele zu ersehen ist. Das specifische Brechungsvermögen des Schwefelkohlenstoffdampfs in Beziehung auf die Luft ist gleich $\frac{5{,}11}{2{,}644} = 1{,}932$. Der tropfbar flüssige Schwefelkohlenstoff dagegen hat ein specifisches Brechungsvermögen gleich 1,438. Da aber die Luft ein absolutes Brechungsvermögen 0,000588 und eine Dichtigkeit in Bezug auf Wasser gleich 0,001299 besitzt; so ist ihr specifisches Brechungsvermögen gleich 0,453. Folglich das Brechungsvermögen des tropfbar flüssigen Kohlenstoffs in Beziehung auf Luft gleich $\frac{1{,}438}{0{,}453} = 3{,}176$. Der Schwefelkohlenstoff hat also im

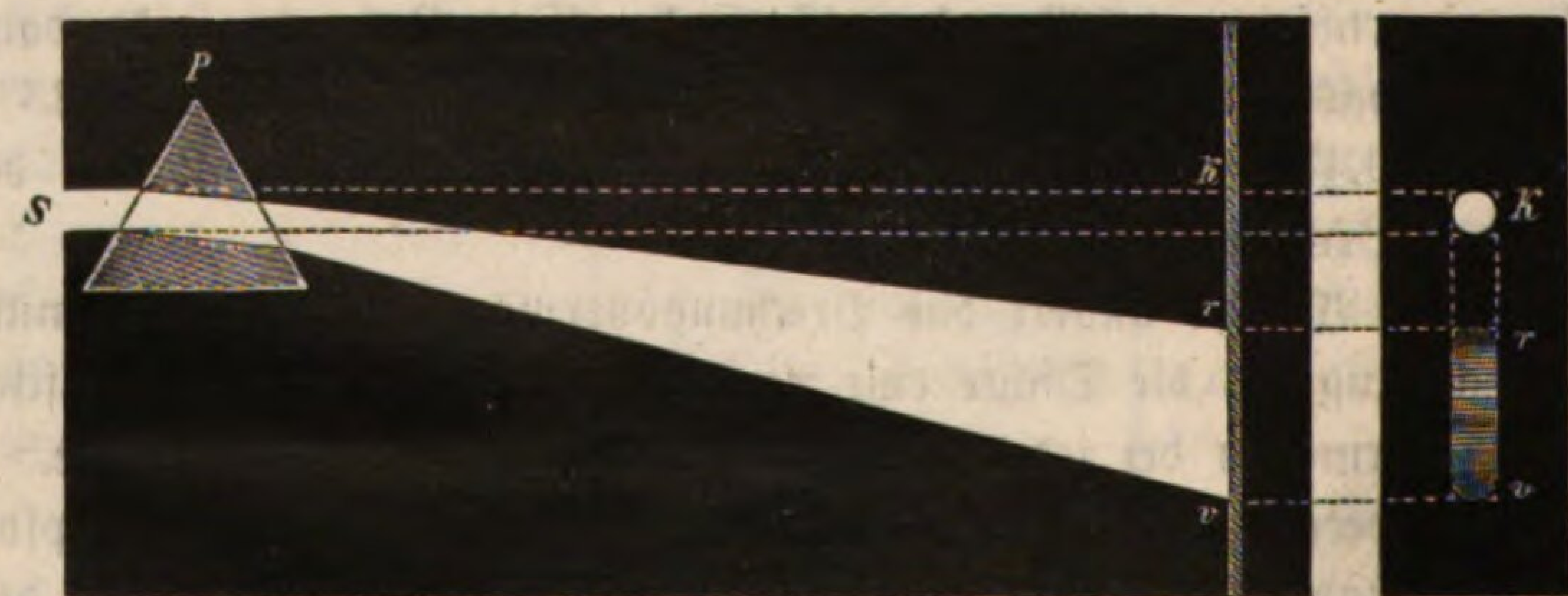
tropfbar flüssigen Zustande ein specifisches Brechungsvermögen größer als 3, und im ausdehnsamen Zustande ein specifisches Brechungsvermögen kleiner als 2.

IV. Von der Zerstreuung oder Dispersion des Lichtes. (Dioptrische Chromatik.)

1. Zerlegung und Wiederherstellung des weißen Lichtes. Homogene und complementäre Farben.

Bisher war nur kurz der Thatsache Erwähnung geschehen, daß das fortschreitende Sonnenlicht sich bei der Brechung in verschiedenfarbige Strahlen spaltet. Jetzt wollen wir uns ausführlicher mit dieser Erscheinung beschäftigen, welche man die Zerstreuung oder die Dispersion des Lichtes nennt und deren vollständige Untersuchung wir insbesondere dem Scharfsinn Newtons verdanken. Um jene neue Eigenschaft des Lichtes in ihrer Reinheit und ganzen Schönheit beobachten zu können, lasse man mit Hülfe eines Heliostats durch eine kleine Oeffnung am Fensterladen in ein vollkommen dunkeles Zimmer einen Sonnenstrahl einfallen, den man daselbst auf einem ihm senkrecht entgegen gehaltenen weißen Schirme auffängt. Es zeigt sich ein rundes

Fig. 121.



ungefärbtes Sonnenbild k, dessen Glanz in der Mitte am stärksten ist und von da nach den Rändern zu immer schwächer wird, wo er zuletzt ganz und gar verschwindet. Man bringe jetzt ein horizontal liegendes Prisma, dessen brechender Winkel nach oben gekehrt ist, nahe vor die Oeffnung, damit alles durch dieselbe eintretende Licht von ihm aufgefangen werden könne. Statt des vorhin wahrgenommenen kreisförmigen Sonnenbildes zeigt sich nunmehr auf dem weißen Schirm ein längliches Farbenbild rv, welches zwei verticale gerade Linien zu Seiten hat und an seinen beiden Enden abgerundet ist. Die Breite dieses prismatischen Farbenbildes oder Sonnenspectrums

kommt dem Durchmesser des dem ungebrochenen Lichte entsprechenden Sonnenbildes gleich, dagegen ändert sich seine Länge mit dem Einfallswinkel und dem brechenden Winkel des Prisma. In dem prismatischen Farbenbilde zeigt sich, wenn man es seiner Länge nach betrachtet, eine Reihe unzähliger, allmählich ineinander übergehenden Farbenabstufungen, unter denen folgende sechs Hauptfarben bemerkbar sind, nämlich: Roth, Orange, Gelb, Grün, Blau, Violet. Ist der brechende Winkel des Prisma abwärts gekehrt, so ist die Ordnung der Farben im Spectrum, welches durch den zum Prisma geleiteten Sonnenstrahl erzeugt wird, die umgekehrte; es wird also stets das Roth am wenigsten, das Violet am weitesten von dem Orte abgelenkt, wo das weiße Sonnenbild liegt, wenn das Prisma nicht zur Anwendung kommt. Um zwischen den Farben des Spectrums und den sieben Tönen einer Octave eine gewisse Analogie herzustellen hat Newton die unendlich vielen Farbenabstufungen des Spectrums in sieben Hauptgattungen eingeschlossen, indem er zwischen Blau und Violet noch Indigo einschaltete. — Die prismatischen Farben werden auch Regenbogenfarben genannt, weil man sie ebenfalls im Regenbogen wahrnimmt. Die Farbentrennung wird vollständiger, wenn man die Oeffnung im Fensterladen möglichst klein macht, ein Prisma wählt, dessen brechender Winkel wenigstens 60° zählt, und das Spectrum in einiger Entfernung von etwa 5—6 Meter auffängt. Wenn der Schirm in die Nähe des Prisma gerückt wird, erscheint das Spectrum in der Mitte weiß und nur an den Rändern gefärbt. Auf eine ähnliche Weise wie ein Prisma aus Glas wirkt auch ein Prisma aus irgend einem andern durchsichtigen Stoffe; die Farben kehren immer in derselben Ordnung wieder, obschon die Länge des Spectrums wie die der einzelnen farbigen Parthien von der Beschaffenheit der Substanz des Prisma abhängt.

Der vorstehende Versuch führt uns sofort auf folgende Ergebnisse:

1) Das directe Sonnenlicht besteht aus verschiedenen farbigen Bestandtheilen, welche verschiedene Grade der Brechbarkeit besitzen.

2) Mit einer Strahlengattung von eigenthümlicher Brechung steht eine Art von Farbe in Verbindung, so daß man jeden Strahl nach der Farbe benennen kann, deren Empfindung er uns zu erregen vermag. Es werden also die Strahlen, welche am wenigsten brechbar sind, die Empfindung des Roth hervorbringen; und die Strahlen, welche die größte Brechbarkeit haben, die Empfindung des Violet hervorrufen. Damit soll jedoch keineswegs gesagt sein, daß diese Strahlen an sich roth oder violet sind, ebenso wenig wie wir von dem schallenden Körper behaupten, daß der Ton in ihm liege; es solle damit nur

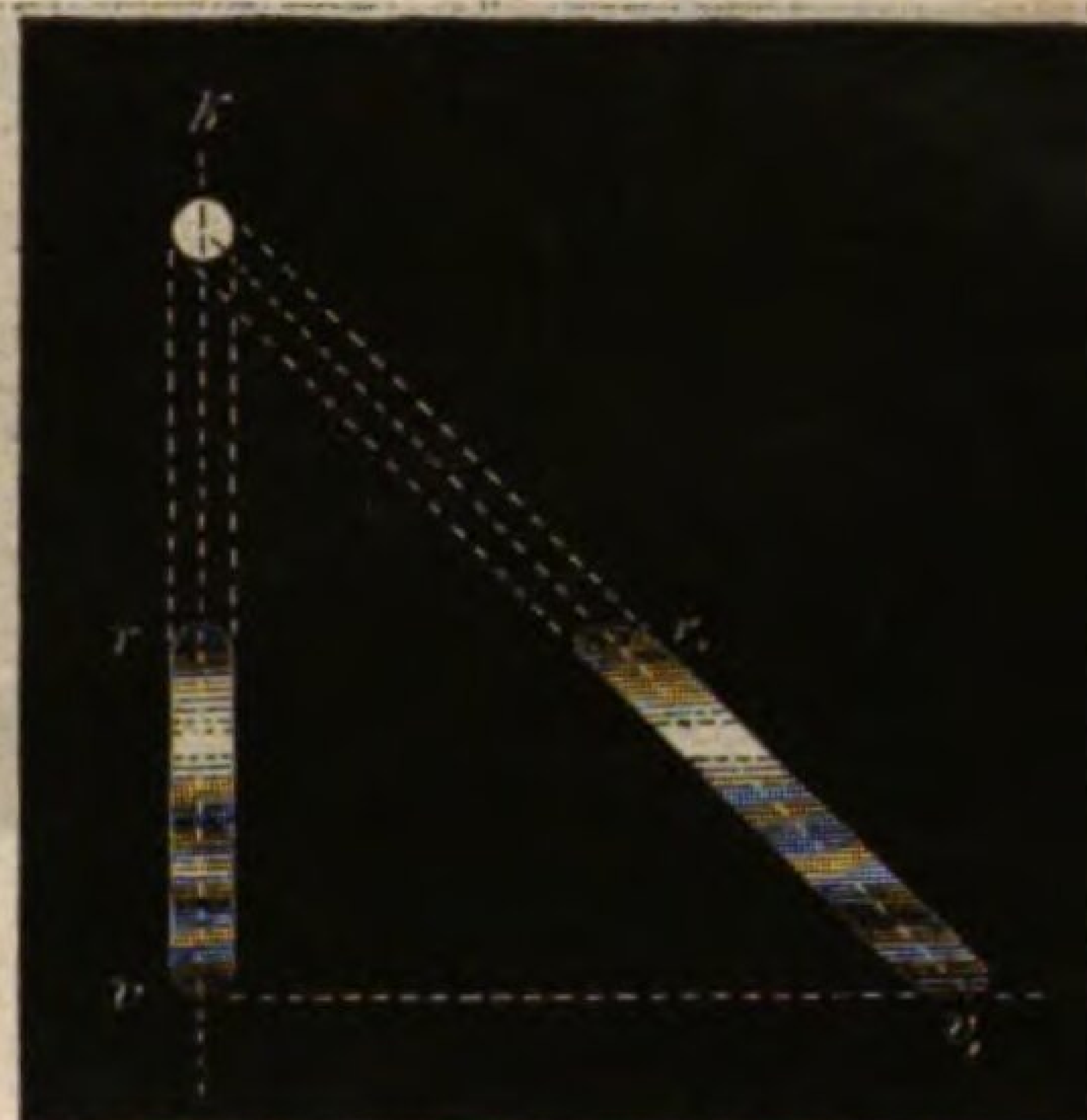
die Empfindung bezeichnet werden, welche jene Strahlen hervorzubringen vermögen.

3) Bei Strahlen derselben Farbegattung ist die Brechbarkeit nicht genau dieselbe; denn offenbar wird das am Ende des Spectrums liegende Roth weniger abgelenkt als das mittlere Roth und noch weniger als das an das Orange grenzende Roth. Aehnliches gilt von den anderen Lichtgattungen in der ganzen Ausdehnung des Spectrums, so daß diese stetig zunehmende Brechbarkeit vom äußersten Roth bis zum äußersten Violet uns zu dem Ausspruche berechtigt, daß das weiße Licht kein Einfaches, sondern ein aus unendlich vielen farbigen Lichtarten zusammengesetztes ist.

4) Das prismatische Spectrum läßt sich auf folgende Art entstanden denken. Nehmen wir für einen Augenblick an, daß das weiße Licht blos aus zwei Theilen bestände, nämlich dem äußersten Roth und dem äußersten Violet; so würden wir statt des Spectrums nur zwei von einander getrennte runde gefärbte Bilder erblicken, von denen das eine roth und das andere violet wäre. Gleichwie nun jeder dieser beiden Strahlen sein besonderes Bild liefert, so wird auch jede andere Strahlengattung ein eigenes Bild geben, deren jedes an einem andern ihrer Brechbarkeit angemessenen Orte liegen wird. Indem auf solche Weise jede Strahlengattung, in welche der weiße Strahl zerlegt wird, ein rundes Bild darstellt, kommen unendlich viele kreisförmige Bilder zum Vorschein, welche zum Theil übereinander fallen und deren Gesammtheit das längliche prismatische Farbenbild ausmacht. Aus dem Umstand, daß das Spectrum an den Seiten von parallelen Linien begrenzt wird, geht hervor, daß die Anzahl der verschiedenfarbigen Strahlen, aus denen der weiße Sonnenstrahl besteht, unendlich groß angenommen werden muß. Daß die Anzahl der Farben für unser Auge nur als eine endliche sich herausstellt und Verschiedenartiges hier unter einem Namen zusammengefaßt wird, hat seinen Grund in dem Mangel der Unterscheidungsfähigkeit des Auges, insofern es erst den Unterschied in der Farbenempfindung wahrnimmt, wenn der Unterschied der Brechbarkeit einen gewissen Grad erreicht hat. Die Akustik bietet ganz analoge Erscheinungen, wenn wir z. B. den beiden Tönen cis und des, oder den beiden Tönen fis und ges, welche sehr wenig von einander abweichen, in der Ausübung gewöhnlich nur einen Werth beilegen.

Die verschiedene Brechbarkeit der verschiedenfarbigen Strahlen ist eine denselben wesentlich angehörende Eigenschaft, welche sie bei jeder folgenden Brechung unveränderlich beibehalten. Um diese schon aus der länglichen Form des Spectrums sich ergebende Wahrheit durch den

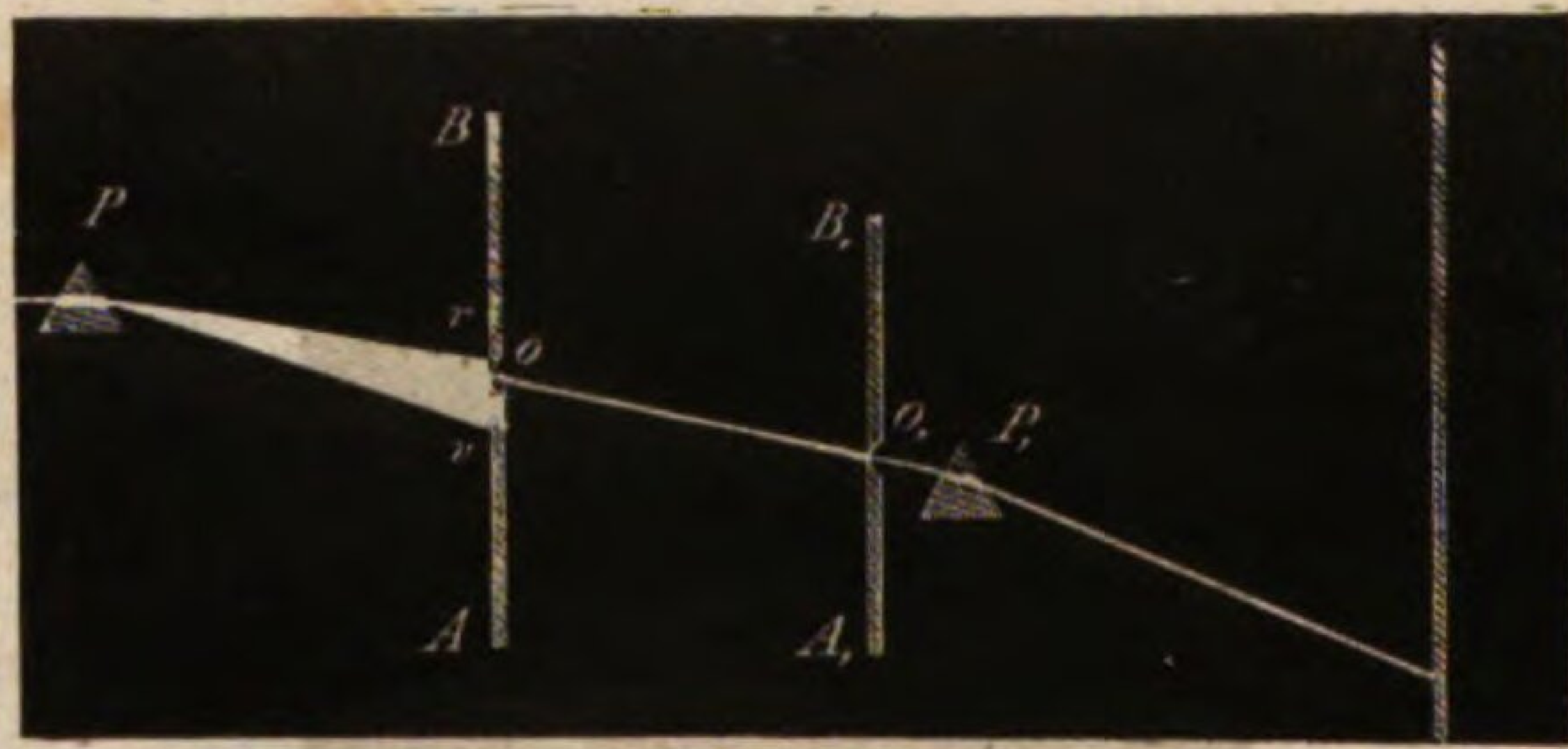
Fig. 122.



Versuch zu bewähren, stellte Newton hinter das horizontale Prisma, welches auf dem Schirme ein verticales Spectrum rv hervorbringt, ein zweites verticales Prisma auf, das dem ersten in jeder Hinsicht gleich und gegen das einfallende Licht auf die nämliche Weise geneigt ist, mithin seine Wirkung bei jedem Strahle genau soviel beträgt wie jene durch das erste Prisma hervorgebrachte. Es wird also der rothe Antheil r' des zweiten Bildes vom entsprechenden Roth des ersten ebensoweit abgelenkt erscheinen, als das letztere bei der ersten Brechung vom directen Blide k abgelenkt war. Dasselbe gilt auch in Bezug auf die übrigen Parthien des ersten Bildes, woraus folgt, daß das zweite Bild noch zwischen den nämlichen Horizontallinien enthalten ist als das erste ohne an Breite zugenommen zu haben. Der rothe Antheil, welcher durch das erste Prisma die geringste Ablenkung erlitten, bildet den rothen Antheil des zweiten Bildes und hat die schwächste Ablenkung erfahren; das entgegengesetzte Ende, welches ebenfalls violet erscheint, ist am meisten abgelenkt worden. Wegen der Gleichheit von kr und rr' muß die Achse r'v' des zweiten Bildes gegen die Verticale kv um 45° geneigt sein und durch die Mitte k des directen Bildes gehen. Die Erfahrung bestätigte diese Folgerungen aufs Vollkommenste, wodurch die Wahrheit der oben ausgesprochenen Sätze auf das Unzweifelhafteste dargethan ist.

Nachstehender gleichfalls von Newton zuerst angestellter Versuch führt zu demselben Resultate. Man fängt das Farbenbild auf einer Tafel AB auf, welche eine ganz kleine Oeffnung O hat, (Fig. 123), so daß durch dieselbe ein kleiner Kegel von ziemlich gleichfarbigem Licht hindurchgeht, welches bei seinem Auffallen auf einer zweiten Tafel A'B' ein kleines Bild der Oeffnung O daselbst erzeugen wird, dessen Farbe eine einzige dem auf die Oeffnung fallenden Theil des Farbenbildes ent-

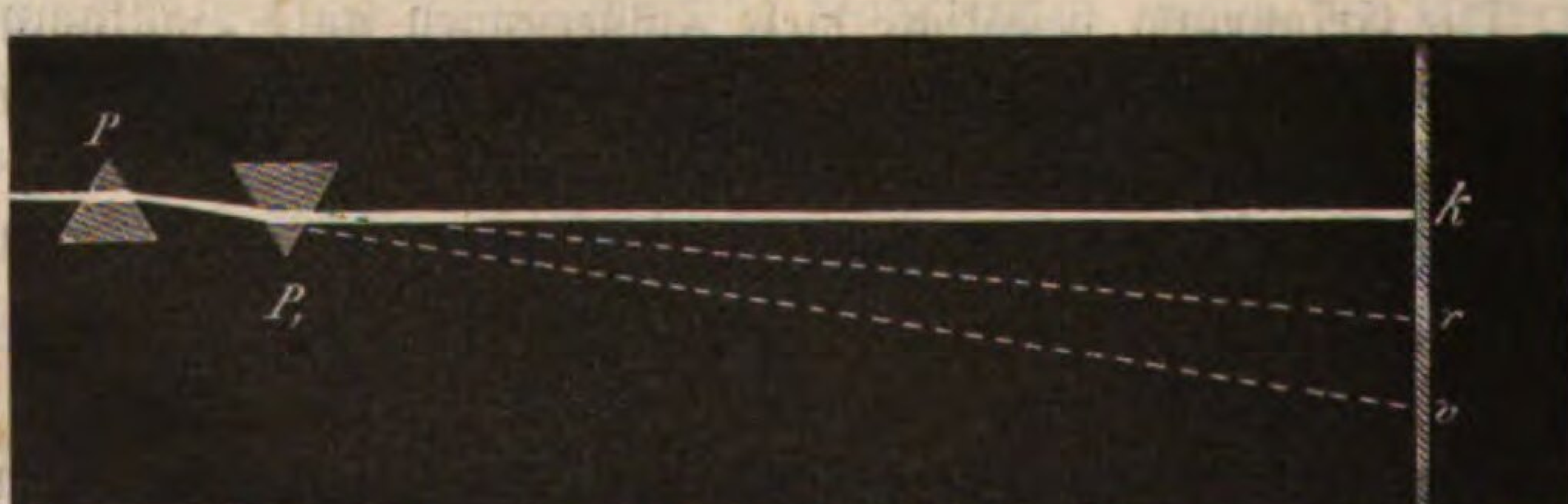
Fig. 123.



sprechende ist, mithin z. B. roth, wenn die Oeffnung O in den rothen Theil des Spectrums fällt, blau wenn sie im blauen Lichte liegt. Durch Drehen des Prismas P kann man nach und nach alle Farben durch die Oeffnung O gehen lassen, und so gewissermaßen sich wieder überzeugen, daß jede Gattung der farbigen Strahlen ein eigenes vollständiges Sonnenbild darstellt. Nachdem nun auf solche Weise eine Strahlengattung vom übrigen Theil des Spectrums abgesondert ist, lasse man es durch eine in der zweiten Tafel angebrachte kleine Oeffnung O' hindurchgehen, hinter der man in einer bestimmten Lage ein zweites Prisma P' aufgestellt hat. Durch dieses zweite Prisma wird wohl jeder Strahl gebrochen und zwar desto stärker, je näher er im Farbenbilde dem Violet liegt, wird aber durch diese zweite Brechung nicht mehr in der Farbe verändert werden.

Obschon durch vorstehende Versuche die zusammengesetzte Natur des Sonnenlichtes hinlänglich dargethan worden ist, so wird man doch noch mehr von dieser Wahrheit überzeugt, wenn man durch Hineinlenkung der farbigen Strahlen des Spectrums in dieselbe Richtung oder durch Vereinigung dergleichen Strahlen in demselben Punkte das weiße oder farblose Licht wieder entstehen sieht. Läßt man nämlich die

Fig. 124.

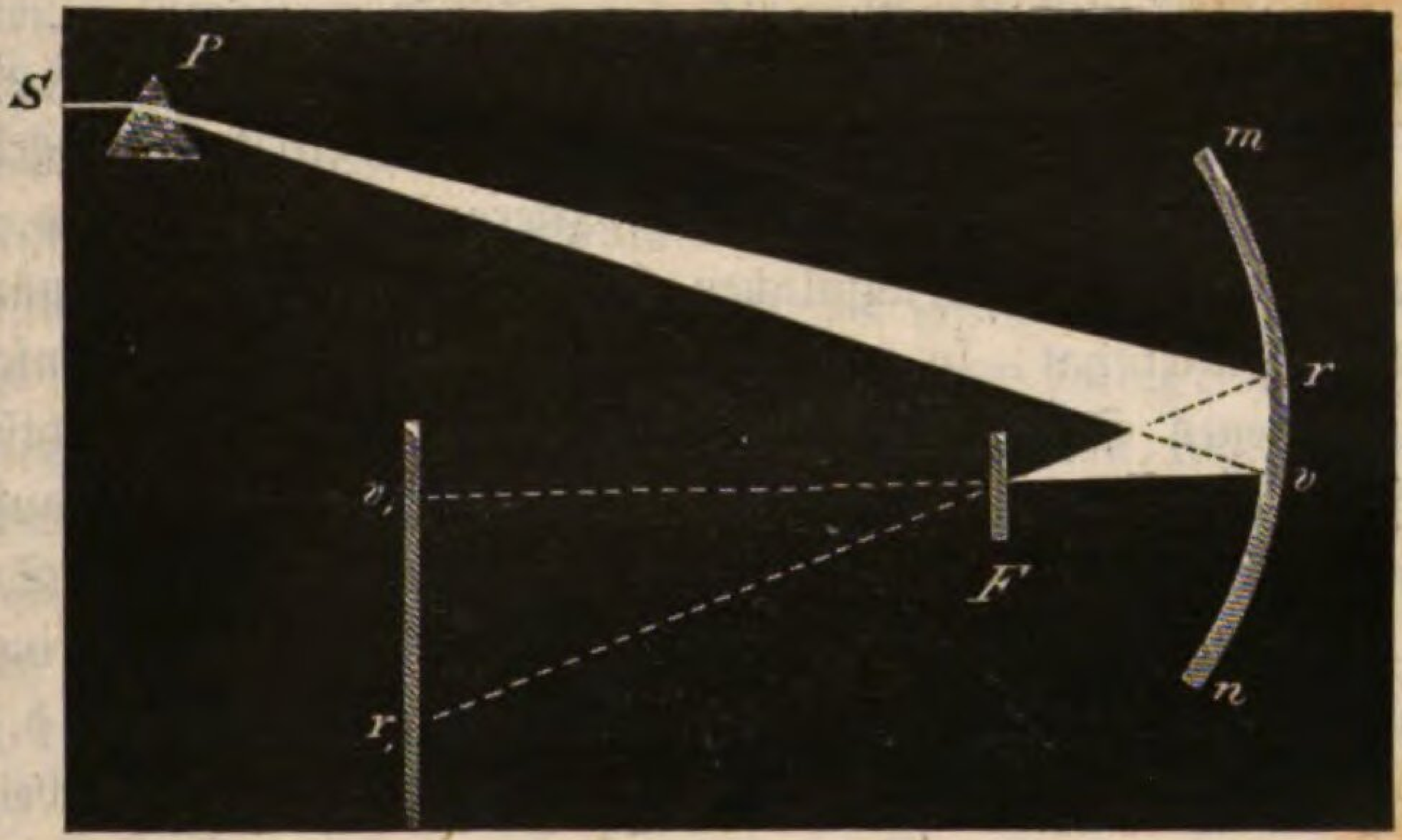


durch ein Prisma P getrennten Strahlen durch ein zweites Prisma P' von demselben Stoffe und von demselben brechenden Winkel, aber von

einer entgegengesetzten Lage wieder in dieselbe Richtung bringen; so wird man das Lichtbündel, welches zwischen den beiden Prisma noch gefärbt erscheint, bei dem Austritte aus dem zweiten Prisma weiß sehen und beim Auffangen mit dem Schirme ein weißes rundes Bild der Sonne erblicken. Durch das zweite Prisma wurde die Ablenkung, welche jeder Strahl im ersten erlitten hatte, wieder aufgehoben, so daß die verschiedenfarbigen Strahlen in dieselbe Richtung gebracht wurden, welche Wirkung die Wiederherstellung des weißen Lichtes zur Folge hat.

Man lasse das Spectrum auf einen Hohlspiegel mn fallen, dergestalt daß die Strahlen nach unten reflectirt werden, wie die Figur

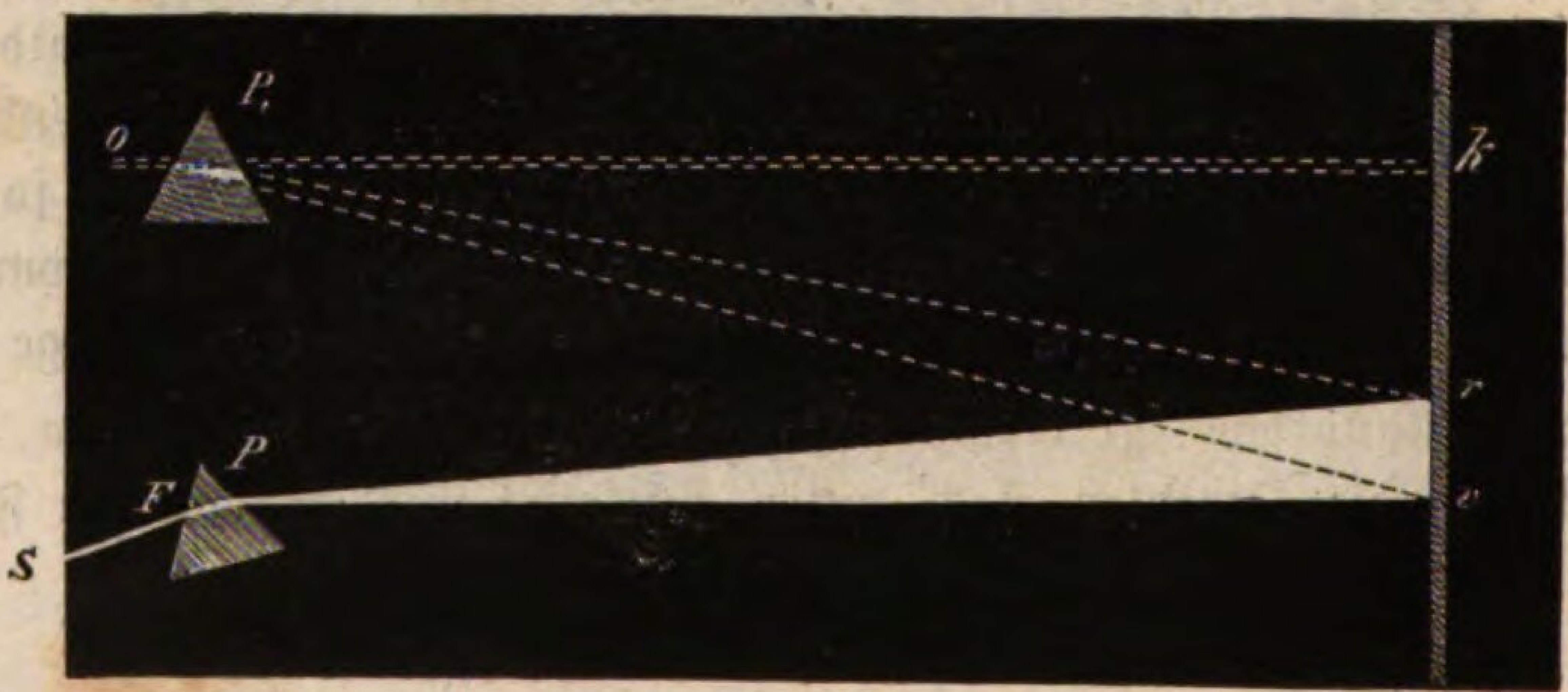
Fig. 125.



angibt. Die verschiedenfarbigen Strahlen, in welche das weiße Licht im Prisma gesondert wurde, werden nach der Reflection in einem Punkte F zusammentreffen, so daß, wenn man daselbst eine weiße Tafel aufstellt, auf ihr ein weißes Sonnenbild entsteht, wie es von directen Sonnenstrahlen gebildet worden wäre. Indem man also die verschiedenfarbigen Strahlen des Spectrums in einem Punkte vereinigt, wird man die weiße Farbe hervorbringen. Wenn man das zurückgeworfene Licht nicht in dem Brennpunkte selbst, sondern in einem dem Spiegel nähern oder entferntern Punkte auffängt; so wird die Wiedervereinigung unvollständig sein, und zwar werden die äußersten Farben des Spectrums in ihrer gewöhnlichen Ordnung sich zeigen, wenn das Bild näher beim Spiegel ist, dagegen in der umgekehrten Ordnung, wenn es weiter davon aufgefangen wird. Aus diesem Versuche können wir zugleich die Folgerung ziehen, daß die verschiedenartigen farbigen Strahlen durch die Reflection, ihre Eigenschaft, eine bestimmte Farbenempfindung zu erregen, weder verlieren noch ändern.

Daß die prismatischen Farben durch Vereinigung wieder Weiß geben, zeigt uns auch folgender interessanter, abermals von Newton

Fig. 126.



zuerst angestellter Versuch. Man fange den in das dunkele Zimmer eingelassenen Strahl SF, nachdem er durch das Prisma P gebrochen worden, auf einer weißen Tafel auf. Hierauf halte man ein zweites Prisma P', das aus dem nämlichen Stoff besteht und den nämlichen brechenden Winkel hat, so vor die Augen, daß die verschiedenfarbigen von verschiedenen Stellen des Spectrums rv ausgehenden Lichtstrahlen auf dieses Prisma möglichst genau unter denselben Winkeln auffallen, unter denen sie aus dem ersten Prisma ausgetreten sind. Die Strahlen werden dann im zweiten Prisma das nämliche Verhalten wie im ersten Prisma befolgen, nur in umgekehrter Ordnung hindurchgehen, d. h. aus dem zweiten Prisma in paralleler Richtung austreten, wie es bei ihrem Ankommen an dem ersten Prisma der Fall gewesen. Das Auge wird darum in jener Richtung ein kreisförmiges weißes Bild statt des farbigen Spectrums sehen. Durch einige Versuche läßt sich leicht für das Prisma P' die Stellung ausmitteln, bei welcher die in Frage stehende Erscheinung mit der gewünschten Genauigkeit zu Tage tritt.

Die Vereinigung der farbigen Strahlen oder die Wiederherstellung der weißen Farbe bewirkt man auch dadurch, daß man das Prisma durch irgend ein Mittel in eine rasche oscillirende Bewegung versetzt. Durch eine derartige Bewegung macht man das auf dem Schirm aufgefangene Spectrum rasch hin und her gehen, wobei sich ein weißer Lichtstreifen zeigt, der nur an den Enden etwas farbig erscheint. Das Auge empfängt nämlich von dem Schirm schnell aufeinander die Eindrücke von allen Farben des Spectrums, durch deren gleichzeitige Wirkung das weiße Licht hervorgeht; oder das Auge empfindet dasselbe, als wenn unzerlegtes Sonnenlicht auf den Schirm fiele.

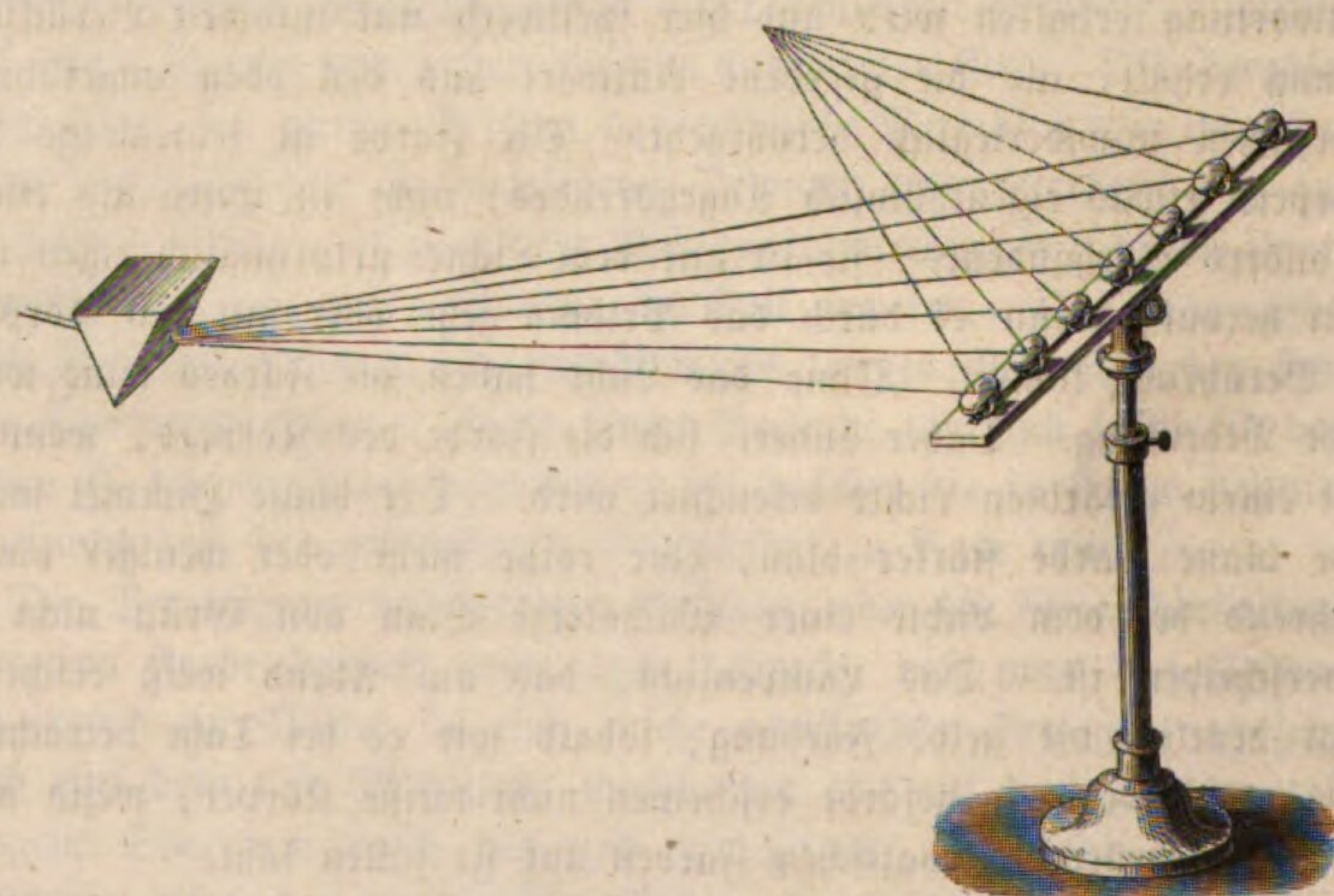
Da jeder einzelne farbige Strahl des Spectrums seine besondere farbige Eigenschaft, d. h. das Vermögen, den Eindruck einer bestimmten

Farbe hervorzubringen, weder durch spätere Brechung noch spätere Reflection verändert; so sind wir zu dem oben gethanen Ausspruche berechtigt; daß jedes solches Licht ein Einfaches oder Homogenes sei, während das weiße Licht als ein Zusammengesetztes oder Heterogenes angesehen werden müsse. Eine weitere Bestätigung für die Richtigkeit dieser Aussage finden wir darin, daß, wenn blos ein einziges farbiges Lichtbündel, z. B. rothes auf irgend einen Körper von einer andern Farbe, z. B. gelben oder blauen fällt, der letztere roth sich zeigt und seine ursprüngliche gelbe oder blaue Farbe verliert, welche ihm eigenthümlich zu sein schien. Ebenso erscheinen die Körper im gelben Lichte gelb, im blauen blau, gleichsam als wenn diese Farben ihnen angehörten. Wären daher die an den Körpern gewöhnlich wahrgenommenen Farben vorhanden wie die prismatischen Farben, so würden sie in einer anders farbigen Beleuchtung auch ihre besondere farbige Eigenschaft in auffallender Weise geltend machen als dies in der Wirklichkeit der Fall ist; ihre gewöhnliche Farbe entsteht erst in der weißen Beleuchtung. Von selbst wirft sich hier die Frage auf, wie wird denn das Licht an den Körpern und durch die Körper farbig; eine interessante Frage, die an verschiedenen geeigneten Stellen später ihre Beantwortung erhalten wird und hier theilweise nur insoweit Berücksichtigung erhält, als die gegebene Antwort aus den oben angeführten Versuchen unwiderleglich hervorgeht. Die Farbe ist keineswegs den Körpern etwas eigenthümlich Angehörendes, nicht in ihnen als etwas besonders Vorhandenes; sie ist nur dem Lichte ursprünglich eigen und tritt hervor, wenn es durch das Prisma geht oder mit den Körpern in Berührung kommt. Ohne das Licht haben die Farben keine wirkliche Bedeutung. Daher ändert sich die Farbe des Körpers, wenn er mit einem gefärbten Lichte beleuchtet wird. Der blaue Himmel macht eine blaue Farbe stärker blau, eine rothe mehr oder weniger violet, während bei dem Lichte einer Wachskerze Blau von Grün nicht zu unterscheiden ist. Das Lampenlicht, das am Abend weiß erscheint, zeigt deutlich die gelbe Färbung, sobald wir es bei Tage betrachten. Wie verschiedenartig gefärbt erscheinen nicht weiße Körper, wenn man die verschiedenen prismatischen Farben auf sie fallen läßt.

Wir nennen die Farbe eines leuchtenden Körpers homogen, wenn in ihrer Beleuchtung alle nicht leuchtenden Körper nur Abstufungen von stärkerer oder schwächerer Helligkeit darbieten und sich aus dem Lichte kein anderer Farbeneindruck entwickeln läßt als der, welchen es selbst hervorbringt. In einem homogenen Roth verlöschen mithin alle übrigen Farben und diejenigen Körper erscheinen in ihm am hellsten, welche in weißer Beleuchtung weiß oder mit dem nämlichen Roth sich

zeigen, wie jene rothe Flamme im Dunkel. Eine derartige Flamme heißt monochromatisch, wie auf ähnliche Weise eine Flamme dichromatisch genannt wird, in deren Beleuchtung zwei im weißen Lichte verschiedene Farben nicht verlöschen. Ebenso ist die Farbe eines nicht leuchtenden Körpers homogen, wenn sie nur in einer homogenen Beleuchtung nicht verschwindet, aber in allen andern. Dieselben Bestimmungen gelten auch für durchsichtige Körper. So z. B. ist ein homogen rothes Glas undurchsichtig für alle homogenen Farben, Roth ausgenommen, desgleichen eine homogen blaue Flüssigkeit, wie z. B. eine Lösung von schwefelsaurem Kupferoxydammoniak für alle homogenen Farben undurchsichtig, mit Ausnahme des Blauen. — Sehr bemerkenswerth ist es aber, daß jedes farbige Licht nicht immer ein homogenes ist: denn durch das Zusammenwirken verschiedener Farben des Spectrums kann man in dem Auge den nämlichen Eindruck hervorbringen, den eine einzige Farbe erregt. Um durch den Versuch die Farben zu bestimmen, welche durch Mischung mehrerer homogenen Farben hervorgehen, kann man einen aus sieben kleinen Spiegeln bestehenden Apparat anwenden. Man stellt diesen Apparat in einer hinlänglichen

Fig. 127.

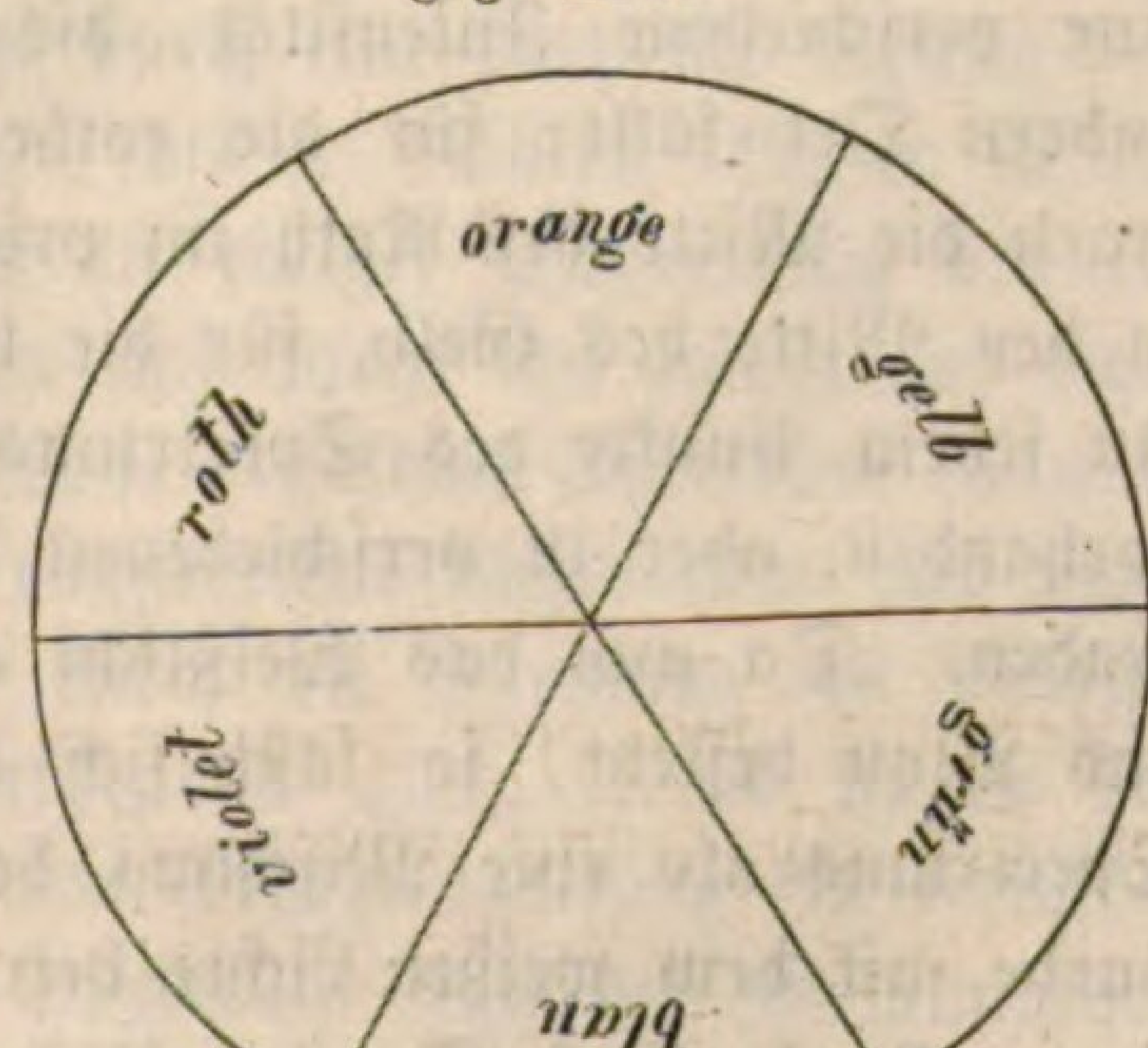


Entfernung von dem Prisma auf, so daß jede einzelne Strahlengattung des Spectrums allein auf einen jener Spiegel fällt. Indem man dann den Spiegeln die gehörige Neigung gibt, kann man nach Belieben die eine oder die andere Art von Strahlen in demselben Punkte einer weißen Tafel vereinigen und so die Farbe beobachten, welche aus ihrer Mischung hervorgeht. Man findet solchergestalt zuvörderst daß aus

der Mischung aller einfachen Farben das Weiß sich ergibt, wie es zu erwarten war. Dann zeigt sich, daß jede einzelne Farbe durch die Vereinigung ihrer beiden angrenzenden Farben nachgeahmt werden kann. So entsteht aus der Vermischung des Roth und Gelb das Orange; aus der Vereinigung des Blau und Gelb das Grün. Denkt man sich die sechs Farben des Spectrums nach ihren Abstufungen im Kreis herumgelegt, so wird das Roth an das Violet anstoßen, das zugleich durch Mischung von Blau und Roth sich zu erkennen gibt, während durch die Vereinigung des äußersten Roth und Violet eine neue Farbengattung hervorgerufen wird, die man mit dem Namen **purpurroth** zu bezeichnen pflegt. Dergleichen Mischungen lassen sich übrigens auf die mannigfaltigste Weise abändern und in den verschiedensten Verhältnissen ausführen, wodurch ebenso viele Farbennüancen zu Tage treten, welche durch das Prisma betrachtet in ihre einfachen Farben sich auflösen. Ob eine Farbe also homogen sei oder nicht, darüber vermag das Auge für sich allein nicht zu entscheiden; um ein sicheres Urtheil darüber abzugeben bedarf es dazu des Prisma's. — Jene Uebereinstimmung des gemischten Farbeneindrucks mit dem durch eine homogene Farbe hervorgerufenen erinnert uns unwillkührlich an eine analoge auf dem Gebiete der Töne besprochene Erscheinung, wir meinen den Tartinischen Ton, der aus der Combination zweier von einander verschiedener Töne entsteht. Wie hier also z. B. aus dem gleichzeitigen Ertönen des Grundtones und seiner Quint das Ohr die tiefere Octave heraushört, so sieht in ähnlicher Weise das Auge durch den zusammenfallenden Eindruck des Blauen und Gelben das zusammengesetzte nicht homogene Grün.

Zur Entstehung des farblosen Lichtes ist nicht gerade die Vereinigung von sämmtlichen Farben des prismatischen Spectrums nöthig; schon zwei Farbengattungen allein bringen Weiß hervor, insofern sie in dem richtigen Verhältniß miteinander verbunden werden. Die zwei Farbengattungen, durch deren Vereinigung Weiß entsteht, kann man sich am klarsten vor Augen führen, wenn man sich wieder die sechs Farben des Spectrums nach ihrer Ordnung in einen Kreis eingetragen denkt, so daß dadurch ein farbiges regelmäßiges Sechseck gebildet wird. Je zwei in diesem Sechsecke einander

Fig. 128.



gegenüberstehende Farben bringen dann das Weißlicht hervor: der Physiker nennt dergleichen Farben Ergänzungsfarben oder complementäre. So correspondiren Roth und Grün, ferner Orange und Blau, dann Gelb und Violet einander als complementäre Farben. Uebrigens hat jede Farbe, von welcher Beschaffenheit sie auch sein mag, ihre Ergänzungsfarbe; denn ist sie nicht weiß, so fehlen ihr einige Bestandtheile des Weißlichts, die in ihrer Mischung die complementäre Farbe geben. So entsteht, nachdem die rothe Farbe aus dem Spectrum ausgeschieden, durch Vermengung der übrigen eine Art Grün; deßgleichen liefern die Farben des Spectrums nach Ausscheidung des Grün eine Art Roth. Die Eigenschaft der Ergänzungsfarben sich in Weiß aufzulösen, kommt im Leben auf mannigfaltige Weise zur Anwendung. So beruht das Blauen der Wäsche um das Vergilben derselben zu verhüten, auf nichts Andrem als dem gegenseitigen Verhalten der complementären Farben. Die Lösungen der Kobaltoxydulsalze zeigen sich in einer rothen, die der Nickeloxydsalze in grüner Farbe; mischt man beide in gehörigem Verhältnisse mit einander, so erhält man eine ganz farblose Substanz. Um die grün färbende Wirkung des in der Glasmasse enthaltenen Eisenoxydules aufzuheben, setzt man dem Glase beim Schmelzen Braunstein hinzu, wodurch das Glas fast farblos erscheint. Die Farblosigkeit der in der Natur vorkommenden Mineralien ist in vielen Fällen der neutralisirenden Wirkung der Ergänzungsfarben zuzuschreiben.

Brewster und mehrere Andere nehmen drei Grundfarben oder primäre Farben an, nämlich Roth, Gelb und Blau und heißen die übrigen Farben Nebenfarben oder secundäre, weil diese aus der Mischung jener gebildet werden können. Nach ihrer Ansicht ist aus vorerwähnten Hauptfarben auch das Sonnenspectrum zusammengesetzt, das aus drei Farbenbildern von gleicher Länge, einem rothen, gelben und blauen bestehen. Jedes dieser drei besondern Spectra hat an verschiedenen Stellen eine verschiedene Intensität, die außerdem bei jeder Farbe an einen andern Ort fällt: für die rothe Grundfarbe liegt die größte Stärke gegen die Mitte des Roth im prismatischen Sonnenbilde, für die gelbe in der Mitte des Gelb, für die blaue zwischen dem Blau und Indigo. In jedem Punkte des Spectrums wäre demnach Roth, Gelb und Blau vorhanden, aber in verschiedenen Theilen mit verschiedenen Intensitätsgraden. Da nun das Weißlicht aus einer gewissen Menge Roth, Gelb und Blau besteht, so läßt sich die Farbe irgend eines Punktes des Spectrums als eine Mischung der an diesem Punkte vorherrschenden Farbe mit dem weißen Lichte betrachten. Wenn man mithin an irgend einem Punkte des Spectrums jenen Antheil der hier vorherrschenden Farbe unterdrückt, so wird an jenem Punkte ein weißes Licht zum Vor-

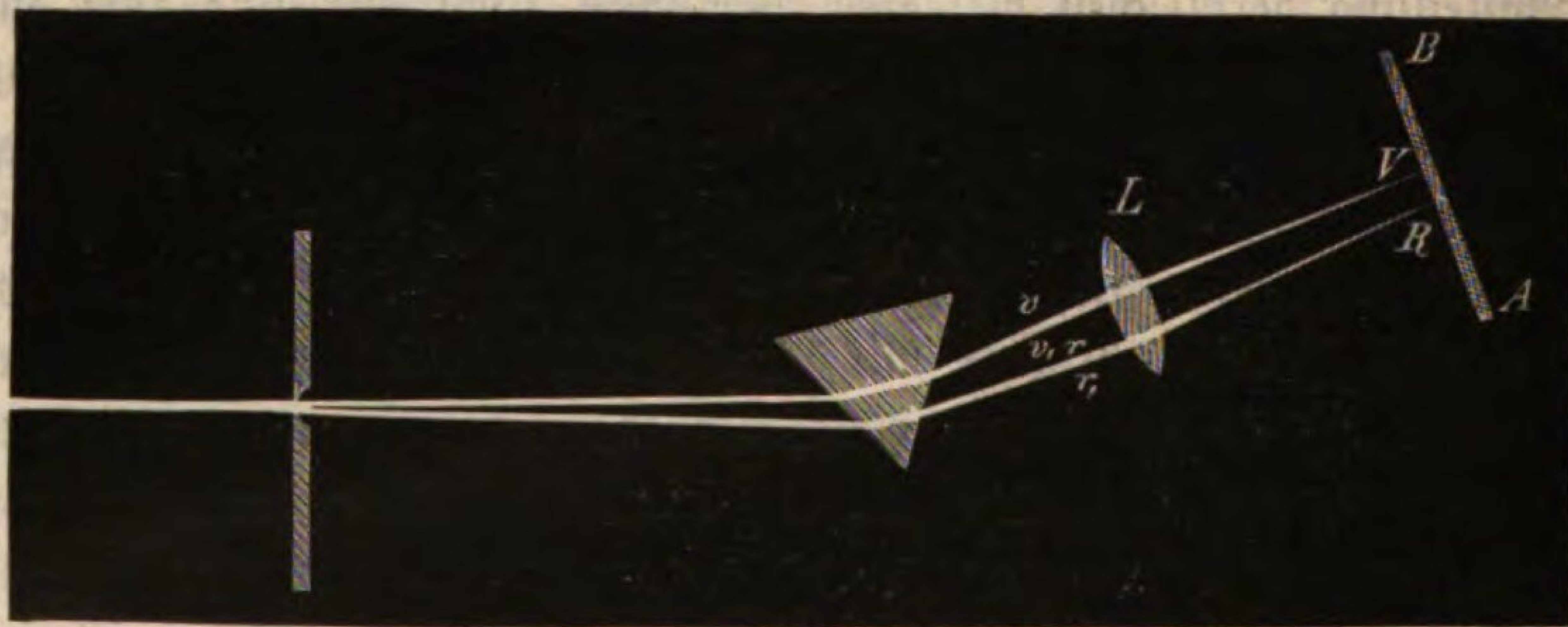
schein kommen: dem Physiker Brewster ist es gelungen, dieses Licht an verschiedenen Stellen des Farbenbildes herzustellen, indem er dieselben der verdunkelnden Wirkung verschiedenfarbiger Medien unterwarf. Ob bei Anstellung dergleichen delicaten Versuchen nicht hier und dort auch eine Vermischung des gebrochenen Lichtes mit zerstreutem stattgefunden hat, ob bei der Beurtheilung der Farbe der eine oder andere Mangel der Unterscheidungsfähigkeit des Auges für feine Farbenunterschiede nicht von Einfluß gewesen ist, darüber vermögen wir nicht zu entscheiden. Wie vorsichtig man übrigens mit seinem Ausspruche auf dem Gebiete sein müsse, wo es sich darum handelt über gewisse Farbeneindrücke ein bestimmtes Urtheil abzugeben, werden wir sehen, wenn von den subjectiven Farbenerscheinungen und dem Contraste der Farben die Rede ist.

2. Frauenhofer'sche Linien. Das Licht von andern leuchtenden Körpern.

Wir haben gesehen, daß ein weißer Sonnenstrahl eine unendliche Anzahl verschiedener Lichtsorten enthält, welche nach ihrem Austritte aus dem Prisma von einander gesondert und sichtbar werden. Die Reihenfolge dieser aneinander grenzenden Strahlengattungen des Sonnenlichtes ist aber keine stetige, da bei genauen Untersuchungen wenn das Prisma sehr vollkommen und der Sonnenstrahl möglichst dünn ist, sich an verschiedenen Stellen im Farbenbilde Lücken zeigen, wo Strahlen, denen eine gewisse Brechbarkeit zukommen würde, fehlen. Das auf einer weißen Tafel aufgefangene Spectrum gewährt so den Anblick eines mit allen prismatischen Farben schattirten Bandes, dessen Breite durch eine sehr große Menge dunkeler Linien durchzogen ist. Man nennt diese lichtlosen Stellen nach ihrem Entdecker Frauenhofer'sche Linien. Mit dem bloßen Auge vermag man nur die vorzüglichsten derselben deutlich zu erkennen. Um den Frauenhofer'schen Versuch anzustellen, läßt man den Sonnenstrahl durch eine verticale Spalte von ohngefähr 1 bis 2 Cent. Höhe und 1 bis 2 Millim. Breite in ein verfinstertes Zimmer eintreten, dann in einiger Entfernung auf ein reines Prisma aus Flintglas auffallen und fängt ihn zuletzt auf einer weißen Tafel auf. Das auf solche Weise erhaltene Spectrum ist nicht optisch gleichartig, weil einmal das eingetretene Lichtbündel aus mehreren Strahlen besteht, deren jeder durch die Brechung im Prisma eine Zerlegung und sein eigenes Farbenbild gibt; ferner wegen des scheinbaren Durchmessers der Sonne jede Strahlengattung ein kreisförmiges Sonnenbild liefert und das Spectrum aus der Gesammtheit dieser Bilder besteht. Wegen obenerwähnter Umstände fallen demnach auf denselben Theil des Farbenbildes Strahlen von verschiedener Brech-

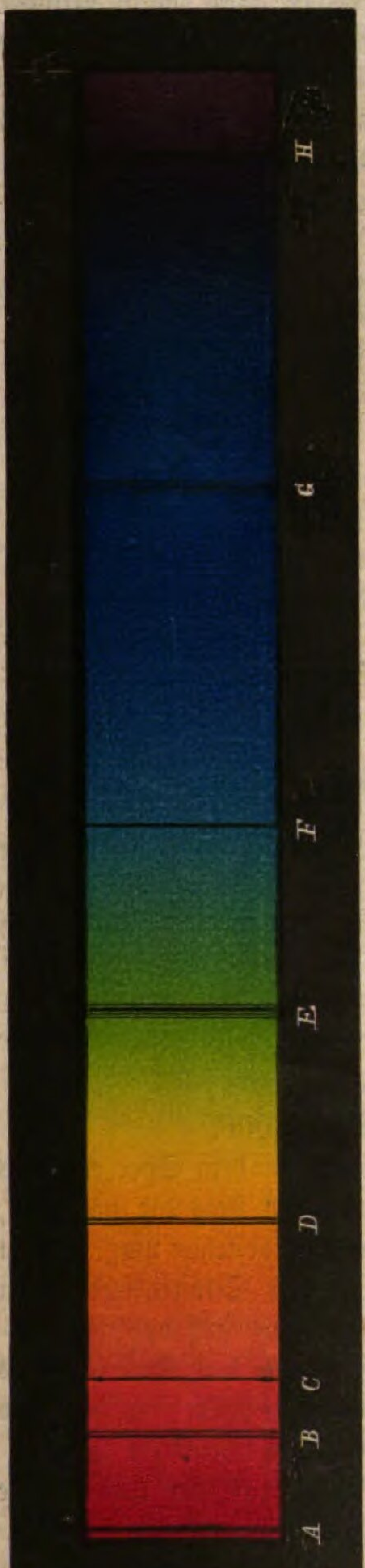
barkeit, so daß das Auge die einzelnen Farben keineswegs vollkommen homogen erhält. Zur Erzielung eines optisch gleichartigern Farbenbildes

Fig. 129.



stellt man darum hinter das Prisma eine achromatische Linse L von 25 bis 75 Cent. Brennweite, welche das aus dem Prisma divergirend austretende Strahlenbündel auffängt. Ist nun das Prisma, dessen Kante vertical steht, so gegen das einfallende Licht aufgestellt, daß die Ablenkung der Strahlen ein Kleinstes wird; so werden dieselben eine Zerstreuung in horizontaler Richtung erfahren und beim Austritte aus dem Prisma parallel zu einander laufen, dergestalt, daß die äußersten rothen r und r′, welche aus der Zerlegung der Strahlen S und S′ entstehen, unter sich und die den letzteren zugehörigen violetten v und v′ wieder unter sich parallel sind, obschon sie einen von der der ersteren verschiedene Richtung befolgen. Indem nun die zerstreuten Strahlen auf die Linse L fallen, werden die rothen Strahlen in einem Punkte R, die violetten im Punkte V und diejenigen, deren Brechbarkeit zwischen jenen äußersten liegt, in den zwischen R und V befindlichen Punkten vereinigt. Der Schirm AB wird in solcher Entfernung von der Linse aufgestellt, daß darauf ein deutliches Bild der Oeffnung entsteht, wenn nur vollkommen homogenes Licht durch dieselbe eindringt. — Statt der objectiven Darstellung kann man auch die subjective gebrauchen, bei welcher das Auge die auffangende Tafel abgibt. Zu diesem Behufe stellt man in gehöriger Entfernung von der Oeffnung ein Fernrohr so auf, daß man die Oeffnung deutlich durch dasselbe sehen kann. Hierauf bringt man vor das Fernrohr das Prisma in eine solche Stellung, daß ein Theil des aus demselben austretenden Strahlenbündels auf das Objectiv des Fernrohrs fällt. Mittelst der Ocularlinse des Fernrohrs wird das so erzeugte Farbenbild betrachtet, welches namentlich sehr vergrößert erscheint, und dadurch seine Eigenthümlichkeiten mehr hervortreten läßt.

Fig. 130.

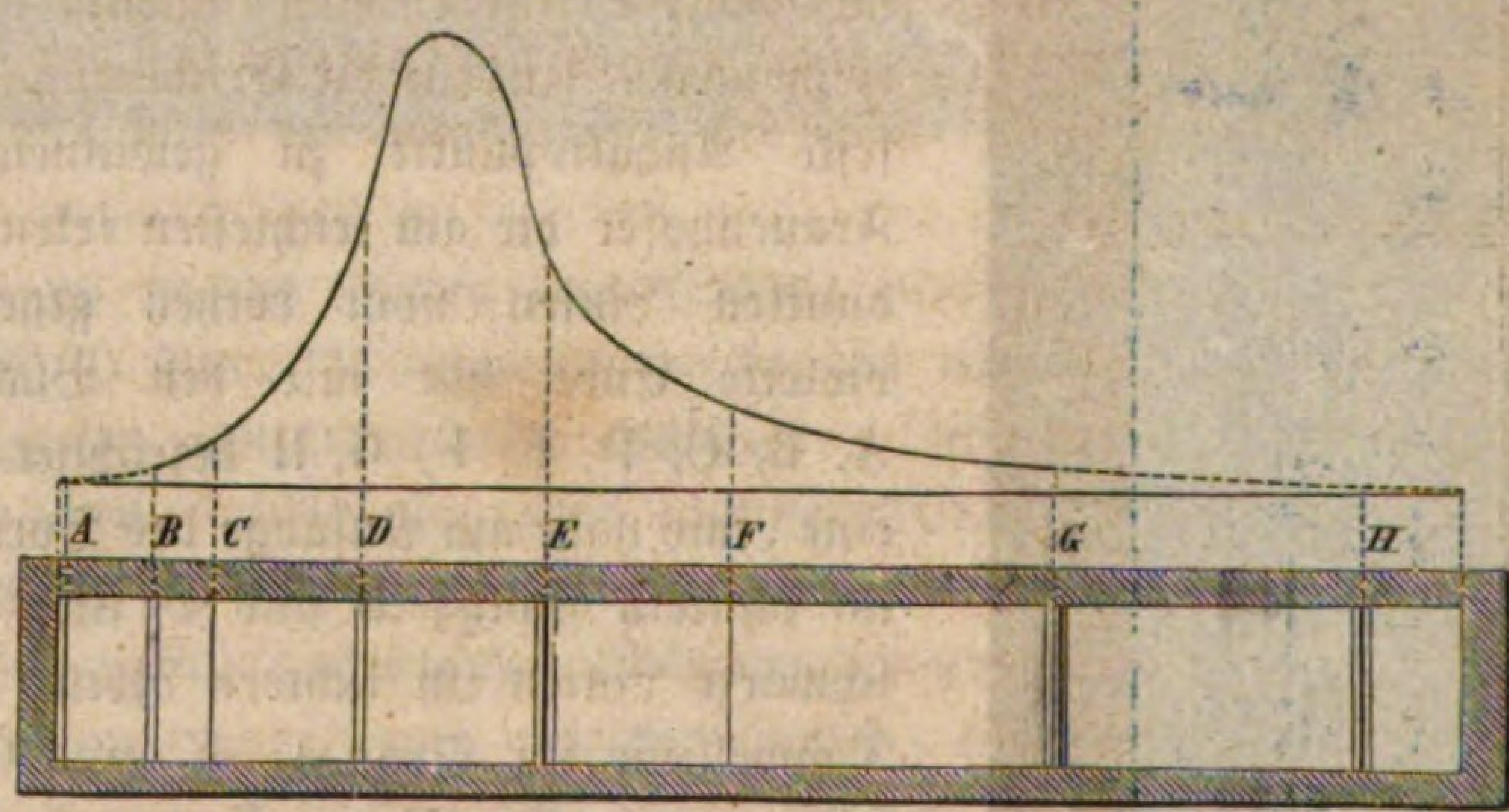


Unter diesen Umständen bemerkt man in dem Sonnenspectrum eine große Menge dunkler Linien, die unregelmäßig über das ganze Spectrum verbreitet sind. Einige dieser Streifen sind sehr fein und erscheinen als isolirte kaum wahrnehmbare dunkle Linien, während andere sehr nahe beisammen liegen und eher einem Schatten als getrennten Linien ähnlich sind; endlich gibt es darunter einige, welche bei etwas merklicherer Ausdehnung schwarz begrenzt erscheinen. Um für die Erscheinung einige feste Anhaltspunkte zu gewinnen, hat Frauenhofer die am leichtesten erkennbaren dunklen Linien vom rothen gegen das violette Ende hin mit den Buchstaben A, B, C, D, E, F, G, H bezeichnet. A ist eine Linie nahe am Anfange des Spectrums im dunkeln Roth; B und C sind scharfe schwarze Linien im lichtern Roth; D eine Doppellinie im Orange; E eine Gruppe feiner Linien im Grün; F eine starke einfache Linie im Blau; G eine Gruppe feiner Linien im Indigo; H ein starker Streifen im Violet. Außer diesen Linien finden sich noch viele andere vor, so daß ihre Gesammtanzahl in der ganzen Ausdehnung des Spectrums wohl auf 600 beläuft.

Nicht alle Theile des Farbenbildes besitzen eine gleiche Lichtstärke. Wenn z. B. das Auge das Licht des grünen oder blauen Theils recht gut vertragen kann, so ist dies nicht mehr bei dem rothen, noch weniger bei dem gelben der Fall. Frauenhofer hat die relativen Lichtstärken der einzelnen Theile des Farbenbildes dadurch näher bestimmt, daß er die eine Hälfte des Gesichtsfeldes eines Fernrohrs durch eine kleine Flamme und die andere Hälfte desselben durch eine

Farbe des prismatischen Farbenbildes beleuchten ließ. Durch Annäherung oder Entfernung der Flamme konnte er es dann dahin bringen, daß jene beide Hälften gleich stark erschienen. Da nun die Intensität der Beleuchtung der Flamme dem Quadrate ihrer Entfernung umgekehrt proportional ist, so war er im Stande, aus den verschiedenen Entfernungen, in welche die Flamme bei den einzelnen Theilen des Farbenbildes gestellt werden mußte, um auf beiden Hälften eine gleiche Erleuchtung zu erhalten, die erleuchtende Kraft jener Theile zu bestimmen. In der nebenstehenden Figur sind diese Intensitäten graphisch dargestellt,

Fig. 131.



indem sie durch die Ordinaten der Curve ausgedrückt werden, welche an jeder einzelnen Stelle aufgetragen sind. Auf diesem Wege bekam er folgende Zahlenwerthe für die Intensität der farbigen Theile des Spectrums:

bei B = 0,032,	bei E = 0,48,
bei C = 0,094,	bei F = 0,17,
bei D = 0,64,	bei G = 0,031,
Maximum zwischen D und E = 1,	bei H = 0,006.

Obschon die Anordnung der dunklen Linien in dem Spectrum des Sonnenlichtes unregelmäßig ist, so bleibt sie doch stets die nämliche, aus welchem Stoffe das angewendete Prisma auch bestehen mag. Man kann daher annehmen, daß jene dunklen Linien dem Sonnenlichte eigen sind und nicht durch eine Einwirkung des Prismas auf das Licht erzeugt werden. Uebrigens ändert sich das Spectrum des Sonnenlichtes mit dem Stande und mit dem Zustande der Atmosphäre; wodurch es nicht unwahrscheinlich wird, daß die Frauenhofer'schen Linien im Sonnenspectrum von der gewisse Strahlen absorbirenden Kraft der Atmosphäre herrühren. Beim Auf- und Untergange der Sonne entstehen gewöhnlich im Blau und Roth Linien, welche beim hohen Sonnenstande nicht

wahrgenommen werden. So erhielt man an einem heitern Tage des Sommers um die Mittagszeit ein Spectrum, worin alle Farben deutlich zu erkennen waren, während bei dem Untergange der Sonne, als sie gelb erschien, das Spectrum an Länge bedeutend abgenommen hatte und ein Theil des Violet und des Roth verschwunden war. Deßgleichen sah man an einem Wintertage Mittags gut alle Farben des Spectrums, dagegen konnte man darin nur Roth, Orange und Grün wahrnehmen, als die Sonne bei ihrem Untergange roth erschien.

Durch die Mittel, durch welche das Sonnenlicht der Prüfung unterzogen wird, läßt sich auch das Licht anderer leuchtenden Körper analysiren. Im Prisma betrachtet, erweist sich dasselbe bei den meisten als vielfarbig, wiewohl es einige gibt, die homogenes Licht aussenden. In dem Spectrum des Kerzenlichtes findet man keine dunklen Linien, man bemerkt aber im gelben Theile einen lichteren Streifen, welcher von einem in dem Lichte enthaltenen Ueberschusse an homogenen gelben Strahlen herrührt; einen ähnlichen jedoch minder scharfen Streifen nimmt man im Grünen wahr. Die Flamme des Wasserstoffgases zeigt in dieser Hinsicht dasselbe Verhalten wie die Oelflamme. — Das Licht des Mars und der Venus gibt dieselben dunklen Linien, wie das Sonnenlicht, nur sind sie gegen die Enden des Spectrums weniger leicht zu unterscheiden. In dem Lichte anderer Gestirne zeigen sich ebenfalls dunkle Streifen, welche aber von denen verschieden sind, die das Licht der Sonne und der Planeten gibt. So konnten im Spectrum des Sirius keine dunklen Linien im Orange und Gelb gesehen werden, aber ein starker Streifen im Grün und zwei im Blau. Andere Sterne erster Größe geben Farbenbilder, wo die dunklen Linien anders als im Lichte der Sonne oder des Sirius geordnet erscheinen.

Das Licht einer Weingeistflamme, deren Docht mit Salz eingerieben ist, erscheint homogen gelb; mit einem reinen Prisma betrachtet zeigt sich an dem Gelben auch eine blaue Lichtmasse, die an der Grenze desselben grün wird. In der Beleuchtung eines derartigen Lichtes erscheinen die gelben Körper lebhaft gelb, die anders gefärbten Körper dagegen in einem düstern gelben Lichte. — Lithion und Strontian theilen der Flamme eine rothe Farbe mit, die dem bloßen Auge gleichartig vorkommt; durch ein Prisma gesehen enthält die Strontianflamme außer einem orangefarbigen und einem hellblauen Streifen eine große Anzahl rother, die durch dunkle Zwischenräume getrennt sind, während die Lithionflamme nur einen einzigen rothen Strahl zu erkennen gibt. — Kalisalze geben violettes, Barytsalze grünes, Kupfersalze blaues, salzsaures Eisen orangefarbiges Licht, welches das Auge für homogen er-

klären würde, im Prisma betrachtet, sich aber mehr oder weniger ungleichartig erweist. — Phosphor mit Salpeter verbrannt liefert ein Farbenbild, worin keine Farbe vorherrscht und keine durch dunkle Linien unterbrochen ist; ähnlich verhalten sich die Farbenbilder, welche glühender Kalk oder Platin geben. — Schwefel mit Salpeter verbrannt gibt an der rothen Grenze des Spectrums eine bemerkenswerthe rothe Linie, die davon durch einen dunklen Zwischenraum getrennt ist; ihr Licht ist weniger brechbar als der am wenigsten brechbare Theil des Sonnenlichtes. — Die meisten Körper, bei denen die Verbrennung unvollkommen ist, liefern ein Licht, in welchem die gelben Strahlen vorherrschen und dies in desto größerer Menge, je feuchter diese Körper sind. — Von den eben genannten Flammen geben mehrere, wie wir gesehen, ein angenähertes homogenes Licht; um dasselbe zu einem vollständig monochratischen umzuwandeln, muß das Verschiedenfarbige beseitigt werden, was durch Vorhalten von gefärbten Gläsern oder Flüssigkeiten geschehen kann. Die Einen wie die Andern sollen später, wenn von der Absorption des Lichtes die Rede ist, namhaft gemacht werden. Immerhin gibt die Dispersion des Lichtes uns das beste Mittel an die Hand, homogenes Licht darzustellen. Man braucht zu diesem Behuf das Spectrum nur auf einen Schirm fallen zu lassen, in welchem eine kleine Oeffnung angebracht ist. Indem man den Schirm verrückt oder das brechende Prisma dreht, bringen durch die Oeffnung immer andere Strahlen des auffallenden Lichtes, welche der Homogeneität desto näher kommen werden, je kleiner jene Oeffnung wird.

3. Zerstreuungsverhältniß und Zerstreuungsvermögen.

Eine ursprünglich sehr schmale weiße Linie legt sich nach dem Austritte ihres Lichtes aus dem Prisma in einen vielfarbigen Streifen von beträchtlicher Breite auseinander, was zur Folge hat, daß das Brechungsverhältniß für jeden anders gefärbten Strahl auch einen andern Werth bekommt. Um das einer jeden Farbe eigenthümlich zugehörige Brechungsverhältniß aufzufinden, war es also nöthig, die derselben entsprechende Ablenkung von der ursprünglichen Richtung zu messen. Allein im prismatischen Farbenbilde fließen die verschiedenen Farben in unendlich kleinen Abstufungen in einander über und ihre Grenzen treten nicht scharf genug hervor; man ist darum nicht sicher, ob man in jedem besondern Falle dieselbe Stelle im Spectrum festgehalten habe, was doch nothwendig ist, wenn es sich um eine möglichst genaue Bestimmung des Brechungsverhältnisses handelt. Frauenhofer's dunkle Linien gaben das geeignete Mittel an die Hand, das Problem zur gewünschten Lösung zu bringen. Statt nämlich für ein gewisses brechendes Mittel das

Brechungsverhältniß des Roth, des Gelb . . . anzugeben, sucht man dasselbe für die sich gleichbleibenden dunklen Linien B, C, D, E, F, G, H. Der Versuch läuft mithin darauf hinaus, mit Hülfe eines Theodolithen den Winkel zu bestimmen, den der fehlende Strahl mit dem directen einschließt und nach den oben angeführten Formeln das Brechungsverhältniß zu berechnen. Man kann auch bei diesen Messungen dem Prisma eine solche Stellung geben, daß für jeden besondern Fall die Abweichung ein Minimum wird; für jede Stelle des Farbenbildes muß deßhalb der Einfallswinkel etwas abgeändert werden, weil das Minimum der Ablenkung die Gleichheit des letzteren Winkels mit dem Austrittswinkel erheischt.

Für die Brechungsverhältnisse bei dem Uebergange aus der Luft in untengenannte Mittel für die den Linien B, C, D, E, F, G, H im Sonnenspectrum entsprechenden Strahlen hat Frauenhofer aus sehr genau angestellten Versuchen folgende Werthe erhalten:

Brechende Mittel.	Dichte.	Brechungsverhältnisse der verschiedenen Farben.						
		B. Roth.	C. Roth.	D. Orange.	E. Grün.	F. Blau.	G. Indigo.	H. Violet.
Wasser . .	1	1,330935	1,331712	1,333577	1,335851	1,337818	1,341293	1,344177
Terpentinöl	0,885	1,470496	1,471530	1,474434	1,478353	1,481736	1,488198	1,493874
Crownglas	2,235	1,525832	1,526849	1,529587	1,533005	1,536052	1,541657	1,546566
Flintglas .	3,723	1,627749	1,629681	1,635036	1,642024	1,648260	1,660285	1,671062

Der Unterschied der Brechungsverhältnisse für die am wenigsten brechbaren und für die am meisten brechbaren Strahlen, oder der Unterschied $n_v - n_r$, wo n_v und n_r beziehungsweise die Brechungsverhältnisse für diese Strahlen bezeichnen, dient als Maß der **Farbenzerstreuung**: ein Stoff zerstreut folglich das Licht um so stärker, je größer diese Differenz ist. Nach der vorhergehenden Tafel wäre mithin für untenbenannte Stoffe die Zerstreuung des Lichtes durch folgende Zahlen ausgedrückt:

Wasser . . . . . . 0,013242.
Terpentinöl . . . . 0,023378.
Crownglas . . . . 0,020734.
Flintglas . . . . 0,043313.

Unter jenen Substanzen erzeugt demnach das Wasser die kleinste und das Flintglas die größte Zerstreuung des Lichtes. — Dividirt man die Zerstreuung eines Mittels durch die eines andern, so erhält man das **Zerstreuungsverhältniß** der beiden Mittel. Bei dem oben erwähn-

ten Flintglase und Crownglase wäre mithin das Zerstreuungsverhältniß dieser beiden Körper nahe gleich 2.

Nimmt man den Unterschied der Brechungsverhältnisse zwischen je zwei benachbarten dunklen Streifen, so bekommt man die sogenannten partiellen Zerstreuungen der einzelnen Farben. Für die erwähnten vier Stoffe hätten also nach der oben angeführten Tabelle diese einzelnen partiellen Farbenzerstreuungen folgende Werthe:

Brechende Mittel.	Zwischen B u. C	C u. D	D u. E	E u. F	F u. G	G u. H.
Wasser . .	0,000777	0,001865	0,002274	0,001967	0,003475	0,002884
Terpentinöl	0,001034	0,002904	0,003919	0,003383	0,006462	0,005676
Crownglas	0,001017	0,002738	0,003418	0,003047	0,005605	0,004909
Flintglas .	0,001932	0,005355	0,006988	0,006236	0,012025	0,010777

Wenn man die von einer Substanz bewirkte partielle Zerstreuung durch die entsprechende partielle Zerstreuung einer andern Substanz dividirt, so erhält man das partielle Zerstreuungsverhältniß dieser beiden Stoffe. Auf solche Weise ist aus der vorhergehenden Tabelle die nachstehende für die partiellen Zerstreuungsverhältnisse nachbenannter Substanzen abgeleitet worden.

Brechende Mittel.	Partielle Zerstreuungsverhältnisse der einzelnen Farben.					
	Zwischen B u. C	C u. D	D u. E	E u. F	F u. G	G u. H.
Flintglas u. Crownglas	1,900	1,956	2,044	2,047	2,145	2,195
Flintglas und Wasser	2,487	2,871	3,073	3,170	3,460	3,737
Crownglas und Wasser	1,309	1,468	1,503	1,549	1,613	1,702
Terpentinöl und Wasser	1,331	1,557	1,723	1,732	1,860	1,968

Aus dieser Tafel ergibt sich, daß die den verschiedenen Substanzen entsprechenden partiellen Zerstreuungsverhältnisse der einzelnen Farbengattungen von der rothen bis zu der violetten im Allgemeinen zunehmen. Jedoch ist das Zerstreuungsverhältniß zweier Mittel keineswegs für alle farbigen Strahlen einerlei, weßhalb man aus dem für irgend einen farbigen Strahl gegebenen Verhältnisse weder auf das für einen andern Strahl noch auf das totale Zerstreuungsverhältniß der beiden Stoffe schließen darf. So war das totale Zerstreuungsverhältniß des Crown- und Flintglases nahe gleich 2, während das partielle Zerstreuungsverhältniß der rothen und gelben Strahlen kleiner, dagegen das der übrigen Strahlen größer als 2 ist.

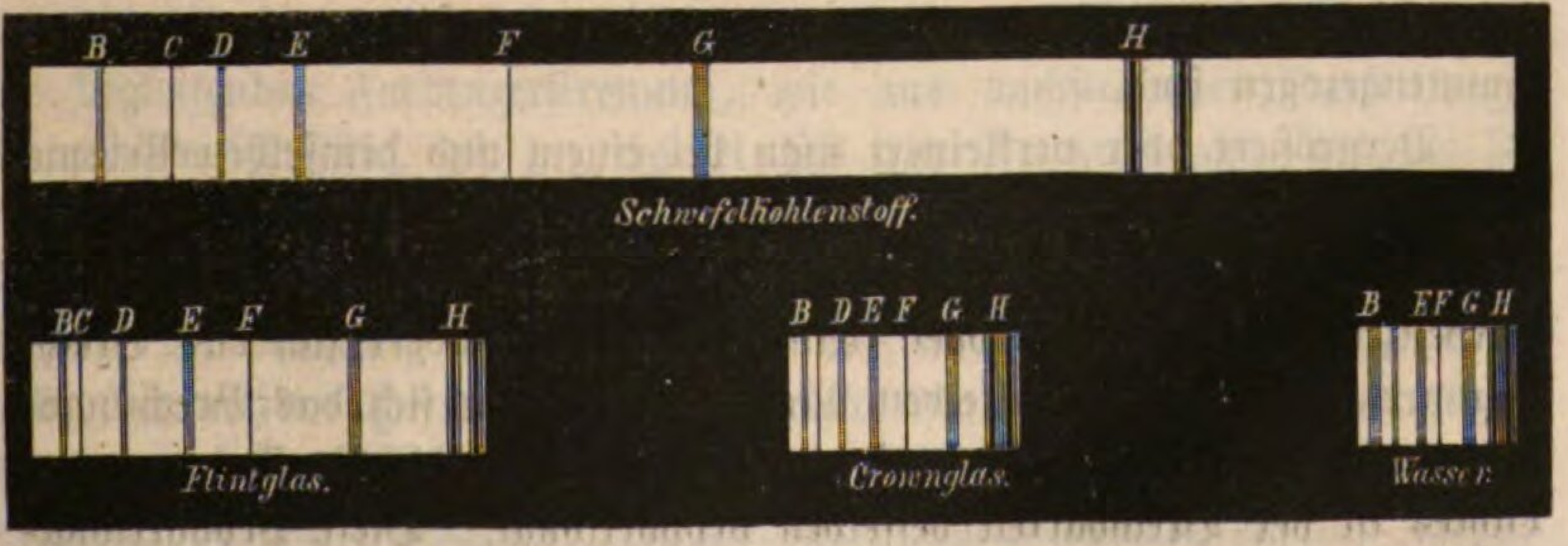
Unter dem Zerstreuungsvermögen einer Substanz versteht man den Quotient, welchen man erhält, wenn man die ihr zugehörige totale Zerstreuung durch das um die Einheit verminderte mittlere Brechungsverhältniß n dividirt, welches letztere der mittleren Farbe des Spectrums oder der dunklen Linie E entspricht. Folgendes sind die Werthe des Zerstreuungsvermögens einiger Körper:

Brechende Mittel.	Dichte δ.	Mittleres Brechungsverhältniß n.	Zerstreuung $n_v - n_r$.	Zerstreuungsvermögen $\frac{n_v - n_r}{n - 1}$
Diamant	3,521	2,487	0,056	0,038
Saphir	4	1,794	0,021	0,026
Flintglas	3,723	1,642	0,032	0,053
Crownglas . . .	2,235	1,533	0,021	0,036
Schwefelkohlenstoff .	1,272	1,643	0,031	0,048
Terpentinöl . . .	0,991	1,478	0,020	0,042
Alcohol	0,825	1,374	0,011	0,029
Wasser	1,000	1,336	0,012	0,035

Das Zerstreuungsvermögen des Glases wird durch einen Zusatz von Blei bedeutend vermehrt, wie dies bei dem Flintglase der Fall ist. Edelsteine brechen das Licht stärker als Flintglas, besitzen aber ein weit geringeres Zerstreuungsvermögen. Crownglas und Diamant haben fast einerlei zerstreuende Kraft, dagegen ist die des Terpentinöls fast doppelt so groß als jene des Alcohols.

Um die Verschiedenheit der zerstreuenden Kräfte der Substanzen zur deutlichern Anschauung zu bringen, haben wir in den vier untenstehenden Figuren die Spectra verzeichnet, wie sie von vier gleichen Prismen aus verschiedenem Stoffe unter denselben Umständen gebildet

Fig. 132.



wurden. — Die letzte Figur bezieht sich auf das Wasserprisma. Der in der Mitte des Grün liegende dunkele Streifen fällt hier ziemlich in die Mitte des ganzen Farbenbildes, so daß der Raum, über welchen die vier helleren farbigen Strahlen von dem Wasser zerstreut werden, fast eben so groß ist wie der, welchen die drei dunklern farbigen Strahlen einnehmen. — Die vorletzte Figur entspricht dem Glasprisma. Das Spectrum bei demselben ist länger und namentlich ist dessen blaues und violettes Ende im Vergleich zu dem rothen und gelben Ende stärker ausgebreitet als beim Wasserprisma. — Die dritte Figur f gehört dem Flintglasprisma an. Bei ihm hat das Spectrum eine noch größere Länge und der blaue wie violette Antheil ist in einem noch größeren Verhältnisse als der rothe und gelbe Theil zerstreut worden, als solches bei dem Crownglas der Fall gewesen. — Die oberste Figur geht das Schwefelkohlenstoffprisma an. Diese Flüssigkeit, welche eine vollkommene Farblosigkeit und eine große Durchsichtigkeit und ein fast gleiches Brechungsverhältniß mit dem Flintglase hat, lieferte ein schönes ausgebreitetes Spectrum, dessen blaue und violette Strahlen wieder in einem größeren Verhältnisse als die rothen ausgebreitet waren, so daß wir im Allgemeinen annehmen können, ein Mittel zerstreut desto mehr den blauen und violetten Theil des Farbenbildes im Vergleich zum rothen, je stärker seine mittlere Brechbarkeit ist.

Die Eigenthümlichkeit des Farbenbildes, in Folge deren die einzelnen Farbenstreifen bei einem Stoffe mehr zusammengezogen, bei dem andern wieder mehr ausgebreitet werden, zeigt sich recht deutlich bei der vergleichenden Zusammenstellung zwei gleich langer Farbenbilder, von denen das eine durch ein Cassiaölprisma, das andere durch ein Schwefelsäureprisma erzeugt ist. In dem von Cassiaöl bewirkten Spectrum nehmen die rothen und gelben Strahlen einen kleineren, dagegen die blauen und violetten Strahlen einen größeren Raum ein als in dem von Schwefelsäure erzeugten Farbenbilde; es sind mithin in dem ersten die am wenigsten brechbaren Strahlen zusammengezogen und in dem zweiten auseinander gebreitet, während die am meisten brechbaren Strahlen in dem ersten auseinander gebreitet und in dem zweiten zusammengezogen sind.

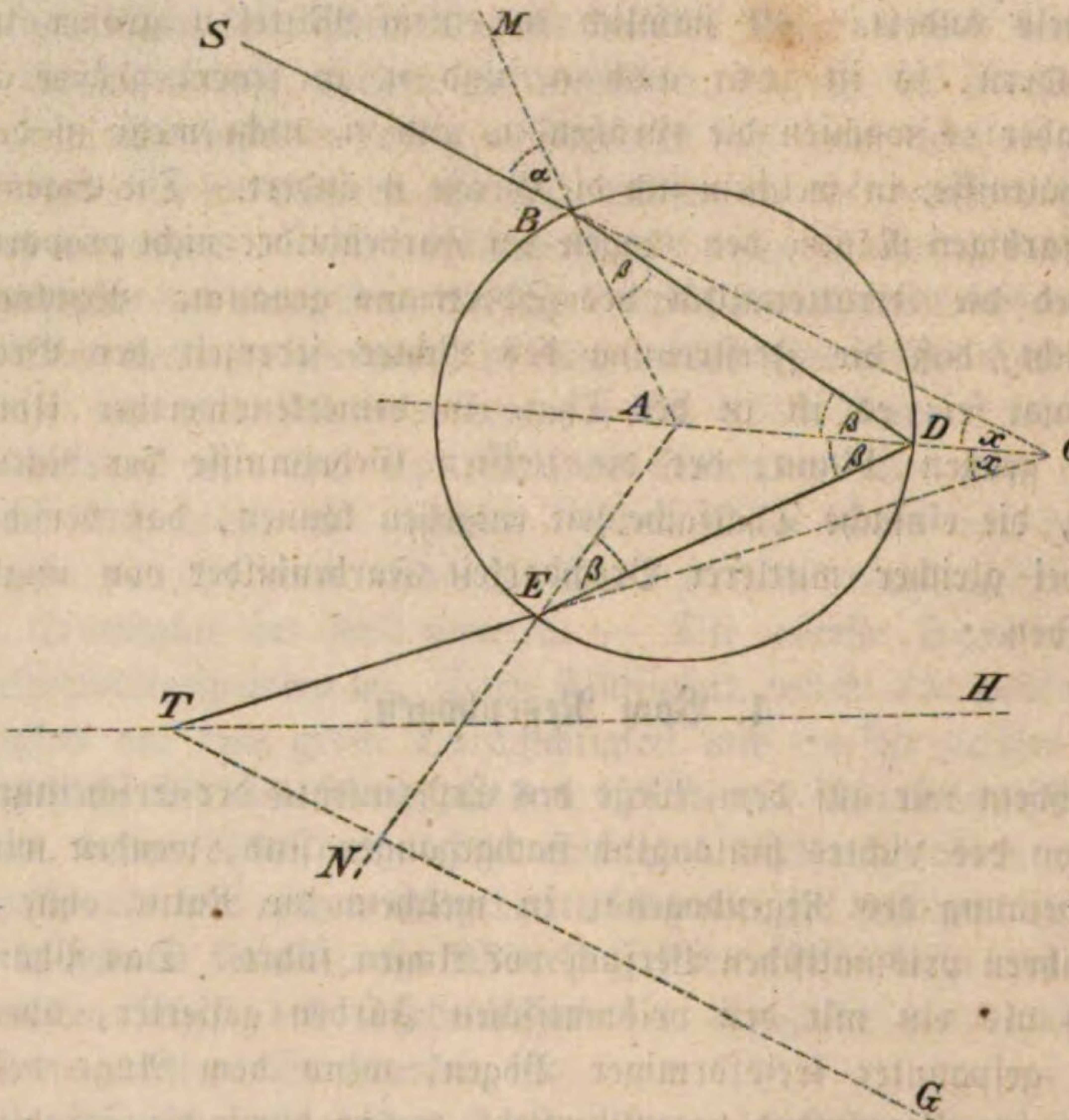
Vergrößert oder verkleinert man bei einem und demselben Prisma die Ablenkung entweder durch Aenderung des Einfallswinkels oder des brechenden Winkels, so wird auch in dem nämlichen Verhältnisse die Farbenzerstreuung größer oder kleiner, oder es ändert sich das Brechungsverhältniß n_v in demselben Maße, in welchem sich das Brechungsverhältniß n_r ändert: oder mit andern Worten, die Zerstreuung des Lichtes ist der Brechbarkeit desselben proportional. Diese Proportiona-

lität findet aber, wie wir gesehen, nicht mehr statt, wenn sich die Natur des Mittels ändert. Ist nämlich in einem Mittel n größer als in einem andern, so ist zwar auch n_v und n_r in jenem größer als in diesem; aber es wachsen die Größen n_v und n_r nicht mehr in demselben Verhältnisse, in welchem sich die Größe n ändert. Die Eigenschaft, daß die farbigen Räume den Längen der Farbenbilder nicht proportional sind, wird die Irrationalität des Spectrums genannt. Newton war der Ansicht, daß die Zerstreuung des Lichtes jederzeit der Brechung proportional sei: es ist in der That ein bemerkenswerther Umstand, wie dem großen Mann, der die tiefsten Geheimnisse der Natur ergründete, die einfache Thatsache hat entgehen können, daß verschiedene Mittel bei gleicher mittlerer Brechbarkeit Farbenbilder von ungleicher Länge geben.

4. Vom Regenbogen.

Nachdem wir auf dem Wege des Experiments der Erscheinung der Dispersion des Lichtes hinlänglich nachgegangen sind, wenden wir uns zur Erscheinung des Regenbogens, in welchem die Natur ohne unser Zuthun ihren prismatischen Versuch vor Augen führt. Das Phänomen zeigt sich als ein mit den prismatischen Farben gezierter, über dem Horizont gespannter kreisförmiger Bogen, wenn dem Auge des Beobachters eine Regenwand gegenübersteht, welche durch die Strahlen der hinter seinem Rücken am entgegengesetzten Theile des Himmelsgewölbes befindlichen Sonne beleuchtet wird. Zuweilen sieht man noch einen zweiten concentrischen Bogen, der größer, aber minder lebhaft ist und bei dem die Farben in umgekehrter Ordnung aufeinander folgen, so daß das Roth unten und das Violet oben erscheint, während bei dem inneren heller gefärbten Bogen am untern Rande Violet, am oberen Roth vorkommt. Der tiefer stehende Bogen heißt Hauptregenbogen, der andere Nebenregenbogen. Hat die regnende Wolke eine zu geringe Ausdehnung, so erscheinen bloß Stücke des einen oder des andern Regenbogens, sogenannte Regengallen. — Die Entstehung des Regenbogens beruht auf der Brechung und Reflection des Lichtes und der sie begleitenden Farbenzerstreuung, wie aus nachstehender Darstellung zu ersehen ist (Fig. 133). Es sei SB ein Sonnenstrahl, der bei B auf einen kugelförmigen Regentropfen fällt, dessen Mittelpunkt A ist. Der in den Regentropfen eindringende Theil des Sonnenstrahls SB nimmt die Richtung BD an, indem er bei B zum Einfallslothe BA gebrochen wird. Hiervon erleidet wieder ein Theil bei D eine Reflection nach DE, dessen einer Theil, auf den es hier ankommt, nach der Richtung EF aus dem Tropfen heraustritt und in das Auge F eines

Fig. 133.



Beobachters gelangen kann. Den solchergestalt nach zwei Brechungen und einer Reflection aus dem Tropfen heraustretenden Strahl ET wollen wir näher untersuchen. Verlängert man diesen Strahl, bis er dem einfallenden SB in C begegnet, so wird der Winkel SCT, welchen der aus dem Tropfen austretende Strahl mit dem eintretenden Strahle macht, die Größe der erlittenen Ablenkung angeben. Der Punkt C, in welchem jene beide Strahlen einander schneiden, liegt in der Verlängerung von AD. Denn wegen der Kugelgestalt des Tropfens einerseits und des Reflectionsgesetzes anderseits sind die vier mit β bezeichneten Winkel einander gleich, was die Gleichheit der Winkel BAD und EAD nach sich zieht. Nach dem Refractionsgesetze entspringt aus der Gleichheit der Winkel ABD und AED die der Winkel SBM und TEN oder die der Winkel ABC und AEC; es liegt mithin der Punkt C in der Verlängerung von AD. Setzt man den Einfallswinkel SBM $= \alpha$ und den Brechungswinkel ABD $= \beta$ und die Hälfte des Winkels SCT, nämlich BCA $=$ x; so hat man $x = \beta - (\alpha - \beta) = 2\beta - \alpha$.

Die parallel auf den Tropfen auffallenden und in divergirenden Richtungen aus demselben austretenden Sonnenstrahlen werden sich im Raume bald so zerstreuen, daß sie auf das Auge eines entfernt stehen=

den Beobachters keinen merklichen Lichteindruck zu erzeugen vermögen, zumal da das Licht durch die zweimalige Brechung und eine Reflection im Tropfen schon sehr geschwächt ist. Eine Lichtwirkung in der Richtung ET auf das Auge des Beobachters wird erst dann erfolgen, wenn die dicht nebeneinander einfallenden Sonnenstrahlen unter einerlei Ablenkungswinkel, also in parallelen Richtungen aus dem Tropfen heraustreten. Dergleichen Strahlen, welche auf das Auge des Beobachters, zu welchem sie gelangen, einen bei weitem stärkeren Lichteindruck hervorzubringen vermögen als die übrigen in andern Richtungen austretenden Strahlen, heißen die wirksamen Strahlen; nur solche sind es, welche die Erscheinung des Regenbogens veranlassen. Die Untersuchung läuft also darauf hinaus, die Bedingung anzugeben, unter welcher der Fall der wirksamen Strahlung stattfindet. Lassen wir darum den Einfallswinkel α um die sehr kleine Größe α' sich ändern und bezeichnen wir die Aenderung von β mit β' und jene von x mit x'; so besteht die Gleichung $x + x' = 2\beta - \alpha + 2\beta' - \alpha'$, woraus für den Fall der wirksamen Strahlung entspringt: $2\beta' = \alpha'$, da für diesen Fall sich x als eine constante Größe herausstellen, mithin x' Null sein muß. Das Brechungsgesetz gibt aber $\sin\alpha = n \sin\beta$, und $\sin(\alpha + \alpha') = n \sin(\beta + \beta')$, oder, weil wegen der Kleinheit von α' und β' gesetzt werden darf $\sin\alpha' = \alpha'$, $\cos\alpha' = 1$, $\sin\beta' = \beta'$ und $\cos\beta' = 1$, die Relation: $\sin\alpha + \alpha' \cos\alpha = n \sin\beta + n\beta' \cos\beta$, oder endlich $\alpha' \cos\alpha = n\beta' \cos\beta$. Eliminirt man α' und β' mittelst der Relation $2\beta' = \alpha'$, so kommt $2\cos\alpha = n\cos\beta$, woraus folgt $\sin\alpha = \sqrt{\frac{4-n^2}{3}}$. Nach dieser Formel berechnet man den Einfallswinkel α für die wirksamen Strahlen; aus demselben ergibt sich der Werth von β mittelst der Formel $\sin\beta = \frac{\sin\alpha}{n}$ und daraus $x = 2\beta - \alpha$. — Wegen der Verschiedenheit des Werthes von n für die verschiedenfarbigen Strahlen wird die wirksame Strahlung für jede Farbegattung in einer andern Richtung erfolgen. Bezüglich des Ueberganges aus der Luft in Wasser ist für rothes Licht $n = \frac{108}{81}$ und für violettes Licht $n = \frac{109}{81}$. Man findet darnach für ersteres $\alpha = 59^0 23'$; $\beta = 40^0 12'$; $x = 21^0 1'$ und $2x = 42^0 2'$; für letzteres $\alpha = 58^0 40'$; $\beta = 39^0 24'$; $x = 20^0 8'$ und $2x = 40^0 16'$.

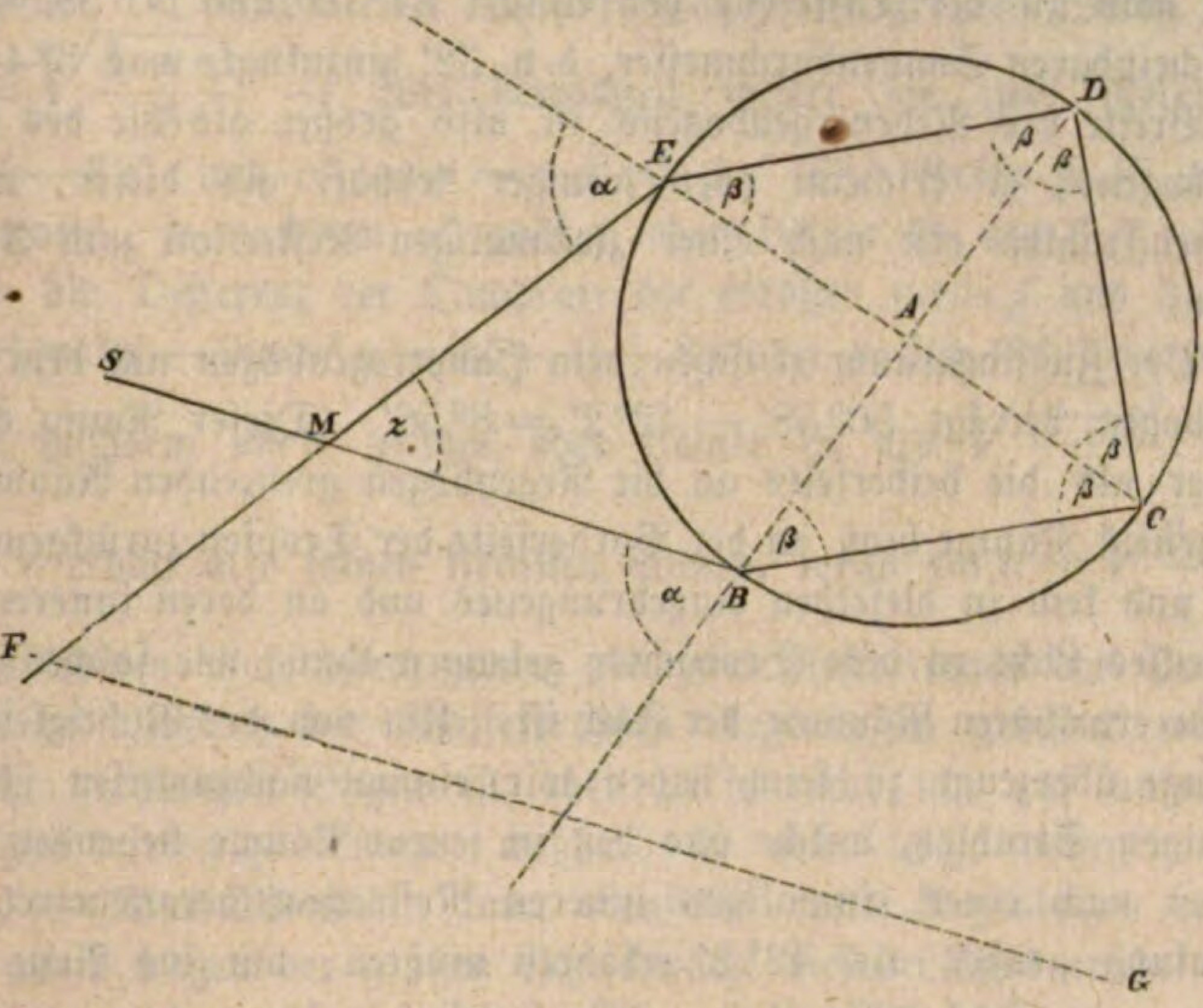
Um nun die Entstehung des Regenbogens zu begreifen, denke man sich durch T die mit SB parallele Linie TG gezogen. Macht nun die Linie TE mit dieser letztern einen Winkel von $42^0 2'$, welches der Ablenkungswinkel für die wirksamen rothen Strahlen ist, und denkt man sich jene Linie bis zur Regenwolke verlängert, so wird sie einen Regen-

tropfen treffen, welcher rothes Licht ins Auge sendet, mithin roth erscheint. Indem man sich die Linie TE um die Gerade TG dergestalt bewegt vorstellt, daß der Winkel ETG immer derselbe bleibt, wird jene Linie an der Regenwand einen Kreisbogen beschreiben, welcher die Regentropfen enthält, die dem Auge wirksame rothe Strahlen zusenden, weßhalb der Bogen roth gefärbt erscheint. — Bildet die Gerade ET mit der Linie TG einen Winkel von 40° 16′, so gibt sie die Richtung an, in welcher die wirksamen violetten Strahlen aus dem Tropfen austreten und zum Auge gelangen; dasselbe wird an der Regenwand einen violet gefärbten Kreisbogen erblicken, den man sich durch die Gerade TE daselbst bei der Rotation des Winkels ETM = 40° 16′ um die Achse TG beschrieben denken kann. Zwischen dem rothen und violetten Bogen erscheinen die Bögen mit den übrigen prismatischen Farben genau in der Aufeinanderfolge, in welcher sie im Spectrum vorkommen. Die Breite des ganzen Regenbogens beträgt offenbar 42° 2′ — 40° 16′ = = 1° 46′, wozu wegen des scheinbaren Durchmessers der Sonne von 32′ eine demselben gleiche Breite hinzugefügt werden muß, woraus sich die Breite des Hauptregenbogens gleich 2° 18′ ergibt. Die äußeren Bogen treten an dem Bogen deutlicher hervor, als die mittleren, indem die letzteren durch theilweise Deckung einander schwächen.

Die Höhe des Regenbogens über dem Horizont wird, insofern man sich die Ebene CTG in einer verticalen Lage denkt, welche den Horizont in der Geraden TH schneidet, gemessen durch den Winkel CTH = CTG — HTG = 42° 2′ weniger der jedesmaligen Sonnenhöhe. Die Höhe des Regenbogens nimmt demnach zu, wenn die Höhe der Sonne sich vermindert; sie erreicht ihren größten Werth beim Aufgang und Untergang, wo die Höhe der Sonne nahe gleich Null ist. Da in diesem Falle die Linie TG eine horizontale Lage bekommt, so erscheint dann der Regenbogen in der Form eines Halbkreises. Hat die Sonne die Höhe von 42° 2′ erreicht, so ist für den auf einer horizontalen Ebene stehenden Beobachter der Regenbogen nicht sichtbar. — Der Regenbogen kann am Morgen nur am westlichen, Nachmittags nur am östlichen Himmel, zuweilen auch um Mittag in den Gegenden zur Zeit, wo die Sonnenhöhe kleiner als 42° 2′ ist, am nördlichen Himmel erscheinen, aber nie bei uns gegen Süden gesehen werden.

Der Nebenregenbogen entsteht durch Sonnenstrahlen, welche im Innern der Tropfen zwei Reflectionen erleiden. Der einfallende Strahl SB wird nämlich bei B gebrochen (Fig. 134), sowohl bei C als bei D reflectirt, bei E abermals gebrochen, wodurch er die Richtung EF nimmt, so daß er den einfallenden Strahl im Punkte M schneidet und mit ihm

Fig. 134.



den Winkel EMB = z bildet. Um diesen Ablenkungswinkel zu bestimmen, betrachten wir das Viereck EMBA, welches gibt: z = 4R — — MEA — MBA — EAB. Aus dem Reflectionsgesetze folgt, daß die mit β bezeichneten Winkel einander gleich sind, und aus dem Refractionsgesetze, daß der Einfallswinkel α beim Eintritt in den Tropfen gleich dem Brechungswinkel beim Austritte ist. Hiernach wird Winkel $z = 4R - 2(2R - \alpha) - (6\beta - 2R)$ oder $z = 2\alpha - 6\beta + 2R$. Daraus ergibt sich, wenn α die sehr kleine Aenderung α' erfährt, dabei β in $\beta + \beta'$ und z in $z + z'$ übergeht, durch eine ähnliche Betrachtung wie oben: $\alpha' = 3\beta'$. Substituirt man diesen Werth in die aus der Relation $\sin(\alpha + \alpha') = n \sin(\beta + \beta')$ hergeleitete Gleichung $\alpha' \cos\alpha = n\beta' \cos\beta$; so bekommt man $3\cos\alpha = n\cos\beta$, woraus $\sin\alpha = \sqrt{\frac{9 - n^2}{8}}$ entspringt. Hiernach findet man für die rothen Strahlen $\alpha = 71^0 52'$ und für die violetten $\alpha = 71^0 39'$; woraus der Ablenkungswinkel für die wirksamen rothen $50^0 58'$ und für die wirksamen violetten $54^0 10'$ sich ergibt. Denkt man sich zwei gerade Linien FE und FE', deren eine einen Winkel von $50^0 58'$ mit der Geraden FG macht und andere einen Winkel von $54^0 10'$ mit dieser Linie einschließt; so werden gedachte Linien an der Regenwand zwei kreisförmige Bogen beschreiben, von denen der untere roth, der obere violet ist und zwischen denen die übrigen prismatischen Farben in natürlicher Auf-

einanderfolge liegen. Die Breite des Nebenregenbogens erhält man, wenn man zu der Differenz der Winkel $54^0 10'$ und $50^0 58' = 3^0 12'$ den scheinbaren Sonnendurchmesser, d. h. $32'$ hinzufügt, was $3^0 44'$ gibt. Die Breite des Nebenregenbogens ist also größer als die des Hauptregenbogens; er erscheint aber weniger lebhaft als dieser, weil die Sonnenstrahlen erst nach einer zweimaligen Reflection zum Auge gelangen.

Der Zwischenraum zwischen dem Hauptregenbogen und dem Nebenregenbogen beträgt $50^0 58' - 42^0 2' = 8^0 56'$. Dieser Raum erscheint dunkler als die beiderseits an die Regenbogen grenzenden Räume, weil aus jenem Raume bloß an der Vorderseite der Tropfen zurückgeworfenes Licht und kein in dieselben eingedrungenes und an deren inneren Fläche zerstreutes Licht zu dem Beobachter gelangen kann, wie solches bei den andern erwähnten Räumen der Fall ist Um von der Richtigkeit dieser Aussage überzeugt zu sein, haben wir einmal nachzuweisen, daß für diejenigen Strahlen, welche aus den in jenem Raume liegenden Regentropfen nach einer einmaligen inneren Reflection herausgetreten eine Ablenkung größer als $42^0 2'$ erfahren mußten, um ins Auge zu gelangen, eine solche Ablenkung nicht stattfinden kann; dann zu zeigen, daß für diejenigen Strahlen, welche aus den in gedachtem Raume befindlichen Tropfen nach einer zweimaligen inneren Reflection herausgetreten eine Ablenkung kleiner als $50^0 58'$ erleiden müßten, um ins Auge zu kommen, eine solche Ablenkung ebenfalls nicht möglich ist. Wir hätten also mit andern Worten einerseits nachzuweisen, daß für die wirksame Strahlung des Hauptregenbogens der Werth von x ein Maximum, und anderseits zu zeigen, daß für die wirksame Strahlung des Nebenregenbogens der Werth von z ein Minimum sei. Wir betrachten zu diesem Behufe zuvörderst die beiden oben gefundenen Relationen: $x' = 2\beta' - \alpha'$ und $\alpha' \cos\alpha = n\beta' \cos\beta$, wo die Winkel α, β zugleich wachsen und abnehmen, mithin α' und β' einerlei Zeichen haben, x' dagegen das nämliche oder das entgegengesetzte Zeichen bekommt, je nachdem $2\beta' > \alpha'$ oder $2\beta' < \alpha'$ ist. Der zweiten Relation zufolge wird aber $2\beta'$ größer oder kleiner als α', je nachdem $2\cos\alpha$ größer oder kleiner ist als $n\cos\beta$, oder je nachdem die Differenz der Quadrate dieser Größen, d. h. $4\cos^2\alpha - n^2\cos^2\beta = 4(1-\sin^2\alpha) - n^2(1-\sin^2\beta) = 4 - n^2 - 3\sin^2\alpha$ das positive oder das negative Zeichen erhält, d. h. je nachdem $\sin\alpha$ kleiner oder größer ist als $\sqrt{\frac{4-n^2}{3}}$. Es folgt hieraus, daß mit jedem höheren Grade des Einfallswinkels α der Winkel x wächst, so lange $\sin\alpha$ kleiner ist als $\sqrt{\frac{4-n^2}{3}}$, dagegen

wieder abnimmt, wenn der Sinus des Einfallswinkels diese Grenze überschreitet. Der Winkel x erhält folglich seinen größten Werth, wenn $\sin\alpha = \sqrt{\frac{4-n^2}{3}}$. — Wir betrachten weiter die zwei Relationen $z' = \alpha' - 3\beta'$ und $\alpha' \cos\alpha = n\,\beta' \cos\beta$. Die Größe z ist positiv oder negativ, je nachdem α' größer oder kleiner ist als $3\beta'$, oder je nachdem die Differenz der Quadrate der Größen $n\cos\beta$ und $3\cos\alpha$, d. h. $n^2\cos^2\beta - 9\cos^2\alpha = n^2 - 9 + 8\sin^2\alpha$ positiv sich herausstellt, oder je nachdem $\sin\alpha$ größer oder kleiner ist als $\sqrt{\frac{9-n^2}{8}}$. Der Winkel z erhält also seinen kleinsten Werth, wenn $\sin\alpha = \sqrt{\frac{9-n^2}{8}}$.

Es können auch durch mehr als zwei Reflectionen der Sonnenstrahlen im Innern der Wassertropfen Regenbogen gebildet werden: das Licht dergleichen Bogen ist aber zu schwach, um auf unser Gesichtsorgan wirken zu können, weßhalb sie nicht leicht wahrgenommen werden. — Das Mondlicht kann ebenfalls einen Regenbogen hervorrufen; allein wegen der großen Lichtschwäche dieses Lichtes erscheint der Bogen sehr matt und die prismatischen Farben sind selten zu unterscheiden. — Wenn die Sonne in der Nähe des Horizonts sich befindet, und die Regenwand dem Beobachter nahe steht, wie dies bei Springbrunnen und Wasserfällen sich ereignet: kann der Regenbogen als vollständiger Kreis erscheinen. — Ein solcher ganzer mit Regenbogenfarben geschmückter Kreis kann sich dem Beobachter auch darstellen, wenn derselbe sich auf der Spitze eines hohen Berges befindet, die Sonne am Horizonte oder noch etwas darunter steht und die Regenwolke dem Beobachter sehr nahe ist.

Von der Haltbarkeit dieser Theorie des Regenbogens überzeugt man sich durch die genaue Uebereinstimmung der aus derselben entnommenen Abmessungen und Folgerungen mit denen, welche man bei dem Phänomen wahrnimmt. Auch läßt sich die Richtigkeit jener Theorie mit Hülfe einer Glaskugel oder durch ein mit Wasser gefülltes cylindrisches Glas nachweisen, indem man sie von der Sonne erleuchten läßt und im dunklen Zimmer die innerhalb reflectirten Sonnenstrahlen auf einer weißen Wand auffängt. Werden jene brechenden Körper in verschiedene Höhen rücksichtlich des Beobachters gebracht, so ändern sich die Spectra, die bloß bei einem bestimmten Einfallswinkel in der gewünschten Deütlichkeit zum Vorschein kommen.

V. Von der Absorption oder Auslöschung des Lichtes. (Absorptive Chromatik.)

1. Dioptrische Farben.

Von dem in das Innere eines durchsichtigen Körpers eingedrungenen Licht bleibt immer ein gewisser Theil darin zurück oder wird, wie man zu sagen pflegt, von dem Körper absorbirt. Es ist dies nur ein bildlicher Ausdruck, wodurch angedeutet werden soll, daß die absorbirten oder eingesogenen Strahlen für die unmittelbare Sinnenwahrnehmung verschwunden sind. Die Schwächung, welche das Licht beim Durchgange durch ein Mittel vermöge der Absorption erfährt, wird desto größer, je länger der Weg ist, den es in demselben zurückgelegt hat. Die einfachste Hypothese, welche sich über die auf solche Weise vor sich gehende Auslöschung des Lichtes aufstellen läßt, ist die, daß für jede gleiche Dicke des zu durchlaufenden Mittels ein gleicher aliquoter Theil des eindringenden Lichtes absorbirt wird. Nimmt man daher die Einheit für die Menge des einfallenden Lichtes an und r für die Menge, welche zurückbleibt, nachdem die Einheit des Weges durchlaufen ist; so drückt r^n die übrigbleibende Lichtmenge für den zurückgelegten Weg n aus, wobei vorausgesetzt wird, daß jede Schichte des durchsichtigen Mittels dem eindringenden Lichte den nämlichen Widerstand darbietet. Die Größe r ist offenbar ein ächter Bruch, der sich mit der Natur des Mittels und mit der Brechbarkeit des Lichtes ändert. Bezeichnet man demnach mit a die Menge des äußersten Roth, mit a' diejenige der nächstliegenden Farbe von größerer Brechbarkeit und so fort, so ist $a r^n + a' r'^n + a'' r''^n + \ldots$ die Menge des durchgelassenen Lichtes, nachdem es die Dicke n durchlaufen hat, wo r, r', r'' . . . beziehungsweise die Werthe von r bezeichnen, welche den verschiedenfarbigen Strahlen zukommen, aus denen der weiße Strahl zusammengesetzt ist, der dann in dem Ausdrucke $a + a' + a'' + \ldots$ seine Darstellung haben wird. — Wenn das Mittel eine unendlich kleine Dicke hat, mithin n nahe gleich Null ist, wird $r^n = 1$, wie auch der Werth von r beschaffen sein mag. Das Mittel wird dann alle Farben ungeschwächt durchlassen oder farblos erscheinen. Deßhalb sind alle dünne Glasblasen aus gefärbtem Glase unfarbig, deßgleichen auch die Dünste von gefärbten Flüssigkeiten. — Hätte in einem durchsichtigen Mittel für alle farbige Strahlen die Größe r einerlei Werth, so würde ein durch dasselbe hindurchgegangener weißer Strahl bei seinem Heraustreten die nämliche proportionale Lichtmenge aller gefärbten Strahlen enthalten, mithin farblos erscheinen. Allein in der Natur bemerkt man selten eine derartige vollständige Farblosigkeit, weßhalb wir annehmen dürfen, daß

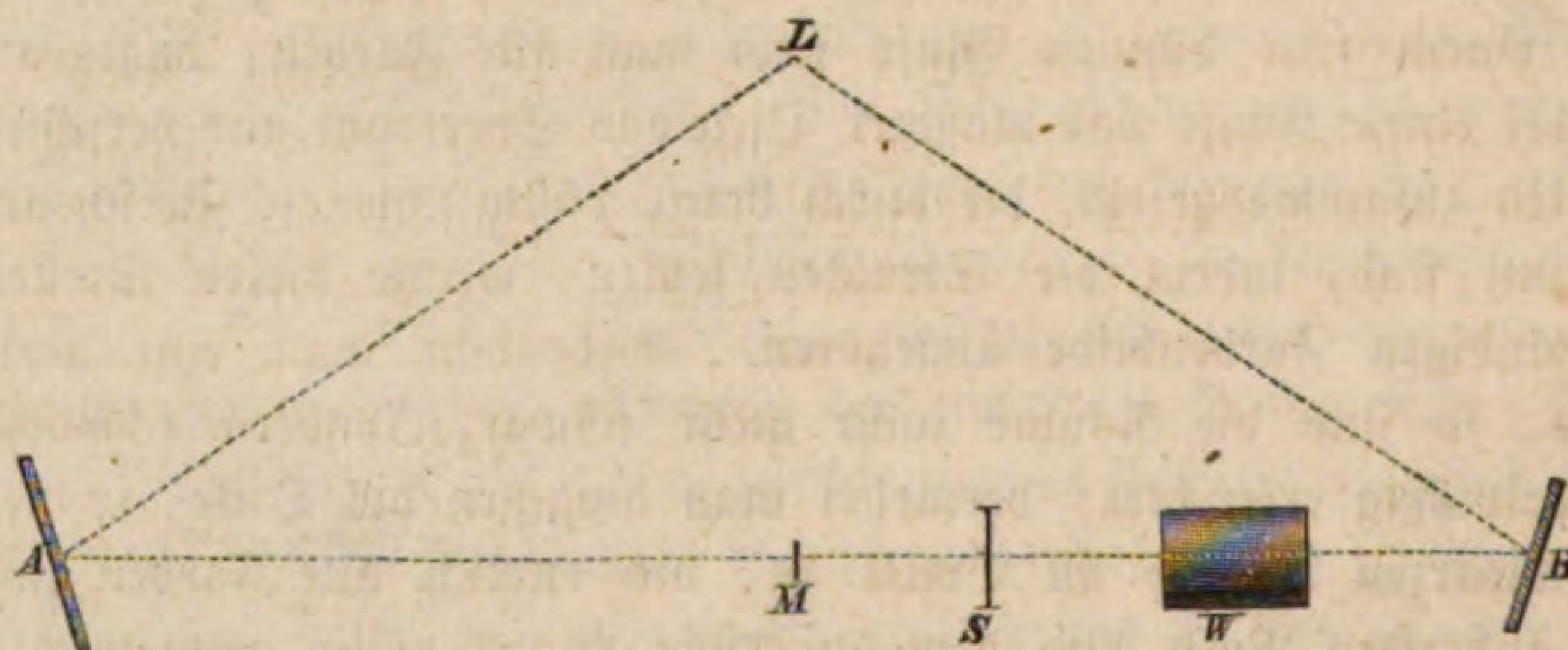
jeder besondere Strahl des Farbenbildes für jedes durchsichtige Mittel sein besonderes Durchsichtigkeitsverhältniß hat, gleichwie das Brechungsverhältniß für verschiedene Strahlen und verschiedene Mittel ein anderes ist. Durch nachstehenden Versuch läßt sich die Verschiedenheit der Absorptionskraft bei einem und demselben Mittel für verschiedenfarbige Strahlen nachweisen. Man betrachte durch ein ebenes und polirtes Smalteglas von blauer Farbe in einem dunkeln Zimmer eine feine Lichtlinie, deren Licht durch ein Prisma gebrochen wird. Mit einem sehr dünnen Glase sieht man alle Farben; dagegen zeigt sich bei einem Glase von mäßiger Dicke das Spectrum aus verschiedenen Theilen zusammengesetzt, die durch breite völlig schwarze Zwischenräume getrennt sind, indem die Strahlen fehlen, welche diesen Stellen im vollständigen Farbenbilde angehören. Gebraucht man eine geringere Dicke, so sind die Räume nicht mehr schwarz, sondern schwach und unregelmäßig erleuchtet; vermehrt man hingegen die Dicke, so nehmen die schwarzen Räume an Breite zu, bis endlich alle Farben zwischen dem äußersten Roth und dem äußersten Violet völlig ausgelöscht sind.

Läßt das Mittel auch nur im geringsten Grade einige Farbestrahlen leichter durchgehen als andere, so kann man durch eine schickliche Wahl der Dicke diese oder jene Farbe verschwinden machen und dem durchgelassenen Lichte jede beliebige Färbung ertheilen. Denn ist z. B. r nur etwas kleiner als r′, so kann durch Vermehrung von n die Größe r^n auf jeden beliebigen Grad der Kleinheit gebracht werden, so daß sie in Bezug auf die Größe r'^n vernachlässigt werden darf. Eine derartige Aenderung der Farbe durch Vermehrung der Dicke haben wir in einer starken Auflösung von Saftgrün oder noch besser von salzsaurem Chrom, wenn wir dieselbe zwischen zwei unter einen spitzen Winkel gestellten Glasplatten bringen. Betrachtet man das weiße Wolkenlicht durch den dünnsten Theil dieses Prisma, so erscheint es mit einer grünen Farbe, die in eine schwarzgelbe, dann in eine bräunliche Färbung und zuletzt in Blutroth übergeht, wenn man nach und nach durch die dickeren Theile der Flüssigkeit hindurchsieht. Die besagte Substanz hat nämlich die Eigenschaft, das Grün und das äußerste Roth leichter als die andern Farben durchzulassen. Nun ist das äußerste Roth ein schwaches Licht, während das Grün viel Lebhaftigkeit besitzt: in dünnen Schichten wird darum das letztere vorherrschen, dagegen in den dickeren Schichten das Roth die Oberhand gewinnen, weil daselbst die grünen Strahlen in einem höhern Grade absorbirt worden sind.

Weißes Glas, reines Wasser absorbirt eine verhältnißmäßige Menge von allen Lichtsorten, aus denen das weiße Licht besteht; das durchgelassene Tageslicht tritt nämlich in der Regel unfarbig aus diesen zwei

Körpern hervor. Sie schienen uns deßwegen vor allen andern Substanzen geeignet zu sein, das oben ausgesprochene Gesetz über die Abnahme der Lichtstärke beim Durchgang durch ein durchsichtiges Mittel einer näheren Prüfung zu unterwerfen. Das zu diesem Zweck von uns eingehaltene Verfahren, zu dessen Verdeutlichung die Figur 135 dient, war Folgendes: In L befand sich eine Argand'sche Lampe, deren

Fig. 135.



Licht auf die gleichweit entfernten Spiegel A und B fiel, die dann dasselbe in der Richtung der geraden Linie AB reflectirten. In der Mitte M war ein geölter Papierschirm aufgestellt, um von beiden Seiten gleich beleuchtet zu werden. Wurden jetzt zwischen M und B mehrere aufeinandergelegte Spiegelglasscheiben gebracht, so mußte natürlicherweise der Schirm S nach B hinzu gerückt werden, wenn man wieder auf beiden Seiten derselben einerlei Beleuchtung erzielen wollte. Setzt man nun $AL + AS = a$ und $BL + BS = b$, nennt ferner R die Intensität des blos durch die Luft gegangenen Lichtes und ϱ die Intensität des durch die Luft und die Glasplatten durchgelassenen Lichtes, so hat man $\frac{\varrho}{R} = \frac{b^2}{a^2}$, insofern auf beiden Papierflächen die gleiche Erleuchtung zu Stande gekommen ist. — Bezeichnet nun m den Theil des Lichtes, welcher jedesmal bei dessen Uebergang aus Luft in Glas verloren geht, so tritt das Licht in die Glasplatte ein mit der Intensität $\varrho_1 = (1 - m) R$. Angenommen daß der Lichtverlust beim Durchgange durch Körper von übrigens gleicher chemischer Constitution der Dichtigkeit proportional sei, so wird das Licht aus der Glasplatte mit der Intensität $\varrho_2 = (1 - m)^2 R r^{\delta c_1}$ heraustreten: in diesem Ausdrucke bezeichnet c_1 die Dicke der Glasplatte, δ die Dichtigkeit derselben und r den Theil des Lichtes, welcher auf eine der Einheit gleichen Strecke vom Glas durchgelassen wird. Mit der letzteren Intensität gelangt das Licht an der Vorderfläche der zweiten Glasplatte an, wo wieder der mte Theil durch Reflection verloren geht; es tritt also in diese zweite Platte ein mit der Intensität

$\varrho_3 = (1-m)^3 R r^{\delta c_1}$, und aus derselben heraus mit der Intensität $\varrho_4 = (1-m)^4 R r^{\delta(c_1+c_2)}$, in welchem Ausdrucke c_2 die Dicke der zweiten Glasplatte darstellt. Allgemein wird demnach das Licht bei seinem Austritte aus der nten Glasplatte die Intensität haben: $\varrho = (1-m)^{2n} R r^{\delta(c_1+c_2+c_3\ldots+c_n)} = (1-m)^{2n} R r^{\delta c}$, wo die Dicke aller Scheiben zusammen genommen gleich c gesetzt ist. Bei einem unserer Versuche, bei welchem sechs Glasplatten aufeinander gelegt waren, betrug die Gesammtdicke 2,9 Cent.; war ferner a = 2,81 Meter, b = 2,27 Meter. Bei einem zweiten Versuche, bei dem ebenfalls sechs Glasplatten aufeinander gelegt waren, deren Dicke zusammen genommen 1,5 Centimeter ausmachte, hatte man a = 2,79 Meter und b = 2,29 Meter. Wir erhalten hiernach folgende zwei Gleichungen: $\frac{\overline{2,27}^2}{\overline{2,81}^2} = (1-m)^{12} r^{2,5 \cdot 2,9}$ und $\frac{\overline{2,29}^2}{\overline{2,79}^2} = (1-m)^2 r^{2,5 \cdot 2,9}$; aus denen entspringt r = 0,9904 und m = 0,02956. Wir können also annehmen, daß für Spiegelglas beim Einfallen des Lichtes etwa $^1/_{35}$ durch Reflection verloren gehe und 0,9909 von demselben durchgelassen werde, wenn der vom Licht durchlaufene Weg einen Centimeter beträgt. — Nach einem von Bouguer angestellten Versuche (Traité d'optique pag. 88) wurde das Licht, wenn es durch sechs aufeinander gelegte Spiegelglasscheiben gegangen war, im Verhältniß von 10 : 3 vermindert; die Dicke aller Glasplatten betrug 11,5 Linien. Mit Zugrundlegung dieses Versuches würde bei Beibehaltung des oben angegebenen Werthes von m, welcher mit dem von Bouguer aufgefundenen ziemlich übereinstimmt, für r der Werth 0,867 sich herausstellen, wenn wir erwägen, daß 11,5 Linien = 2,36 Cent. Der fragliche Werth von r ist kleiner als der, wie wir ihn gefunden haben; woraus vielleicht gefolgert werden kann, daß das Glas, mit welchem Bouguer experimentirte, ziemlich undurchsichtig gewesen sein mußte.

Um die Schwächung des Lichtes durch das Wasser ausfindig zu machen, wurden zwischen M und B nach und nach vier verschiedene lange rechtwinklige mit Wasser gefüllte Behälter aus Holz aufgestellt; die Behälter hatten sämmtlich einerlei Höhe und Breite von 2 Decimeter, während ihre Länge beziehungsweise war: 0,25 Meter; 0,5 Meter; 1,25 Meter; 1,5 Meter; bei allen vier waren die schmäleren Seitenwände durch gleichdicke Spiegelglasscheiben ersetzt. Für die in Rede stehende zweite Reihe von Versuchen verwandelt sich die vorhin entwickelte Formel in folgende: $\frac{\varrho}{R} = (1-m)^4 r^{c\delta} r_1^{\,l}$, in welcher die Buchstaben m, r, c, δ, R die oben ihnen beigelegte Bedeutung behalten; ϱ die Intensität des durch die Luft sammt Glasscheiben und einer Wasserschichte

von der Dicke l gegangenen Lichtes bezeichnet; endlich r_1 den vom Wasser durchgelassenen Antheil des Lichtes ausdrückt, wenn der von ihm durchlaufene Weg einen Centimeter beträgt. Die letzte Formel liefert, wenn wir $l = 50$ Cent.; $c = 20{,}4$ Cent.; $a = 4{,}5$ Meter; $b = 3{,}9$ Meter, wie diese Größen bei einer unserer Beobachtungen gewesen waren; und $m = 0{,}02956$ und $r = 0{,}99095$ setzen, wie die beiden letzteren Größen sich bei der ersten Versuchsreihe herausgestellt hatten, folgende Gleichung: $\frac{\overline{3{,}9}^2}{\overline{4{,}5}^2} = \overline{0{,}97044}^4 \cdot \overline{0{,}99095}^2 r_1^{50}$. Aus derselben ergibt sich für r_1 der Werth 0,9958. Nach Bouguer (Traité d'optique pag. 65) wird das Licht im Wasser nach einem Wege von 10 Fuß im Verhältniß von 5:3 vermindert, was, wenn wir die einfache Formel $\frac{\varrho}{R} = r_1^{l}$ zu Grunde legen und erwägen, daß 10 Fuß ohngefähr 325 Centimeter ausmachen, uns die Gleichung $\frac{3}{5} = r_1^{325}$ liefern würde; aus welcher für r_1 der Werth 0,9984 sich ergibt. Dieser Werth weicht von dem von uns aufgefundenen nicht so bedeutend ab, wie solches bei den zwei für Glas angegebenen Verhältnißzahlen der Fall gewesen ist; er ist aber doch größer als der unserige, was darin seinen Grund hat, daß Bouguer mit Meerwasser experimentirte, das bekanntlich durchsichtiger ist als Brunnenwasser, welches wir bei unseren Untersuchungen angewendet haben. Aus den eben erwähnten und andern mehrfach angestellten Versuchen ergibt sich also, daß das durch die Formel $\varrho = R\, r^{l\delta}$ ausgedrückte Gesetz über die Schwächung des Lichtes beim Durchgang durch Körper seine Gültigkeit behält, so lange die Dichtigkeit δ in der ganzen Ausdehnung des Weges l dieselbe bleibt; die Constante r muß übrigens für jeden lichtabsorbirenden Körper durch Beobachtung bestimmt werden.

Kann der Lichtstrahl in einer Substanz einen m mal größeren Weg durchlaufen als in einer andern, ehe er in demselben Maße geschwächt wird; so können wir sagen, daß die erste Substanz m mal durchsichtiger als die zweite ist. Unter einer derartigen Voraussetzung wollen wir das Glas und das Meerwasser hinsichtlich der Durchsichtigkeit mit dem Brunnenwasser vergleichen. Damit der Lichtstrahl im Brunnenwasser in demselben Maße geschwächt werde, als bei seinem Durchgange im Glas nach einem Wege von 1 Centimeter, muß er im Wasser eine Wegstrecke x zurücklegen, deren Werth durch Auflösung der Gleichung: $0{,}9909 = \overline{0{,}9958}^x$ sich ergibt. Man erhält daraus $x = 2{,}1$: das Brunnenwasser wäre demnach mehr als zweimal durchsichtiger als das Glas. Das solchergestalt erhaltene Durchsichtigkeitsverhältniß könnte das *relative* Durchsichtigkeitsverhältniß des Glases genannt werden.

Dividirt man das relative Durchsichtigkeitsverhältniß des Glases durch das specifische Gewicht 2,5, so könnte der Quotient $\frac{2,1}{2,5}$ das relative specifische Durchsichtigkeitsverhältniß des Glases heißen; d. h. würde man das Glas bis zur Dichtigkeit des Brunnenwassers ausdehnen, so könnte das Licht in einem solchen Glase, vorausgesetzt daß seine chemische Beschaffenheit sich nicht änderte, einen etwas größeren Weg zurücklegen als im Wasser, ehe es in gleichem Maße geschwächt würde. — Um das relative Durchsichtigkeitsverhältniß für Meerwasser zu ermitteln, haben wir wieder nur die Gleichung $0{,}9958^x = 0{,}9984$ aufzulösen: sie liefert $x = 0{,}3804$: d. h. das Meerwasser ist beinahe dreimal durchsichtiger als das Brunnenwasser. Dividirt man 3 oder genauer 2,631 durch 1,03, das specifische Gewicht des Meerwassers; so bekommt man 2,55 für das relative specifische Durchsichtigkeitsverhältniß des letzteren.

Der in das Mittel eingedrungene Lichtantheil wird bei seinem Durchgange durch dasselbe desto weniger geschwächt, je mehr die einzelnen Theilchen des Mittels hinsichtlich ihres Brechungsvermögens übereinstimmen oder, wie man sich auch auszudrücken pflegt, je optisch gleichartiger sie sind. Diese Eigenschaft des Mittels ist ein wesentliches Erforderniß, wenn es einen gewissen Grad von Durchsichtigkeit besitzen soll, wie wir dies an vielen Erscheinungen wahrnehmen können. Das Papier wird durchsichtiger, wenn man die in seinen Poren enthaltene Luft durch stärker brechendes Oel ersetzt und solchergestalt das Papier in seinen Theilen optisch gleichartiger macht. Der weiße Hydrophan wird durchsichtig und farblos, wenn man die in seinen Poren befindliche Luft durch Wasser vertreibt. Zwei Glasplatten sind durchsichtiger, wenn sich Wasser, als wenn sich Luft zwischen ihnen befindet; am durchsichtigsten aber, wenn sie mit einem aus Canadabalsam und Guajakharz bestehenden Firniß zusammengekittet werden, der das Licht beinahe so stark bricht wie das Glas. Ein inniges Gemenge von zwei durchsichtigen Substanzen, welche das Licht recht verschieden brechen, entbehrt der Durchsichtigkeit. Luft und Wasser gemengt bilden Wolken, Luft und Eis zusammen machen zusammen Schnee, zerstoßener Bergkrystall wird Sand, ein Gemenge kleiner Glastheile mit Luft erscheint als weißes Pulver.

Einen vollkommen durchsichtigen Körper gibt es in der Natur nicht; denn selbst die atmosphärische Luft, der durchsichtigste aller bekannten Körper, hat in großer Masse eine blaue Farbe, was nicht der Fall sein würde, wenn sie ein vollkommen durchsichtiger Körper wäre, da ein solcher Körper gar nicht gesehen werden kann. Aber es gibt auch keinen Körper, wie schon gleich im Anfang bemerkt worden, der

nicht wenigstens in geringem Grade eine gewisse Durchsichtigkeit besäße. Gold sieht in dicken Stücken gelb aus; zu ganz dünnen Blättchen geschlagen zeigt es im zerstreuten Lichte dieselbe Farbe, dagegen erscheint es grünlich gefärbt im durchgelassenen. Das Wasser an der Oberfläche des Meeres sehen wir von grüner Farbe, Taucher sahen aber tief im Meere Gegenstände, welche von den durchs Wasser gegangenen Sonnenstrahlen erleuchtet waren, roth gefärbt. Gelbes Glas zeigt im reflectirten wie im durchgelassenen Lichte die nämliche Farbe; in beiden Fällen sind also die gelben Strahlen in geringstem Maße absorbirt worden. Eine besondere Klasse von dioptrischen Absorptionserscheinungen nehmen wir bei einer großen Anzahl der in der Natur krystallisirt vorkommenden Mineralien wahr, indem sie einen Farbengegensatz zeigen, wenn wir ihre Stellung gegen das Licht verändern. Der Dichroit hat in einer bestimmten Richtung eine röthliche, und wenn wir den Krystall vor unserem Auge drehen, eine bläuliche Farbe. Nach dieser Eigenschaft hat das Mineral seinen Namen erhalten, wie denn überhaupt die Fähigkeit mancher Körper, nach verschiedenen Richtungen eine verschiedene Färbung zu zeigen, mit dem Namen Dichroismus bezeichnet worden ist.

In welchem Verhältnisse ein Mittel die verschiedenfarbigen Theile eines weißen Lichtstrahles absorbirt, erfährt man am sichersten, wenn man dicht hinter die feine Oeffnung, durch welche die Sonnenstrahlen in das dunkle Zimmer eintreten, das mit parallelen Wänden begrenzte fragliche Mittel bringt, z. B. eine farbige Glasplatte oder eine zwischen parallelen farblosen Glasplatten befindliche farbige Flüssigkeit, und aus dem durchgelassenen Lichte mittelst eines reinen nicht absorbirenden Prismas ein Farbenbild erzeugt. Da werden natürlich jene Stellen des Spectrums, deren Licht in höherem Grade absorbirt worden ist, minder hell erscheinen als sonst, ja wenn einiges Licht gänzlich ausgelöscht worden, an den entsprechenden Stellen des Spectrums selbst dunkle Räume sich zeigen. — Dergleichen Absorptionserscheinungen lassen sich auch in folgender Weise beobachten. Man bringt dicht vor ein Lampenlicht einen Schirm, der eine 1 bis 2 Millimeter breite Oeffnung hat, und betrachtet solche durch ein in einer Entfernung von etwa einem Meter aufgestelltes Prisma, nachdem man den zu prüfenden durchsichtigen Körper dicht vor die Oeffnung oder auch zwischen das Auge und das Prisma gebracht hat. Die dergestalt bis jetzt untersuchten durchsichtigen farbigen Körper liefern kein homogenes, sondern mehr oder weniger zusammengesetztes Licht. — Das durch Kupferoxydul kirschroth gefärbte Glas, sowie das durch Goldchlorid rosenroth gefärbte Glas geben kein homogenes Roth, sondern Roth von verschiedener Brechbarkeit, was aus der namhaften Breite des Spectrums hervorgeht.

— Das durch Antimonoxyd unter gleichzeitiger Anwendung von Menning und etwas Eisenoxyd gelb gefärbte Glas, sowie das durch Uranoxyd oder Chlorsilber gelb gemachte Glas lassen außer den gelben auch orange, rothe und zum Theil grüne Strahlen durch. Bei zunehmender Dicke werden diese Gläser orangefarbig und endlich roth. — Das Licht, welches durch grünes Glas gegangen ist, das diese Färbung dem beigemengten Chromoxyd oder Eisenoxydul verdankt, gibt ein Spectrum, in welchem die beiden Enden des Farbenbildes vorzugsweise verschluckt sind, jedoch mehr das rothe, wenn die Färbung ins Bläuliche spielt, mehr das violette, wenn sie gelblich ausfällt. — Das Spectrum des durch kobaltblaues Glas durchgelassenen Lichtes zeigt eine starke Auslöschung der hellrothen und grünen Strahlen, und eine schwache Wirkung auf die stärker brechbaren Parthien des Farbenbildes.

Geht ein Lichtstrahl a des Spectrums durch eine Verbindung mehrerer Mittel, deren Dicken m, n, p und Durchsichtigkeitsverhältnisse beziehungsweise x, y, z sind; so hat dieser Strahl nach seinem Durchgange durch jene Mittel die Größe $a x^m y^n z^p$ zum Ausdrucke, insofern nichts durch die Zurückwerfung an der Oberfläche verloren geht. Der Rest des weißen Lichtes, nachdem es der absorbirenden Kraft jener Mittel unterworfen war, wird demnach sein $a x^m y^n z^p + a' x'^m y'^n z'^p + \ldots$; aus welchem Ausdrucke hervorgeht, daß die Ordnung, in welcher die Mittel aufeinander folgen, von keinem wesentlichen Einfluß ist. — Der vorstehende Ausdruck enthält zum Theil auch die Erklärung, warum das Licht, welches durch einen durchsichtigen Körper von bestimmter Farbe gegangen ist, anders farbig sich zeigt, wenn es noch durch einen zweiten durchsichtigen Körper von einer andern Farbe gegangen ist. So erscheint das Licht, welches zuerst durch ein rothes und dann durch ein gelbes Glas gegangen ist, orange; hingegen violet, wenn letzteres Glas blau ist. — Die Verbindung mehrerer durchsichtiger Mittel setzt uns in den Stand, verschiedenes homogenes Licht in ziemlicher Reinheit zu erhalten. Legt man z. B. auf ein Glas von blauer Smalte ein rothes Glas von dunkeler Farbe, so bekommt man eine Zusammensetzung, welche nur die äußersten rothen Strahlen durchläßt. Dieselbe Glasart mit einem grünen Glase verbunden, liefert einen breiten Streifen von homogenem Gelb. — Der geschickte Optiker Soleil hat auf diese Weise einen einfachen Apparat angefertigt, der den Namen Chromaskop führt. Er besteht aus sechs gefärbten Gläsern, deren Farben mit den sechs Farben des Spectrums möglichst genau übereinstimmen. Durch die sechs aufeinander gelegten Gläser sieht man die Sonne zu einer weißen Scheibe ohne allen Glanz verdunkelt. Ein lebhaftes weißes Licht erscheint immer weiß, wenn man es durch zwei übereinan-

der gelegte Gläser betrachtet, deren Farben complementär sind. Durch fünf aufeinander gelegte Gläser gesehen zeigt sich das weiße Licht von einer Farbe, welche zu der des weggenommenen Glases complementär ist. Durch drei übereinander gelegte Gläser, nämlich durch Roth, Gelb und Blau, oder durch Orange, Grün und Violet erscheint weißes Licht ebenfalls weiß.

Die farbigen Flüssigkeiten können bei dergleichen Versuchen auch in prismatische Gefäße, deren Wände aus ebenen parallelen Spiegelgläsern bestehen, eingeschlossen werden, in welchem Falle dann kein weiteres Prisma zur Zerlegung der Farben nöthig ist. Um die Gläser zusammenzufügen und ein Gefäß daraus zu bilden, welches Flüssigkeiten zu enthalten vermag, muß man bei wässerigen Flüssigkeiten die Glasplatten mit Schellack und bei alkoholischen oder ätherischen Lösungen mit Hausenblase zusammenkitten. — Eine Lösung von schwefelsaurem Indigo gibt ein Spectrum, welches außer dem Blau noch etwas Grün und einen hellrothen Streifen enthält, der von dem Blau durch einen vollkommen dunklen Zwischenraum getrennt ist. — In dem Spectrum der schönen blauen Lösung von schwefelsaurem Kupferoxydammoniak finden wir Blau und das äußerste Violet. Diese Eigenschaft verleiht dem Stoffe einen großen Werth bei optischen Untersuchungen, indem eine Röhre mit jener Flüssigkeit gefüllt ein bequemes Mittel an die Hand gibt, um Versuche über die violetten Strahlen anzustellen. — Eisenchlorid läßt die grünen und mittleren rothen, oxalsaurer Ammoniak-Nickel dagegen die blauen und äußersten rothen Strahlen durch.

Von eigenthümlicher Art ist die Wirkung, welche auf das Sonnenspectrum oxalsaures Chromoxydkali ausübt, sowohl im festen Zustande als in einer wässerigen Lösung. Schon bei der kleinsten Dicke absorbirt es die gelben Strahlen. Bei zunehmender Dicke verschwindet noch das Violet, das Orange, das weniger brechbare Grün; bei noch mehr zunehmender Dicke erlischt auch das Grün an der blauen Seite und das Blau an der violetten Seite, bis zuletzt nur noch Roth zurückbleibt. In dem Spectrum des durch diesen Körper gegangenen Lichtes zeigt sich überdies eine scharf begrenzte Linie im Roth zwischen den Frauenhofer'schen Linien A und B, die zur Ermittelung des Brechungsvermögens durchsichtiger Körper in Bezug auf rothes Licht besonders geeignet ist.

Bei dem Durchgange des weißen Lichtes durch eine hinreichend dicke Schichte Salpetersäurendampfes gewährt das Farbenbild eigenthümliche Erscheinungen, welche bei farbigen Flüssigkeiten und bei durchsichtigen farbigen festen Körpern nicht vorkommen. Das Spectrum

erscheint, wenn man das Licht durch ein mit Salpetersäuredampf gefülltes Glasgefäß leitet und den durchgegangenen Lichtstrahl wie beim Frauenhofer'schen Versuch durch ein Prisma und ein dahinter befindliches Prisma betrachtet, von einer Reihe dunkler Linien durchschnitten, welche vom Violet an nach dem Roth hin an Schärfe und Dunkelheit abnehmen und mit den Frauenhofer'schen Linien viel Aehnlichkeit haben. Bei zunehmender Dicke der Schichte werden die Streifen im Violet immer breiter und dunkler, die im Roth deutlicher. Aehnlich wie Verdichtung wirkt Erwärmung. Die Farbe des Gases wird intensiver roth und zuletzt vollständig schwarz, daß nicht ein Strahl der hellsten Sonne durchzudringen vermag.

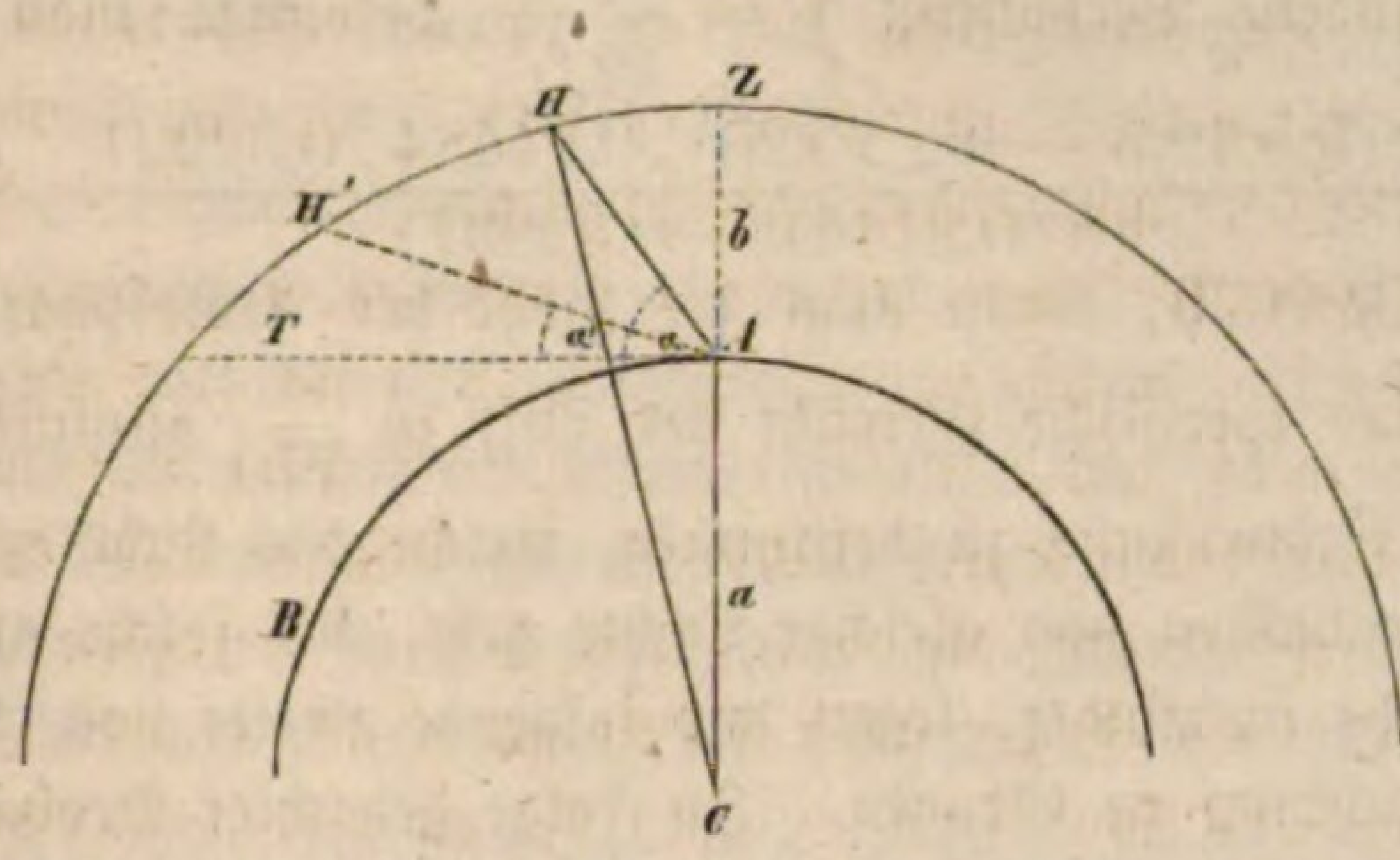
Analog den Wirkungen des Dampfes der Salpetersäure sind die des Joddampfes, Bromdampfes und des Dampfes von Unterchlorsäure. Bei dem Joddampfe erscheinen zuerst in dem blauen Lichte gleichweit abstehende dunkle Linien, welche beim Dichterwerden des Dampfes in allen Theilen des Spectrums auftreten und bei noch größerer Intensität des Dampfes das ganze Spectrum ausfüllen, einen geringen Theil des Roth ausgenommen, das aber gänzlich von schwarzen Strichen erfüllt ist. — Nicht alle farbigen Gase und Dämpfe zeigen dergleichen dunkle Linien; Chlorgas löscht z. B. das Blau im Spectrum aus, ohne dunkle Streifen zu erzeugen; ebenso fehlen sie im rothen Dampf des Indigo. In farblosen Gasen und Dämpfen hat man noch keine andern als die Frauenhofer'schen Linien wahrgenommen. Die hier zur Sprache gebrachten Erscheinungen dürften der oben ausgesprochenen Vermuthung als Unterstützung dienen, daß nämlich die dunklen Linien im Spectrum des Sonnenlichtes durch atmosphärische Absorption entstehen.

Die atmosphärische Luft ist, wenn sie keine fremdartige Stoffe enthält, wie schon bemerkt, ein im hohen Grade durchsichtiger Körper, der uns gestattet, selbst sehr weite entfernte Gegenstände zu sehen. Wegen der unvollkommenen Durchsichtigkeit der Atmosphäre wird an jeder Stelle derselben ein Theil des einfallenden Sonnenlichtes aufgehalten und nach allen Richtungen zerstreut, so daß wir am Tage die ganze Atmosphäre stark erleuchtet erblicken. Diese namhafte Erleuchtung der Atmosphäre oder die allgemeine Tageshelle ist Ursache, daß wir die schwach leuchtenden Gestirne am Tage nicht mehr wahrnehmen, aber auch solche Orte erleuchtet finden, welche nicht unmittelbar den Sonnenstrahlen ausgesetzt sind. — In höheren Regionen, wo die Luft dünner und reiner ist als in der Tiefe, wird sie auch durchsichtiger; deßhalb sehen wir auf hohen Bergen mehr Sterne als in der Ebene an ihrem Fuße. Die Gestirne sind schwach leuchtend, wenn sie nahe an dem

Horizont sich befinden, weil die Lichtstrahlen, die wir von ihnen bekommen, einen längeren Weg in den stärker absorbirenden unteren Schichten der Atmosphäre zurückzulegen haben als in dem Falle, wo jene Himmelskörper höher über dem Horizonte stehen. — Die Durchsichtigkeit der Luft ist für einen und denselben Ort vielfachen Veränderungen unterworfen, welche von Wasserdünsten und verschiedenen anderen Körpertheilchen herrühren, die mit der aufsteigenden warmen Luft von der Erdoberfläche, sowie durch Winde in die Höhe geführt werden. In unsern Klimaten erreicht die Luft ihre größte Durchsichtigkeit, wenn nach lang anhaltendem Regen sich der Himmel schnell erheitert, in welchem Falle man dann eine klare Fernsicht hat. Zu einer solchen Durchsichtigkeit tragen ohnstreitig die Dünste viel bei, die nach andauerndem Regen in den Zwischenräumen der Atmosphäre schweben; daher pflegt man die große Durchsichtigkeit der Luft, bei welcher ferne Berge sehr klar erscheinen, als ein Zeichen von großer Feuchtigkeit der Luft, mithin als ein Vorbote des bald eintretenden Regens anzusehen. In der Nähe des Aequators ist die Luft viel durchsichtiger als in unsern Gegenden, so daß dort die Sterne weit heller erscheinen. Humboldt sah mit bloßen Augen deutlich auf den Hochebenen der Cordilleren ein im Schwanze des großen Bären befindliches Sternchen, das bei uns nur selten und dann noch nicht recht bestimmt von den benachbarten Sternen zu unterscheiden ist.

Um die Schwächung des Lichtes durch die atmosphärische Luft zu ermitteln, gehen wir zunächst von einer von Bouguer angestellten Beobachtung aus, (Traité d'optique page 80), in Folge deren einerseits das Licht des Vollmondes, als er eine Höhe von 66° 11′ über dem Horizont hatte, eine weiße Fläche eben so hell erleuchtete, als eine Lichtflamme in einer Entfernung von 10,25 Meter; und in Folge deren anderseits, wo der Mond nur 19° 16′ hoch stand, die Erleuchtung sich so groß herausstellte, wie die derselben Lichtflamme in der Entfernung von 12,5 Meter. Bezeichnen wir die Intensität des Mondlichtes bei der ersten Beobachtung durch ϱ und durch ϱ_1 die Intensität dieses Lichtes bei der zweiten Beobachtung; so haben wir zunächst $\frac{\varrho}{\varrho_1} = \frac{\overline{12,5}^2}{\overline{10,25}^2}$. — Es sei nun (Fig. 135 a) C der Mittelpunkt der Erde, der innere Kreis AB die Oberfläche derselben, HZ die äußere Begränzung der Atmosphäre: HA ein in der Atmosphäre sich bewegender Lichtstrahl, wobei die Krümmung außer Acht gelassen wird, welche der Strahl in Folge der Brechung erleidet; AT eine Berührungslinie der Erdoberfläche in A, wo solche zuletzt vom Lichtstrahl getroffen wird. Denken wir uns nun die Atmosphäre in eine große Anzahl Schichten getheilt, deren

Fig. 135 a.

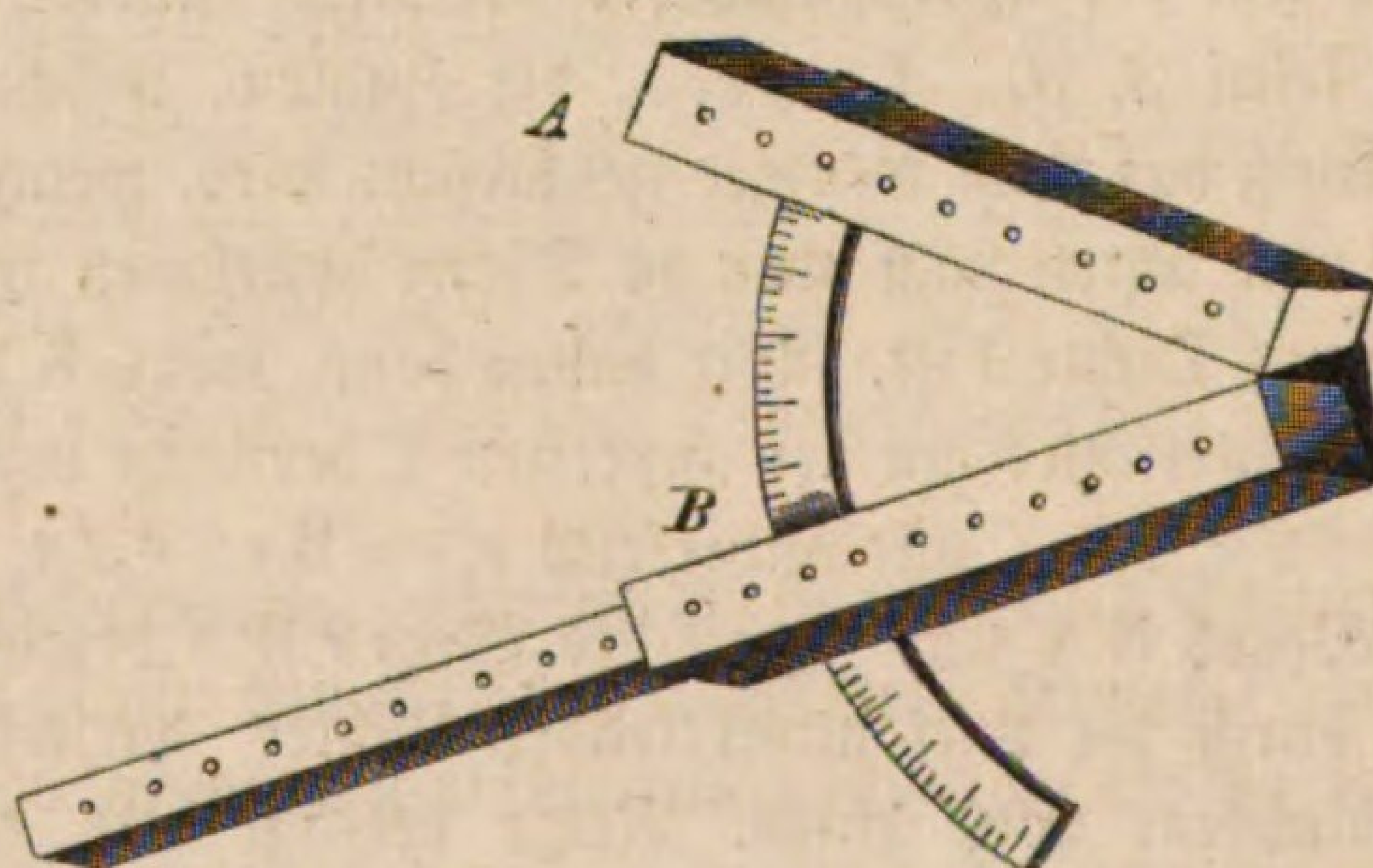


jede einen Meter Dicke hat; so können wir die Dichte der Luft in jeder einzelnen Schichte als gleichförmig ansehen, eine Voraussetzung, welche in der Wirklichkeit zwar nicht stattfindet, da höhere Stellen in der Atmosphäre eine geringere Dichte haben als tiefer liegende, hier aber, wo es sich blos um ein approximatives Resultat handelt, gemacht werden darf. Es seien $\beta, \beta_1, \beta_2, \beta_3 \ldots$ die Zahlen, welche angeben, in welchem Verhältniß das Licht weniger geschwächt wird, wenn es in Schichten gelangt, die von unten nach oben an Dichte abnehmen im Vergleich zu der untersten, deren Dichte δ ist. Wir haben dann, wenn R die anfängliche Intensität des Mondlichtes an der äußersten Oberfläche bezeichnet, einerseits: $\varrho = R\, r^{c\delta} \beta \beta_1 \beta_2 \ldots$ und anderseits $\varrho_1 = R\, r^{c_1 \delta} \beta \beta_1 \beta_2 \ldots$, wo c die Länge des Weges HA und c_1 die des Weges H'A bezeichnet und r die Intensität des durch die Luft austretenden Lichtes darstellt, wenn der von ihm durchlaufene Weg einen Meter beträgt und die Dichtigkeit derselben gleich δ ist. Setzen wir den Halbmesser der Erde $AC = a$, die Höhe der Atmosphäre $= b$; ferner den Winkel HAT der Höhe des Gestirns über dem Horizont $= \alpha$; so gibt uns das Dreieck HAC die Gleichung $(b + a)^2 = a^2 + c^2 + 2ac \sin \alpha$. Aus dieser Gleichung ergibt sich: $c = \frac{b}{\sin \alpha}$, weil der Halbmesser a der Erde sehr groß ist im Vergleich gegen die Höhe b der Atmosphäre, mithin die höheren Potenzen der Größe $\frac{b}{a \sin \alpha}$ weggelassen werden können. Auf dieselbe Weise hat man $c_1 = \frac{b}{\sin \alpha_1}$. Hiernach verwandelt sich die Relation $\frac{\varrho_1}{\varrho} = r^{(c_1 - c)\delta}$ in $\frac{\varrho_1}{\varrho} = r^{\delta b \left(\frac{1}{\sin \alpha_1} - \frac{1}{\sin \alpha}\right)}$, welche Formel übrigens nur so lange Gültigkeit behält, als $a \sin \alpha$ gegen b bedeutend erscheint, mithin z. B. bei $\alpha = 5^0$, wo $\frac{b}{a \sin \alpha} = \frac{1}{11}$ wird, nicht mehr angewendet werden darf. — Für die Werthe $\alpha = 66^0\, 11'$ und $\alpha_1 = 19^0\, 16$,

und das gefundene Verhältniß $\frac{\varrho_1}{\varrho} = \frac{\overline{10{,}25}^2}{\overline{12{,}5}^2}$ bekommt man hiernach:
$\log r = -\frac{2(\log 12{,}5 - \log 10{,}25) \,.\, 0{,}91484 \,.\, 0{,}32997}{b\,\delta\,(0{,}91484 - 0{,}32997)}$. Daraus entspringt r = 0,99679, wenn man die Höhe der Atmosphäre zu 41900 Meter und das specifische Gewicht der Luft zu $\frac{1}{770}$ annimmt.

Um die Schwächung zu bestimmen, welche das Licht erfährt, wenn es durch Luftschichten von gleicher Dichte geht, wie solche an der Oberfläche der Erde stattfindet, legen wir folgende zweite von Bouguer gemachte Beobachtung zu Grunde. In Folge gedachter Beobachtung wird das Licht in dem Verhältniß von 100 : 99 vermindert, wenn es an der Oberfläche der Erde einen Weg von 368 Meter durchlaufen hat. Um dies ausfindig zu machen, bediente er sich zweier im Innern geschwärzten Röhren C A und R D (Fig. 135 b), die an zwei ihrer Enden mittelst

Fig. 135 b.



eines Charniers S mit einander verbunden waren. Die zwei Oeffnungen R und C dieser Röhren hatten einen Durchmesser von etwa 9 Millimeter und waren durch zwei Stücke von sehr feinem und weißem Papier geschlossen, während die beiden anderen Oeffnungen A und D offen blieben und einen Durchmesser von ohngefähr 27 Millimeter hatten. Die eine dieser Röhren R D besteht aus zwei in einander verschiebbaren Stücken, so daß durch ihre Verlängerung oder Verkürzung der nämliche Erfolg bewirkt wird, als wenn der Durchmesser D in demselben Verhältniß kleiner oder größer gemacht worden wäre. Werden nun die beiden Röhren nach zwei hinlänglich großen weißen Scheiben hingekehrt, die in einer Entfernung von 368 Meter von einander in verschiedenen Richtungen gegen den Scheitel des Winkelinstrumentes aufgestellt sind; so wird man die Röhre R D, welche der näher liegenden Scheibe zugewendet ist, mehr oder weniger verlängern müssen, um an den beiden Papierschirmen R und C eine und dieselbe Erleuch-

tung hervorzubringen. Wenn eine und dieselbe Erleuchtung zu Stande gekommen ist, braucht man bloß noch das umgekehrte Verhältniß der Quadrate der Längen der beiden Röhren zu nehmen um das gesuchte Verhältniß der Lichtintensitäten zu erhalten. — Die solchergestalt von Bouguer angestellte Beobachtung liefert uns also die Relation: $r^{\delta \cdot 368} = 0{,}99$, aus welcher entspringt $r = 0{,}9792$. Dieser Werth ist kleiner als der oben gefundene Werth 0,99679, wie es zu erwarten war. Um das relative Durchsichtigkeitsverhältniß der an der Oberfläche der Erde befindlichen Luft zu finden, haben wir zuvörderst die Gleichung: $0{,}99 = 0{,}9958^x$ aufzulösen; sie gibt $x = 2{,}38$. Die Luft ist folglich $\frac{36800}{2{,}38} = 15415$ mal durchsichtiger als Brunnenwasser oder 5131 mal durchsichtiger als Meerwasser; weil das Licht in der Luft nach einem Wege von 368 Meter in gleichem Grade geschwächt wird wie im Brunnenwasser nach einem Wege von 2,38 Centimeter und das Meerwasser ohngefähr dreimal durchsichtiger als das Brunnenwasser ist. Bouguer hält die Luft blos 4575 mal durchsichtiger als das Meerwasser, weil er von der Voraussetzung ausging, daß das Licht in der Luft nach einem Wege von 189 Toisen (368,3679 Meter) in gleichem Grade geschwächt würde, wie in dem Meerwasser nach einem Wege von 0,2479 Fuß (8,0527 Centimeter). (Bouguer Traité d'optique page 258.)

Wenn der Himmel nicht durch Wolken oder Nebel bedeckt ist, erscheint er bekanntlich bald von einer helleren bald von einer dunklern blauen Färbung. Dies ist dem Umstande zuzuschreiben, daß die Luft vorzugsweise die blauen Strahlen durchläßt, wie es in ähnlicher Weise bei einer Lackmuslösung der Fall ist. Die Lichtmenge, welche ein einzelnes Lufttheilchen zurückwirft, ist allerdings sehr gering und unfähig einen Eindruck auf das Sehorgan zu erzeugen; allein wenn wir auf einen bestimmten Punkt des Himmelsgewölbes sehen, so liegen in der geraden Linie zwischen dem Auge und jenem Punkte unzählig viele Lufttheilchen, die sammt und sonders uns schwaches blaues Licht zusenden und so durch ihr gleichzeitiges Zusammenwirken den betrachteten Punkt blau erscheinen lassen. Die sichtbar gewordene Luft macht also das blaue Firmament aus, welches als die innere Fläche einer die Erde umgebenden Hohlkugel erscheint, weil kein Grund vorhanden ist, eine Stelle für näher zu halten als die andere. Diese Eigenschaft der Luft, die blauen Strahlen in höherem Grade als die übrigen durchzulassen ist auch die Ursache der blauen Färbung, in welcher wir entfernte Berge und Wälder, namentlich bei geringerer Durchsichtigkeit der Luft erblicken. — Daß die Farbe selbst des wolkenlosen Himmels wechselt von einem mehr oder weniger gesättigten Blau durch die mannigfaltigsten Ab-

stufungen bis zum völligen Weiß hat hauptsächlich seinen Grund in dem Wassergehalte der Luft. Die in derselben zerstreut schwebenden Wasserdünste mengen nämlich das von ihnen reflectirte weiße Licht dem Blau der Luft bei, wodurch der Himmel ein mehr weißes Ansehen erhält, das desto stärker hervortreten wird, in je größerer Menge dergleichen Nebelbläschen vorhanden sind, so daß es unter Umständen den Anschein hat, als wäre das reine Blau des Himmels mit einem leichten weißen Schleier überzogen. — Man hat eigene Instrumente, sogenannte Cyanometer, um die Intensität der blauen Färbung des Himmels annäherungsweise zu bestimmen. Das von Saussüre construirte besteht aus einer Platte mit etwa 50 Feldern, deren Farben eine Reihe gleichförmig fortschreitender Zwischenstufen vom reinen Weiß bis zum dunkelsten Blau bilden. Durch Vermischung des Blau mit Weiß durch Zusatz von Tusch in verschiedenen Verhältnissen erhält man diese Farbennüancen, welche vom Weiß anfangend durch Blau zum Schwarz gehend Grade genannt werden. Die Zahl des Feldes, dessen Farbe mit dem jeweiligen Blau des Himmels übereinstimmt, wird als der der Färbung des letztern entsprechende Grad angesehen. — Eine einfache Betrachtung des wolkenlosen Himmels zeigt uns, daß er zu derselben Zeit nicht überall von einerlei Beschaffenheit ist. Im Zenith ist die blaue Färbung desselben am intensivsten, von da nimmt sie gegen den Horizont hin mehr und mehr ab, wo sie am weißesten wird. Die Ursache dieser Verschiedenheit liegt wieder hauptsächlich in den Dunstbläschen, welche in der Nähe des Horizonts in größerer Menge vorhanden sind als am Zenithe. Auch zeigt sich deutlich der Einfluß dergleichen Nebelbläschen auf die Färbung des Firmaments an den Küstenländern, wo der Himmel auf der Landseite blauer erscheint als in gleicher Höhe auf der Seeseite. Auch wird die Bläue des Himmels intensiver, wenn die Tageswärme zunimmt und die Nebelbläschen sich in der Luft feiner vertheilen.

Beim Sonnenuntergange, wenn der westliche Himmel heiter oder blos mit dünnen Wölkchen bedeckt ist, haben wir die Erscheinung der Abendröthe, deren Farbe nach Beschaffenheit des Firmamentes zwischen Gelb und Roth wechselt. Das Phänomen rührt aller Wahrscheinlichkeit nach von dem in der Atmosphäre enthaltenen Wasserdunste her, welcher in einer besondern Verdichtungsstufe vorzugsweise dem orangefarbigen Lichte, nämlich den rothen und gelben Strahlen den Durchgang gestattet. In diesen eigenthümlichen Zustand, der in der Uebergangsperiode von der ausdehnsamen Aggregationsform in die tropfbare eintritt, können bei Annäherung der Sonne an den Horizont die in den unteren Schichten befindlichen Wasserdünste in Folge einer hier rascher

als an andern Stellen vor sich gehenden Abkühlung gelangen. Eine Bestätigung für die Richtigkeit dieser Behauptung erhalten wir in folgender von Forbes angeführten Thatsache. Sieht man nämlich durch die aufsteigende Dampfsäule, welche aus dem Sicherheitsventil einer Dampfmaschine in großer Menge strömt, nach der Sonne, indem man das Auge etwa einen halben Meter über dem Ventil hält; so wird die Sonne orangeroth, in größerer Entfernung davon aber, wo die Nebelbläschen vollständiger verdichtet sind, in natürlicher Farbe erscheinen. In vollkommener Gasform ist demnach der Wasserdampf äußerst durchsichtig und farblos, in einem besondern Stadium seiner Verdichtung ist er durchsichtig und orangefarbig, bei vollständigerer Verdichtung ist er in geringer Menge durchscheinend und farblos, bei mäßiger Dicke aber vollkommen undurchsichtig. — Am östlichen Himmel, wenn die Sonne dem Untergange ziemlich nahe und leichte Wolken am Horizonte stehen, erscheinen dieselben von rother Färbung, welche noch stärker hervortritt, nachdem die Sonne unter den Horizont getreten ist. Diese Färbung rührt von den nach jener Gegend hingehenden Sonnenstrahlen, die größtentheils nur rothes Licht enthalten, welches auf seiner Rückkehr vom östlichen Himmel die wenigen noch übrig gebliebenen blauen Strahlen verliert. Am Zenith erscheint das gewöhnliche Blau des Firmaments, wenn in der Luft wenig Dunst vorhanden; besaß aber der Himmel am Tage eine weiße Färbung, so erscheint fast der ganze Himmel mit Purpur bekleidet. Im Uebrigen finden in der Farbe der Abendröthe gar mancherlei Abstufungen statt, deren mehr oder weniger deutliches Hervortreten abhängt von der Stellung der Wolken, von der Durchsichtigkeit der Luft und selbst von den am westlichen Horizont befindlichen irdischen Gegenständen. — Am Morgen zeigt sich vor Sonnenaufgang unter ähnlichen Bedingungen am östlichen Himmel dieselbe Erscheinung, die man nun Morgenröthe heißt. Sie ist in der Regel weniger lebhaft als die Abendröthe, weil bei heiterem Himmel zur Nachtzeit viel Dünste niedergeschlagen werden und sie nicht zu jener bestimmten Verdichtungsstufe gelangen, bei welcher das orangefarbige Licht zum Vorschein kommt. Eine lebhafte Morgenröthe ist ein Zeichen, daß die Dünste in den unteren Luftschichten nahe daran sind, in dichte Nebelbläschen überzugehen; daher werden sich am Tage durch Hinzukommen von neuen Dünsten und durch deren Aufsteigen in höhere kältere Regionen leicht Wolken bilden, die sich in Regen umwandeln können.

Die fälschlich so genannte Naturerscheinung des Wasserziehens der Sonne zeigt sich öfters, wenn die Sonne hinter einem dichten Gewölke steht, das einige Oeffnungen darbietet, durch welche die Sonnenstrahlen ungehindert durchgehen können. Diese müssen die auf ihrem gerad-

linigen Wege befindlichen Lufttheilchen sammt den Dunstbläschen in ähnlicher Weise erleuchten, wie dies der Fall ist, wo ein Lichtstrahl in einem dunkeln Zimmer die feinen in der Luft schwebenden Stäubchen sichtbar macht. Der erleuchtete Weg der Sonnenstrahlen erscheint in der Gestalt von lichten Streifen, die auf dem dunkeln Grund lebhaft hervortreten und gegen die Sonne hin zu convergiren scheinen, gerade so wie eine parallele Baumreihe gegen das von uns entfernteste Ende zusammenzulaufen den Anschein hat. Das Phänomen ereignet sich im Sommer häufiger als im Winter und in der Regel nur bei niedrigem Sonnenstande. An heiteren Tagen und in trockener Luft verschwinden die Wolken bei Annäherung an den Horizont; wenn darum zur Nachmittagszeit die Erscheinung des Wasserziehens der Sonne beobachtet wird, so ist das ein Zeichen von einer großen Feuchtigkeit der Atmosphäre; man kann deßwegen die Erscheinung dann als Vorboten eines bevorstehenden Regenwetters betrachten.

2. Katoptrische Farben.

Ein Theil des auf undurchsichtige Körper fallenden Lichtes wird von denselben nach allen Seiten hin unregelmäßig zurückgestrahlt oder wie man auch sagt, zerstreut oder diffundirt. Durch diese an der Oberfläche jener Körper theilweise vor sich gehende Zurückstrahlung oder Diffusion sind wir im Stande solche zu sehen, während der andere Theil des auffallenden Lichtes durch Absorption für das Auge verloren geht. Körper, welche dem weißen Lichte ausgesetzt, alle in demselben vorkommenden Strahlengattungen gleich gut zerstreuen, nennen wir weiß; dagegen schwarz, wenn sie das auffallende Licht vollständig absorbiren oder so wenig davon zurückstrahlen, daß es für das Gesicht als verschwindend anzunehmen ist. Farbige Körper im Vergleich zu weißen erscheinen bei gewissen Beleuchtungen hell, bei andern dunkel, graue bei allen Beleuchtungen dunkler als weiße und heller als schwarze. Wie schon früher bemerkt, zeigt ein Körper, von welcher Beschaffenheit seine Farbe im vollen Sonnenlichte auch sein mag, wenn man ihn den verschiedenen Farben des Spectrums aussetzt, jederzeit diejenige Farbe, in welcher er sich gerade befindet; nur ist der Grad der Erleuchtung ein anderer. Er erscheint recht lebhaft erleuchtet, wenn er in der Farbe des Spectrums liegt, welche mit der ihm natürlichen oder eigenthümlichen oder sogenannten objectiven Farbe übereinstimmt; dagegen schwach erleuchtet, wenn man ihn in andere Theile des Farbenbildes hält. So finden wir rothes Papier im rothen Theil des Spectrums lebhaft roth, im gelben minder lebhaft gelb, im grünen sehr dunkel grün, im violetten fast schwarz. Deßgleichen erscheint blaues Papier im blauen Theile

des Farbenbildes sehr glänzend, im grünen weniger lebhaft grün, im rothen beinahe völlig schwarz.

Mit den katoptrischen Farben, d. h. den Farben welche vermöge Diffusion oder Zerstreuung zum Auge gelangen, verhält es sich wie mit den dioptrischen Farben, welche vermöge Durchlassung in das Auge dringen. Bei dem einen wie dem andern dieser Vorgänge wird nämlich ein gewisser Theil des Lichtes absorbirt und ausgelöscht, so daß die Farbe des Körpers aus dem nicht absorbirten Antheil des Lichtes hervorgeht. Beide Theile werden also zur Farbe der Beleuchtung einander ergänzen, mithin für weiße Beleuchtung sogenannte Complementärfarben zu einander sein. Welche Farben und in welchem Grade dieselben ausgelöscht werden, hängt von der besondern Anordnung der kleinsten Theilchen ab, aus denen die Körper zusammengesetzt sind. Wenn diese besondere Zusammensetzung sich ändert, wird auch das eigenthümliche Verhalten des Körpers gegen das Licht sich ändern und seine Farbe eine andere werden. Ohne uns der Pigmente oder Farbenstoffe zu bedienen, können wir darum auf chemischem Wege gar mancherlei Färbungen hervorbringen. Auch steht häufig die Farbe der chemischen Verbindung durchaus in keiner Beziehung mit den Farben ihrer Bestandtheile. So hat der Zinnober, eine chemische Verbindung von schwach gelb gefärbtem Schwefel und farblosem Quecksilber, eine hochrothe Farbe. Kobaltoxydul ist grau, seine Verbindung mit Wasser wird blaßroth. Die Mischung einer farblosen Eisenchloridlösung mit einer wasserhellen Lösung von Schwefelcyankalium erhält eine intensiv blutrothe Farbe. Eine Mischung von süßem Mandelöl, Seife und Schwefelsäure ist zuerst gelb, dann orange, hierauf roth und zuletzt violet.

Schon die Temperatur allein vermag die Farbe mancher Stoffe zu ändern. Quecksilberoxyd ist im kalten Zustande roth, im heißen beinahe schwarz, nimmt aber durch Abkühlung seine rothe Farbe wieder an. Dünner Stärkekleister mit Zusatz von Jodlösung hat eine blaue Farbe, die beim Erwärmen verschwindet, beim Erkalten jedoch wieder ganz zum Vorschein kommt. Schriftzüge, welche mit einer stark verdünnten farblosen Lösung von Chlorkobalt auf Papier geschrieben sind, erscheinen violet, wenn das Papier erwärmt wird, und verschwinden abermals gänzlich beim Erkalten. Durch Zusatz von schwefeliger Säure läßt sich die blaue Farbe der Indigolösung in eine bräunliche verwandeln. Erwärmung stellt die ursprüngliche blaue Farbe wieder her, welche bei der Abkühlung wieder verschwindet. In genannten Stoffen hat keine chemische Aenderung stattgefunden, die Substanz ist im chemischen Sinn genau die nämliche geblieben und doch ist die Farbe eine andere geworden. Möglich daß bei dem Temperaturwechsel in allen Stoffen

dergleichen Farbenänderungen vorkommen, wir solche aber wegen ihrer zu großen Feinheit nicht zu erkennen vermögen.

Im Uebrigen bietet das gewöhnliche Leben schon vielfältig Gelegenheit dar, wahrzunehmen, zu welcher reichen Mannigfaltigkeit von Farbenabstufungen das Licht bei seinem Zusammentreffen mit den Körpern sich gestaltet. Wir erinnern an den unendlichen Reichthum von Farben, in welche die Pflanzenwelt sich kleidet, an den auffallenden Farbenwechsel, welchen eine und dieselbe Pflanze in verschiedenen Perioden ihrer Entwickelung zeigt. Wir erinnern an die prachtvollen Farben, in welcher verschiedene Glieder der thierischen Schöpfung prangen, wie Pfauen, Schmetterlinge, Paradiesvögel und Papageien. Diese ins Unendliche gehende Mannigfaltigkeit von Farbennüancen, welche in allen Graden der Lebhaftigkeit von der tiefsten Färbung bis zur hellsten durch die verschiedenartigsten Abstufungen erscheinen, hängt also, wie hier und dort schon angedeutet worden, in letzter Instanz blos von dem Mischungsverhältnisse ab, welches die für das Auge übrig gebliebenen wirksamen Strahlen in dem Augenblicke eingegangen haben, in welchem das Licht mit der Körperwelt in Berührung getreten ist.

Die katoptrischen Farben erweisen sich eben so wenig optisch homogen wie die dioptrischen Farben, wenn man sie mit Hülfe des Prismas analysirt. Ein derartiges Resultat ließ sich zum Voraus erwarten, da das von den Körpern reflectirte Licht als ein besonderes Gemisch der in dem auffallenden Lichte vorhandenen verschiedenfarbigen Strahlen anzusehen ist, die durch die Wirkung des Prismas nothwendigerweise wieder von einander gesondert werden müssen. Um einen einfachen Versuch darüber anzustellen, klebe man auf ein Stück schwarzes Papier mehrere verschiedenfarbige Papierstreifen, die ohngefähr 1 Centimeter lang und 1 Millimeter breit sind, nebeneinander, z. B. einen rothen, gelben, grünen und einen blauen. Betrachtet man nun diese farbigen Streifen aus einer Entfernung von etwa einem halben Meter durch ein Prisma, dessen Kante zu der Längenrichtung der Streifen parallel läuft; so erkennt man alle diese Farben als im optischen Sinne zusammengesetzte. Denn der rothe Streifen zeigt außer Roth noch etwas Orange; der gelbe liefert alle prismatischen Farben außer Blau und Violet; mehr oder weniger findet dies auch bei dem grünen und blauen Streifen statt, die nur äußerst schwach Roth enthalten. Ganz ähnliche Erscheinungen bieten uns die übrigen körperlichen Farben dar, die wir jedoch den prismatischen Farben keineswegs besonders gegenüber zu stellen, sondern vielmehr aus den letzteren unmittelbar entstanden, zu betrachten haben. Denn eine unbestreitbare Thatsache ist

es, wenn wir behaupten, daß ein Körper nur solche Farben zeigen kann, welche schon in dem auffallenden Lichte vorhanden sind. Wenn er hier und dort in einer von jener der Beleuchtung verschiedenen Farbe erscheint, so ist dies, wie schon gesagt, einzig und allein dem Umstande zuzuschreiben, daß von ihm dieser oder jener Antheil des auffallenden Lichtes in stärkerem oder geringeren Maße absorbirt worden ist.

Die Absorptionsfarben oder die natürlichen Farben der Dinge werden also hinsichtlich ihrer Grundeigenschaften mit den Brechungsfarben oder prismatischen Farben aufs Vollkommenste übereinstimmen. Es wird mithin im Lichte, das gefärbte Körper dem Auge zusenden, der nämliche Zusammenhang zwischen dem Grade der Brechbarkeit und der Fähigkeit eine bestimmte Farbenempfindung hervorzurufen, wie beim directen Sonnenlichte obwalten. Man überzeugt sich leicht davon, wenn man auf eine weiße Tafel zwischen zwei parallelen Linien zwei verschiedenfarbige schmale Rechtecke aufträgt, z. B. das eine mit rother, das andere mit violetter Farbe. Betrachtet man dann die beiden Rechtecke durch ein Prisma, dessen brechender Winkel aufwärts gekehrt ist; so erscheint das violette höher als das rothe, zum Beweise daß die violette Farbe mehr als die rothe gebrochen wird. — Hätte man die beiden schmalen Rechtecke mit einem Gemenge aus beiden Farben bemalt und dergestalt ein größeres einfarbiges schmales Rechteck erzeugt, welches eine Art Purpurfarbe hat; so würde dasselbe durch das Prisma gesehen zwei verschiedene getrennte Bilder geben, wovon das eine roth, das andere violet wäre. Durch die Wirkung des Prismas werden also die beiden Farben, die in ihrer Mischung die Purpurfarbe bilden, von einander getrennt und zwar geschieht dies bei jeder dieser Farben nach dem ihr zukommenden Gesetze der Brechung.

Sowie man durch Vereinigung der Brechungsfarben wieder weißes Licht und durch das Aufhalten eines Theils des Farbenspectrums gemischte Farben hervorbringen kann, indem man den andern Theil vereinigt; so läßt sich auch durch zurückgestrahltes farbiges Licht ein Eindruck erzeugen, der dem des weißen Lichtes oder einer gemischten Farbe ähnlich ist. Zur Hervorbringung dergleichen Erscheinungen dient der sogenannte Farbenkreisel. Derselbe besteht einfach aus einer kreisförmigen Scheibe, die in schnelle Rotation versetzt werden kann und so eingerichtet ist, daß Pigmente verschiedener Art und in verschiedenen Verhältnissen auf die rotirende Scheibe aufgetragen werden können. Die Wirkung des Farbenkreisels beruht darauf, daß, wenn verschiedenfarbige Strahlen schnell hintereinander ins Auge gelangen, aus ihrem Gesammteindrucke eine Farbe hervorgeht, die von der Folge und der Entwickelung der aneinander grenzenden Eindrücke, mithin auch von der

Schnelligkeit der Umdrehung abhängt. Theilt man die Scheibe in sieben Kreisausschnitte, deren Flächen sich wie die Räume verhalten, welche die Farben im Sonnenspectrum einnehmen, und bemalt dann jene Kreisausschnitte mit den entsprechenden Farben; so erhält man bei schneller Umdrehung der Scheibe den Eindruck von Weiß oder vielmehr von Grau, weil wir nicht im Stande sind, durch Pigmente die Reinheit und Klarheit der prismatischen Farben zu erreichen. — Belegt man die Scheibe mit den drei Farben Roth, Gelb, Blau in gleichem Maße, so erhält man beim Rotiren der Scheibe den Eindruck von Grau. Ist dagegen der Kreisel mit jenen drei Farben in sehr ungleichem Grade bemalt worden, so hat man beim Umdrehen des Kreisels den Eindruck der im Ueberschuß vorhandenen Farbe, jedoch in einem helleren Tone. Theilt man die Scheibe in zwei Sectoren und bemalt einen davon mit Gummigutte, den andern mit Berlinerblau; so erscheint auf der Scheibe Weiß und Orange, wenn man sie nicht so schnell dreht, daß ein gleichförmiger Farbenton hervorgeht: wird die Scheibe aber so schnell gedreht, daß sie gleichförmig gefärbt erscheint, so zeigt sie eine graue Farbe. Bemalt man aber mit einem gehörigen Gemenge von Berlinerblau und Gummigutte ein weißes Papier, so erscheint dieses grün. Aus diesem Versuche geht also hervor, daß verschiedenfarbige Strahlen, wenn sie bei einerlei Beschaffenheit auf einmal oder schnell hintereinander ins Auge kommen, in beiden Fällen nicht immer die nämliche Farbe erzeugen. — Mit anderen Pigmenten erhält man analoge Erscheinungen, jedoch tritt der Unterschied in den Farbentönen nicht überall so stark hervor, wie in dem eben angeführten Beispiele. So z. B. entspringt aus der Combination des Rothen und Blauen eine violette Farbe, die bei dem materiellen Gemenge der beiden Pigmente, wie beim Rotiren der roth und blau bemalten Scheibe als eine und dieselbe sich zu erkennen gibt.

Man hat auch ein Verfahren angegeben, um die Intensität des von einem Körper zurückgestrahlten farbigen Lichtes zu bestimmen. Dergleichen Bestimmungen sind jedoch sehr mangelhaft und unvollkommen, weil die Vorstellung vom Weiß in uns keine feststehende, unwandelbare ist, indem wir zu verschiedenen Zeiten Dinge weiß nennen, die nebeneinander gehalten als verschiedenfarbig gelten müssen. Absolut weiß würde nämlich derjenige Körper sein, der sämmtliche auffallenden Strahlen zu reflectiren vermag, wenn auch dieser Fall in absoluter Strenge in der Natur nicht vorkommt. Die Weiße eines Körpers, der nicht alle auffallenden Strahlen zurückzuwerfen im Stande ist, würde hiernach zum Ausdrucke einen Bruch haben, der den reflectirten Theil des auffallenden Lichtes angibt. So z. B. wäre die Weiße

gleich 1/4, wenn der vierte Theil des auffallenden Lichtes zurückgeworfen würde. In ähnlicher Weise ließe sich das in dem Sonnenlichte enthaltene Roth zum Maßstabe der Röthe, das darin vorkommende Blau zum Maßstabe der Bläue, u. s. w. annehmen. Die rothe, blaue u. s. w. Färbung eines Körpers hätte hiernach zum Ausdrucke wieder einen Bruch, welcher angibt, den wievielten Theil der im Weiß befindlichen rothen oder blauen u. s. w. Strahlen besagter Stoff zurückstrahlt. So z. B. bestimmte der Mathematiker Lambert die Röthe von Siegellack dadurch, daß er eine Stange desselben nebst einem Streifen weißes Papier auf ein schwarzes Papier legte und sie vom Sonnenlichte gleich stark beleuchten ließ. Während er dann das Siegellack mit einem Auge ansah, betrachtete er zugleich mit Hülfe eines dreiseitigen Prismas den weißen Streifen und verglich dessen Roth mit dem Roth des Siegellacks. Er wählte ein mehr oder weniger weißes Papier und wechselte damit so lange, bis er ein Papier von einer gewissen Weiße gefunden hatte, das ebenso intensiv roth erschien wie das Siegellack. Die Röthe desselben stimmte dann mit der Weiße des Papiers überein und würde so als gefunden zu betrachten sein, insofern die letztere aus andern Versuchen als bekannt anzunehmen wäre. Auf ähnliche Art kann mit allen farbigen Körpern verfahren werden. Da die natürlichen Dinge nicht bloß die ihnen eigenthümliche Farbe, sondern auch andersfarbiges Licht zurückstrahlen, wiewohl dies in einem geringeren Grade; so kann man wohl von dieser oder jener Färbung eines farbigen Körpers sprechen, z. B. von der Röthe eines blauen und von der Bläue eines rothen Körpers. Im Uebrigen werden solche Farbentöne durch ähnliche Versuche bestimmt wie der eben angeführte war. Nach Lamberts Versuchen ist die Weiße eines Blattes weißen Papiers = 0,154; die des Fließpapiers = 0,083; die Röthe des mit Menning gefärbten Papiers = 0,293; jene des mit Zinnober gefärbten = 0,336.

Wenn man einen auf schwarzem Grunde liegenden sehr schmalen weißen Streifen durch ein Prisma ansieht, so bewirkt die ungleiche Brechbarkeit der verschiedenartigen Strahlen, daß mehrere von einander abgesonderte gefärbte Streifen zum Vorschein kommen, die in der Ordnung übereinander liegen, welche ihre Farben im Spectrum einnehmen. Die Streifen erscheinen nicht mehr geradlinig, sondern bogenförmig, weil die Strahlen der seitwärts liegenden Punkte des Streifens stärker gebrochen werden als die Strahlen, welche den dem Auge gerade gegenüber liegenden Punkten angehören. — Wenn man anstatt des sehr schmalen Streifens einen breiten weißen Streifen betrachtet, so erblickt das Auge eine stetige Folge von Farbenlinien, die zum Theil überein-

ander fallen, dergestalt, daß sie an den Stellen, wo sie sich vermischen, Weiß hervorbringen. Nur an den Rändern findet keine vollkommene Vereinigung aller elementaren Strahlen statt, weßhalb das Bild auf der einen Seite roth und gelb, auf der andern Seite hingegen blau und violet gefärbt erscheint.

Wenn man einen breiten schwarzen Streifen auf einem weißen Grund durch das Prisma anschaut, so beobachtet man bei derselben Stellung des Prisma das Umgekehrte der vorhergehenden Erscheinungen: nämlich die Mitte des Bildes ist schwarz, dagegen auf der Seite, wo das Bild früher roth und gelb geziert war, ist es nunmehr blau und violet gefärbt, und auf der Seite, wo es einen röthlichgelben Saum hatte, erscheint solcher nunmehr von bläulichvioletter Farbe. Von dieser umgekehrten Erscheinung wird man sich leicht Rechenschaft ablegen können, wenn man erwägt, daß hier die Farben von dem dem schwarzen Streifen angrenzenden Weiß herrühren. — Ein sehr schmaler schwarzer Streifen auf weißem Grunde erscheint in der Mitte nicht mehr schwarz, sondern hat einen rothvioletten Farbenton, der auf der einen Seite etwas Gelb und auf der andern Seite etwas Blau enthält. Die Erscheinung hat ganz das Ansehen, als hätte in dem vorhergehenden Versuche das in der Mitte befindliche Schwarze nach und nach bis zum Verschwinden abgenommen.

Auf die Frage, warum die Körper nicht alle farbigen Strahlen in gleicher Stärke absorbiren, sondern gewisse Gattungen mehr als andere afficiren, wodurch das von ihnen zurückgestrahlte oder durchgelassene Licht mehr oder weniger modificirt wird, können wir vor der Hand keine befriedigende Antwort ertheilen. Im Uebrigen sind wir auf dem Gebiete der Klanglehre auf ganz analoge Erscheinungen gestoßen, die auf verwandte Vorgänge bei der Fortpflanzung des Lichtes und des Schalles schließen lassen und uns auf den Gedanken bringen, als wäre die Farbe beim Lichte was der Ton beim Schalle ist. Die erste gedachter Thatsachen betrifft die gehinderte Fortpflanzung des Tons, wenn derselbe gezwungen ist, aus einem Mittel in ein anderes überzugehen. Dasselbe ereignet sich bei dem Lichte, wenn es aus einem durchsichtigen Mittel in ein anderes von verschiedenem Brechungsvermögen austreten will. Wie der Laut bei Nacht, wo die Luft gleichförmiger erwärmt ist als bei Tage, auch besser gehört wird, so erscheint uns in ähnlicher Weise die Luft zur Zeit, wo in ihren Zwischenräumen Wasserdünste sich vorfinden, deren Brechungsvermögen dem der Luft nahe gleich kommt, durchsichtiger als zur Zeit, wo sie dergleichen Wasserdünste nicht enthält. Verschiedenartige Gemengen von Gasen und

Dünsten üben selbst derartige schwächende Wirkungen auf den Ton aus, die, wenn bei unseren Versuchen keine Täuschung stattgefunden hat, für alle Töne von allen Höhen sich nicht gleich herausstellen.

Schon in der Sprache des gewöhnlichen Lebens hören wir von dem Tone der Farbe und der Farbe des Tones reden, was darauf hinzudeuten scheint, daß zwischen Tönen und Farben eine gewisse Verwandtschaft bestehe. Sollte auf dem Gebiete der zusammengesetzten Farben der Farbenton nicht vielleicht etwas Aehnliches darstellen, was in dem Reiche der Töne der Klang bedeutet. Der Ton von derselben Höhe auf verschiedenen Instrumenten hervorgebracht, wird als ein verschieden klingender von dem Ohr wahrgenommen. Das Licht, wenn es mit den natürlichen Dingen zusammentrifft, wird von dem Auge als verschiedenfarbiges erkannt. Das Ohr, wenn es mit Aufmerksamkeit verschiedenartigem Geräusch nachgeht, vermag aus demselben mancherlei Töne herauszufinden. Das Auge, wenn schärfere Prüfungsmittel ihm zu Gebote stehen, ist im Stande, im Grau verschieden gefärbtes Licht zu unterscheiden. Wie darum in der Akustik die reinen Tonverhältnisse zuvörderst einer näheren Prüfung unterzogen werden mußten und der Standpunkt der gewöhnlichen Wahrnehmung, wo die Erscheinung in minder einfacher Form zu Tage trat, verlassen wurde, so werden wir auch in gleicher Weise in einer wissenschaftlichen Chromatik voranzugehen haben. Die eine oder die andere dahin gehörige Erscheinung wird mithin zunächst im homogenen Lichte zu untersuchen sein, um daraus ihr besonderes Auftreten im zusammengesetzten Lichte beurtheilen zu können. Diesen Weg werden wir in der Folge an verschiedenen Stellen auch einschlagen, namentlich wenn wir dahin gekommen sind, von dem verschiedenen Eindrucke der Farben auf unser Auge zu reden und das Verhältniß der Farben zu den Tönen in bestimmteren Worten anzugeben, als es hier geschehen konnte.

Zweier interessanter und belehrender akustischer Versuche thut Herschel gelegentlich an dem Orte Erwähnung, wo er von der Absorption des Lichtes durch farbige Mittel redet. Der eine gedachter Versuche soll uns vor Augen führen, wie verschiedene Töne bei ihrer Fortpflanzung durch das nämliche elastische Mittel nach und nach zum Verschwinden oder zur Absorption gebracht werden können. Wir denken uns zu diesem Behufe in dem Mauerwerk einer den Schall sonst völlig aufhaltenden Scheidewand zweier aneinander stoßenden Zimmer mehrere Pfeifen auf passende Weise eingefügt, welche alle einen musikalischen Ton von gegebener Höhe nicht weiter zu tragen, aber andere Töne fortzuleiten vermögen. Eine solche Pfeife wird anfänglich ein einfaches Rohr bilden, das sich in seinem weiteren Verlauf in zwei ungleiche

Arme spaltet, die sich später wieder zu einem einfachen Rohr vereinigen. Der längere dieser Arme wird also den kürzeren um eine Größe übertreffen, die der halben Wellenlänge des in Rede stehenden musikalischen Tones gleich kommt. Eine ähnliche Verrichtung denken wir uns bei der hinter den beiden ersten Zimmern liegenden Reihe von Zimmern zur Ausführung gebracht, mit dem einzigen Unterschiede, daß die Röhrensysteme, durch welche zwei aneinander stoßende Zimmer in Verbindung stehen, zur Fortleitung ebenso vieler verschiedener Töne unfähig gemacht worden sind. Läßt man nun in dem ersten Zimmer diese verschiedene Töne zu gleicher Zeit hervorrufen, so wird in dem zweiten Zimmer ein Ton, im dritten werden zwei Töne, und in dem letzten alle Töne fehlen. Auf dem Gebiete des Schalles hätten wir demnach einen Vorgang nachgeahmt, wie solcher beim Durchgange des zusammengesetzten Lichtes durch ein absorbirendes Mittel stattfindet, das für verschieden gefärbte Strahlen eine verschiedene Kraft der Auslöschung zeigt.

Der zweite akustische Versuch entspricht dem Falle, wo ein Strahl von bestimmter Farbe durch ein Mittel geht, dabei aber eine allmählig zunehmende Auslöschung erfährt. Man nehme mehrere, z. B. vier im Einklange stehende Stimmgabeln und bringe an jeder derselben an der Außenseite einer ihrer Zinken eine Kartenscheibe von 1—2 Centimeter im Durchmesser. Diese vier Gabeln denke man sich in eine Reihe gestellt, die zweite mit der dritten und diese wieder mit der vierten dadurch in leichte Berührung gesetzt, daß an der freien Zinke ein Häkchen von feinem Drahte befestigt ist und dasselbe mit seinem gebogenen Theile an der bescheibten Zinke der andern Gabel anliegt. Die erste Gabel, welche mit ihrer Scheibe jener der zweiten Gabel gegenübersteht, werde hierauf durch Angeben eines musikalischen Tones, der mit dem der Gabel von gleicher Höhe ist und dicht vor deren Scheibe erregt wird, längere Zeit hindurch in Vibration erhalten. Die so erregten Vibrationen werden durch sämmtliche Stimmgabeln bis zur letzten fortgeführt, jedoch mit abnehmender Intensität. Man überzeugt sich davon durch den Ton, welchen man von ihnen hört, wenn man die andern Gabeln anhält, sowie durch das fühlbare Zittern, wenn man sie mit den Fingern leicht berührt.

3. Fluorescenz und Phosphorescenz durch Insolation.

Bemerkenswerthe Umänderungen des Lichtes finden bei manchen Körpern statt, insofern das von ihnen reflectirte oder durchgelassene Licht eine von der des auffallenden Lichtes verschiedene Farbe hat. Bei diesem Phänomen, welches mit dem Namen „Fluorescenz“ bezeichnet wird, gibt sich das eigenthümliche Verhalten der Körper gegen das Licht

auf eine mehr charakterisirende Weise zu erkennen, als bei den früher vorgeführten Erscheinungen. Was hier und dort gelegentlich an verschiedenen Stellen in der Dioptrik und in der absorptiven Chromatik gesagt wurde und nur als eine individuelle Ansicht, nur als eine blose Vermuthung gelten konnte, scheint nunmehr zu einer richtigen Auffassung und zu einer klaren Erkenntniß der Sache sich gestalten zu wollen. Zugleich wird uns die Ueberzeugung, daß der zu seiner Zeit gethanene Ausspruch, daß das Licht bei allen Modificationen, die es erleiden kann, die Eigenschaft der bestimmten Brechbarkeit nicht verliere, nicht mehr allgemein gültig ist. Wenn damals jener Ausspruch in einer größern Ausdehnung vielleicht genommen wurde, als ihm in der Wirklichkeit gestattet werden konnte; so war derselbe insofern gerechtfertigt, als er den bekannten Thatsachen völlig zu entsprechen schien. In wie weit der Ausspruch beschränkt werden muß und welche Aenderungen in der Brechbarkeit des Lichtes die sogenannten fluorescirenden Körper hervorzubringen im Stande sind, darüber vermag nur das Experiment zu entscheiden. Wir schreiten jetzt zu diesen Experimenten, die wir dem Untersuchungsgeiste der englischen Physiker Herschel, Brewster und Stokes, namentlich des letzteren unter ihnen, zu verdanken haben.

Eine wässerige Lösung von schwefelsaurem Chinin, der man ein Paar Tropfen Schwefelsäure zugesetzt hat, ist klar und farblos, zeigt aber von gewissen Seiten betrachtet einen eigenthümlich bläulichen Schimmer, welchen man besonders gut wahrnimmt, wenn man die in einem Glas befindliche Flüssigkeit von oben herab ansieht, während helles Tageslicht oder noch besser directes Sonnenlicht von vorn auf die Flüssigkeit fällt. — Ein alkoholischer Auszug von Stechapfelsamen bietet ähnliche Erscheinungen dar; der Unterschied besteht nur in der Farbe: die Flüssigkeit hat eine bräunlichgelbe Färbung und zeigt einen lebhaften grünlichen Schimmer. — Ein ätherischer oder alkoholischer Auszug von Blattgrün (Chlorophyll) ist schön smaragdgrün und gibt einen rothen Schiller. Man erhält einen solchen Auszug, wenn man frische Pflanzenblätter mit Aether extrahirt oder in gelinder Wärme mit Alkohol digerirt: am besten eignen sich dazu die Blätter vom Wasserpfeffer, Epheu u. s. w. — Die gelbe Curcumatinctur zeigt einen grünen, der bräunliche Roßkastanienrindeauszug einen hellblauen, die blaue Lackmustinctur einen orangefarbigen Schiller. — Unter den festen Körpern sind der grüne Flußspath und das durch Uran gelblichgrün gefärbte Glas, welches unter dem Namen des Kanarienglases oder des Annagrünenglases bekannt ist, diejenigen welche die in Rede stehende Lichterscheinung am merklichsten zeigen. Ein Würfel von solchem Glas liefert einen lebhaften grünen Schimmer, während beim Flußspath ein

blauer Lichtkegel erscheint. — Um die Erscheinung deutlicher und brillanter zu sehen, als es unter den eben erwähnten Umständen möglich ist, ließ Brewster mittelst einer Convexlinse von 5—9 Centimeter Brennweite ein Bündel Sonnenstrahlen auf die fluorescirenden Körper fallen. Die Linse wird auf einem Stativ angebracht, welches gestattet, sie höher und tiefer zu rücken und so den Brennpunkt in verschiedene Entfernungen von der Oberfläche der Körper bringen zu können.

Um über die Natur des Lichtes, welches fluorescirende Körper liefern, näheren Aufschluß zu erhalten, untersuchte Stockes ihr Verhalten im farbigen Lichte. Er wendete deßhalb verschiedene farbige Gläser oder farbige Flüssigkeiten an, die erst vor die fluorescirenden Körper und dann vor das Auge gestellt wurden. In beiden Fällen fand er das Licht meistens verschiedenartig modificirt, je nachdem die farbigen Mittel so gestellt waren, daß sie das einfallende oder das durch den fluorescirenden Körper gegangene auffangen mußten. Läßt man z. B. die Sonnenstrahlen vor ihrem Eintritt in das Uranglas durch die blaue Lösung von schwefelsaurem Kupferoxydammoniak gehen, so bleibt der grüne Lichtkegel in dem Uranglas doch sichtbar, obgleich nur blaues und violettes Licht auf den Glaswürfel fällt. Dagegen verschwindet jener grüne Lichtkegel, wenn man ihn durch die fragliche blaue Lösung betrachtet. Das Uranglas hat demnach die Eigenschaft, das auffallende blaue Licht in grünes umzuändern. — Hält man die grüne Lösung von Chlorkupfer vor die Linse, so wird der Lichtkegel im Uranglas dunkler grün, während er unverändert bleibt, wenn man ihn durch die Lösung von Chlorkupfer betrachtet. Das auffallende grüne Licht vermag mithin im Uranglas das grüne Lichtbüschel nicht hervorzubringen. Betrachtet man deßgleichen durch die grüne Lösung von Chlorkupfer den grünen Lichtkegel, welcher mittelst einer Sammellinse in dem alkoholischen Auszug von Stechapfelsamen erzeugt worden ist; so erscheint er fast eben so hell wie vorher. Gehen aber die Sonnenstrahlen vor ihrem Eintritt in die Linse durch die Lösung von Chlorkupfer, so erhält der Lichtkegel in der Stechapfeltinctur die Farbe der Lösung. Die grünen Strahlen des Lichtkegels in der Stechapfeltinctur werden also leicht von der Lösung von Chlorkupfer durchgelassen, dagegen vermögen die Sonnenstrahlen nach ihrem Durchgang durch diese Lösung nicht mehr einen solchen grünen Lichtkegel in der Stechapfeltinctur wie vorher hervorzubringen. — Hält man die blaue Lösung von schwefelsaurem Kupferoxydammoniak vor die Linse, so bleibt der grüne Lichtkegel in der Stechapfeltinctur sichtbar, während derselbe von der Lösung des genannten Salzes nicht mehr durchgelassen wird. — Aehnliche Erscheinungen zeigen sich bei andern Combinationen der fluorescirenden Körper

und farbigen Mittel. Die Resultate, welche wir bei einer Reihe darüber angestellter Versuche erhalten haben, finden sich in der folgenden Tabelle zusammengestellt:

Fluorescirende Flüssigkeit.	Farbiges Mittel.	Vor dem Auge.	Vor der Linse.
Roßkastanien-wasser.	Chlorkupfer.	blau.	grün.
	Schwefelsaures Kupferoxydammoniak.	hellblau.	dunkelblau.
	Blaues Glas.	hellblau.	dunkelblau.
	Rothes Glas.	roth.	roth.
Schwefelsaures Chinin.	Chlorkupfer.	blau.	grün.
	Schwefelsaures Kupferoxydammoniak.	hellblau.	dunkelblau.
	Blaues Glas.	blau.	blau.
	Rothes Glas.	roth.	roth.
Curcumatinctur.	Chlorkupfer.	grün.	grünlichgelb.
	Schwefelsaures Kupferoxydammoniak.	blau.	grün.
	Blaues Glas.	blau.	grün.
	Rothes Glas.	roth.	roth.
Lösung von Blattgrün.	Chlorkupfer.	grün.	roth.
	Schwefelsaures Kupferoxydammoniak.	violet.	roth.
	Blaues Glas.	violet.	roth.
	Rothes Glas.	roth.	roth.

Aus diesen Versuchen ersehen wir, daß zwischen den Farben der gewöhnlichen Körper und denen der fluorescirenden ein wesentlicher Unterschied besteht. Die ersteren Körper zeigen nämlich nur solche Farben, welche in dem auffallenden Lichte schon enthalten waren, während die fluorescirenden Körper Farben zerstreuen können, welche dem auffallenden Lichte ganz oder theilweise fehlen. Rothes Tuch z. B. erscheint roth, mag man es durch ein rothes Glas betrachten oder die Strahlen auf dasselbe fallen lassen, welche durch jenes rothe Glas gegangen sind; schwarz erscheint aber das Tuch, wenn es durch die grüne Kupferlösung angesehen oder blos von grünen Strahlen getroffen wird. Das blaue Licht, welches durch die Lösung von schwefelsaurem Kupferoxydammoniak gegangen ist, vermag im Uranglas einen grünen Lichtkegel hervorzubringen, welchen die gesammte Lösung wieder absorbirt. Die grünen Strahlen, welche durch eine Lösung von Chlorkupfer gegangen sind, können hingegen im Uranglas den grünen Lichtschimmer nicht mehr erzeugen, obschon er, wenn er durch blaues Licht entstanden ist, durch die Lösung von Chlorkupfer gut hindurchgeht. — Vorzugsweise sind es die blauen und die violetten Strahlen, welche in fluorescirenden Körpern die eigenthümlichen Lichterscheinungen zu Stande bringen. Deßhalb

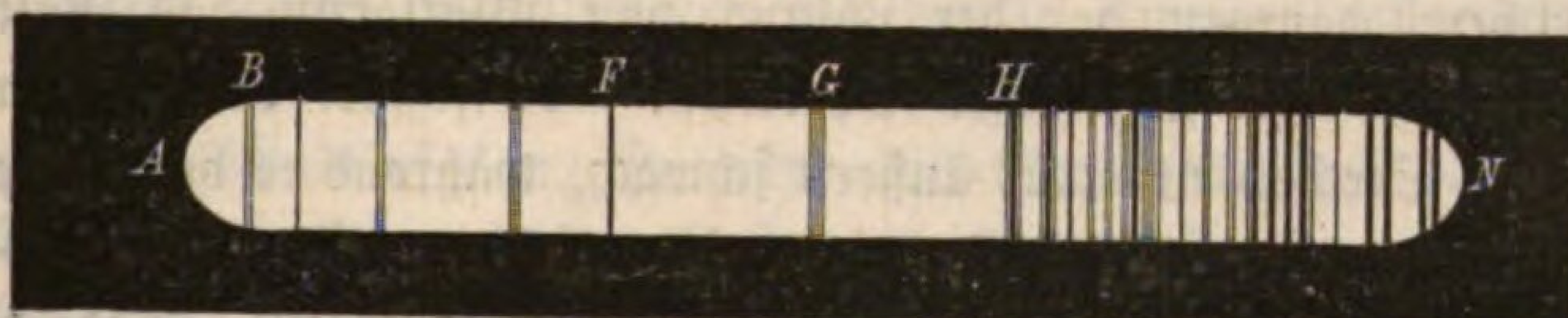
nimmt man beim gewöhnlichen Kerzenlichte und der Flamme einer Oellampe kaum Spuren von Fluorescenzerscheinungen wahr, weil jene Flammen hauptsächlich nur gelbe und rothe Strahlen enthalten. Auch die durch Strontian roth und die durch Kupfersalze grün gefärbten Flammen wirken äußerst schwach fluorescenzerregend, weil ihnen hauptsächlich die blauen und violetten Strahlen fehlen. Dagegen bringen die Flamme des schwach brennenden Schwefels und die Flamme des Schwefelkohlenstoffs, welche hauptsächlich blaue und violette Strahlen enthalten, bei den meisten Substanzen eine entschiedene Wirkung hervor.

Bemerkenswerthe Eigenthümlichkeiten stellen sich heraus, wenn man das prismatische Farbenspectrum durch einen fluorescirenden Körper auffängt. Das Spectrum wird gerade so erzeugt, als ob man die Frauenhofer'schen Linien auf einem Papierschirm beobachten wollte; an die Stelle des Schirmes wird aber der fluorescirende Körper gesetzt. Um fluorescirende Flüssigkeiten diesem Versuch zu unterwerfen, gießt man sie in längliche Gefäße, deren vordere und hintere Wand aus geschliffenen Glasplatten bestehen. Bequem zu dergleichen Versuchen sind Papierstreifen, welche mit fluorescirenden Flüssigkeiten getränkt sind, ferner eine Platte von Uranglas. — Das auf fluorescirenden Körpern aufgefangene Spectrum erweist sich aus zwei wesentlich verschiedenen Theilen bestehend. Der erste oder der durch Licht von geringer Brechbarkeit erzeugte Theil enthält die helleren Farben des Spectrums in ihrer natürlichen Ordnung. Der zweite Theil dagegen, für verschiedene fluorescirende Körper an verschiedenen Stellen des gewöhnlichen Spectrums beginnend, erstreckt sich noch weit über die violette Grenze desselben hinaus und zeigt in dieser Verlängerung eine Menge dunkler Linien, von denen man bei der gewöhnlichen Betrachtungsweise keine Spur wahrnehmen kann. Was die Farbe dieses Spectralstreifens anlangt, welches das modificirte Spectrum heißen mag, so ist sie für verschiedene fluorescirenden Substanzen eine andere und bildet gleichsam einen eigenthümlichen Farbengrund, auf welchem die Frauenhofer'schen Linien zum Vorschein kommen. — Bei der Stechapfeltinctur erscheint das modificirte Spectrum als ein hellgrüner Lichtstreifen, der bei der Frauenhofer'schen Linie F beginnt. In der Stechapfeltinctur erzeugen also die auffallenden blauen und violetten Strahlen im Verein mit den jenseits der violetten liegenden unsichtbaren Strahlen ein grünes Licht. — Das modificirte Spectrum in der Chininlösung nimmt zwischen den dunkeln Frauenhofer'schen Streifen G und H seinen Anfang und ist bläulichweiß. Die blauen, violetten und die über letztere hinausliegenden unsichtbaren Strahlen bringen demnach in der Chininlösung

ein bläulichweißes Licht hervor. — In einer Lösung von Blattgrün erscheint das modificirte Spectrum als ein Lichtstreifen von rother Farbe, zwischen den Frauenhofer'schen Linien B und C schon beginnend. Die schwarzen Linien haben in der Lösung von Blattgrün einen dunkelrothen Hintergrund, weßhalb sie hier nicht so gut wahrnehmbar sind, wie in den vorhin genannten Flüssigkeiten. — Ein mit Curcumatinctur bestrichenes Papier ins Spectrum gehalten, gibt ein modificirtes Spectrum von schmutziggrüner Farbe, das in der Gegend des Streifens F beginnt, auf welchem die dem ultravioletten Theile des Spectrums angehörigen schwarzen Linien mit großer Deutlichkeit sichtbar sind.

Noch mehr Aufschluß über die Natur des Phänomens bekommt man, wenn man den horizontal liegenden, durch die fluorescirenden Körper modificirten Spectralstreifen durch ein zweites horizontal gehaltenes Prisma der Analyse unterwirft. In Fig. 136 stelle AN das

Fig. 136.



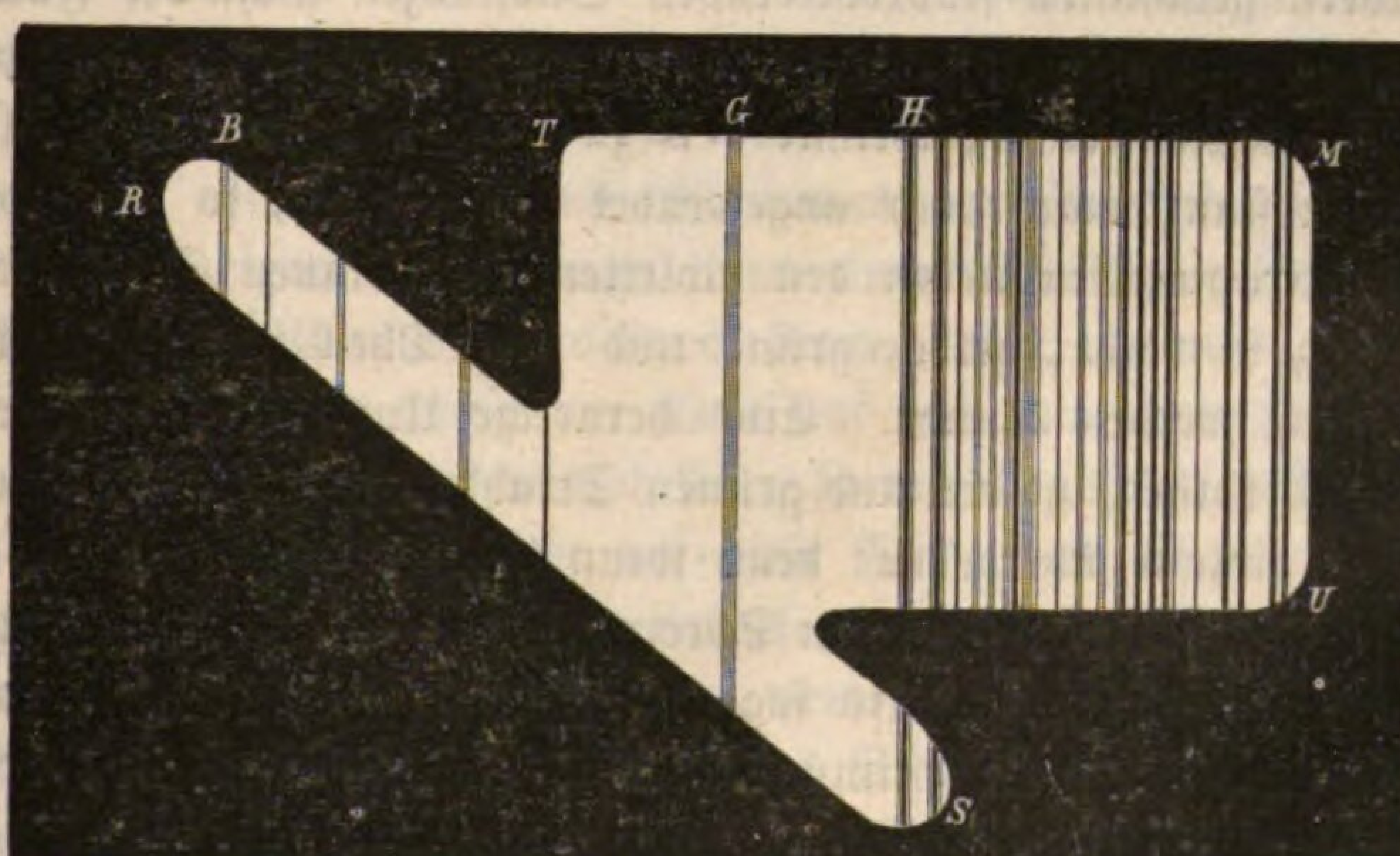


Fig. 136a.

auf Curcumapapier aufgefangene Spectrum sammt den wichtigsten der darauf sichtbaren Frauenhofer'schen Linien dar; von F bis N hat dasselbe eine schmutziggrüne Farbe. Das gewöhnliche Spectrum würde nicht über H hinausgehen und zwar würde die Färbung von F an allmählig immer dunkler werden und in der Nähe von H violet erscheinen. Durch das horizontal gehaltene Prisma betrachtet wird ein solches ge-

wöhnliche Spectrum AH als ein gewöhnliches schrägstehendes Spectrum RS, wie Fig. 136a darstellt, sich zeigen, während der auf dem Curcumapapier befindliche Spectralstreifen AN auf diese Weise untersucht neben dem normalen Spectrum RS noch ein zweites ganz eigenthümliches Spectrum TU liefert. In dem letzteren Spectrum liegen die prismatischen Farben in horizontaler Richtung übereinander, woraus hervorgeht, daß die grünliche Färbung, welche sich auf dem Curcumapapier da zeigt, wo die blauen, violetten und ultravioletten Strahlen auffallen, eine zusammengesetzte ist, die rothe, gelbe, grüne und blaue Strahlen enthält. Die Frauenhofer'schen Linien sind in dem zweiten Spectrum TU recht gut wahrnehmbar, jede derselben geht aber nothwendigerweise durch alle Farben hindurch. — Das Verhältniß der farbigen Bestandtheile des zweiten abgelenkten Spectrums TU ändert sich nach dem Farbentone des durch den fluorescirenden Körper modificirten Spectrums AN. Bei der Chininlösung z. B. wird das Blau vorherrschen, dagegen bei der Lösung von Blattgrün das Roth vorwalten. Das erste abgelenkte Spectrum RS ist bei der Chininlösung wie bei der Stechapfeltinctur äußerst schwach, während es bei Anwendung des Curcumapapiers hell ist; dieser Unterschied rührt daher, daß ein solches Papier noch viel unmodificirtes Licht zerstreut, was bei den zwei andern genannten fluorescirenden Substanzen nicht der Fall ist.

Da das zweite abgelenkte Spectrum TU jederzeit ganz oberhalb des ersten abgelenkten Spectrums RS zu liegen kommt, welche fluorescirende Substanz man auch angewendet haben mag, so folgt daraus, daß die ultravioletten neben den violetten und blauen Strahlen durch Fluorescenz in rothe, gelbe, grüne und zum Theil in blaue Strahlen umgewandelt werden können. Eine derartige Umänderung findet aber nicht bei den rothen, gelben und grünen Strahlen statt, welche niemals in blaue und violette übergehen: denn wenn dies der Fall wäre, so müßte ein Theil des zweiten abgelenkten Spectrums links unter RS liegen, was nie eintritt. Wir dürfen also sagen, daß fluorescirende Körper das auf sie auffallende Licht von bestimmter Brechbarkeit in zerstreutes Licht von geringerer Brechbarkeit umzuwandeln vermögen. — Die zuletzt beschriebene Beobachtungsweise gibt zugleich ein geeignetes Mittel an die Hand, um zu untersuchen, ob ein Körper die Eigenschaft der Fluorescenz besitze oder nicht. Ist Ersteres der Fall, so wird, wenn man das auf den fraglichen Körper aufgefangene Spectrum durch ein zweites Prisma betrachtet, das abgeleitete zweite Spectrum TU mehr oder weniger sichtbar werden, dagegen dasselbe gänzlich fehlen im andern Falle. — Auf diese Weise hat man sich überzeugt, daß viele Gegenstände, wie weißes Papier, weiße Federn, Muscheln, Knochen u. s. w. die Eigen-

schaft der Fluorescenz oder die Eigenschaft besitzen, eine Brechbarkeitsveränderung im einfallenden Lichte hervorzubringen.

Lichtstrahlen, welche durch eine Chininlösung gegangen sind, vermögen nicht mehr in einer zweiten Lösung desselben Körpers die Fluorescenz zu erzeugen. Die Strahlen, von denen die Erscheinung herrührt, müssen darum von der Chininlösung absorbirt worden sein. — Fängt man auf Curcumapapier ein Spectrum auf, in welchem die im ultravioletten Theile liegenden Streifen ganz deutlich erscheinen, und läßt dann die Strahlen des Spectrums durch ein mit Schwefelkohlenstoff gefülltes Gefäß gehen; so verschwindet der ultraviolette Theil des Spectrums vollständig. Der Schwefelkohlenstoff absorbirt also die ultravioletten Strahlen, während er die sichtbaren alle in gleichem Grade durchläßt. Ebenso gehen auch beim Durchgange durch Glas die unsichtbaren Strahlen zum Theil verloren, dagegen der Quarz dergleichen Strahlen in geringerem Maße absorbirt. Läßt man daher die Sonnenstrahlen durch einen Metallspiegel ins dunkle Zimmer reflectiren und wendet statt des Flintglasprismas ein Quarzprisma, ferner eine Quarzlinse statt der Glaslinse an; so wird die Verlängerung des ultravioletten Theils des Spectrums auf fluorescirenden Papieren bedeutender und lichtstärker, als wenn man den Versuch mit einem Glasprisma und einer Glaslinse anstellt. — Körper, welche vorzugsweise stark brechbare Strahlen liefern, können unter Umständen eine Menge unsichtbarer Strahlen enthalten. In dem von solchen Körpern herkommenden Lichte wird darum das Phänomen der Fluorescenz besonders auffallend sich zeigen. Leitet man durch einen Metallspiegel einen Lichtstrahl ins dunkle Zimmer, der durch blaues oder violettes Kobaltglas gegangen ist, und läßt das blaue Licht auf das mit einer fluorescirenden Substanz bestrichene Papier fallen; so wird dasselbe hell erleuchtet erscheinen. Substanzen, welche auf diese Weise dem blauen Lichte des Kobaltglases im dunklen Zimmer ausgesetzt werden, geben die geringsten Spuren von Fluorescenz zu erkennen, wenn sie einer solchen Eigenschaft theilhaftig sind. Weiße Blumen, weißes Porzellan u. s. w. erscheinen in diesem blauen Lichte blau, während grüne Blätter, grüne Wolle u. s. w. darin heller gefärbt sich zeigen, zum Beweise daß die letztgenannten Gegenstände fluorescirend, die ersteren es aber nicht sind. Betrachtet man die fluorescirenden Körper hierauf durch Gläser von verschiedenen Farben, so läßt sich beurtheilen, welche Art von Licht durch die Fluorescenz in ihnen hauptsächlich entstanden ist.

Auf die Frage, warum dem menschlichen Auge die Fähigkeit abgeht, die Lichtstrahlen wahrzunehmen, welche eine größere Brechbarkeit als

die äußerst violetten besitzen, vermögen wir bis jetzt keine bestimmte Antwort zu ertheilen. Möglich daß die Netzhaut von jenen ultravioletten Strahlen gar nicht erreicht wird, indem dieselben von den in dem Auge befindlichen Mitteln absorbirt werden. Möglich daß dergleichen Strahlen dennoch die Netzhaut treffen, sie aber von ihnen allein nicht afficirt wird. Von selbst wirft sich hier die weitere Frage auf, ob nicht vielleicht jenseits der äußersten rothen Strahlen etwas Analoges sich ereigne und so das Auge nur innerhalb gewisser Grenzen stattfindende Vorgänge als Farbenempfindungen wahrnimmt, welche es als solche nicht mehr zu erkennen vermag, wenn dergleichen Vorgänge außerhalb jener bestimmten Grenzen liegen. Es wäre hiernach nicht gestattet, Licht blos das zu nennen, was gerade das menschliche Auge erregt. Möglich wieder, daß einige Thiere keine unserer Farben kennen, sondern ihre Lichteindrücke durch Vorgänge erhalten, die sich jenseits unserer Grenzen zutragen. Wir scheinen hier abermals in einer ähnlichen Lage uns zu befinden, in der wir zu seiner Zeit auf dem Gebiete der Klanglehre uns befunden haben. Nichts vernahm das Ohr von den Schwingungen einer Saite, als dieselben zu langsam vor sich gingen; ein tiefer Ton gab sich ihm erst zu erkennen, als jene Schwingungen schneller wurden und die Zahl 16 in der Secunde erreichten; immer höher ward ihm der Ton in dem Maße die Geschwindigkeit der Schwingung sich vermehrte, bis zum höchsten schrillenden Ton, auf welchen die frühere Stille eintrat. Sollten denn vielleicht auf ähnliche Art die in einem dazu geeigneten Medium vollbrachten Schwingungen, wenn sie innerhalb bestimmter Brechbarkeitsgrenzen geschehen, den Eindruck des Lichtes hervorrufen, so daß, wenn sie an einer der gedachten Grenzen angelangt sind, für das Auge die Dunkelheit verschwindet und ein schwaches rothes Licht aufdämmert, das, wenn die Geschwindigkeit dieser Schwingung fortwährend zunimmt, immer lebhafter wird, dann ins Gelbe übergeht und alle Farbenabstufen bis zum Violetten hin durchläuft, nach welchem die vorige Dunkelheit eintritt. In dieser Form mußte der Gedanke sich ausprägen, auf den der Verstand von selbst geführt wurde, wenn er von der Hand der Analogie sich leiten ließ. Doch wollen wir jenen Gedanken jetzt nicht weiter verfolgen, ihn jedoch bei einer passenden Gelegenheit wieder ergreifen; dafür aber zu dem Phänomen der Phosphorescenz übergehen, das mit jenem der Fluorescenz in naher Beziehung zu stehen scheint.

Wie bekannt leuchtet der Phosphor schwach im Dunklen, wenn er mit der atmosphärischen Luft in Berührung tritt: die Lichtentwickelung rührt von einer langsamen Verbrennung des Phosphors her. Seit-

dem hat man die Erscheinung eines schwachen Leuchtens bei vielen Substanzen wahrgenommen und sie im Allgemeinen mit dem Namen Phosphorescenz bezeichnet, welches auch die Ursache derselben sein mochte. Die Phosphorescenz erstorbener Pflanzen wie jene todter thierischer Theile hat ebenfalls in einem Zersetzungsprozeß ihren Grund, während die Phosphorescenz lebender Organismen ohnstreitig von anderer Natur ist. Dasselbe gilt von der Phosphorescenz einiger Substanzen, welche ohne chemische Veränderung dieselbe zeigen, wenn sie vorher den Sonnenstrahlen oder irgend einer andern Lichtquelle ausgesetzt worden sind. Man nennt dieses Phänomen die Phosphorescenz durch Insolation. Viele natürliche Substanzen vermögen durch Insolation phosphorescirend zu werden. Zu den besseren sogenannten Phosphoren oder natürlichen Leuchtsteinen gehören der Flußspath von allen Farben, namentlich grüner; Marmorsteine von verschiedenen Farben, vorzüglich die weißen; fossile Knochen und Zähne der Säugethiere; Eierschalen der Vögel, besonders die weißen. In einem hohen Grade besitzen die Eigenschaft im dunkeln zu leuchten einige künstliche Präparate wenn sie vorher dem Tageslichte ausgesetzt worden sind. Es zeichnen sich in dieser Hinsicht vor allen aus: der Bononische Leuchtstein, der Canton'sche Phosphor, der Realgarphosphor, der Antimonsphosphor.

Der Bononische Leuchtstein wird erhalten durch Glühen von Pasten von Tragantschleim und schwefelsaurem Baryt. Seine phosphorescirende Eigenschaft nimmt mit der Länge der Zeit merklich ab und kann gänzlich verschwinden, wenn das Präparat nicht sorgfältig gegen die Luft geschützt wird. Zwischen Baumwolle in einem hölzernen Schächtelchen aufbewahrt, behält er seine Wirksamkeit lange Zeit hindurch. Der Bononische Phosphor leuchtet mit einem lebhaften röthlichen Lichte, das allmählig abnimmt und mit einem schwachen weißlichen Lichte endigt. — Der Canton'sche Phosphor wird bereitet, wenn man gereinigte und geglühte Austerschalen mit Schwefelpulver gemischt in einem wohlverschlossenen Tiegel einige Zeit lang glüht. Das Präparat leuchtet mit hellgelbem oder rosenrothem Lichte. — Den Realgarphosphor gewinnt man, wenn man den untern Theil eines Tiegels mit feingepulvertem Realgar bestreut, darauf eine calcinirte Austerschale legt, dieselbe wieder mit Realgarpulver bestreut, dann eine zweite Austerschale hineinlegt und auf solche Weise den Tiegel damit anfüllt; zuletzt das Ganze eine Stunde lang der Rothglühhitze aussetzt. Dieser Phosphor leuchtet mit blauem Lichte. — Die Bereitung des Antimonphosphors geschieht wie beim Realgarphosphor, durch Behandlung calcinirter Austerschalen mit feingepulvertem Schwefelantimon. Das Präparat leuchtet mit weißgrünem Lichte.

Bei der Phosphorescenz durch Insolation können folgende Umstände als allgemein gültig angesehen werden: Eine Bestrahlung von wenig Secunden ist hinreichend jeder Substanz das Maximum ihrer Phosphorescenz mitzutheilen. Das gewöhnliche Tageslicht vermag bei guten Substanzen Phosphorescenz hervorzubringen; allein unmittelbar auffallende Sonnenstrahlen sind wirksamer. Der Canton'sche und Bononische Phosphor und andere werden schon durch starkes Lampenlicht leuchtend. — Die stark brechbaren und die darüber hinausliegenden unsichtbaren Strahlen bringen die Phosphorescenz am wirksamsten hervor, während die Bestrahlung durch rothe oder gelbe Strahlen nur ein schwaches, öfters gar kein Leuchten bewirkt. Auf dieselbe entgegengesetzte Weise verhält sich das durch blaues und violettes oder gelbes und rothes Glas gegangene Licht. Allein auch die blauen und violetten Strahlen erzeugen kein so lebhaftes Leuchten wie die ultravioletten. — Die Farbe steht in keiner Beziehung zu der Farbe des Lichtes, mit welchem der Leuchtstein zum Phosphoresciren gebracht wurde; denn der durch blaue Strahlen insolirte Diamant oder Canton'sche Phosphor leuchten mit ihrem gewöhnlichen Lichte. — Was die Dauer des Leuchtens anlangt, so ist dieselbe bei den verschiedenen Phosphoren eine verschiedene. Die am meisten glänzenden unter ihnen leuchten höchstens 30 bis 40 Secunden lang, während die mit einem ruhigen Lichte phosphorescirenden 15 bis 60 Minuten zu leuchten fortfahren.

Daß eine gewisse Aehnlichkeit zwischen dem Phänomen der Phosphorescenz durch Insolation und dem der Fluorescenz bestehe, läßt sich nicht verkennen. Die Fluorescenz ist vielleicht nichts anders als eine starke Phosphorescenz, welche sich schon während der Insolation zeigt, mit derselben zugleich aber verschwindet; und die Phosphorescenz blos eine schwache Fluorescenz, die noch einige Zeit nach dem Aufhören der Insolation fortdauert und nur im Dunkeln wahrgenommen werden kann. — Ueber die Ursache des einen wie des andern Phänomens läßt sich jedoch bis jetzt nichts Bestimmtes aussagen. Man kann sich vorstellen, wie Phosphore bei der Insolation einen Theil des auffallenden Lichtes absorbiren können, den sie im Dunkeln wieder abgeben; nicht aber gut denken, wie fluorescirende Substanzen durch Absorption die Farbe der auf sie fallenden Strahlen zu ändern im Stande sind. — Dagegen läßt sich begreifen, wie die eindringende Lichtwelle in den fluorescirenden wie in den phosphorescirenden Körpern unter deren kleinsten Theilchen schwingende Bewegungen hervorrufen kann, die ihrerseits wiederum die Lichtschwingung und somit die Lichtempfindung abzuändern vermögen. — Wenn das Licht in Schwingungen eines an sich ruhenden Mediums bestände, könnte das Phosphoresciren dem Nach-

klingen einer in Schwingung versetzten Saite verglichen werden, insoweit das in den Körpern in Schwingung versetzte Medium auch nach Entfernung der erregenden Ursache noch einige Zeit zu oscilliren fortfährt.

4. Chemische Wirkungen des Lichtes.

Das Licht vermittelt nicht blos das Sichtbarwerden der Dinge, sondern es vermag auch bemerkenswerthe chemische Wirkungen hervorzubringen, greift vielfach in das organische Leben ein und übt so in anderer Beziehung einen mächtigen Einfluß auf den gesammten Haushalt der Natur aus. Schon im gewöhnlichen Leben haben wir häufig Gelegenheit, diesen Einfluß des Lichtes wahrzunehmen. An Menschen, die sich viel im Sonnenlichte bewegen, zeigt sich eine erfreuliche Lebensfrische, die denjenigen ganz und gar abgeht, welche ihre Tage im Finstern zuzubringen genöthigt sind. Rothe und feste Muskeln sehen wir an den im Lichte lebenden Thieren, während wir bleiche und schlaffe Muskeln an solchen Thieren wahrnehmen, die lange in dunkeln Räumen eingeschlossen gewesen sind. Die Tagvögel, welche in der Fülle des Lichtes sich aufhalten, prangen in den schönsten Farben, während das Gefieder der lichtscheuen Nachtvögel unansehnliche Farben darbietet.

Unter der Einwirkung des Lichtes erhält das Grün der Blätter eine kräftigere und lebhaftere Färbung, entwickeln die Blumen im Sommer bunte und mannigfaltige Farben. Unter dem Einflusse des Lichtes werden die Pflanzen schmackhafter und nährender, wie wir es an den Früchten der Obstbäume sehen; schon die Thiere verschmähen die im Schatten gewachsenen Pflanzen, während sie die im Sonnenlichte gewachsenen gern zur Nahrung nehmen. Pflanzen, die an dunkeln Orten gezogen werden, strecken ihre Zweige nach dem Lichte aus und haben ein verkümmertes Ansehen im Vergleich zu denen, welche im Freien fortgekommen und von oben herab vom Lichte bestrahlt worden sind.

Unter dem Einflusse des Tageslichtes zerlegen die Pflanzen die Kohlensäure der Luft und eignen sich den Kohlenstoff an, während der zum Athmungsprocesse der Menschen und der Thiere nothwendige Sauerstoff in die Atmosphäre ausgehaucht wird. Bringt man frische Blätter unter eine mit kohlensäurehaltigem Wasser gefüllte Glasglocke, so entwickeln sich an den Blättern zahlreiche Gasblasen, die in den obern Theil der Glocke steigen und sich als Sauerstoffgas zu erkennen geben. Die Gasentwickelung hat im Dunklen nicht statt und hört auf, sobald dem Wasser die freie Kohlensäure entzogen worden ist. — Bekannt ist die entfärbende Wirkung, welche das Licht auf die meisten vegetabilischen Stoffe äußert, indem es die Vereinigung des Sauerstoffs

der Atmosphäre mit dem Kohlenstoff und dem Wasserstoff der organischen Körper befördert: darauf beruht das Bleichen der Zeuge im Sonnenlichte. Uebrigens werden auch mehrere Pflanzensubstanzen durch das Licht vielmehr anders gefärbt, anstatt entfärbt. So gibt Guajakharz in Alkohol aufgelöst eine gelbe Tinktur, welche auf kurze Zeit dem Lichte ausgesetzt grün wird.

Beispiele, in denen das Licht eine zersetzende Wirkung ausübt, sind folgende. Das weiße Chlorsilber wird durch das Licht zersetzt, indem das Chlor entweicht und das Silber reducirt wird. — Concentrirte Salpetersäure zersetzt sich im Lichte in Sauerstoffgas und salpetrige Säure. — Chlorgas kann durch den Einfluß des Lichtes das Wasser zerlegen, nämlich sich mit dessen Wasserstoff verbinden und den Sauerstoff in Freiheit setzen. — Setzt man starren Phosphorwasserstoff im feuchten Zustande dem Sonnenlichte aus, so zersetzt er sich nach und nach; es wird Wasserstoff frei und Phosphor oxydirt sich.

Fälle, in denen eine verbindungsbefördernde Wirkung des Lichtes sich nachweisen läßt, sind die zwei nachstehenden. Im Dunklen verbinden sich Chlorgas und Wasserstoffgas nicht miteinander; sobald aber den Sonnenstrahlen der Zutritt gestattet wird, erfolgt die Verbindung unter Explosion. Das braune Schwefelblei verwandelt sich dem Tages- und Sonnenlichte ausgesetzt in schwefelsaures Bleioxyd, welches eine weiße Farbe hat. — Ein des schnellen Verlaufes halber interessantes Beispiel über die die vegetabilischen Farben vernichtende Wirkung des Lichtes liefert die aus Kirsch- und Fliederblättern mit Spiritus bereitete grüne Tinktur, wenn man sie in die Sonne stellt. Sie verliert innerhalb zwanzig Minuten ihre Farbe, die sie auf einer dunklen Stelle lange unverändert behält. — Ein zweites Beispiel von dem durch den Einfluß des Lichtes an den Dingen hervorgerufenen Farbenwechsel haben wir an einem Stück Papier, auf welches mit einer stark verdünnten Auflösung salpetersauren Silbers geschrieben worden ist. Die trocken gewordenen Buchstaben sind vollkommen unsichtbar; setzt man aber das Papier den Sonnenstrahlen aus, so erhalten die Buchstaben schnell eine braune Farbe, die nachher schwarz wird.

Die verschiedenfarbigen Strahlen des Sonnenlichtes bringen ungleich starke chemische Wirkungen hervor. Läßt man in einem dunklen Zimmer die verschiedenen Strahlen des Spectrums auf ein mit Chlorsilber überzogenes Papier fallen, so findet man, daß die chemischen Wirkungen am stärksten und schnellsten in der Nähe des violetten Ende des Spectrums erfolgen und noch über dieses Ende hinaus sich erstrecken. Im Blau ist die Wirkung schwächer und wird immer geringer

gegen das rothe Ende hin. Die Aehnlichkeit zwischen den chemischen Wirkungen des Lichtes und der Fluorescenz ist nicht zu verkennen, da in beiden Fällen die brechbareren Strahlen als die wirksameren sich herausstellen und die Wirkung noch über die violette Grenze sich erstreckt und daselbst am stärksten hervortritt.

Herschel brachte geschwärztes Chlorsilber ins Roth und stellte dadurch seine Farbe beinahe wieder her. Noch besser gelang ihm dies, als er das geschwärzte Chlorsilber in die unsichtbaren Strahlen außerhalb des rothen Endes brachte. Wir können daraus entnehmen, daß es im prismatischen Sonnenbilde gleichsam zweierlei Arten von unsichtbaren Strahlen gebe, die einen außerhalb des rothen Endes liegenden, die ultrarothen, welche die Oxydation, die andern jenseits des violetten Endes befindlichen, welche die Desoxydation befördern. — Seebeck wiederholte den Versuch mit Chlorsilber und fand, daß dessen Farbe sich mit dem Antheil des Spectrums änderte, in welchen es ausgesetzt wurde. Außerhalb und in dem Violet war das Chlorsilber röthlichbraun, im Blau war es bläulich, im Gelb weiß mit einem schwachen Striche ins Gelbe, in und außer dem Roth war es roth. Bei einem Prisma aus Flintglas war das Chlorsilber außerhalb der Grenzen des Spectrums entschieden gefärbt. — Seebeck und Lady Sommerville ließen das weiße Licht durch gefärbte Gläser und verschiedene andere Medien gehen, ehe es zu dem Chlorsilber gelangte. Sie fanden so, daß die Erscheinungen noch auf dieselbe Art wie vorhin erfolgten, wenn der Durchgang durch blaues, violettes und weißes Glas und Steinsalz stattfand, daß dagegen nur eine äußerst schwache oder gar keine Wirkung sich zeigte, wenn das Licht durch grünes und dunkelrothes Glas, grünen Glimmer und gelben Beryll gegangen war. Diese Erscheinung stimmt wieder genau mit dem überein, was wir bei der Fluorescenz gesehen haben, insofern die unsichtbaren Strahlen von manchen Stoffen sehr leicht, von andern dagegen minder leicht durchgelassen werden.

Herschel, Seebeck und andere Physiker haben auch Untersuchungen über das Wärmevermögen des Sonnenspectrums angestellt. Sie brachten zu diesem Behufe verschiedene sehr empfindliche Thermometer in die verschiedenfarbigen Räume des Farbenbildes und beobachteten bis zu welchem Grade sich der Thermometerstand in jedem dieser Räume über den in der umgebenden Luft erhöhte. Aus dergleichen Versuchen ergab sich, daß das Wärmevermögen von dem äußersten violetten nach dem äußersten rothen Ende stufenweise zunimmt und noch etwas über das äußerste Roth hinaus außerhalb des ganzen sichtbaren Theiles des Spectrums geht. Wir sind daher zu dem Schlusse veranlaßt, das Wärmevermögen nicht bloß den Strahlen, welche in uns die Empfindung

des Lichtes hervorrufen, ausschließlich zuzuschreiben, sondern auch im Sonnenlichte unsichtbare wärmende Strahlen anzunehmen, die einen geringeren Grad von Brechbarkeit als das rothe Licht besitzen. Den Versuchen Seebecks zufolge hängt jedoch der Ort der größten Wärme des Farbenbildes von der Natur des brechenden Mittels ab. Bei einem mit Wasser gefüllten Prisma fällt das Maximum der Wärmeerregung ins Gelbe; bei einem Prisma, das concentrirte farblose Schwefelsäure enthält, liegt das Maximum der Wärme in der Mitte zwischen Gelb und Roth; bei einem Prisma aus gewöhnlichem weißem Glase zeigt sich das Maximum der Wärme im vollen Roth; bei einem Prisma aus Flintglas fällt die größte Wärme jenseit des Roth.

Die verschiedenen in einem Sonnenstrahl enthaltenen Elemente, die lediglich vermöge ihrer verschiedenen Brechbarkeit durch das Prisma von einander gesondert werden, besitzen in sehr ungleichem Grade das Vermögen, Gesichtsempfindungen, Wärmeerscheinungen und chemische Wirkungen hervorzurufen. Ob diese drei Vermögen drei besondern Gattungen von Strahlen ausschließlich inhärirend sind und deren jede bloß eine einzige Art von Wirkung hervorzubringen vermag, darüber können wir nicht entscheiden. Wenn dem so wäre, so hätten wir drei besondere Arten von Strahlen, nämlich chemische, erleuchtende und wärmende, und drei übereinander fallende Spectra, nämlich ein chemisches Spectrum, ein Lichtspectrum und ein Wärmespectrum. Man kann sich auch vorstellen, daß alle Strahlen, welche die Gesichtsempfindung, die Wärmeerscheinung und die chemische Wirkung erzeugen, gewissermaßen Lichtstrahlen sind, die eine ungleiche Brechbarkeit besitzen und deßhalb ungleiche Modificationen durch die Körper erfahren. Sämmtliche Strahlen würden demnach denselben Effect hervorbringen und sich nur durch Intensitätsverhältnisse unterscheiden. Gleichwie mit dem Grade der Brechbarkeit die Farbe sich ändert, so wird sich auch das Wärmevermögen und das chemische Vermögen in der Ausdehnung des Spectrums mit der Brechbarkeit sich ändern: für beide Kräfte wird dies aber nach verschiedenen Gesetzen erfolgen. Das Minimum des Wärmevermögens wird nämlich am violetten Ende des Spectrums statthaben und sein Maximum über dem rothen Ende hinausliegen; dagegen wird das Minimum des chemischen Vermögens am rothen Ende sich befinden und sein Maximum über dem violetten Ende hinaus vorhanden sein. Daß eine zu starke oder eine zu geringe Brechbarkeit die Strahlen gleich unfähig macht, diese oder jene Wirkung hervorzubringen, hat im ersten Augenblicke etwas Ueberraschendes, findet aber auf dem Gebiete des Hörens sein Analagon, insofern, wie schon an verschiedenen Stellen

bemerkt worden, die Sinnesempfindung nur innerhalb bestimmter Grenzen für den Menschen Gültigkeit behält.

Von hohem Interesse sind die Resultate, zu denen Moser durch seine Versuche über die Lichtwirkung auf Silberjodid gekommen ist. Zuvörderst fand er, daß die Strahlen jeder Brechbarkeit auf das Jodsilber ganz gleich wirken: der Unterschied besteht nur darin, daß eine und dieselbe Wirkung verschiedene Zeiten braucht, damit sie von den verschiedenen farbigen Strahlen hervorgebracht werde. Dann hat er erfahren, daß durch farbige Gläser aller Art eine Wirkung auf das Silberjodid angefangen und bis zur Schwärzung fortgeführt werden kann; nur bedarf man bei den rothen und gelben einer längern Zeit dazu, als bei den blauen und violetten. — Ferner fand er, daß sich die blauen Strahlen bei dem unsichtbaren Lichte wie die rothen bei dem sichtbaren verhalten hinsichtlich der Eigenschaft eine angefangene Wirkung weiter fortführen zu können. — Endlich hat er erfahren, daß allen Strahlen die Eigenschaft zukommt, das geschwärzte Silberjodid wiederum in farbiges zu verwandeln; zwischen den verschiedenen Farben besteht der Unterschied wieder nur darin, daß sie dazu einer verschiedenen Zeit bedürfen. — Einige hierher gehörige Versuche sind nachstehende. Eine jodirte Silberplatte wurde in die Sonne gelegt, bis sie geschwärzt worden. Hierauf wurde sie zur Hälfte vor der Sonnenwirkung geschützt und liegen gelassen; schon nach wenigen Minuten sah man, daß die unbedeckte Hälfte auffallend heller geworden als die bedeckte. Diese Entfärbung dauert einige Zeit bis am Ende die vorher schwarze Platte grünlichgelb wird. Daraus ergibt sich, daß das Sonnenlicht ununterbrochen auf gelbes Silberjodid wirkend dasselbe erst schwärzt und dann wieder in farbiges Jodid verwandelt. — Wenn man eine jodirte Silberplatte gehörige Zeit der Lichtwirkung in einer Camera obscura aussetzt, so erhält man ein Bild, in welchem die dunkeln Parthien den hellen Parthien des Gegenstandes und umgekehrt entsprechen, indem an den Stellen, wo das Licht nicht wirkte, das Jodsilber seine ursprüngliche gelbe Farbe behält. Diese Art von Bildern ist man übereingekommen negative zu nennen. — Eine jodirte Silberplatte wurde in der Sonne geschwärzt, bis die Schwärzung nicht mehr zunahm, hierauf in eine Camera obscura gebracht, die auf einen Gegenstand gerichtet war. Nach Verlauf von mehreren Stunden wurde die Platte herausgenommen, die dann ein sogenanntes positives Bild zeigte, d. h. ein solches wo die hellen Parthien des Gegenstandes hell, die dunkeln dunkel erschienen. — Eine gelb jodirte Silberplatte wurde während zweier Monate dem Tageslichte und so oft es anging dem directen Sonnen-

lichte ausgesetzt. Hierauf wurde sie mit trockener Baumwolle abgerieben, in die Sonne gelegt und der Schatten eines nahestehenden Körpers darauf geworfen. Nach kurzer Zeit war der übrige Theil der Platte merklich dunkel geworden, während der Schatten sich hell zeigte. Die Platte wurde von Neuem abgerieben, in die Sonne gelegt und der Versuch mit demselben Erfolg wiederholt. So verfuhr man mehreremal hintereinander und nach jedesmaligem Abreiben zeigte es sich, daß noch empfindliches Silberjodid auf der Platte gleichmäßig vorhanden war. Aus diesem Versuche ergibt sich das bemerkenswerthe Resultat, daß auch die dauerndste Wirkung des Lichtes nur die äußerste Oberfläche des Silberjodids afficire.

Nicht minder von Interesse sind die eigenthümlichen Veränderungen, welche das Licht überhaupt auf der Oberfläche der Körper bewirkt. Die fraglichen Erscheinungen, die ebenfalls Moser wieder näher untersucht hat, lassen sich besonders leicht wahrnehmen an Körpern mit gut polirten Oberflächen, wie Silber, Kupfer, Glas, Elfenbein u. s. w. Legt man z. B. auf einen derartigen polirten Körper irgend einen ausgeschnittenen Schirm und läßt die Sonne mehrere Stunden darauf wirken, nimmt dann den Schirm weg und behaucht den Körper; so schlagen sich an den Stellen, welche von der Sonne beleuchtet waren, die Wasserdünste in größerer Menge nieder als an den andern, wodurch sich das Bild des Schirmes deutlich erkennen läßt. — Wiederholt man den nämlichen Versuch mit einer Silberplatte, mit dem Unterschiede, daß man dieselbe den Quecksilberdämpfen aussetzt, ohne sie vorher behaucht zu haben; so findet man, daß die Quecksilberdämpfe dasselbe leisten wie die Wasserdämpfe, nur vollkommener und dauernder: denn man bekommt ein deutliches Abbild des früher darauf gelegten Schirmes. Dasselbe erfolgt mit der Anwendung von Dämpfen von Jod und Chlor, welche sich mit dem Silber verbinden, während die Quecksilberdämpfe nur an der Platte adhäriren. — Es ist nicht nöthig, daß der Schirm mit dem Körper in Berührung komme: denn hält man über einen polirten Körper oder selbst unpolirten, wie mattes Glas, in geringer Entfernung davon irgend einen ausgeschnittenen Schirm; so wird das spätere Behauchen oder das nachherige Aussetzen den Quecksilberdämpfen die Figur des Ausschnitts deutlich erkennen lassen. — Nimmt man die in einer Camera obscura befindliche jodirte Silberplatte heraus, noch ehe das negative Bild darauf entstanden ist, und setzt sie hierauf den Quecksilberdämpfen aus; so kommt alsbald ein vollständig ausgeprägtes Bild zum Vorschein. Es macht dies die Entdeckung Daguerre's aus, welche darin besteht, daß durch Einwirkung des Lichtes auf Silberjodid ein Zustand hervorgerufen wird, welcher es geeignet

macht, Quecksilberdämpfe zu condensiren und auf diese Weise Bilder zur Erscheinung zu bringen. Daguerre's Entdeckung ist eigentlich nur ein specieller Fall einer allgemeinen Wirkung des Lichtes, in Folge derer die Oberfläche der Körper Aenderungen erleidet, die für uns nicht gleich bemerkbar sind, aber durch alle Dämpfe, welche überhaupt an ihr adhäriren oder mit denen sie eine chemische Verbindung eingeht, nachgewiesen werden können.

Anderweitige von Moser angestellte Versuche lieferten das bemerkenswerthe Resultat, daß ohne Einwirkung alles fremden Lichtes schon die bloße Berührung genügt, um ein solches Abbilden der Körper auf einander zu bewerkstelligen. Auf eine jodirte Silberplatte wurde des Nachts eine gravirte Metallplatte, ein Hornring u. s. w. gelegt und die Platte dann in Quecksilberdämpfe gebracht: es entstand ein deutliches Bild der Buchstaben der Metallplatte, des Ringes u. s. w. Mit Papier, Glimmer, Gyps, Kork gelangen diese Versuche ebenfalls; selbst schwarzer Sammt und Lampenruß ließen sich abbilden. In Folge einer bloßen Berührung erlangen die berührten Stellen einer Fläche die Eigenschaft Dämpfe anders zu verdichten, als es an den unberührten Stellen geschieht. — Doch auch hier war wieder die Berührung nicht einmal erforderlich, um die Abbilder zu erzeugen; dieselben erschienen schon, wenn die Körper hinreichend einander genähert wurden. Auf eine mit vielen gravirten Figuren versehene Achatplatte wurden schmale Glimmerstreifen gelegt und auf diese die Silberplatte, so daß die Entfernung zwischen den beiden Oberflächen $1/2$ Millimeter betrug. Als nach einigen Stunden die Silberplatte in die Quecksilberdämpfe gebracht wurde, zeigte sich ein deutliches Bild der auf der Achatplatte befindlichen Figuren. — Dieses Vermögen der Körper sich aufeinander abzubilden bei gänzlichem Ausgeschlossensein alles fremden Lichtes veranlaßte Moser zu der Ansicht, jeden Körper gewissermaßen für einen selbstleuchtenden zu erklären. Diese Eigenschaft wird durch fremdes Licht nicht erst erregt, wie z. B. bei der Phosphorescenz: denn es machte keinen Unterschied, ob die Körper längere Zeit im Dunklen erhalten wurden, oder ob sie vor dem Versuch einige Zeit in der Sonne gelegen hatten. Nachdem die Achatplatte viele Tage dem Licht entzogen worden, legte Moser sie zur Hälfte wohlbedeckt in die freie Sonne. Als sie nachher sich auf der Silberplatte abgebildet hatte, wurde kein Unterschied zum Vortheil der beleuchteten Hälfte bemerkt. Wo für unsere Netzhaut Finsterniß ist, kann demohngeachtet eine bedeutende Lichtstrahlung stattfinden, für unser Auge freilich nicht wahrnehmbar, wohl aber auf anderen empfindlichen Substanzen. — Die Kraft des Selbstleuchtens scheint den verschiedenen Körpern in verschiedenem Grade beizuwohnen

und die Politur einen fördernden Einfluß darauf auszuüben. Auch die Wärme scheint öfters den Zustand des Selbstleuchtens und damit die in Rede stehenden Wirkungen zu steigern. Denn als eine gravirte Metallplatte erwärmt und etwa eine Minute lang auf eine reine Spiegelplatte gehalten wurde, zeigte sich die Erscheinung auf eine vollendetere Weise als die Platte erkaltet war. Dieses Resultat bietet nichts Ueberraschendes dar, wenn man erwägt, daß die Wärme im gehörigen Grade angewandt, sogar ein Glühen bewirkt, mithin es wohl anzunehmen ist, daß die niederen Grade derselben Vorgänge ähnlicher Art, wenn auch in bedeutend geringerem Maße hervorbringen können.

Nach Waidele lassen sich die eben besprochenen Erscheinungen sämmtlich auf die Gesetze der Absorption der Gase zurückführen. Es ist nämlich bekannt, daß alle festen und flüssigen Körper Gase zu absorbiren vermögen, so daß man dergleichen Körper in ihrem gewöhnlichen Zustande von einer verdichteten Gasschichte umgeben betrachten kann. Geringe Verschiedenheiten an der Oberfläche der Körper werden Verschiedenheiten in der Dichte dieser Gasschichten bewirken. Um dergleichen Unterschiede auf einer polirten Silberplatte zu veranlassen, genügt schon die bloße Bestrahlung des Sonnenlichtes; diese geringen Unterschiede sind zwar für das Auge nicht bemerkbar, werden aber durch die Condensirung der Dämpfe zur Wahrnehmung gebracht. Empfindlicher für das Licht ist die jodirte Silberplatte; wenn darum eine solche Platte in der Camera obscura das Bild eines Gegenstandes auffängt, so wird jede Stelle eine von der Intensität der dahin gelangenden Strahlen eine entsprechende Veränderung erleiden, oder mit andern Worten es wird daselbst um so mehr Silber ausgeschieden werden, je kräftiger die Strahlen wirkten. Genau wie die durch das Licht herbeigeführten Zersetzungen des Jodsilbers werden sich dann auch die Verdichtungen der Quecksilberdämpfe auf derselben verhalten: und in der That zeigt das Mikroskop auf dem Daguerreotypbilde die kleinen Kügelchen von Silberamalgam an den hellsten Stellen in größter Menge, an den minder hellen in geringerer Zahl und gänzlich verschwindend an den dunkeln Parthien. Auch wird die Wirkung des Lichtes auf eine jodirte Platte, welche die gehörige Zeit in der Camera obscura gewesen, augenblicklich aufgehoben, wenn man sie mit Kohlenpulver bedeckt, das Kohlensäure absorbirt hat: das durch das Licht ausgeschiedene Silber wird nämlich schnell von einer Atmosphäre dieses Gases eingehüllt und verliert so das Vermögen Quecksilberdämpfe zu verdichten; es entsteht deßhalb kein Bild. Offenbar wird ein Körper auf den Stellen seiner Oberfläche, wo Gase absorbirt oder von einer verdichteten Gasschichte eingehüllt sind, die Dämpfe in einem geringeren Grade condensiren müssen als

an solchen, wo völlige Reinheit vorhanden ist: es ist dies der Grund, warum das Reinigen der Platten, auf denen Lichtbilder erzeugt werden sollen, von so großer Wichtigkeit ist. — Eine derartige Verschiedenheit hinsichtlich des Zustandes von Reinheit an den Oberflächen der Körper dürfte im Allgemeinen auch in den Fällen vorkommen, wo ein Stempel auf eine Platte gesetzt wird. An den Berührungsstellen geht gewissermaßen ein Austausch der Gasatmosphären vor sich, in Folge dessen an manchen Stellen je nach den Umständen mehr oder weniger Gase verdichtet worden sind als an anderen, eine Verschiedenheit, welche durch nachherige Condensirung von Dämpfen sich zu erkennen gibt. — Wir wollen noch einige andere Versuche anführen, durch welche Waidele diese Erklärungsweise begründete. Eine frisch polirte Silberplatte wurde zur einen Hälfte mit frisch ausgeglühtem Kohlenpulver, zur andern Hälfte mit solchem Kohlenpulver bestreut, das von mancherlei Gasen bereits durchdrungen war. Nach einigen Minuten wurde alles Kohlenpulver durch reine Baumwolle von der Silberplatte entfernt und letztere dann behaucht. Da wo das frische Pulver gelegen hatte, zeigte sich eine bläuliche, auf der andern Hälfte eine bräunliche Färbung. Das frisch ausgeglühte Kohlenpulver hatte in Folge seines großen Vermögens, Dämpfe und Gase in sich zu verdichten, der Silberplatte ihre Gasatmosphäre entzogen; an diesen befreiten Stellen mußten demnach die Wasserdämpfe des Hauches sich reichlicher condensiren als an den bereits mit Gasen bedeckten Stellen der Platte, denen das gashaltige Kohlenpulver solche eher zuführte als entzog. Den Quecksilberdämpfen ausgesetzt schlugen sich dieselben nur auf der Hälfte der Platte nieder, wo das frisch ausgeglühte Kohlenpulver gelegen hatte und machten so gleichfalls die Verschiedenheiten in der Gasatmosphäre der Platte sichtbar. Ein Stahlstempel, welcher längere Zeit im gashaltigen Kohlenpulver gelegen hatte, zeigte sein Bild auf der mit frisch geglühtem Tripel geputzten Platte, wenn sie nach einer Berührung von 10 Minuten den Quecksilberdämpfen ausgesetzt wurde. Die Dämpfe schlugen sich vorzugsweise da nieder, wo Platte und Stempel nicht unmittelbar einander berührten, weil sich hier die Platte minder rasch mit einer Gasatmosphäre bedecken konnte als dort, wo sie mit der gashaltigen Atmosphäre des Stempels in Berührung kam. Wurde dagegen ein mit frisch geglühtem Tripel abgeriebener Stempel auf eine mit einer Gasatmosphäre versehene Platte aufgesetzt, so sah man nach Wegnahme des Stempels die Quecksilberdämpfe nunmehr da condensirt, wo der Stempel und die Platte in Berührung waren. — Ein reiner Stempel prägt einer reinen Platte nie sein Bild auf; dasselbe ereignet sich, wenn Platte und Stempel in gashaltigem Kohlenpulver gelegen haben.

Eine weitere interessante, ebenfalls von Moser aufgefundene Thatsache ist die, daß die Condensirung von Dämpfen denselben Zustand wie die directe Einwirkung des Lichtes hervorbringt, ja selbst ganz specielle Wirkungen des Lichtes, wie die Schwärzung des Silberjodids, durch Verdichtung von Dämpfen hervorgebracht werden können. Verschiedene Versuche, durch welche diese Thatsache constatirt wird, sind folgende: Man lasse eine jodirte Silberplatte die richtige Zeit in der Camera obscura und lege sie hierauf unter einem gelben Glase in die Sonne. Es wird ein negatives Bild entstehen, welches nach einiger Zeit verschwindet und einem positiven Platz macht. In dem Augenblicke, wo es verschwunden, setze man die Platte den Quecksilberdämpfen aus; man wird das nämliche positive Bild erhalten wie bei fortgesetzter Wirkung des Lichtes. Es wirken also hier Licht und Quecksilberdämpfe auf einerlei Art. — Wie gesagt liefern die Quecksilberdämpfe zuerst ein richtiges positives Bild; bei fortgesetzter Wirkung verwandelt sich dasselbe in ein negatives, wobei die Platte vorher ein gelbes Ansehen gewinnt. Die Dämpfe legen sich nämlich zuerst auf die hellen Parthien; bei fortdauernder Wirkung gehen sie von diesen Stellen fort und das gelbe Silberjodid kommt wieder zum Vorschein; bei einer noch weiter gehenden Wirkung der Dämpfe wird das gelbe Silberjodid geschwärzt und die hellen Parthien erscheinen schwarz, obschon alle weitere Lichtwirkung ausgeschlossen worden ist: die Quecksilberdämpfe vermögen also wie das Licht das Silberjodid zu schwärzen. — Man lasse auf einzelne Stellen einer Silberplatte Joddämpfe kurze Zeit wirken, so daß sie keine Färbung des Silbers zu erzeugen vermögen. Bringt man hierauf die Platte in Quecksilberdämpfe, so lagert sich dasselbe gerade an den Stellen, die vorher von den Joddämpfen getroffen worden sind. Die Joddämpfe wirken demnach in ähnlicher Art auf das Silber wie das Licht. Das Jodsilber wird, wie oben schon gesagt, nicht bloß geschwärzt, sondern es wird auch nach und nach gelb, grün, roth, blau gefärbt. In derselben Art wirken auch die Joddämpfe auf das schon gebildete Jodsilber, wenn man von geringen Farbenunterschieden absieht. — Man lege auf irgend einen polirten Körper einen beliebig ausgeschnittenen Papierschirm, behauche alsdann die Platte; nach Hinwegnahme des Schirmes erscheinen die Figuren des Ausschnittes bei abermaligem Behauchen aufs Neue, indem die Wasserdämpfe an der vorher behauchten und unbehaucht gebliebenen Stelle verschiedenartig condensirt werden.

Da die Verdichtung von Dämpfen ein dem Lichte völlig gleiches Verhalten zeigt, so schloß Moser daraus, daß es gleichsam ein l a t e n t e s Licht gäbe, wie es eine latente Wärme gibt. Bei dem Uebergang der Dämpfe aus dem ausdehnsamen Zustand in die flüssige Aggregations-

form fände eine Lichtausscheidung statt, wie bei der Dampfbildung eine Lichtbildung einträte. Das latente Licht sei übrigens ein Licht wie jedes andere, indem da wo es wirksam gewesen ist, die Dämpfe sich in ähnlicher Weise niederschlagen wie in den Fällen, wo eine gewöhnliche Lichtwirkung stattgefunden hat. — Die durch Condensiren von Dämpfen hervorgebrachten Lichtwirkungen lassen sich jedoch eben so einfach als die durch Berührung von Körpern hervorgerufenen Lichterscheinungen auf die Gesetze der Absorption der Gase zurückführen, wie Waidele gezeigt hat, so daß wir der Annahme eines latenten Lichtes nicht bedürfen, um die durch den bloßen Niederschlag entstandenen Bilder zu erklären. In der That vergegenwärtigen wir uns den letzten der oben erwähnten Versuche, wo nach Moser durch das erste Behauchen die Wirkung des Lichtes und durch das zweite Behauchen die Wirkung der Quecksilberdämpfe nachgeahmt worden wäre; so müssen wir es sehr bemerkenswerth finden, daß diese Versuche auf einer mit vieler Sorgfalt gereinigten Platte nie vollkommen gelingen, während sie am schönsten auf einer Platte sich darstellen, welche vorher mit einer Atmosphäre von Kohlensäure bedeckt wurde. Dies allein muß schon auf die Vermuthung führen, daß die alle Körper bedeckende unsichtbare Gasatmosphäre bei den eben erwähnten Erscheinungen von wesentlichem Einfluß ist.

Durch vielfältige Versuche ist nun nachgewiesen worden, daß der Wasserdampf aus den Körpern, welche die Gase in großer Menge absorbiren, wie z. B. Kohle, den größten Theil der absorbirten Gase verdrängt. Dasselbe geschieht bei dem in Rede stehenden Versuche. Bei dem ersten Behauchen verdrängt nämlich der Wasserdampf an den Stellen, wo er die Platte treffen konnte, den größten Theil der absorbirten Gase und nimmt deren Platz ein. Bei dem zweiten Behauchen trifft der Wasserdampf einerseits Stellen, die mit einer dichten Gasatmosphäre bedeckt sind, anderseits aber Stellen, an denen Wasserdampf in Verbindung mit einer geringen Menge absorbirter Gase abgelagert ist. Dergleichen verschiedenartige Zustände hinsichtlich der Gasatmosphären der Platte bewirken eine Modification in der Condensirung der Dämpfe, da der Wasserdampf durch schnelle Abkühlung plötzlich condensirt wird. Wenn man aber anstatt des zweiten Behauchens die Platte Wasserdämpfen von geringer Spannung längere Zeit aussetzt, so wird die Wirkung des ersten Behauchens nach und nach ausgeglichen; auch kann man durch das stärkste Anhauchen dann keine Spur von einem Bilde mehr erblicken.

Daß die Absorption der Gase bei den fraglichen Erscheinungen von wesentlichem Einfluß ist und Aenderungen in den gaserfüllten

Atmosphären gar mancherlei Wirkungen zur Folge haben, werden nachstehende Versuche zeigen: Man bedecke die eine Hälfte einer vollkommen reinen Platte mit einer Atmosphäre irgend eines Gases und setze hierauf die ganze Platte der gleichförmigen Einwirkung der Joddämpfe aus; der reine Theil der Platte wird sich viel stärker mit Jodsilber überziehen, als der mit einer Atmosphäre bedeckte Theil. — Man nehme zwei gleich sorgfältig präparirte Platten, bedecke die eine mit einer Atmosphäre von Kohlensäure, lasse aber die andere ganz rein; hierauf jodire man beide Platten bis zu einer gleichmäßigen goldgelben Farbe und setze bei einer gleichförmigen Beleuchtung die eine wie die andere in der Camera obscura der Wirkung des Lichtes aus. Die beiden Platten werden ungleiche Zeiten erfordern, wenn sie beide ein gleich kräftiges Bild geben sollen; z. B. 10 Minuten für die reine Platte und 21 Minuten für die mit der Atmosphäre von Kohlensäure bedeckte. — Der Einfluß der absorbirten Gase gibt sich desgleichen bei der Operation des Quecksilbers zu erkennen. Denn die Bilder, welche die mit Gasarten bedeckten Platten in dem Quecksilberkasten liefern, stehen den Bildern bedeutend nach, welche man mit reinen Platten erhält, da bei den letztern der Quecksilberdampf kräftiger einwirken kann. — Wenn man einen Tropfen reinen Wassers, welcher an einem Glasstäbchen hängt, über eine von einer Gasatmosphäre eingehüllte Platte in verschiedenen Zügen herumführt, so wird die Atmosphäre der Platte zum großen Theil von dem Wassertropfen absorbirt: beim Anhauchen der Platte wird die Bahn des Wassertropfens sichtbar werden.

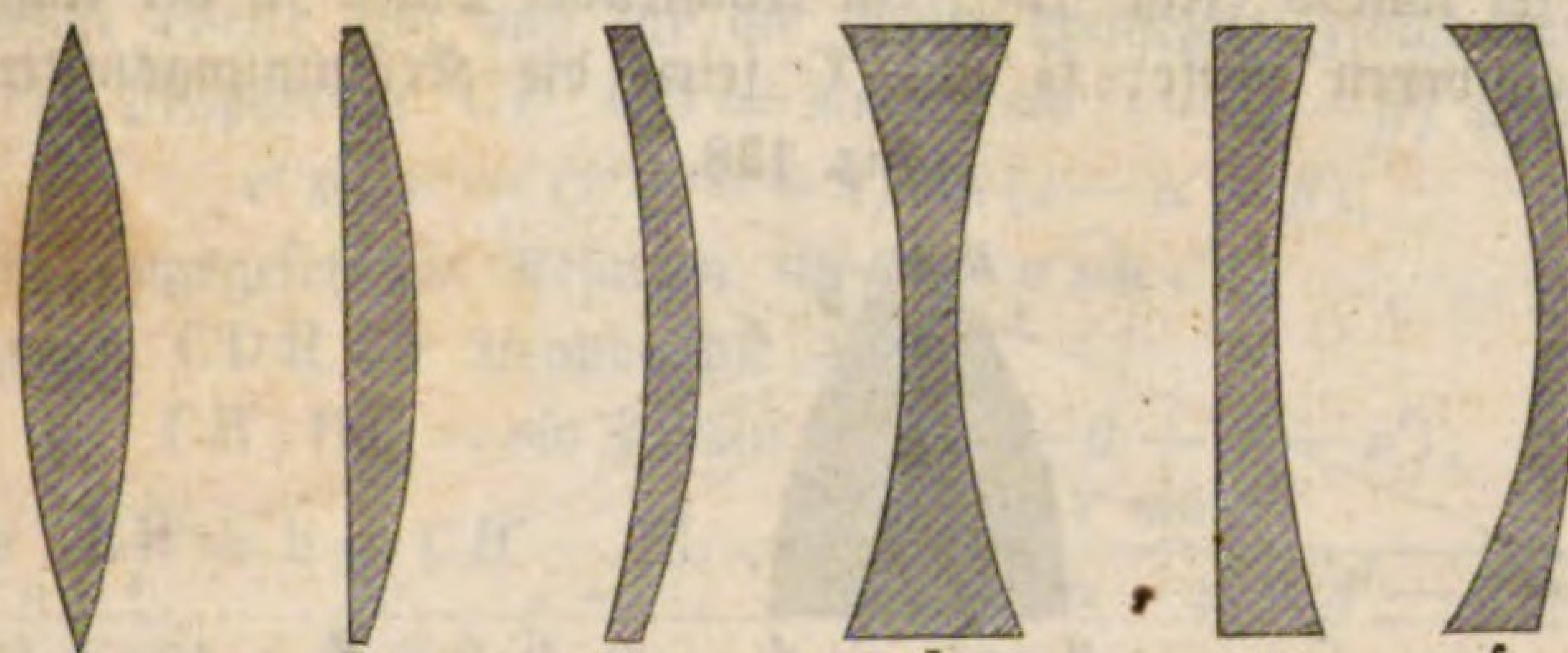
VI. Von den Linsengläsern.

1. Entstehung optischer Bilder durch Linsen.

Bei dem Uebergange des Lichtes aus einem durchsichtigen Körper in einen zweiten von krummen Flächen begrenzten gilt das nämliche Brechungsgesetz wie bei von ebenen Flächen begrenzten Mitteln, wenn man unter Einfallsloth bei krummen Flächen deren Normale an der Stelle versteht, wo der fragliche Lichtstrahl auffällt. Wir werden jedoch die Brechung, wie dies auch früher bei der Zurückstrahlung geschehen ist, bloß an solchen krummen Flächen ausführlicher betrachten, welche von zwei Kugelsegmenten oder von einem Kugelsegmente und einer ebenen Fläche begrenzt werden. Man nennt dergleichen durchsichtige Körper mit kugelförmigen Begrenzungsflächen Linsen. In der Regel verfertigt man die Linsen nur aus Glas und verwendet sie mit großem Nutzen fast in allen optischen Werkzeugen. Man unterscheidet zwei Gattungen von Linsen, nämlich Convexlinsen oder Sammellinsen,

und Concavlinsen oder Zerstreuungslinsen: erstere sind in ihrer Mitte dicker als an ihrem Rande, dagegen sind letztere in ihrer Mitte dünner als an ihrem Rande. Jede dieser zwei Gattungen von Linsen

Fig. 137.



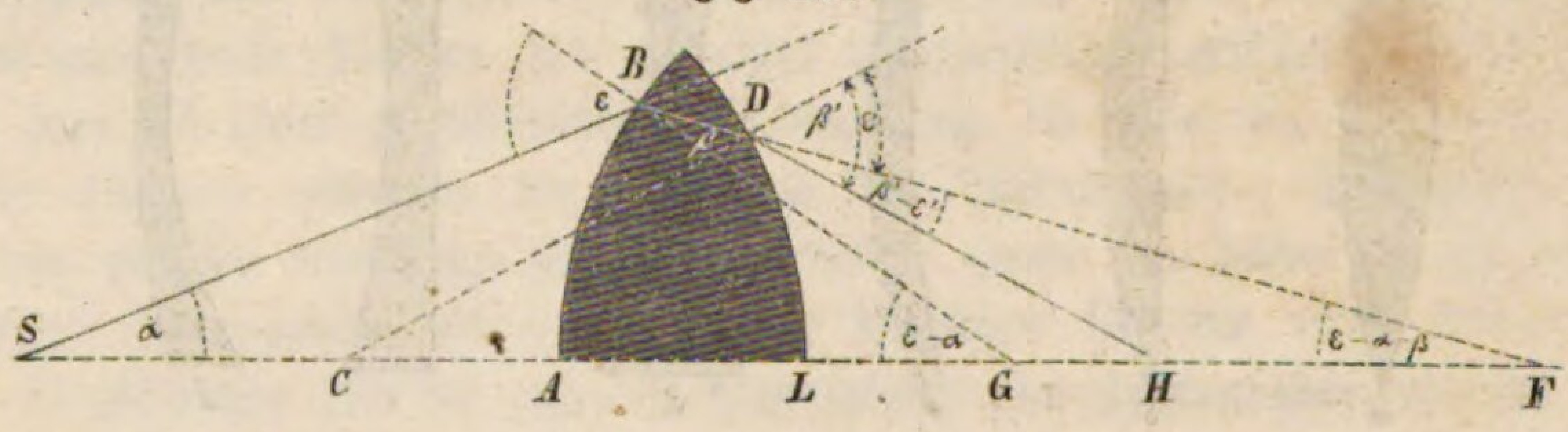
begreift wieder drei verschiedene Formen in sich, deren Durchschnitte in Fig. 137 a — f dargestellt sind, nämlich: a) die doppelconvexe Linse mit beiderseits erhabenen Flächen; b) die planconvexe, deren eine Fläche erhaben, die andere eben ist; c) die concavconvexe oder der Meniskus mit einer erhabenen und einer hohlen Fläche, dergestalt daß die erhabene Fläche mehr gekrümmt ist als die hohle; d) die concavconcave mit zwei hohlen Flächen; e) die planconcave mit einer hohlen und einer ebenen Fläche; f) die convexconcave mit einer erhabenen und einer hohlen Fläche, dergestalt daß die erstere weniger gekrümmt ist als die letztere.

Die gerade Linie, welche durch die Krümmungsmittelpunkte beider Grenzflächen geht, oder wenn eine Fläche eben ist, auf derselben senkrecht steht und den Krümmungsmittelpunkt der andern Fläche in sich begreift, heißt die Achse der Linse. — In jeder Linse gibt es, wie bald gezeigt werden soll, einen bestimmten Punkt, welcher die Eigenschaft hat, daß jeder durch ihn gehende Strahl als ungebrochen zu betrachten ist, weil der dazu gehörige einfallende und austretende Strahl genau parallel sind; gedachter Punkt heißt der optische Mittelpunkt der Linse. — Geht die Achse zugleich durch den optischen Mittelpunkt, so heißt die Linse centrirt. Die richtige Centrirung darf keiner guten Linse fehlen. Ein sicheres Kennzeichnen dieser Eigenschaft ist, daß die Gegenstände, welche man durch die Linse betrachtet, nicht im mindesten ihre scheinbare Lage verändern, wenn man die Linse in einem kreisförmigen Lager umdreht. — Die Vorderfläche der Linse nennt man diejenige, bei welcher das Licht einfällt, während die andere, bei welcher es austritt, die Hinterfläche heißt. Bei dem Gebrauche werden die

Ränder der Linsen und ein Theil ihrer Oberfläche mit undurchsichtigen kreisförmigen Ringen bedeckt, die man Blendungen oder Diaphragmen nennt. Die Lichtstrahlen fallen alsdann nur noch auf den mittleren Theil der Oberfläche, welcher unbedeckt geblieben ist und die Oeffnung oder Apertur des Glases genannt wird.

Es sei nun S (Fig. 138) ein leuchtender Punkt in der Achse einer doppelt convexen Linse; G und C seien die Krümmungsmittelpunkte

Fig. 138.



ihrer beiden Flächen. Der in der Achse der Linse liegende Strahl SA, welcher die Vorderfläche der Linse in A trifft, tritt ungebrochen in dieselbe ein und geht an der Hinterfläche bei L ungebrochen aus der Linse heraus, weil seine Richtung den Berührungsebenen der Linsenflächen in A und L normal begegnet. Jeder andere von A zur Linse gehende Lichtstrahl SB erleidet aber eine Ablenkung, und zwar zuerst bei B zum Einfallsloth BG nach der Richtung BF, dann in dem Punkte D, wo der letztere Strahl die Hinterfläche der Linse trifft, vom Einfallslothe DC weg nach der Richtung DH. Um für die Vereinigungsweite LH des Strahles SB nach seiner zweimaligen Brechung in der Linse mit dem in der Achse liegenden SA einen analytischen Ausdruck zu erhalten, führen wir folgende Bezeichnungen ein:

$a = SA$ die Entfernung des leuchtenden Punktes von der Linse;
$r = GA$ der Krümmungshalbmesser der Vorderfläche;
$r' = CL$ der Krümmungshalbmesser der Hinterfläche;
$c = AL$ die Dicke der Linse;
ε und β der Einfalls- und Brechungswinkel an der ersten Fläche;
ε' und β' dieselben Größen für die zweite Fläche;
α der Winkel, welchen der von dem Punkte S ausgehende Strahl mit dem in der Achse liegenden bildet;
$x = AF$ die Vereinigungsweite der Strahlen nach der ersten Brechung;
$b = LH$ dieselbe Größe nach der zweiten Brechung;
$n : 1$ das Brechungsverhältniß beim Uebergange des Lichtes von der Luft in Glas.

Dies vorausgesetzt gibt uns das Dreieck SBG die Proportion

$$SG : BG = \sin SBG : \sin BSG \text{ oder } \sin \varepsilon = \frac{(a + r) \sin \alpha}{r};$$

das Brechungsgesetz die Relation $\sin\varepsilon = n \sin\beta$;
das Dreieck BGF die Proportion

$$GF : BG = \sin GBF : \sin BFG \text{ oder } GF = \frac{r \sin\beta}{\sin(\varepsilon - \alpha - \beta)};$$

woraus $$AF = x = AG + GF = r + \frac{r \sin\beta}{\sin(\varepsilon - \alpha - \beta)}.$$

Auf gleiche Weise gibt uns für die zweite brechende Fläche das Dreieck CDF die Proportion $CF : CD = \sin\varepsilon' : \sin(\varepsilon - \alpha - \beta)$ oder

$$r' \sin\varepsilon' = (r' - c + x) \sin(\varepsilon - \alpha - \beta);$$

das Brechungsgesetz die Relation $\sin\beta' = n \sin\varepsilon'$;
das Dreieck CDH die Proportion

$$CH : DC = \sin\beta' : \sin(\varepsilon - \alpha - \beta + \beta' - \varepsilon');$$

woraus $$LH = b = CH - CL = \frac{r' \sin\beta'}{\sin(\varepsilon - \alpha - \beta + \beta' - \varepsilon')} - r'.$$

Die sechs aufgestellten Formeln, nämlich

$$\sin\varepsilon = \frac{(a + r)}{r} \sin\alpha;$$

$$\sin\varepsilon = n \sin\beta;$$

$$x = r + \frac{r \sin\beta}{\sin(\varepsilon - \alpha - \beta)};$$

$$(r' - c + x) \sin(\varepsilon - \alpha - \beta) = r' \sin\varepsilon';$$

$$\sin\beta' = n \sin\varepsilon';$$

$$b = \frac{r' \sin\beta'}{\sin(\varepsilon - \alpha - \beta + \beta' - \varepsilon')} - r'$$

dienen dazu, den geometrischen Ort H aller von S ausgehenden Strahlen, welche unter gleicher Elongation α gegen die Achse auf die Linse fallen, mit vollkommener Genauigkeit zu bestimmen: einem weiter als H von der Linse entfernten Auge erscheint mithin in H ein Bild des Punktes S. Da Strahlen, welche unter verschiedenen Elongationen von S ausgehen, in verschiedenen Punkten zusammenkommen; so werden wir noch andere Bildpunkte erhalten und zwar so viele als verschiedene Winkel α unterschieden werden können.

In den meisten Fällen lassen sich die obenstehenden Formeln durch andere viel einfachere ersetzen, da gewöhnlich die Winkel $\alpha, \varepsilon, \beta, \varepsilon', \beta'$ sehr klein sind, folglich an die Stelle der Sinusse die Winkel selbst gesetzt werden können. Unter einer derartigen Voraussetzung gehen die drei ersteren der obigen Gleichungen in folgende über:

$$\varepsilon = \frac{a + r}{r} . \alpha; \quad \varepsilon = n\beta; \quad x = r + \frac{r\beta}{\varepsilon - \alpha - \beta};$$

aus welchen drei zusammen entspringt:

$$x = \frac{n a r}{n a - a - r}.$$

Unter derselben Voraussetzung verwandeln sich die drei letzteren der obenstehenden Gleichungen in folgende:

$$\frac{r'-c+x}{r'}=\frac{\varepsilon'}{\varepsilon-\alpha-\beta};\ \beta'=n\varepsilon';\ b=\frac{r'\beta'}{\varepsilon-\alpha-\beta+\beta'-\varepsilon'}-r';$$

aus denen sich ergibt:

$$b=\frac{(x-c)\,r'}{nr'+(n-1)(x-c)}\ \text{oder}\ \frac{1}{b}=\frac{n}{x-c}+\frac{n-1}{r'}.$$

Wenn man $\frac{n}{x-c}$ in eine Reihe verwandelt und dabei die zweiten und höheren Potenzen der kleinen Größe c vernachlässigt; so bekommt man:

$$\frac{1}{b}=\frac{n-1}{r'}+\frac{n}{x}+\frac{cn}{x^2}$$

oder wenn man statt x dessen Werth $\frac{nar}{na-a-r}$ einführt:

$$\frac{1}{b}=\frac{n-1}{r'}+\frac{na-a-r}{ar}+\frac{c(na-a-r)^2}{na^2r^2}$$

oder

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=(n-1)\left(\frac{1}{r}+\frac{1}{r'}\right)+c\frac{(na-a-r)^2}{na^2r^2}.$$

Wird die Dicke c der Linse vernachlässigt, so bekommt man:

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=(n-1)\left(\frac{1}{r}+\frac{1}{r'}\right).$$

Diese Relation gibt die Lage des nach dem Durchgange durch eine Linse entstandenen Bildes unter der Annahme, daß die Dicke der Linse sehr klein ist im Vergleich zu dem Abstande des an ihrer Vorderfläche erzeugten Bildes von jener Vorderfläche. Sämmtliche Centralstrahlen, d. h. diejenigen Strahlen, welche nur sehr kleine Winkel mit der Achse bilden, vereinigen sich also nach ihrem Durchgange durch die Linse in einem Punkte H und erzeugen im Auge, das irgendwo innerhalb des von hier ausgehenden Lichtkegels sich befindet, denselben Eindruck, als wenn der leuchtende Punkt S in H wäre; oder mit andern Worten H ist der zu dem leuchtenden Punkte S gehörige Bildpunkt der Linse und HL die ihm entsprechende Bildweite.

In dem Falle, wo der leuchtende Punkt unendlich weit von der Linse abliegt, heißen Brennpunkt und Brennweite, was im Allgemeinen Bildpunkt und Bildweite bedeuten. Bezeichnen wir die Brennweite der Linse durch f, so kommt, weil dann $a=\frac{1}{0}$ wird:

$$\frac{1}{f}=(n-1)\left(\frac{1}{r}+\frac{1}{r'}\right),$$

in Folge deren die Formel

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=(n-1)\left(\frac{1}{r}+\frac{1}{r'}\right)$$

nachstehende Gestalt gewinnt:

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}.$$

Die oben auseinandergesetzten Formeln gelten für alle Arten von Linsen, insofern man den Krümmungshalbmessern r und r′ die entsprechenden Werthe und Zeichen beilegt. Für jede concave Fläche ist nämlich der zugehörige Halbmesser negativ, für eine ebene Fläche ist er dagegen unendlich groß zu nehmen. Bezeichnen mithin r und r′ lediglich positive Größen, so ist

a) für doppelte convexe Linsen: $\frac{1}{f}=(n-1)\left(\frac{1}{r}+\frac{1}{r'}\right)$;

b) für planconvexe Linsen: $\frac{1}{f}=(n-1)\frac{1}{r}$;

c) für concavconvexe Linsen: $\frac{1}{f}=(n-1)\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r'}\right)$,

wo $r < r'$, d. h. der Radius der Convexität kleiner als jener der Concavität ist. Für die drei genannten Linsen fällt f positiv aus; der Unterschied besteht nur im Werthe der Brennweite, der bei übrigens gleichen Umständen für die doppeltconvexe am kleinsten und für die concavconvexe Linse am größten ist. Dergleichen Linsen suchen parallele Strahlen immer convergirend zu machen, weßhalb sie den gemeinschaftlichen Namen Sammellinsen erhalten haben. Sie heißen auch Brenngläser, weil sie das Sonnenlicht im Brennpunkte dermaßen concentriren, daß daselbst Körper verbrannt werden können.

Für eine beiderseits hohle Linse werden beide Halbmesser negativ. Deßhalb gilt für sie die Formel (d): $\frac{1}{f}=-(n-1)\left(\frac{1}{r}+\frac{1}{r'}\right)$;

für die planconcave Linse die Formel (e): $\frac{1}{f}=-(n-1)\frac{1}{r}$;

für die convexconcave Linse die Formel (f): $\frac{1}{f}=-(n-1)\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r'}\right)$,

wo $r > r'$. Für die drei letzteren Linsen erhält also f einen negativen Werth; die auf sie parallel auffallenden Strahlen scheinen mithin von einem vor der Linse befindlichen Punkte herzukommen. Dieser Punkt heißt der Brennpunkt des Glases und seine Entfernung von der Linse die Brennweite, er ist kein physischer, sondern blos geometrischer Brennpunkt. Da die auf dergleichen Linsen parallel auffallenden Strahlen durch die Brechung zu divergirenden werden, so begreift man sie zusammen unter der gemeinschaftlichen Benennung Zerstreuungslinsen.

Will man den Vereinigungspunkt oder den Brennpunkt von Centralstrahlen bestimmen, welche vermittelst einer Kugel vom Halbmesser r

gebrochen werden; so kann man mit Hülfe unserer oben angeführten Formeln dahin gelangen, insofern die Dicke c der Kugel vollständig berücksichtigt wird. Es bestehen nämlich für diesen Fall die beiden Gleichungen:

$$x = \frac{n a r}{n a - a - r} \text{ und } b = \frac{(x - c) r'}{n r' + (n - 1)(x - c)}.$$

Die letztere verwandelt sich, wenn darin der Werth von x substituirt wird, in folgende:

$$b = \frac{n a r r' - c r' ((n - 1) a - r)}{n (n - 1) a (r + r') - n r r' - c (n - 1)(a (n - 1) - r)}. -$$

Setzt man in diesem Ausdruck $r' = r$ und $c = 2r$, so bekommt man für die Bildweite der Centralstrahlen der Kugel vom Halbmesser r die Gleichung:

$$b = \frac{2 (a + r) - a n}{2 a (n - 1) + (n - 2) r} . r$$

und für die Brennweite die Gleichung: $f = \frac{2 - n}{2 (n - 1)} . r.$ —

Vernachlässigt man in dem Ausdrucke

$$b = \frac{n a r r' - c r' ((n - 1) a - r)}{n (n - 1) a (r + r') - n r r' - c (n - 1)(a (n - 1) - r)}$$

die Dicke des Glases, so bleibt

$$b = \frac{a r r'}{(n - 1) a (r + r') - r r'}.$$

Für die Entfernung des Vereinigungspunktes der zweimal gebrochenen Centralstrahlen ist es also gleichgültig, welche Fläche der Glaslinse als die vordere betrachtet wird, indem durch Verwechslung von r mit r' der Werth von b keine Aenderung erleidet. Dieses findet aber nicht mehr statt, wenn die Dicke der Linse in Betracht kommt: denn setzt man der Kürze halber

$$a n r r' + c r r' = \alpha \text{ und } a (r + r') n (n - 1) - n r r' = \beta;$$

so erhält man $b = \frac{\alpha - c r' a (n - 1)}{\beta - c (n - 1)(a (n - 1) - r)}.$

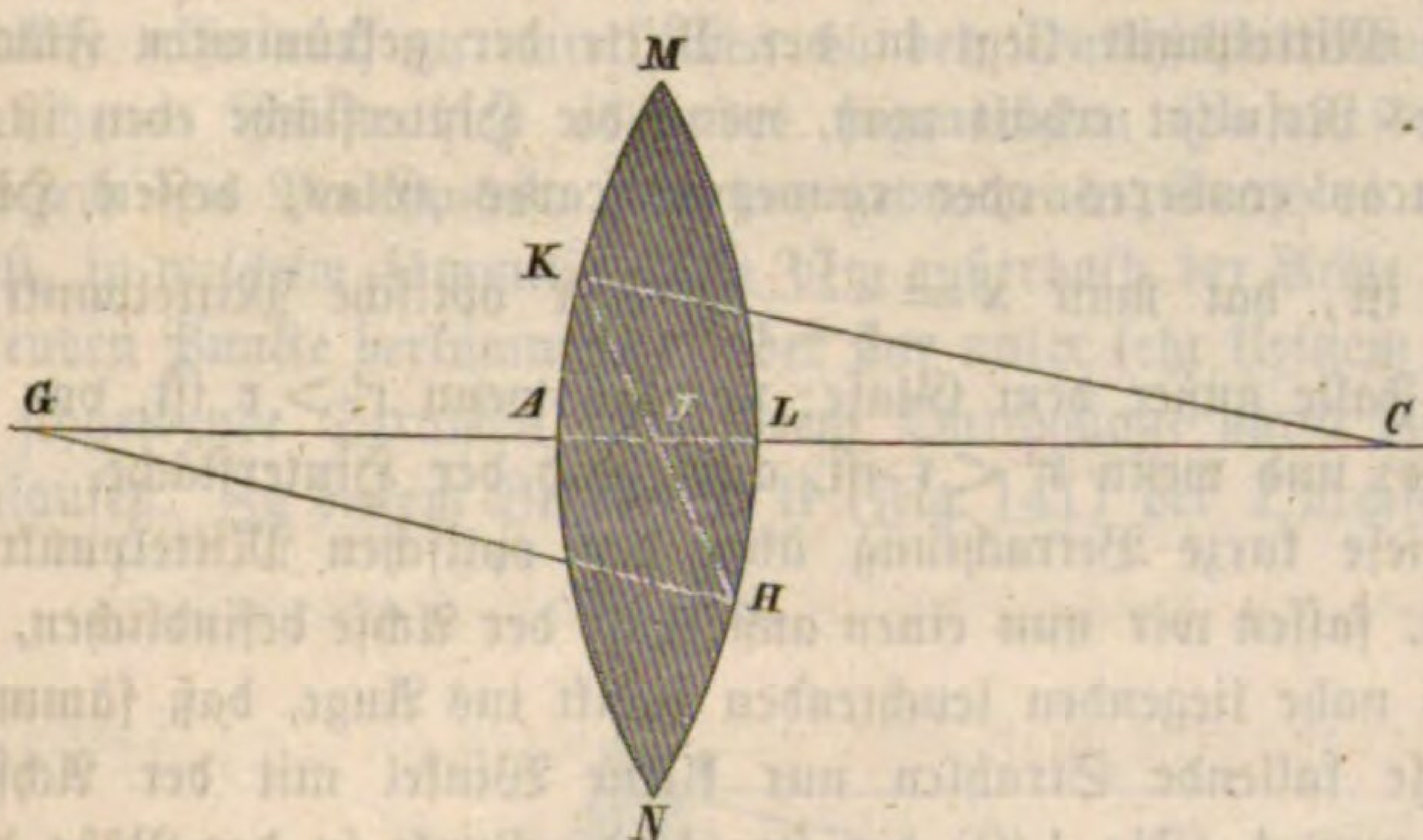
Wird die Hinterfläche zur Vorderfläche genommen, d. h. vertauscht man r mit r' und bezeichnet dann die Vereinigungsweite der gebrochenen Centralstrahlen mit b', so bekommt man, weil α und β bei dieser Verwechslung ihre Werthe nicht ändern:

$$b' = \frac{\alpha - c r a (n - 1)}{\beta - c (n - 1)(a (n - 1) - r')}.$$

Die vergleichende Zusammenstellung der beiden letzteren Ausdrücke zeigt, daß die Werthe von b und b' im Allgemeinen von einander verschieden sind und nur in besonderen Fällen übereinstimmen.

Wie oben schon gesagt, gibt es für jede Linse einen Punkt von solcher Eigenschaft, daß jeder durch ihn gehende Strahl als ungebrochen anzusehen ist, weil der dazu gehörige einfallende und austretende Lichtstrahl genau parallel sind. Um diesen Punkt, den sogenannten optischen Mittelpunkt zu bestimmen, sei C (Fig. 139) der Krümmungs-

Fig. 139.

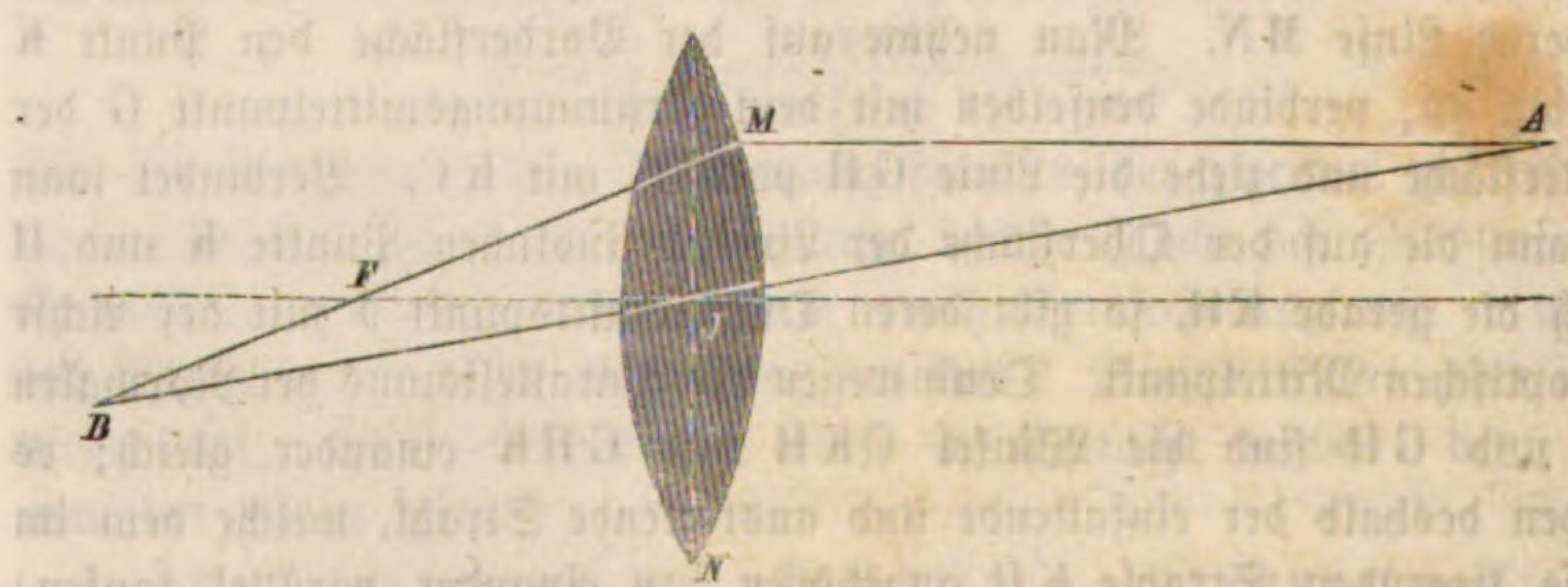


Mittelpunkt der Vorderfläche und G jener der Hinterfläche einer doppelt convexen Linse MN. Man nehme auf der Vorderfläche den Punkt K beliebig an, verbinde denselben mit dem Krümmungsmittelpunkt G der Hinterfläche und ziehe die Linie GH parallel mit KC. Verbindet man alsdann die auf der Oberfläche der Linse befindlichen Punkte K und H durch die gerade KH, so gibt deren Durchschnittspunkt J mit der Achse den optischen Mittelpunkt. Denn wegen des Parallelismus der Normalen CK und GH sind die Winkel CKH und GHK einander gleich; es werden deshalb der einfallende und austretende Strahl, welche dem im Glase liegenden Strahle KH angehören, zu einander parallel laufen; oder mit andern Worten die Richtung des durch J gehenden Strahles wird nicht geändert. Nun verhält sich aber $KC : GH = JC : GJ$, oder $r : r' = r - x : r' - c + x$, wenn der Halbmesser $KC = r$, der Halbmesser $GH = r'$, die Dicke AL der Linse $= c$ und der Abstand des Punktes J von der Vorderfläche $= x$ gesetzt wird. Aus der Proportion entspringt für den Abstand des Punktes J von der Vorderfläche: $x = \frac{rc}{r + r'}$, und für den Abstand dieses Punktes von der Hinterfläche den Werth $r - x = \frac{r'c}{r + r'}$. Da die Lage des Punktes J von der gemeinschaftlichen Richtung des einfallenden und ausfahrenden Strahles ganz unabhängig ist, so kann jeder durch ihn hindurchgehende Strahl als ungebrochen betrachtet werden.

Für eine gleichseitige biconvexe oder biconcave Linse, bei welcher $r = r'$ ist, findet man $x = \frac{c}{2}$, d. h. der optische Mittelpunkt liegt genau in der Mitte der Linse. — Bei einer ungleichseitigen biconvexen oder biconcaven Linse liegt der optische Mittelpunkt näher bei der gekrümmteren Fläche — Für ein planconvexes oder planconcaves Glas, wo die Vorderfläche eben, mithin $r = \infty$ ist, findet man $x = c$, d. h. der optische Mittelpunkt liegt in der Mitte der gekrümmten Fläche. Ein ähnliches Resultat erhält man, wenn die Hinterfläche eben ist. — Für ein concav-convexes oder convex-concaves Glas, dessen Hinterfläche concav ist, hat man $x = \frac{r\,c}{r - r'}$. Der optische Mittelpunkt liegt in diesem Falle außer dem Glase; nämlich wenn $r' > r$ ist, vor der Vorderfläche; und wenn $r' < r$ ist, außerhalb der Hinterfläche.

Diese kurze Betrachtung über den optischen Mittelpunkt vorausgeschickt, fassen wir nun einen außerhalb der Achse befindlichen, derselben aber so nahe liegenden leuchtenden Punkt ins Auge, daß sämmtliche auf die Linse fallende Strahlen nur kleine Winkel mit der Achse bilden. Es sei nun A (Fig. 140) der strahlende Punkt in der Nähe der Achse.

Fig. 140.

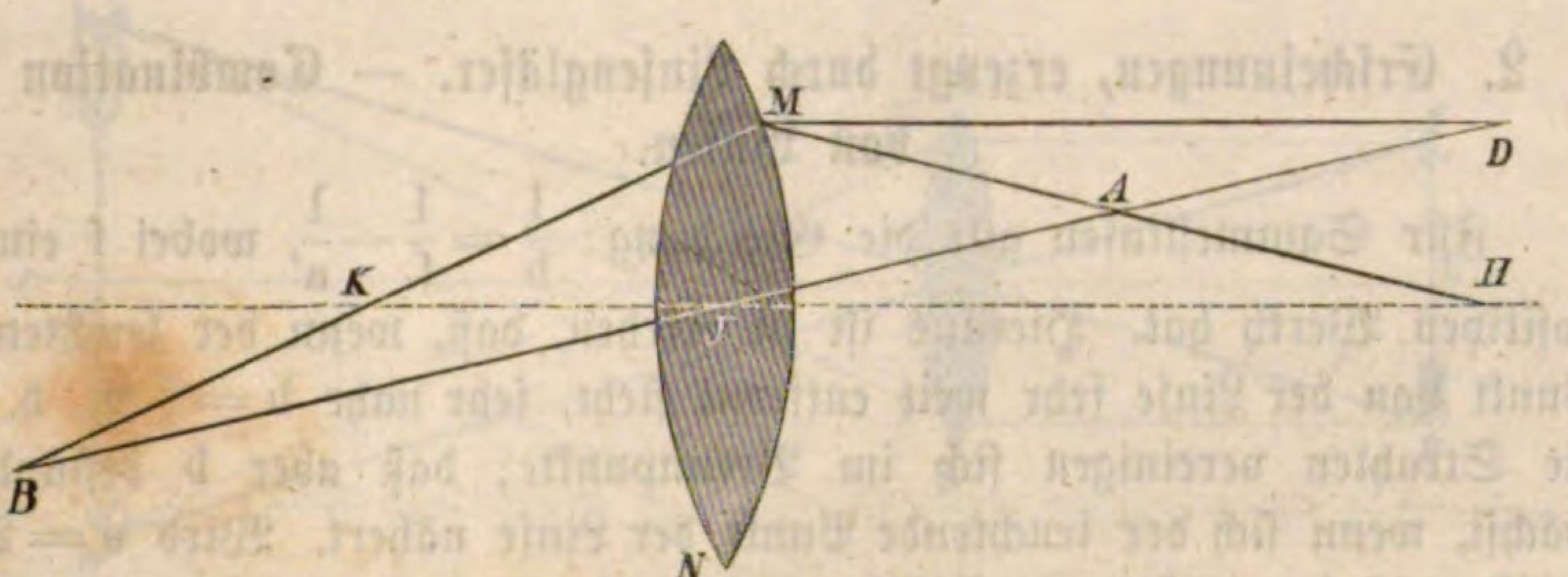


Um den Vereinigungspunkt B der von diesem Punkte der Linse zugeschickten Lichtstrahlen nach ihrem Durchgange durch die Linse zu bestimmen, erwägen wir einmal, daß einer der einfallenden Strahlen AJ, welcher durch den optischen Mittelpunkt geht, bei seinem Austritt aus der Linse von seiner Richtung nicht abgelenkt wird. Dann erwägen wir, daß der zur Achse parallel einfallende Strahl nach seinem Durchgange durch die Linse durch deren Brennpunkt F geht. Die Strahlen AJ und MF werden also in dem fraglichen Punkt B zusammentreffen. Nun geben die ähnlichen Dreiecke BFJ und BMA die Proportion $MA : FJ = BA : BJ$, oder $a : f = b + a : b$; wo $MA = a$, die Brennweite der Linse $= f$, die Entfernung des Vereinigungspunktes B von der Linse $= b$ gesetzt, die Dicke der Linse unberücksichtigt geblieben,

und $MA = AJ$ angenommen ist, was in der Anwendung geschehen kann. Der aus der vorstehenden Proportion hergeleitete Ausdruck: $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$ sagt aus, daß zwischen dem in der Nähe der Achse liegenden strahlenden Punkt A und dem Vereinigungspunkt B die nämliche Relation stattfindet wie zwischen dem auf der Achse liegenden leuchtenden Punkt und dem Vereinigungspunkte seiner Centralstrahlen.

Es wäre also noch zu untersuchen ob der Durchschnittspunkt des nicht gebrochenen Lichtstrahles oder des sogenannten Hauptstrahles und des durch den Brennpunkt gehenden gebrochenen Strahles wirklich der Ort ist, in welchem sämmtliche von dem außerhalb der Achse gelegenen strahlenden Punkte herkommende, aber nur unter sehr kleinem Winkel die Achse schneidende Strahlen nach ihrem Durchgange durch die Linse zusammenlaufen. Zu diesem Behufe sei H (Fig. 141) der Durchschnitts-

Fig. 141.



punkt des einfallenden Strahles AM mit der Achse, MB der dazugehörige gebrochene Strahl, K der Punkt, wo er die Achse trifft, B sein Durchschnittspunkt mit der verlängerten AJ; endlich seien a, b, a′, b′ die Entfernungen JH, JK, JA, JB oder die bezüglich davon sehr wenig verschiedenen Entfernungen HM, KM, AM, BM. Der Strahl AM erleidet durch die Linse eine Ablenkung, wie wenn er von dem Punkte H der Achse gekommen wäre; es besteht demnach, wenn f die Brennweite der Linse bezeichnet, die Relation: $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$. — Um die Relation aufzufinden, welche zwischen a′ und b′ statt hat, ziehen wir MD parallel zur Achse. Die ähnlichen Dreiecke BMD und BKJ geben uns alsdann: $\frac{BM}{BK} = \frac{MD}{JK}$. Desgleichen liefern uns die ähnlichen Dreiecke MAD und JAH die Gleichung: $\frac{AH}{AM} = \frac{JH}{MD}$. Durch Multiplication dieser beiden Gleichungen entsteht

$$\frac{BM}{BK} \cdot \frac{AH}{AM} = \frac{JH}{JK} \text{ oder } BM \,.\, AH \,.\, JK = JH \,.\, BK \,.\, AM,$$

oder wenn für diese Linien die sie bezeichnenden Buchstaben eingeführt werden:

$$b' (a - a') b = a (b' - b) a'; \text{ oder } ab (a' + b') = a'b' (a + b);$$

oder endlich $$\frac{1}{a'} + \frac{1}{b'} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}.$$

Nun ist aber $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$, folglich besteht für jeden beliebig einfallenden Strahl AM jederzeit die Relation $\frac{1}{a'} + \frac{1}{b'} = \frac{1}{f}$. Sämmtliche Lichtstrahlen, welche von dem außerhalb der Achse gelegenen Punkte A kommen, aber nur sehr kleine Winkel mit der Achse bilden, werden durch die Linse in einem Punkte des Hauptstrahles vereinigt, und zwar wird die Vereinigungsweite der Strahlen nach demselben Gesetze bestimmt, wie wenn der leuchtende Punkt in der Achse wäre. Das Auge, welches von Strahlen nach ihrer Vereinigung getroffen wird, sieht in dem Vereinigungspunkt B das Bild des leuchtenden Punktes H.

2. Erscheinungen, erzeugt durch Linsengläser. — Combination von Linsen.

Für Sammellinsen gilt die Gleichung: $\frac{1}{b} = \frac{1}{f} - \frac{1}{a}$, wobei f einen positiven Werth hat. Hieraus ist zu ersehen, daß, wenn der leuchtende Punkt von der Linse sehr weit entfernt steht, sehr nahe $b = f$ ist, d. h. die Strahlen vereinigen sich im Brennpunkte; daß aber b beständig wächst, wenn sich der leuchtende Punkt der Linse nähert. Wird $a = 2f$, so ist auch $b = 2f$, d. h. Bild und Gegenstand stehen dann gleich weit von der Linse ab. Kommt der Gegenstand der Linse noch näher, so nimmt b noch mehr zu und wird unendlich groß, wenn $a = f$ ist, der leuchtende Punkt also in dem Brennpunkte sich befindet, d. h. die von gedachtem Punkte auf die Linse fallenden Strahlen werden durch die Brechung einander parallel. Bei weiterer Annäherung des Gegenstandes an die Linse, wo also $a < f$ wird, ist b negativ, d. h. die Strahlen treten dann divergirend aus der Linse heraus, so daß sie rückwärts verlängert in einem Punkt vor der Linse zusammentreffen, der von der letzteren weiter entfernt ist als der leuchtende Punkt. Für $a = \frac{1}{2} f$ wird $b = -f$. — Fallen die Strahlen auf eine Sammellinse convergirend auf, so muß man a negativ nehmen; man hat alsdann $\frac{1}{b} = \frac{1}{f} + \frac{1}{a}$, mithin $b < a$, d. h. convergirend auffallende Strahlen werden durch die Linsen noch stärker convergirend.

Befindet sich außerhalb der Brennweite einer Sammellinse ein leuchtender ausgedehnter Gegenstand von der Art, daß die von seinen verschiedenen Punkten nach dem optischen Mittelpunkt gezogenen geraden

Linien oder dessen Hauptstrahlen oder Nebenachsen oder secundären Achsen nur sehr kleine Winkel mit der Achse der Linse einschließen; so entsteht von jedem Punkte des Gegenstandes ein Bild hinter der Linse in dem dazu gehörigen Hauptstrahl. Wäre z. B. MN (Fig. 142 und Fig. 142 a) eine Sammellinse, F ihr Brennpunkt, J ihr optischer Mit-

Fig. 142.

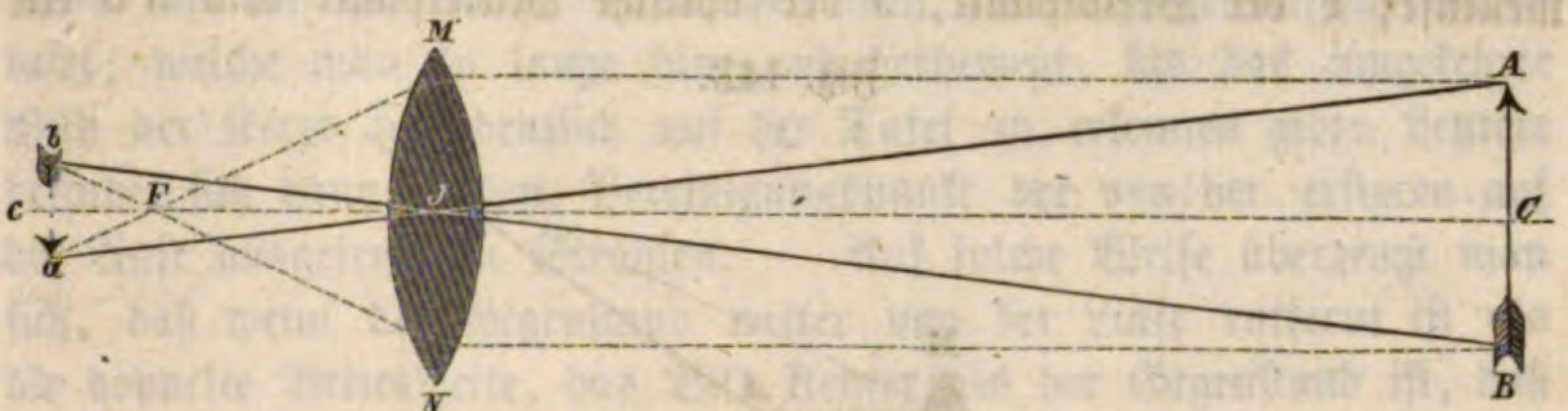
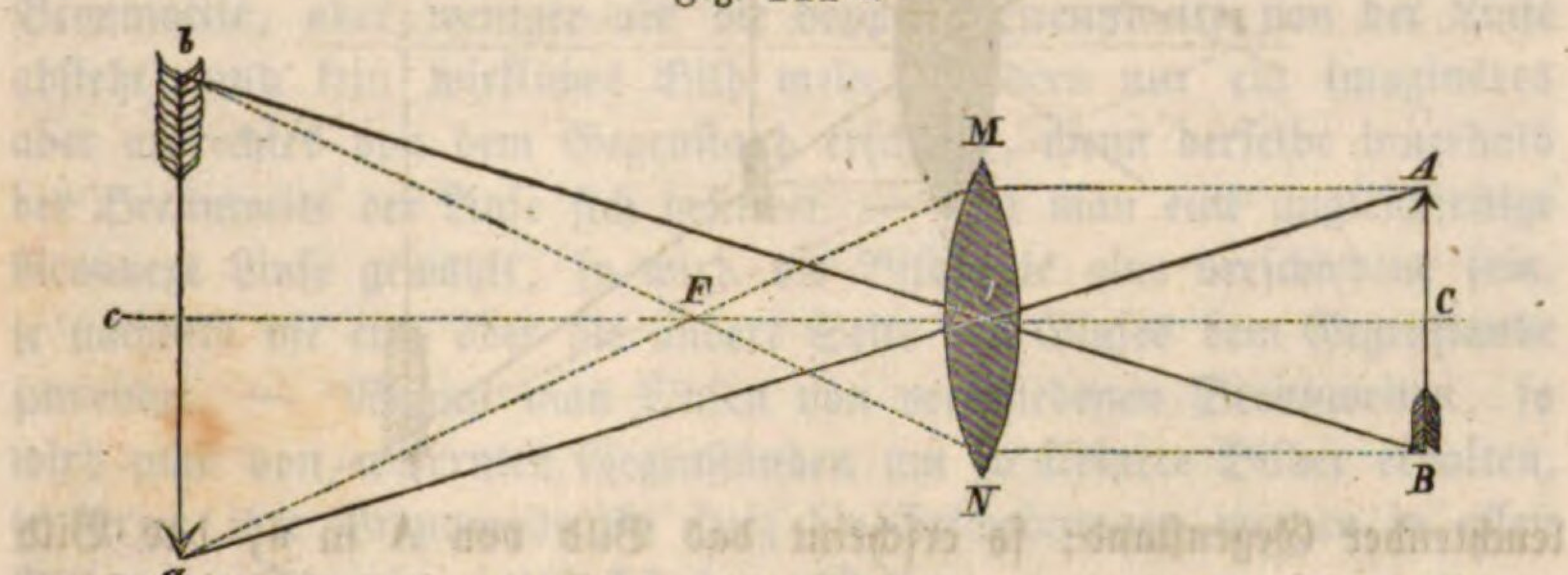


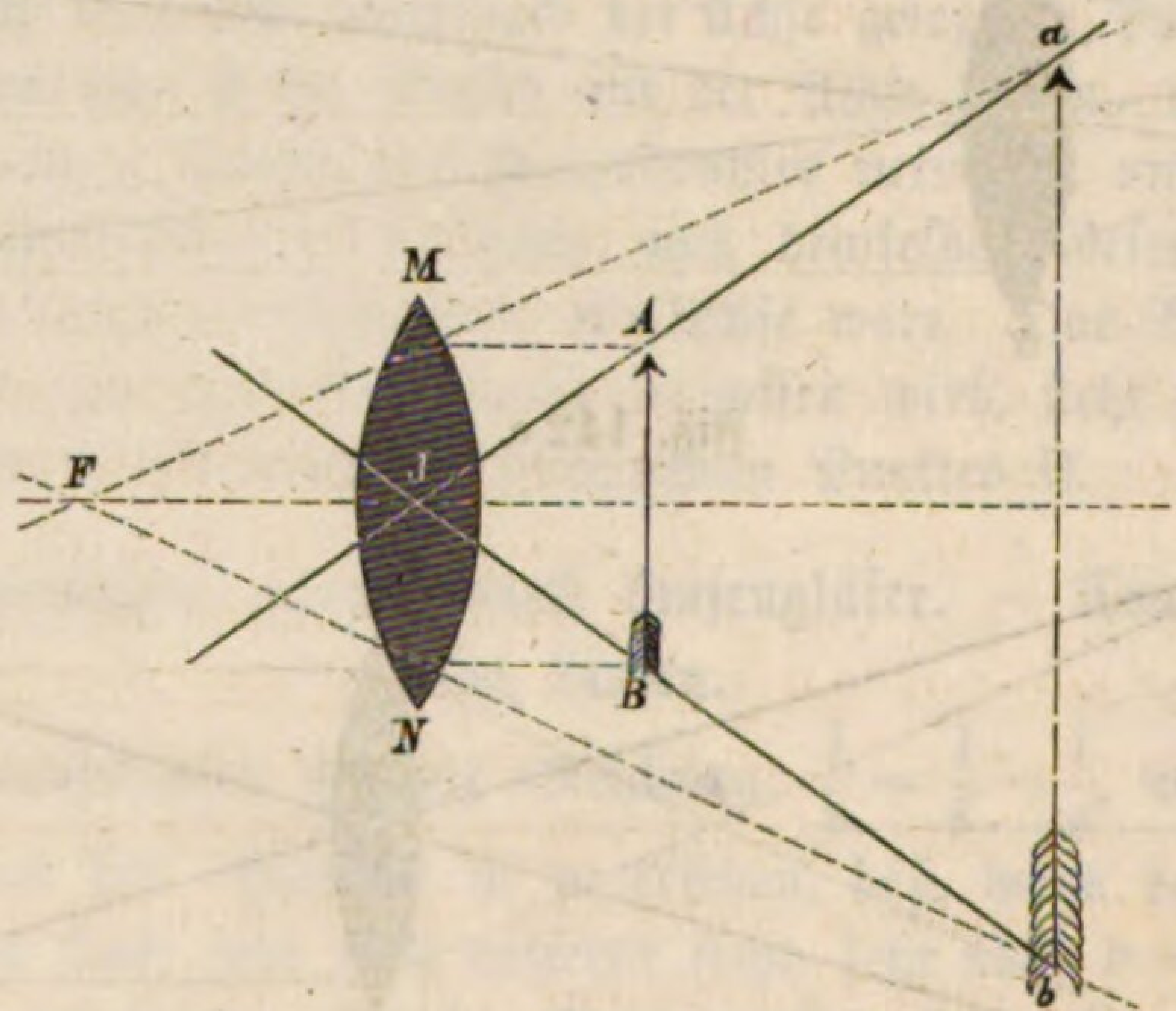
Fig. 142 a.



telpunkt und AB ein außerhalb der Brennweite befindlicher Gegenstand; so entsteht von A das Bild a, von B das Bild b: dasselbe gilt von den übrigen zwischen A und B liegenden Punkten, deren Bilder zwischen a und b fallen, so daß ab ein umgekehrtes Bild von AB vorstellt. — Um das Verhältniß zwischen der linearen Größe des Bildes und des Gegenstandes zu ermitteln, betrachten wir die ähnlichen Dreiecke AJB und aJb, aus denen sich ergibt: $\frac{ab}{AB} = \frac{cJ}{CJ} = \frac{b}{a} = \frac{f}{a-f}$, wenn statt b dessen Werth $\frac{af}{a-f}$ substituirt wird. Hieraus folgt, daß so lange der Abstand des Gegenstandes von der Linse größer ist als die doppelte Brennweite, das Bild kleiner als der Gegenstand erscheint; es wird aber größer als das Object, wenn der Abstand des letztern von der Linse kleiner als die doppelte Brennweite ist. Das Bild hat die nämliche Größe wie der Gegenstand, wenn derselbe in einer der doppelten Brennweite gleichen Entfernung von der Linse steht; endlich wird das Bild unendlich groß oder es entsteht gar kein Bild mehr, wenn der Gegenstand in dem Brennpunkt sich befindet. — Ist unter derselben

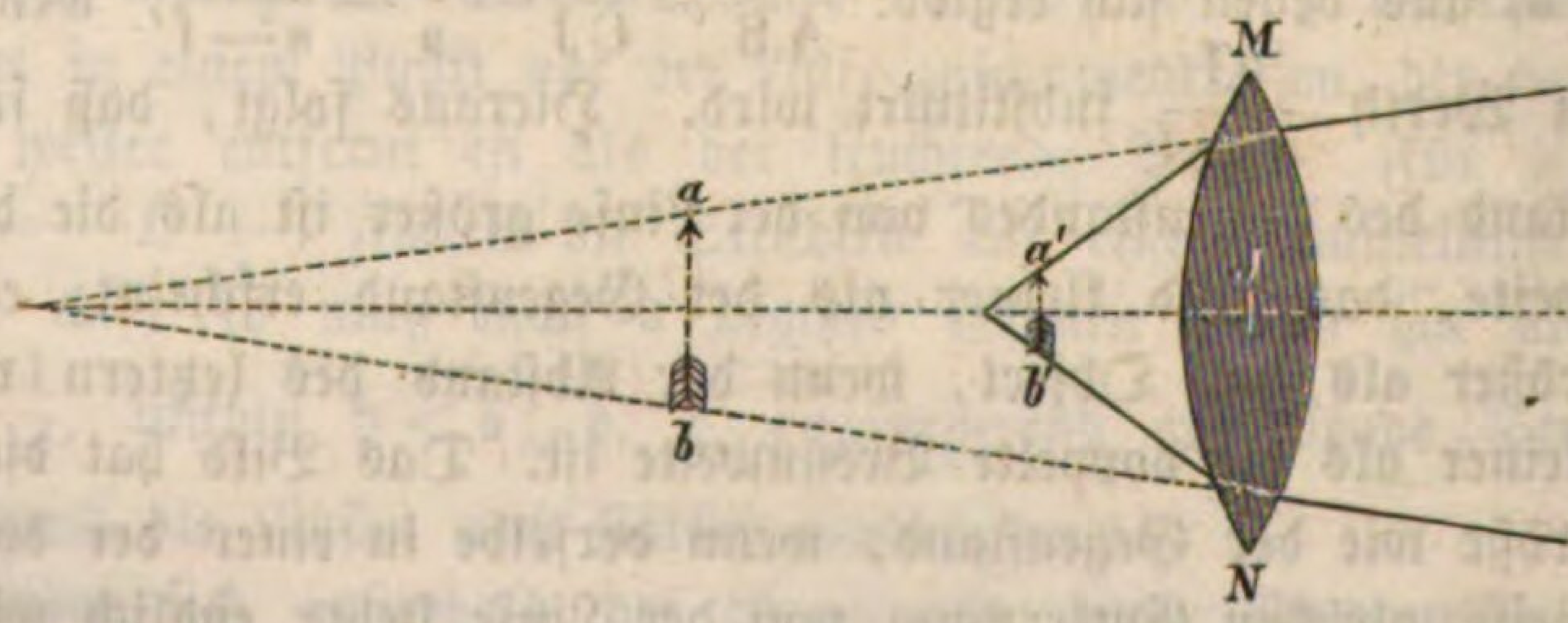
Voraussetzung der leuchtende Gegenstand innerhalb der Brennweite einer Sammellinse, so kommt kein wirkliches durch Zusammentreffen der Strahlen erzeugtes Bild zu Stande, sondern bloß ein geometrisches, welches für ein Auge, das die aus der Linse heraustretenden gebrochenen Strahlen empfängt, vor der Linse in einer größeren Entfernung liegt als die des Gegenstandes ist. Ist nämlich MN (Fig. 143) eine Sammellinse, F der Brennpunkt, J der optische Mittelpunkt und AB ein

Fig. 143.



leuchtender Gegenstand; so erscheint das Bild von A in a, das Bild von B in b, mithin das ganze Bild von AB in ab, welches aufrecht und vergrößert ist. Dies folgt auch aus der Gleichung $\frac{ab}{AB} = -\frac{f}{f-a}$, wo das negative Zeichen anzeigt, daß das Bild vor der Linse liegt und größer als der Gegenstand ist, weil $f - a < f$. — Fallen die Strahlen in convergirenden Richtungen auf die Sammellinse dergestalt, daß sie ohne dieselbe ein Luftbild ab (Fig. 144) zu erzeugen streben; so werden

Fig. 144.



sie nunmehr durch die Linse noch mehr convergirend, wodurch ein näher liegendes und kleineres Bild a'b' zu Stande kommt, das in der näm-

lichen Stellung erscheint wie ohne diese Linse. Das Verhältniß zwischen der linearen Größe der Bilder ist $\frac{ab}{a'b'} = \frac{f}{f + a'}$, wo f die Brennweite der zweiten Linse bedeutet.

Um die oben besprochenen Erscheinungen durch das Experiment zu bestätigen, stelle man eine brennende Wachskerze vor eine biconvexe Linse und auf die andere Seite derselben eine mattgeschliffene Glastafel, welche man so lange hin- und herbewegt, bis das umgekehrte Bild der Kerze sich deutlich auf der Tafel zu erkennen gibt: Letztere befindet sich dann in dem Vereinigungspunkt der von der ersteren auf die Linse ausgesendeten Strahlen. — Auf solche Weise überzeugt man sich, daß wenn der Gegenstand weiter von der Linse entfernt ist als die doppelte Brennweite, das Bild kleiner als der Gegenstand ist, daß es dagegen größer als derselbe wird, wenn solcher um mehr als die Brennweite, aber weniger als die doppelte Brennweite von der Linse absteht; und kein wirkliches Bild mehr, sondern nur ein imaginäres aber aufrechtes von dem Gegenstand erscheint, wenn derselbe innerhalb der Brennweite der Linse sich befindet. — Hat man eine ungleichseitige biconvexe Linse gewählt, so wird die Bildweite eine verschiedene sein, je nachdem die eine oder die andere Seite des Glases dem Gegenstande zuwendet. — Nimmt man Linsen von verschiedenen Brennweiten, so wird man von entfernten Gegenständen um so kleinere Bilder erhalten, je kürzer ihre Brennweite ist: kurz die Erscheinungen werden in allen Fällen der Theorie gemäß sich herausstellen.

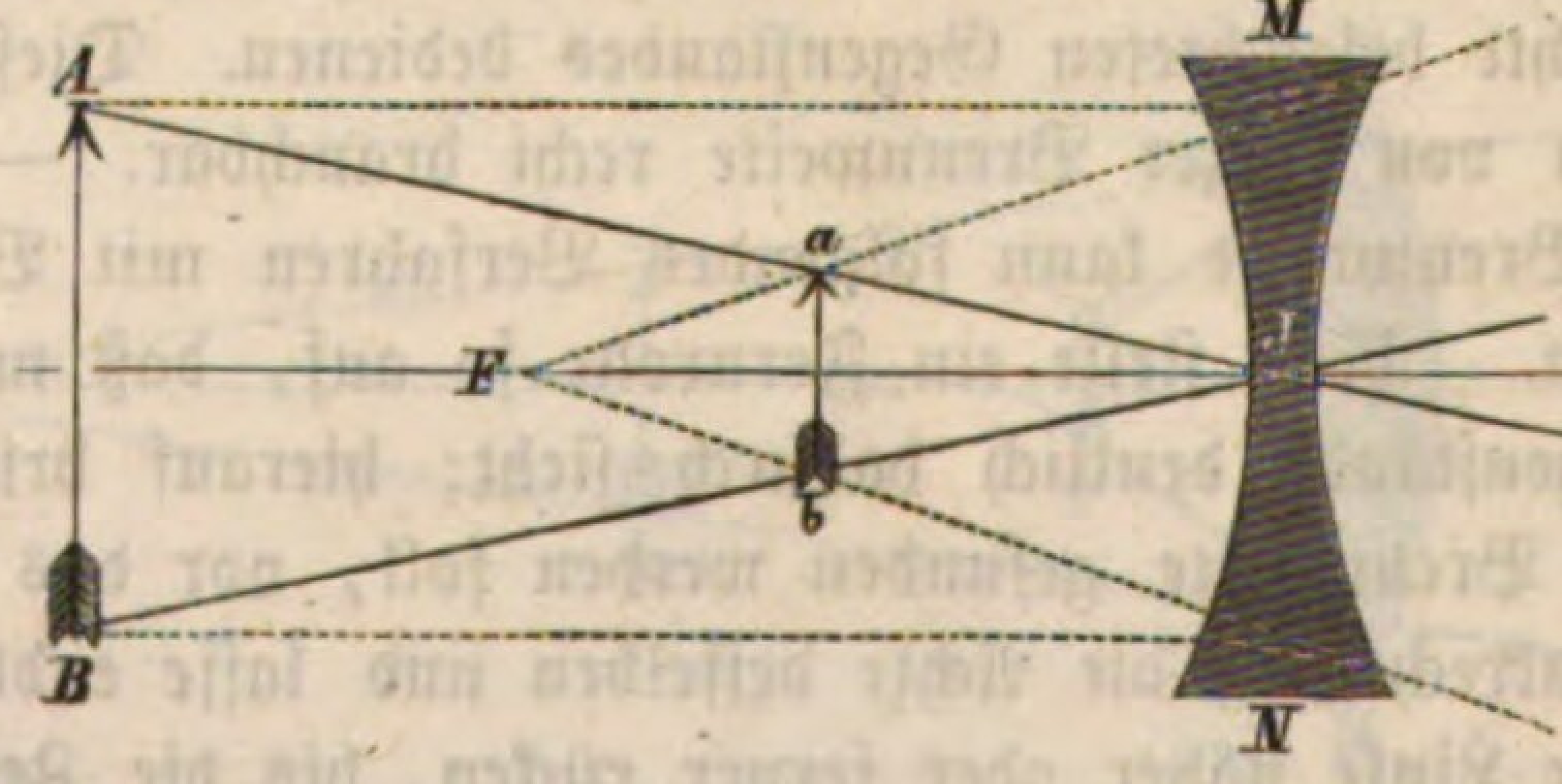
Um die Brennweite eines Sammelglases zu finden, halte man es der Sonne gerade gegenüber und bewege eine Tafel von weißem Papier oder mattgeschliffenem Glase so lange hin und her, bis das Bild der Sonne darauf deutlich und scharf begrenzt erscheint. Wenn dies der Fall ist befindet sich die Tafel in dem Brennpunkte des Sammelglases; die Entfernung besagten Punktes von der Linse gibt die gesuchte Brennweite. Man kann sich auch der Strahlen eines sehr entfernten, von dem Tageslichte beleuchteten Gegenstandes bedienen. Dieses Verfahren ist bei Linsen von kurzer Brennweite recht brauchbar. — Für Linsen von großer Brennweite kann folgendes Verfahren mit Vortheil angewandt werden. Man stelle ein Fernrohr so auf, daß man sehr weit entfernte Gegenstände deutlich dadurch sieht; hierauf bringe man die Linse, deren Brennweite gefunden werden soll, vor das Objectiv des Fernrohrs senkrecht auf die Achse desselben und lasse endlich eine feine Zeichnung der Linse näher oder ferner rücken, bis die Zeichnung durch das Fernrohr deutlich gesehen wird. Die Entfernung der Zeichnung von der Linse gibt dann die gesuchte Brennweite derselben. Das

Objectiv des Fernrohrs erhält nämlich die Strahlen von dem fern gelegenen Gegenstand in parallelen Richtungen; wenn darum die Zeichnung mittelst der vorstehenden Linse ebenso deutlich wie der entfernte Gegenstand gesehen wird, so müssen die von der Zeichnung ausgehenden Strahlen nach der Brechung durch die Linse ebenfalls parallel sein, was nur geschehen kann wenn die Zeichnung in dem Brennpunkte der Linse steht. — Eigentlich hat ein Sammelglas zwei Brennpunkte und zwei Brennweiten: denn kehrt man das Glas um, so wird der Brennpunkt, wie auch die Theorie gesagt, in seiner Lage eine Aenderung erfahren, die in den meisten Fällen unberücksichtigt bleiben kann.

Für die Zerstreuungslinse ist die Brennweite negativ, daher gilt hier die Gleichung $\frac{1}{b} = -\left(\frac{1}{f} + \frac{1}{a}\right)$.
Aus derselben folgt, daß die Vereinigungsweite der Strahlen negativ ist, so lange der leuchtende Punkt vor der Linse steht, mithin die Strahlen divergirend auffallen: da $\frac{1}{b} > \frac{1}{a}$, folglich $b < a$, so treten die von einem leuchtenden Punkte zur Linse gehenden Strahlen noch divergenter aus derselben als sie es beim Eintritt in die Linse gewesen. — Fallen convergirende Strahlen, welche ein Luftbild hervorzubringen streben, auf eine Zerstreuungslinse; so ist a negativ, mithin besteht die Relation: $\frac{1}{b} = \frac{1}{a} - \frac{1}{f}$. Ist nun $a > f$, so bleibt b negativ, d. h. die Strahlen treten aus der Linse divergirend heraus. Ist $a = f$, so wird $b = \infty$, d. h. die Strahlen treten parallel aus der Linse. Ist endlich $a < f$, so wird b positiv, d. h. die Strahlen treten convergirend aus der Linse; da aber $\frac{1}{b} < \frac{1}{a}$, mithin $b > a$ ist, so convergiren die gebrochenen Strahlen weniger als die einfallenden.

Es sei AB (Fig. 145) ein Gegenstand, den man mittelst einer

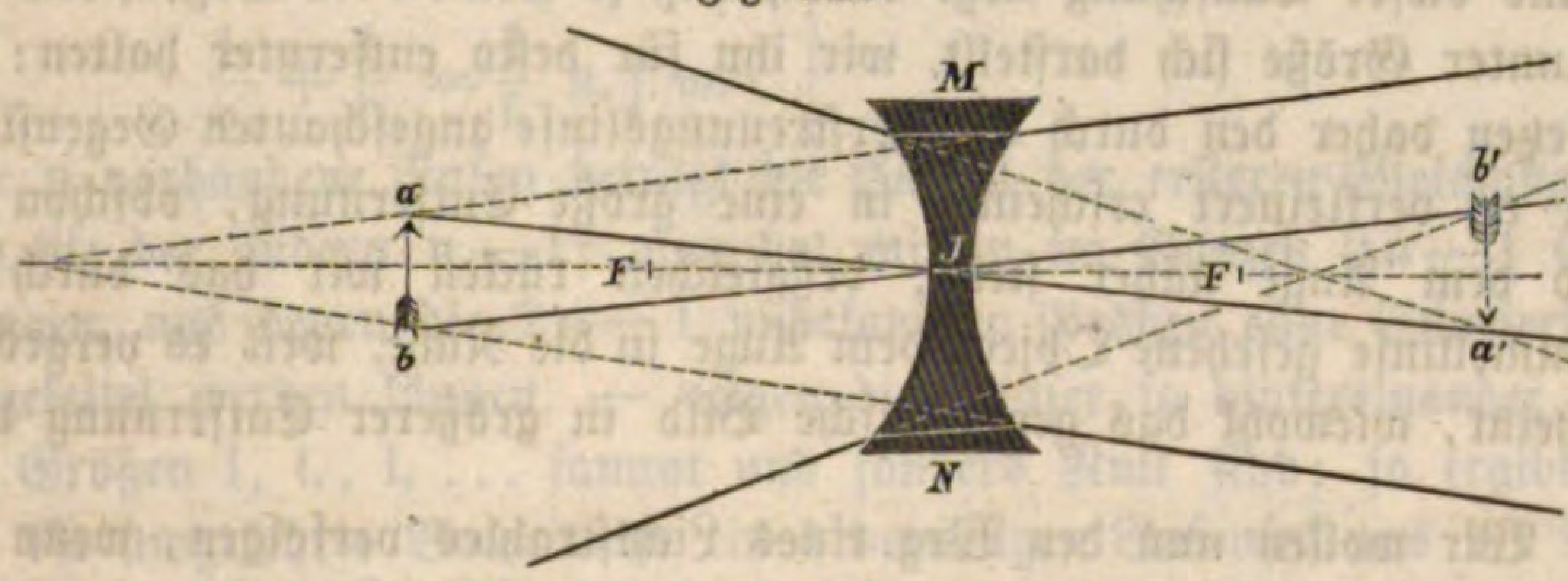
Fig. 145.



Zerstreuungslinse MN ansieht, deren optischer Mittelpunkt in J und imaginärer Brennpunkt in F liegt. Dem Vorhergehenden gemäß er-

scheint das Bild von A in a, jenes von B in b; das auf der andern Seite der Linse befindliche Auge wird also das Bild in geringerer Entfernung von der Linse und verkleinert, aber in einer aufrechten Stellung sehen. — Für das Verhältniß zwischen der linearen Größe des Bildes und des Gegenstandes hat man $\frac{ab}{AB} = -\frac{f}{a+f}$, woraus folgt, daß bei einerlei Brennweite das Bild desto kleiner erscheint, je weiter der Gegenstand von der Linse absteht. — Fallen die Strahlen convergirend auf eine Zerstreuungslinse dergestalt, daß sie in ab (Fig. 146) ein Luftbild erzeugen würden, dessen Abstand a von der Linse

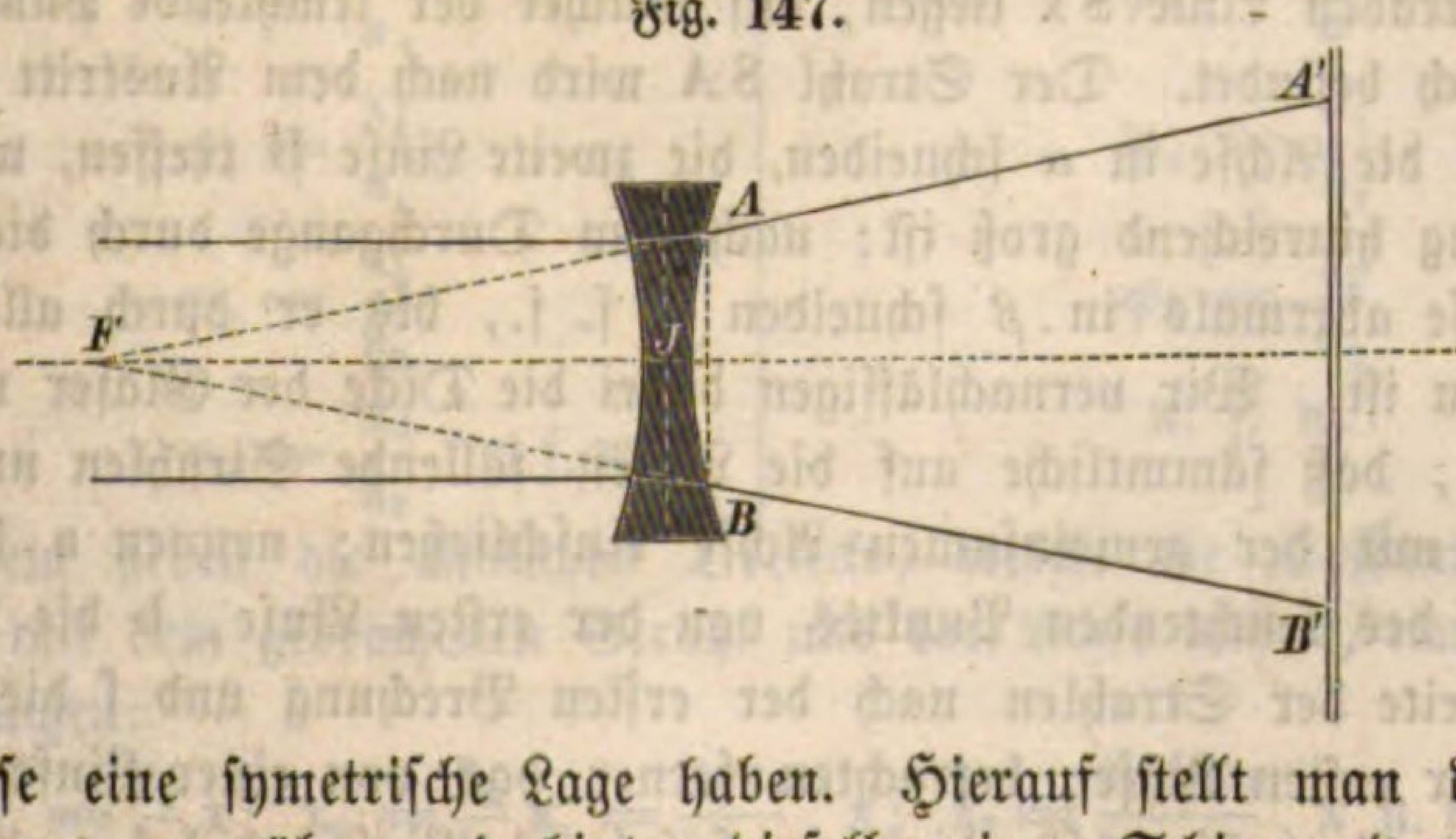
Fig. 146.



größer ist als die Brennweite f; so treten dem oben Gesagten gemäß die Strahlen divergirend aus der Linse heraus, in der Weise, daß das hinter derselben befindliche Auge von ab ein Bild in a'b' erblickt, welches rücksichtlich ab verkehrt erscheint. — Man hat für diesen Fall $\frac{a'b'}{ab} = -\frac{f}{f-a} = \frac{f}{a-f}$, woraus folgt, daß a'b' größer als ab wird, so lange $a - f < f$ oder $a < 2f$ ist.

Um die Brennweite einer Zerstreuungslinse zu bestimmen, überzieht man ihre hintere Fläche mit einer undurchsichtigen Substanz, zwei kleine Kreise A und B (Fig. 147) ausgenommen, welche gegen die Achse

Fig. 147.



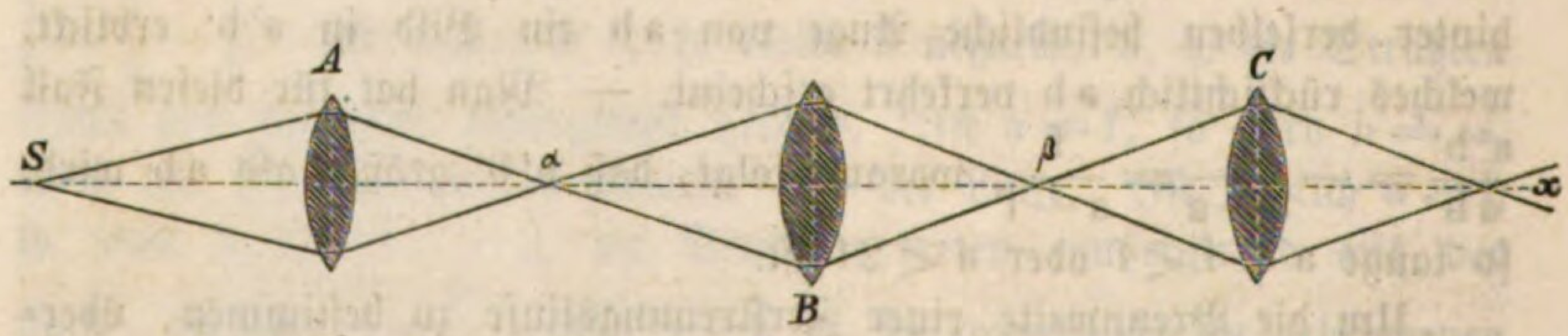
der Linse eine symetrische Lage haben. Hierauf stellt man die Linse der Sonne gegenüber und hinter dieselbe einen Schirm, den man so

lange hin und her bewegt, bis die Entfernung der beiden kleinen Kreise A' und B', welche durch die von A und B ausgehenden Lichtstrahlen gebildet werden, gleich dem Doppelten von AB ist. Alsdann kann man annehmen, daß der Schirm ebenso weit von der Linse absteht als der Brennpunkt.

Die Verkleinerung der Bilder, welche die Zerstreuungslinsen erzeugen, sowie die Vergrößerung der Bilder, welche die Sammellinsen hervorbringen, haben eine Täuschung zur Folge, vermöge deren im ersten Falle das Bild dem Auge entfernt und im zweiten nahe zu liegen scheint, während die Linsen gerade das Gegentheil bewirken. Der Grund dieser Täuschung liegt darin, daß je kleiner ein Gegenstand von bekannter Größe sich darstellt, wir ihn für desto entfernter halten: wir versetzen daher den durch die Zerstreuungslinse angeschauten Gegenstand, weil er verkleinert erscheint, in eine große Entfernung, obschon das Bild dem Auge näher steht; deßgleichen rücken wir das durch die Sammellinse gesehene Object dem Auge in die Nähe, weil es vergrößert erscheint, wiewohl das geometrische Bild in größerer Entfernung liegt.

Wir wollen nun den Weg eines Lichtstrahles verfolgen, wenn derselbe durch mehrere Linsen A, B, C ... geht (Fig. 148), welche eine

Fig. 148.



solche Stellung zu einander haben, daß ihre Achsen in der gemeinschaftlichen geraden Linie Sx liegen, auf welcher der leuchtende Punkt S zugleich sich befindet. Der Strahl SA wird nach dem Austritt aus der Linse A die Achse in α schneiden, die zweite Linse B treffen, wenn ihre Oeffnung hinreichend groß ist; nach dem Durchgange durch diese Linse die Achse abermals in β schneiden u. s. f., bis er durch alle Linsen gegangen ist. Wir vernachlässigen dabei die Dicke der Gläser und nehmen an, daß sämmtliche auf die Linsen fallende Strahlen nur kleine Winkel mit der gemeinsamen Achse einschließen; nennen a die Entfernung des leuchtenden Punktes von der ersten Linse, b die Vereinigungsweite der Strahlen nach der ersten Brechung und f die Brennweite der ersten Linse; betrachten ferner das von einer Linse erzeugte Bild als Gegenstand für die darauf folgende Linse, wobei $a_1, a_2, a_3 \ldots$

b_1, b_2, b_3 ... f_1, f_2, f_3 ... für die aufeinander folgenden Linsen die nämlichen Dinge bezeichnen, welche bei der ersten a, b, f bedeuten; drücken endlich die Entfernung der ersten Linse von der zweiten durch l aus, die der zweiten von der dritten durch l_1 u. s. w. Dies vorausgesetzt haben wir folgende Gleichungen:

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}, \quad \frac{1}{a_1}+\frac{1}{b_1}=\frac{1}{f_1}, \quad \frac{1}{a_2}+\frac{1}{b_2}=\frac{1}{f_2}, \quad \frac{1}{a_3}+\frac{1}{b_3}=\frac{1}{f_3} \text{ u. s. w.}$$

und

$$b+a_1=l, \quad b_1+a_2=l_1, \quad b_2+a_3=l_2, \quad b_3+a_4=l_3 \text{ u. s. w.}$$

Für n vorhandene Linsen beträgt die Anzahl der ersteren Gleichungen n und die der andern $n-1$; man hat mithin im Ganzen $2n-1$ Gleichungen, aus denen die $2n-1$ unbekannten Größen ohne Schwierigkeit hergeleitet werden können. — Liegen die Gläser so hintereinander, daß die Größen l, l_1, l_2 ... sammt und sonders Null sind; so ergibt sich für die umgekehrte Brennweite eines derartigen Linsensystems der Ausdruck: $\frac{1}{f}+\frac{1}{f_1}+\frac{1}{f_2}+\frac{1}{f_3}+\dots$

Es hat auch keine Schwierigkeit zu bestimmen, in welcher Entfernung von der Achse der Gläser der vom Object herkommende Strahl alle folgenden Gläser trifft. Bezeichnet man nämlich gedachte Entfernungen der Reihe nach von der dem Objecte nächsten angefangen durch x, x_1, x_2 ... und durch φ, φ_1, φ_2 ... nach derselben Aufeinanderfolge die Tangenten der Winkel, unter welchen der durchgehende Strahl die Achse schneidet und anstatt derer meistens die Winkel selbst gesetzt werden können; so erhält man folgende Gleichungen:

$$\varphi=\frac{x}{a}, \quad \varphi_1=\frac{x_1}{a_1}, \quad \varphi_2=\frac{x_2}{a_2}, \quad \varphi_3=\frac{x_3}{a_3} \text{ u. s. w.}$$

und

$$\varphi_1=\frac{x}{b}, \quad \varphi_2=\frac{x_1}{b_1}, \quad \varphi_3=\frac{x_2}{b_2} \text{ u. s. w.}$$

Außerdem geben die ähnlichen Dreiecke, welche die Oeffnungen der Linsen mit dem gebrochenen Strahl und der Achse bilden, nachstehende Gleichungen:

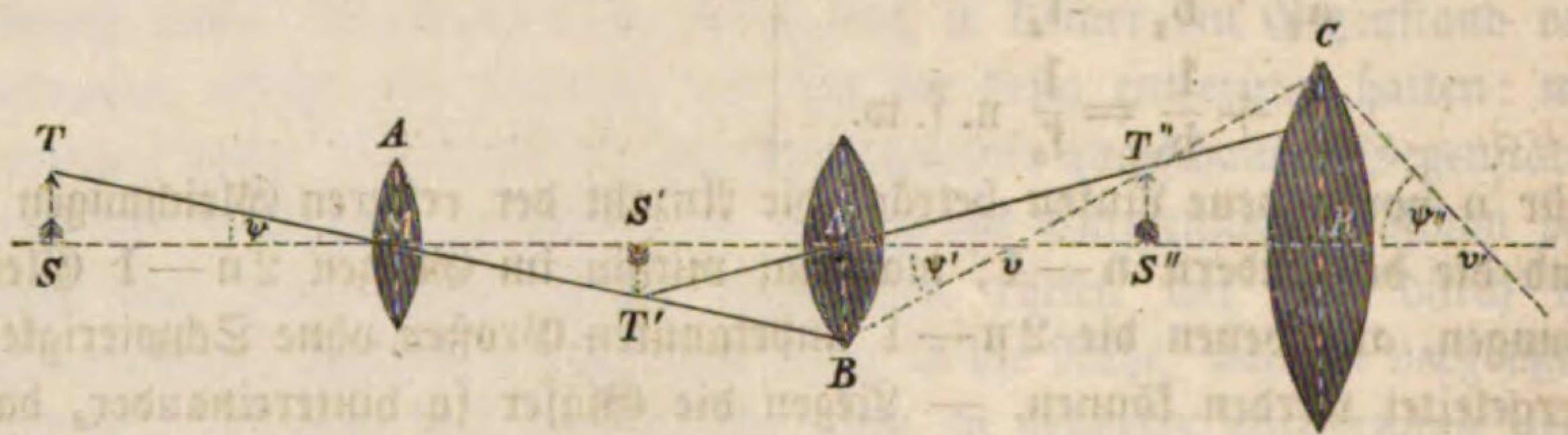
$$x_1=\frac{a_1}{b}x; \quad x_2=\frac{a_2}{b_1}x_1=\frac{a_1 a_2}{b b_1}.x; \quad x_3=\frac{a_1 a_2 a_3}{b b_1 b_2}.x \text{ u. s. w.}$$

Man sieht zugleich, daß die Halbmesser der Oeffnungen der Gläser die Werthe x_1, x_2 ... haben müssen, wenn die in der Entfernung x von der Achse auf das erste Glas fallenden Strahlen durch die folgenden Gläser gehen sollen. Mittelst dieser Werthe verwandeln sich die Ausdrücke für die Größen φ_1, φ_2, φ_3 ... in nachstehende:

$$\varphi_1 = \frac{x}{b}; \quad \varphi_2 = \frac{a_1 x}{b b_1}; \quad \varphi_3 = \frac{a_1 a_2 x}{b b_1 b_2} \text{ u. s. f.}$$

Es sei S T (Fig. 149) ein vor der ersten Linse A befindliches Object, von welchem durch Brechung in dem Linsensystem A, B, C ...

Fig. 149.



die Bilder S'T', S''T'', S'''T''' ... entstehen. Bezeichnet man den Winkel TMS mit Ψ, so ist die Größe ST = h des Gegenstandes = aΨ. Für die Größe der aufeinander folgenden Bilder erhält man nachstehende Ausdrücke:

$$S'T' = h_1 = \frac{b}{a} ST = b\Psi;$$

$$S''T'' = h_2 = \frac{b_1}{a_1} T'S' = \frac{b b_1}{a_1}\Psi;$$

$$S'''T''' = h_3 = \frac{b b_1 b_2}{a_1 a_2}\Psi \text{ u. s. w.}$$

Was die Lage der Bilder anlangt, so ist jedes der Zahl nach ungerade Bild verkehrt, jedes gerade dagegen aufrecht, wenn jene Ausdrücke positiv sind: es tritt aber eine entgegengesetzte Lage des Bildes ein, nämlich eine aufrechte Lage bei einem ungeraden und eine verkehrte bei einem geraden Bilde, wenn einer der Ausdrücke negativ wird. Durch das Negativwerden einer oder mehrerer von den Größen a, a_1, a_2 ... oder von den Größen b, b_1, b_2 ... wird angezeigt, daß die Bilder, welche zu diesen negativen Größen gehören, keine physische, sondern blos sogenannte geometrische sind.

Der Weg des Hauptstrahles TM, welcher von dem äußersten Punkt T des Gegenstandes durch den optischen Mittelpunkt der ersten Linse geht und auf welchem sämmtliche Bilder dieses Punktes T liegen, die durch die verschiedenen Brechungen in den Linsen nach und nach entstehen, wird durch die gebrochene Linie TMBC ... gegeben. Wir

wollen die Winkel $NVB = \Psi_1$, $CV'R = \Psi_2$ u. s. w. suchen, welche der Hauptstrahl nach seiner Brechung durch die zweite, dritte ... Linse mit der Achse macht, wenn dieser Winkel für die erste Linse Ψ ist. Zu diesem Behufe können folgende Systeme zweier zusammen gehöriger Gleichungen dienen:

$$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{l} + \frac{1}{z_1} \text{ und } l\Psi = z_1 \Psi_1;$$

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{l_1 - z_1} + \frac{1}{z_2} \text{ und } (l_1 - z_1)\Psi_1 = z_2 \Psi_2;$$

$$\frac{1}{f_3} = \frac{1}{l_2 - z_2} + \frac{1}{z_3} \text{ und } (l_2 - z_2)\Psi_2 = z_3 \Psi_3 \text{ u. s. w.}$$

wo l, l_1, l_2 ... die Abstände der Gläser von einander; f, f_1, f_2 ... ihre Brennweiten; z_1, z_2, z_3 ... die Entfernungen, in welchen gedachter Hauptstrahl die Achse hinter jedem Glase schneidet. — Um von der Anwendung dieser Ausdrücke ein Beispiel zu geben, wollen wir vier Linsen wählen, mit denen wir viele hierher gehörige Versuche angestellt haben. Ihre Brennweiten sind $f = 50{,}3^{cm}$; $f_1 = 15{,}5^{cm}$; $f_2 = 15^{cm}$ und $f_3 = 16^{cm}$. Ihre Entfernungen von einander sind $l = 93^{cm}$; $l_1 = 85{,}5^{cm}$ und $l_2 = 57{,}5^{cm}$. Für $a = 190^{cm}$ erhält man:

$$b = 68{,}7^{cm} \qquad a_1 = 24{,}3^{cm}$$
$$b_1 = 50^{cm} \qquad a_2 = 35{,}5^{cm}$$
$$b_2 = 30^{cm} \qquad a_3 = 27{,}5^{cm}$$
$$b_3 = 32{,}5^{cm}$$

Ist nun der Halbmesser der Oeffnung des ersten Glases $x = 6{,}3^{cm}$, so bekommt man für die Oeffnungen der übrigen Gläser $x_1 = 2{,}2^{cm}$; $x_2 = 1{,}56^{cm}$ und $x_3 = 1{,}43^{cm}$. — Beträgt der scheinbare Halbmesser des Gegenstandes $\Psi = 4$ Minuten und die Größe des Bildes $h = 2{,}215^{cm}$, so werden die Halbmesser der Bilder folgende sein:

$$h_1 = 0{,}801^{cm}; \; h_2 = 1{,}6^{cm}; \; h_3 = 1{,}245^{cm}; \; h_4 = 1{,}4^{cm},$$

welche bis auf Millimeter genau mit der Beobachtung übereinstimmen. — Für die Winkel, unter denen der vom Endpunkte des Gegenstandes herkommende Hauptstrahl nach und nach die Achse schneidet, findet man:

$$\Psi_1 = 20'; \; \Psi_2 = 1^0\,8'\,40''; \; \Psi_3 = 1^0\,35'\,24'';$$

Ferner erhält man:

$$z_1 = 18{,}6^{cm}; \; z_2 = 19{,}34^{cm} \text{ und } z_3 = 27{,}5^{cm}.$$

3. Sphärische und chromatische Abweichung.

Wie schon bemerkt, kommen die unter verschiedenen Elongationen auf die Linse fallenden Strahlen nicht in einem einzigen, sondern in verschiedenen Punkten zusammen. Diese Verschiedenheit der Vereinigungspunkte heißt die sphärische oder Kugelabweichung; sie ist Ursache einer Undeutlichkeit des durch sphärische Linsen entstehenden Bildes, welche man zu beseitigen Sorge tragen muß, wenn es sich um Anfertigung von brauchbaren dioptrischen Gläsern handelt. Um gehörig zu begreifen, was zur Erreichung dieses Zweckes geschehen muß, wollen wir zuvörderst die Vereinigungspunkte der am Rande der Linse einfallenden Strahlen, der sogenannten Randstrahlen, bestimmen und dabei zunächst nur die Strahlen der mittleren Brechbarkeit oder die gelben Strahlen berücksichtigen, mit dem Vorbehalte, die anders gefärbten Strahlen späterhin in besondere Betrachtung zu ziehen. — Wir kehren deßhalb zu den drei ersten im Anfang dieses Kapitels aufgestellten Formeln zurück, nämlich:

$$\sin\varepsilon = \frac{a+r}{r}\sin\alpha;\ \sin\varepsilon = n\sin\beta \text{ und } x = r + \frac{r\sin\beta}{\sin(\varepsilon-\alpha-\beta)},$$

welche für Centralstrahlen in die einfache Relation übergehen:

$x = \frac{n r a}{(n-1)(a-r)}$. — Aus denselben ergibt sich zuvörderst, wenn wir die Reihen:

$$\sin x = x - \frac{x^3}{1.2.3} + \frac{x^5}{1.2.3.4.5} - \ldots$$

und

$$x = \sin x + \frac{1}{2.3}\sin^3 x + \frac{1.3}{2.4.5}\sin^5 x + \ldots$$

benutzen und den Winkel α nur so groß annehmen, daß die vierten und höheren Potenzen des Sinus gegen den Radius vernachlässigt werden dürfen, und der Kürze halber $a + r = c$ gesetzt wird:

$$\sin\varepsilon = \frac{c}{r}\left(\alpha - \frac{\alpha^3}{6}\right);\ \text{mithin } \varepsilon = \frac{c\alpha}{r} + \frac{c(c^2-r^2)}{6r^3}\alpha^3$$

und

$$\varepsilon - \alpha = \frac{c-r}{r}.\alpha + \frac{c(c^2-r^2)}{6r^3}\alpha^3. \text{ —}$$

Weiter hat man

$$\sin\beta = \frac{c}{rn}\left(\alpha - \frac{\alpha^3}{6}\right) \text{ oder } \beta = \frac{c\alpha}{rn} + \frac{c(c^2-n^2r^2)}{6r^3n^3}\alpha^3;$$

folglich

$$\varepsilon - \alpha - \beta = \frac{c(n-1) - nr}{nr}\alpha + \frac{c}{6n^3r^3}\left\{(n^3-1)c^2 - n^2r^2(n-1)\right\}\alpha^3;$$

und

$$\sin(\varepsilon-\alpha-\beta) = \frac{c(n-1) - nr}{nr}.\alpha + \frac{\alpha^3}{6n^2r^3}\left\{3c^3(n-1) + 3c^2r(n-1)^2 - 4n(n-1)cr^2 + n^2r^3\right\}$$

Hiernach verwandelt sich die Gleichung $x = \frac{r \sin\beta}{\sin(\varepsilon - \alpha - \beta)} + r$ in folgende:

$$x = \frac{n r (c - r)}{(n-1)(c - n r)} - \frac{c^2 (n-1)(c-r)(c+nr)}{2 n r ((n-1) c - n r)^2} \alpha^2.$$

Führt man den Werth von $c = a + r$ wieder ein, so erhält man:

$$x = \frac{n a r}{(n-1)(a-r)} - \frac{a (a+r)^2 (n-1)(a + (n+1) r)}{2 n r ((n-1) a - r)^2} \alpha^2;$$

und für den Werth γ des Winkels, den der gebrochene Strahl mit der Achse macht:

$$\gamma = \varepsilon - \alpha - \beta =$$

$$= \frac{(n-1)(a-r)}{n r} \alpha + \frac{(n-1)(a+r)}{6 n^3 r^3} \Big((n^2 + n + 1) a (a + 2 r) + (n+1) r^2\Big) \alpha^3.$$

Bei dem Austritte aus der Linse erfährt der Strahl eine zweite Brechung, durch welche er eine andere Richtung γ' gegen die Achse und eine andere Vereinigungsweite z erhält. Die Werthe für diese beiden Größen lassen sich aus den zwei vorhergehenden Gleichungen ableiten, wenn man darin n, a, r und α beziehungsweise mit $\frac{1}{n}$, $-x$, $-r'$ und γ vertauscht. Man bekommt dadurch:

$$z = \frac{r' x}{(n-1)(x + n r')} - \frac{n (n-1) x + (r' + x)(n x + (n+1) r')}{2 r' ((n-1) x + r' n)^2} \gamma^2$$

und
$$\gamma' = \frac{(n-1)(x + n r')}{r'} \gamma,$$

wenn in dem letzteren Ausdrucke von dem negativen Zeichen abgesehen wird und die dritten wie höheren Potenzen von γ weggelassen werden. Substituirt man in die letzteren Gleichungen statt x und γ die oben gefundenen Werthe, nämlich

$$x = \frac{n a r}{(n-1)(a-r)} - \frac{a (a+r)^2 (n-1)(a + (n+1) r)}{2 n r ((n-1) a - r)^2} . \alpha^2$$

und
$$\gamma = \frac{(n-1)(a-r)}{n r} . \alpha;$$
so erhält man

$$z = \frac{a r r'}{a (n-1)(r + r') - r r'} - \alpha^2 \left\{ \frac{a r'^2 (n-1)(a+r)^2 (a + (n+1) r)}{2 n^2 r (a (n-1)(r + r') - r r')^2} + \frac{a (n-1)(a r + (n-1)(r + r') a - r r')^2 (a r + a (n-1)(r + r') - r r')}{2 n^2 r r' (a (n-1)(r + r') - r r')^2} \right\};$$

und
$$\gamma' = \frac{(n-1) a (r + r') - r r'}{r r'} \alpha.$$

Diese Ausdrücke gehen, wenn man erwägt, daß wegen

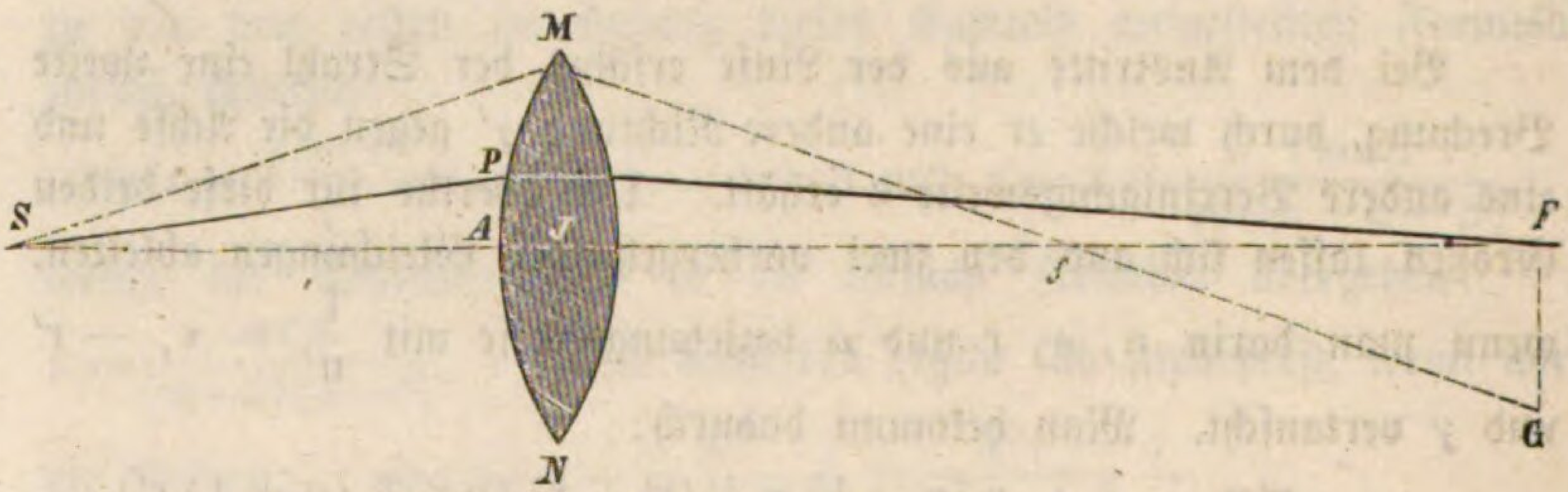
$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=(n-1)\left(\frac{1}{r}+\frac{1}{r'}\right) \text{ ist } b=\frac{a\,r\,r'}{a(n-1)(r+r')-r\,r'},$$

in folgende über:

$$z=b-\frac{n-1}{2n^2 a\,b\,r^3 r'^3}\Big\{b^3 r'^3(a+r)^2(a+(n+1)r)+ \\ + a^3 r^3 (b+r')^2(b+(n+1)r')\Big\}.\alpha^2$$

und $\gamma'=\frac{a\alpha}{b}$. — Die Vereinigungsweite z der Randstrahlen stimmt also nicht mit der Vereinigungsweite b der Centralstrahlen überein; sie hängt von dem Werthe des Elongationswinkels α ab, so daß die Vereinigungspunkte sich in dem Maße der Linse nähern, als die Strahlen entfernter von der Achse auffallen. Die Größe F f (Fig. 150), welche

Fig. 150.



den Unterschied der Vereinigungsweiten der Centralstrahlen und Randstrahlen angibt, heißt wieder die **Längenabweichung**, und das Stück, welches der Randstrahl von der in F errichteten Senkrechten abschneidet, die **Seitenabweichung**: letztere bezeichnet zugleich den Halbmesser des Kreises, innerhalb dessen sämmtliche zwischen A und M liegende Strahlen ihren Weg nehmen. — Setzt man $y=a \tang \alpha = a\alpha$, wo y den Oeffnungshalbmesser der Linse darstellt, und nennt l die Längenabweichung und s die Seitenabweichung; so hat man

$$l=\frac{(n-1)\,y^2}{2n^2 a^3 b\,r^3 r'^3}\Big\{b^3 r'^3(a+r)^2(a+(n+1)r)+ \\ + a^3 r^3(b+r')^2(b+(n+1)r')\Big\}$$

und aus der Aehnlichkeit der Dreiecke J M f und f F G, wenn die Dicke des Glases unberücksichtigt bleibt: $s=\frac{y\,l}{z}$, wo $J\,F=z$.

Wegen der Kugelabweichung stellt sich das Bild eines jeden leuchtenden Punktes als ein kleiner Kreis dar, was zur nothwendigen Folge hat, daß die Bilder der einzelnen Punkte eines ausgedehnten Gegenstandes theilweise übereinander fallen, somit einen Mangel an scharfer

Begrenzung der einzelnen Theile veranlassen, und folglich eine Undeutlichkeit des ganzen Bildes hervorbringen. Damit das Bild möglichst rein und deutlich ausfalle, muß man die Fehler wegen der Kugelabweichung so weit es nur immer angeht zu vermindern suchen. Dies geschieht zunächst durch Verminderung der Oeffnung, weil mit dem Oeffnungshalbmesser der Linse die Kugelabweichung zunimmt: man bedeckt deßhalb den Rand der Linse mit undurchsichtigen kreisförmigen Ringen; doch darf die Verkleinerung nicht so weit gehen, daß die Helligkeit zu sehr darunter leidet. — Die Kugelabweichung wird ferner verringert durch Verminderung der Krümmungen beider Oberflächen. Man erkennt die Richtigkeit dieser letzten Bemerkung, wenn man dem Werthe für die Längenabweichung die Form

$$l = \frac{n-1}{2n^2} \cdot y^2 b^2 \left[\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{r}\right)^2 \left(\frac{n+1}{a} + \frac{1}{r}\right) + \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{r'}\right)^2 \left(\frac{n+1}{b} + \frac{1}{r'}\right)\right]$$

gibt, worin die beiden Krümmungshalbmesser r und r' nur im Nenner vorkommen.

Bei unveränderter Brennweite und Oeffnung der Linse kann für jeden Werth des Brechungsexponenten n ein Verhältniß der beiden Krümmungshalbmesser angegeben werden, für welches die Längenabweichung ein Minimum wird. — Um dieses Verhältniß zu finden, nehmen wir an, daß die Strahlen parallel auf die Linse fallen und setzen demnach $\frac{1}{a} = 0$ und $b = f =$ der Brennweite. Die zuletzt angeführte Gleichung geht hierdurch über in:

$$l = \frac{n-1}{2n^2} f^2 y^2 \left[\frac{1}{r^3} + \left(\frac{1}{f} + \frac{1}{r'}\right)^2 \left(\frac{n+1}{f} + \frac{1}{r'}\right)\right].$$

Führt man in diese Gleichung aus der Relation

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r'}\right)$$

den Werth von $\frac{1}{r} = \frac{1}{(n-1)f} - \frac{1}{r'}$ ein, so erhält man:

$$l = \frac{y^2 f}{2n}\left[\frac{n^3 - 2n^2 + 2}{(n-1)^2 f^2} + \frac{2n^2 - n - 4}{(n-1)f} \cdot \frac{1}{r'} + (n+2) \cdot \frac{1}{r'^2}\right].$$

Soll nun l für einen bestimmten Werth von r' ein Minimum werden, so muß sowohl für $r' + h$ als für $r' - h$ die Größe l größer ausfallen als für r'. Wir führen $r' + h$ statt r' in die letzte Gleichung ein und erhalten für die Längenabweichung den Werth l'

$$l' = \frac{y^2 f}{2n}\left[\frac{n^3 - 2n^2 + 2}{(n-1)^2 f^2} + \frac{2n^2 - n - 4}{(n-1)f} \cdot \frac{1}{r' + h} + (n+2)\frac{1}{(r' + h)^2}\right]$$

oder wenn man nach Potenzen von h ordnet

$$l' = \frac{y^2 . f}{2n}\left[\frac{n^3 - 2n^2 + 2}{(n-1)^2 f^2} + \frac{2n^2 - n - 4}{(n-1)f}\left(\frac{1}{r'} - \frac{h}{r'^2} + \frac{h^2}{r'^3} - \ldots\right) + \right.$$
$$\left. + (n+2)\left(\frac{1}{r'^2} - \frac{2h}{r'^3} + \frac{3h^2}{r'^4} - \ldots\right)\right]$$

oder

$$l' = \frac{y^2 f}{2n}\left[\frac{n^3 - 2n^2 + 2}{(n-1)^2 f^2} + \frac{2n^2 - n - 4}{(n-1)f} \cdot \frac{1}{r'} + \frac{n+2}{r'^2} - \right.$$
$$\left. - \left(\frac{2n^2 - n - 4}{(n-1) f r'^2} + \frac{2(n+2)}{r'^3}\right)h + \left(\frac{2n^2 - n - 4}{(n-1) f . r'^3} + \frac{3(n+2)}{r'^4}\right)h^2 - + \ldots\right]$$

Setzt man dagegen $r' - h$ statt r' in den Ausdruck für die Längenabweichung, so erhält man den Werth l''

$$l'' = \frac{y^2 f}{2n}\left[\frac{n^3 - 2n^2 + 2}{(n-1)^2 f^2} + \frac{2n^2 - n - 4}{(n-1)f} \cdot \frac{1}{r'} + \frac{n+2}{r'^2} + \right.$$
$$\left. + \left(\frac{2n^2 - n - 4}{(n-1) f r'^2} + \frac{2(n+2)}{r'^3}\right)h + \left(\frac{2n^2 - n - 4}{(n-1) f r'^3} + \frac{3(n+2)}{r'^4}\right)h^2 + \ldots\right]$$

Vergleicht man l', l und l'', so ergibt sich, daß sowohl $l' > l$ wie auch $l'' > l$ wird, wenn

$$\left(\frac{2n^2 - n - 4}{(n-1) f r'^2} + \frac{2(n+2)}{r'^3}\right)h = 0$$

ist; oder wenn $\frac{2n^2 - n - 4}{(n-1) f r'^2} + \frac{2(n+2)}{r'^3} = 0.$

Aus letzterer Gleichung findet man

$$r' = -\frac{2(n-1)(n+2)f}{2n^2 - n - 4}$$

und wenn man diesen Werth in die Gleichung

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{(n-1)f} - \frac{1}{r'}$$

einführt, so ergibt sich

$$r = \frac{2(n-1)(n+2)f}{2n^2 + n}.$$

Für parallel auffallende Strahlen und für einen bestimmten Werth von n wird daher die Längenabweichung l einen kleinsten Werth erhalten, wenn $\frac{r'}{r} = \frac{4 + n - 2n^2}{2n^2 + n}.$

Führt man in letztrer Gleichung für n der Reihe nach die Werthe 1,5; 1,51; 1,52; 1,53 ein, so muß das Verhältniß des Krümmungshalbmessers der Vorderfläche zum Halbmesser der Hinterfläche beziehungsweise sein

bei $n = 1{,}5$; $\frac{r}{r'} = -\frac{1}{6}$; bei $n = 1{,}51$; $\frac{r}{r'} = \frac{3}{20}$

bei $n = 1{,}52$; $\frac{r}{r'} = \frac{7}{50}$; bei $n = 1{,}53$; $\frac{r}{r'} = \frac{100}{732}$.

Eine Linse, bei welcher durch das Verhältniß der Krümmungshalbmesser die kleinste Abweichung zu Stande kommt, heißt eine Linse von der besten Form. — Vergleichen wir in Bezug auf die Längenabweichung eine planconvexe Linse mit einer Linse von der besten Form, wenn beide die nämliche Brennweite f und das Brechungsverhältniß $n = 1{,}53$ haben, und wenden wir bei ersterer zuerst die convexe und dann die ebene Seite dem Object zu; so ist für parallele Strahlen in dem allgemeinen Ausdruck für die Längenabweichung zu setzen:

$$r' = \infty;\ a = \infty;\ b = f.$$

Daher $$l_1 = \frac{(n-1)}{2n^2} y^2 f^2 \left[\frac{1}{r^3} + \frac{(n+1)}{f^3}\right]$$

und wenn r vermittelst der Relation $\frac{1}{f} = \frac{n-1}{r}$ eliminirt wird,

$$l_1 = \frac{(n-1)\,y^2}{2n^2 f}\left[\frac{1}{(n-1)^3} + n + 1\right]$$

oder

$$l_1 = \frac{y^2}{2n\,(n-1)^2 f}\left[n^3 - 2n^2 + 2\right] = 0{,}899777 \,.\, \frac{y^2}{2\,(n-1)^2 n f}.$$

Kehren wir aber die plane Seite dem Objecte zu, so ist in jenem allgemeinen Ausdruck für die Längenabweichung zu setzen:

$$r = \infty;\ a = \infty;\ b = f.$$

Daher $$l_2 = \frac{(n-1)\,y^2 f^2}{2n^2}\left(\frac{1}{r'} + \frac{1}{f}\right)^2 \left(\frac{1}{r'} + \frac{n+1}{f}\right)$$

und weil $\frac{1}{f} = \frac{n-1}{r'}$, also $r' = (n-1)\,f$ ist, so hat man

$$l_2 = \frac{(n-1)\,y^2 f^2}{2n^2}\left(\frac{1}{(n-1)f} + \frac{1}{f}\right)^2 \left(\frac{1}{(n-1)f} + \frac{n+1}{f}\right)$$

oder $$l_2 = \frac{y^2}{2n\,(n-1)^2 f} \times n^3 = 3{,}581577 \,.\, \frac{y^2}{2n\,(n-1)^2 f}.$$

Für die Linse von der besten Form ist aber $r' = 7{,}32 \,.\, r$. Setzen wir die Zahl $7{,}32 = m$; ferner $a = \infty$ und $b = f$, so hat man

$$l = \frac{(n-1)\,y^2 f^2}{2n^2}\left[\frac{1}{r^3} + \left(\frac{1}{mr} + \frac{1}{f}\right)^2 \left(\frac{1}{mr} + \frac{n+1}{f}\right)\right]$$

und wenn man aus der Relation $\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{mr} + \frac{1}{r}\right)$ den Werth $r = \frac{(m+1)\,(n-1)\,f}{m}$ einführt, so entsteht:

$$l = \frac{y^2}{2n^2 f}\left[\frac{m^3 + ((m+1)\,n - m)^2\,((m+1)\,n^2 - m)}{(m+1)^3\,(n-1)^2}\right]$$

oder

$$l = \frac{y^2}{2n\,(n-1)^2 f}\left[n^3 - n\,(2n+1)\left(\frac{m}{m+1}\right)^1 + (n+2)\left(\frac{m+1}{m}\right)^2\right]$$

oder $$l = 0{,}84865 \cdot \frac{y^2}{2n(n-1)^2 f}.$$

Man hat daher $l : l_1 : l_2 = 1 : 1{,}0602 : 4{,}244$. Vorstehende Proportion zeigt, daß eine planconvexe Linse, sofern ihre convexe Seite dem Objecte zugekehrt ist, nur eine wenig größere Längenabweichung als eine Linse der besten Form hat. Mehr als viermal größer wird dagegen ihre Längenabweichung, wenn das Object sich vor der ebenen Seite befindet.

Um an einem besondern Beispiele zu zeigen, von welchem Einfluß die spärische Aberration ist, wollen wir die Längenabweichung berechnen für eine gleichseitige biconvexe Glaslinse, für welche der Krümmungshalbmesser $r = r' = \overset{m}{0{,}432}$; $n = 1{,}423$; $y = \overset{m}{0{,}065}$, wenn die Entfernung a des Gegenstandes einmal $\overset{m}{0{,}85}$, dann $\overset{m}{0{,}71}$, ferner $\overset{m}{0{,}64}$ und endlich $\overset{m}{0{,}56}$ beträgt. Die Formel für die Längenabweichung geht für $r = r'$ zuerst in folgende über:

$$l = \frac{n-1}{nr} \cdot \frac{y^2 f^2}{(a-f)^2}\left[(4n^3 - 4n^2 - n + 2)\left(\frac{a}{r}\right)^2 - \right.$$
$$\left. - 2(3n^2 - (n-2))\left(\frac{a}{r}\right)^1 + 3n + 2\right]$$

wo $$f = \frac{r}{2(n-1)} = \overset{m}{0{,}51}.$$

Setzt man für n, r und y die obengenannten Werthe, so erhält man

$$l = \frac{0{,}00074}{(a-0{,}51)^2}\left[21{,}504\, a^2 - 12{,}277\, a + 6{,}269\right]$$

und für
$a = \overset{m}{0{,}85}$ wird $l = \overset{m}{0{,}072}$
$a = \overset{m}{0{,}71}$ wird $l = \overset{m}{0{,}155}$
$a = \overset{m}{0{,}64}$ wird $l = \overset{m}{0{,}31}$
$a = \overset{m}{0{,}56}$ wird $l = \overset{m}{1{,}816}$

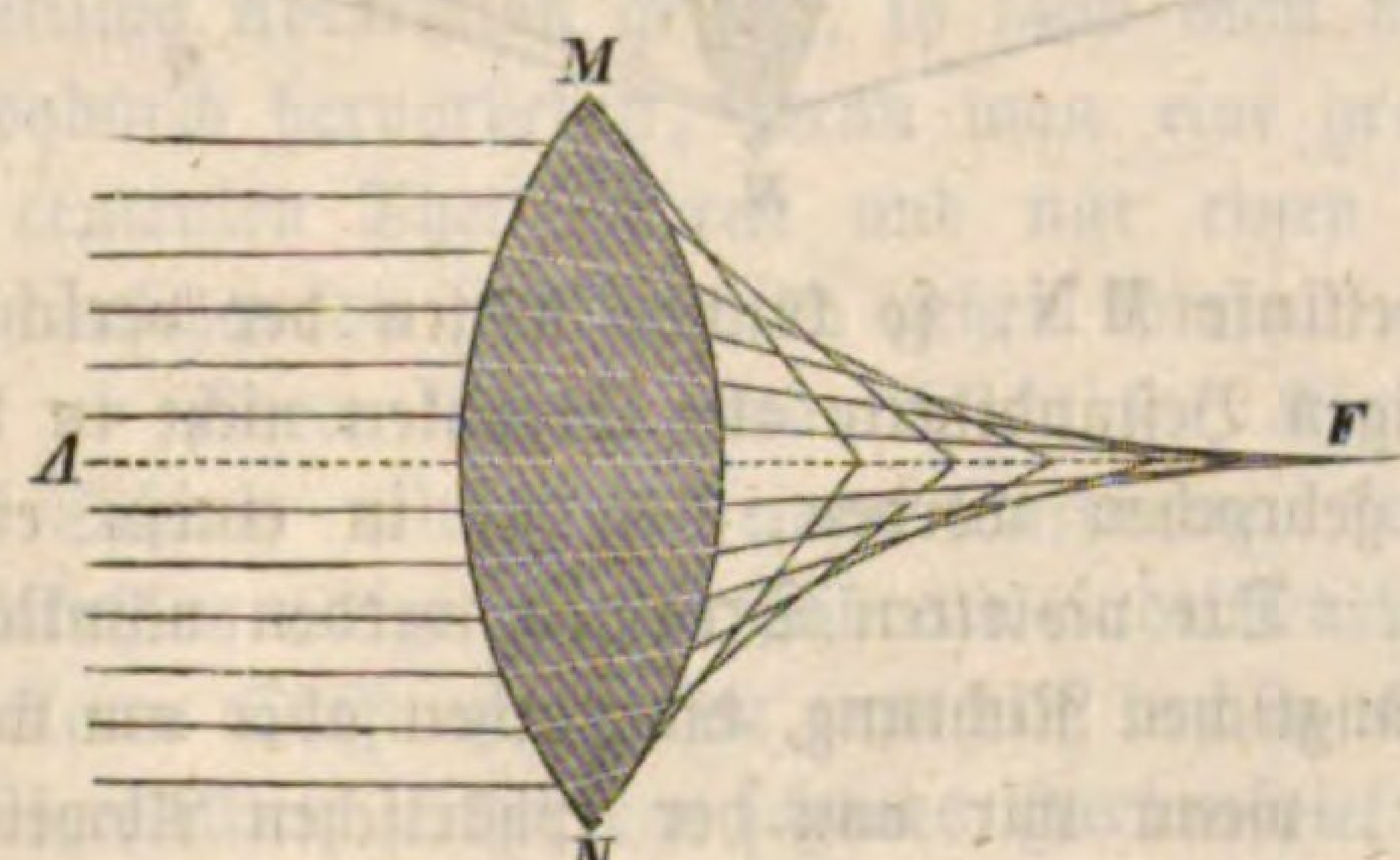
welche Werthe mit den beobachteten ziemlich genau übereinstimmen.

Um von der Richtigkeit der oben angestellten theoretischen Betrachtungen auch durch einen Versuch sich zu überzeugen, stelle man eine convexe Linse von großer Brennweite auf und lasse die Strahlen von einem in gehöriger Entfernung befindlichen, stark erleuchteten Gegenstande auf dieselbe einfallen. Das von der Linse erzeugte Bild wird wegen der sphärischen Aberration undeutlich und verworren erscheinen. Bedeckt man hierauf die Ränder der Linsenfläche mit einem undurchsichtigen kreisförmigen Ringe, so wird die Verworrenheit des Bildes abnehmen. Bedeckt man außer dem Rande auch noch einen größern

Theil der Oberfläche der Linse bis auf einen kleinen Theil um den Mittelpunkt herum, so wird das Bild sehr deutlich, aber weniger hell als vorhin erscheinen. Bedeckt man dagegen den centralen Theil der Linse und läßt bloß einen schmalen Rand frei, so wird man wieder ein ziemlich deutliches Bild erhalten; nur wird dasselbe der Linse näher liegen als das von dem centralen Theile erzeugte.

In dem Maße die Strahlen weiter von der Achse der Linse einfallen, werden sie stärker abgelenkt. Auf diese Weise ereignet sich denn, daß die aufeinander folgenden einfallenden Strahlen nach der Brechung einander schneiden und in der Gesammtheit ihrer stetig aneinander liegenden Durchschnittspunkte eine krumme Linie bilden werden. Die Curve wird im allgemeinen aus zwei Armen bestehen, die im Punkte F (Fig. 151) anfangen, wo die Centralstrahlen einander begegnen,

Fig. 151.



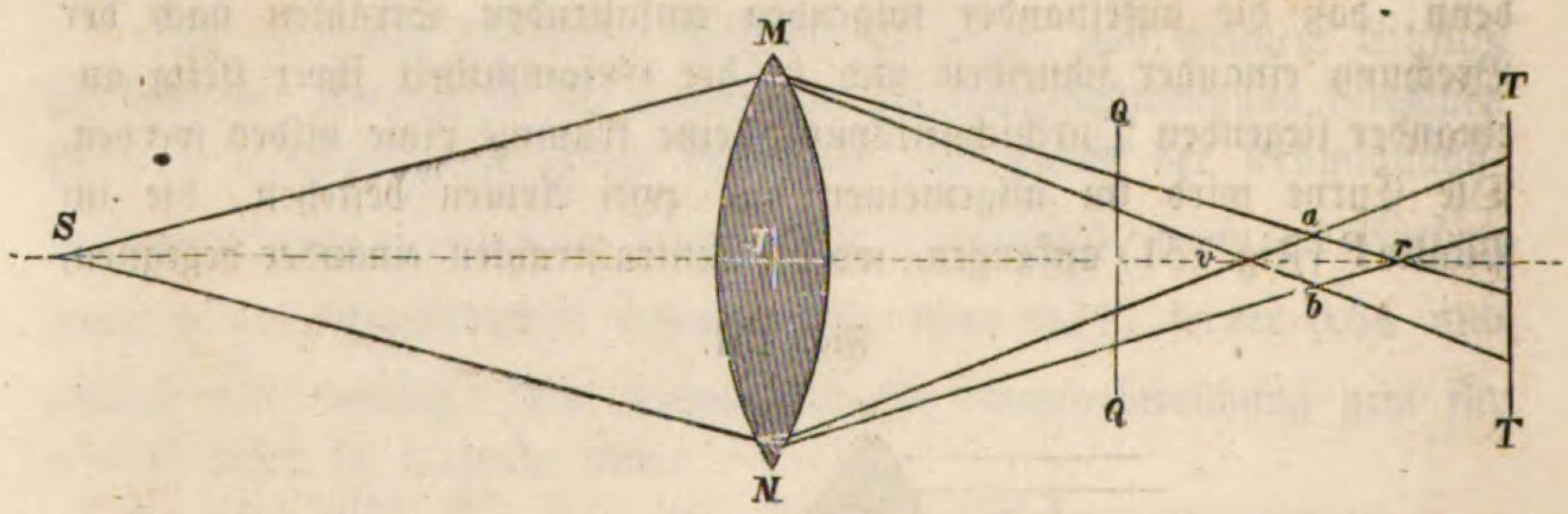
und sich symmetrisch auf beiden Seiten der Achse ausdehnen. Dergleichen Curven werden durch Brechung entstandene **Brennlinien** oder **Diakaustiken** genannt. — Man kann diese Linien sichtbar machen, wenn man eine mit Wasser gefüllte Glaskugel oder einen conischen Glastrichter den Sonnenstrahlen oder dem Lichte einer Kerze aussetzt, und hierauf das gebrochene Licht auf einem weißen Papier auffängt.

Man hat auch Linsen von verschiedenen Formen verfertigt, bei denen die Aberration wegen der Kugelgestalt fast gänzlich aufgehoben ist. Eine solche Linse wurde von dem berühmten Fresnel ausgeführt, welche auf Leuchtthürmen großen Nutzen gewährt. Die Linse besteht aus einem Kugelsegmente, um welches herum mehrere Ringe liegen von der Form, daß sie mit dem Kugelsegment einen gemeinschaftlichen Brennpunkt haben. Das aus dem Brennpunkt auf die Linse fallende Licht wird nach seinem Austritte aus derselben in ein dickes Bündel von fast parallelen Strahlen verwandelt, wodurch die wegen der Divergenz der Strahlen stattfindende Abnahme der Intensität bedeutend vermindert wird, so daß das Licht in große Entfernungen leuchten kann.

Die gewöhnlichen Linsen haben nur eine Oeffnung von etwa 12°, während die Ringe der Fresnelschen Linse eine Oeffnung von 40° zulassen, so daß sie in derselben Richtung eine größere Menge Licht vereinigen kann; dabei ist sie überdies weit dünner, absorbirt daher bedeutend weniger Licht.

Fällt weißes Licht von einem leuchtenden Punkte S (Fig. 152)

Fig. 152.

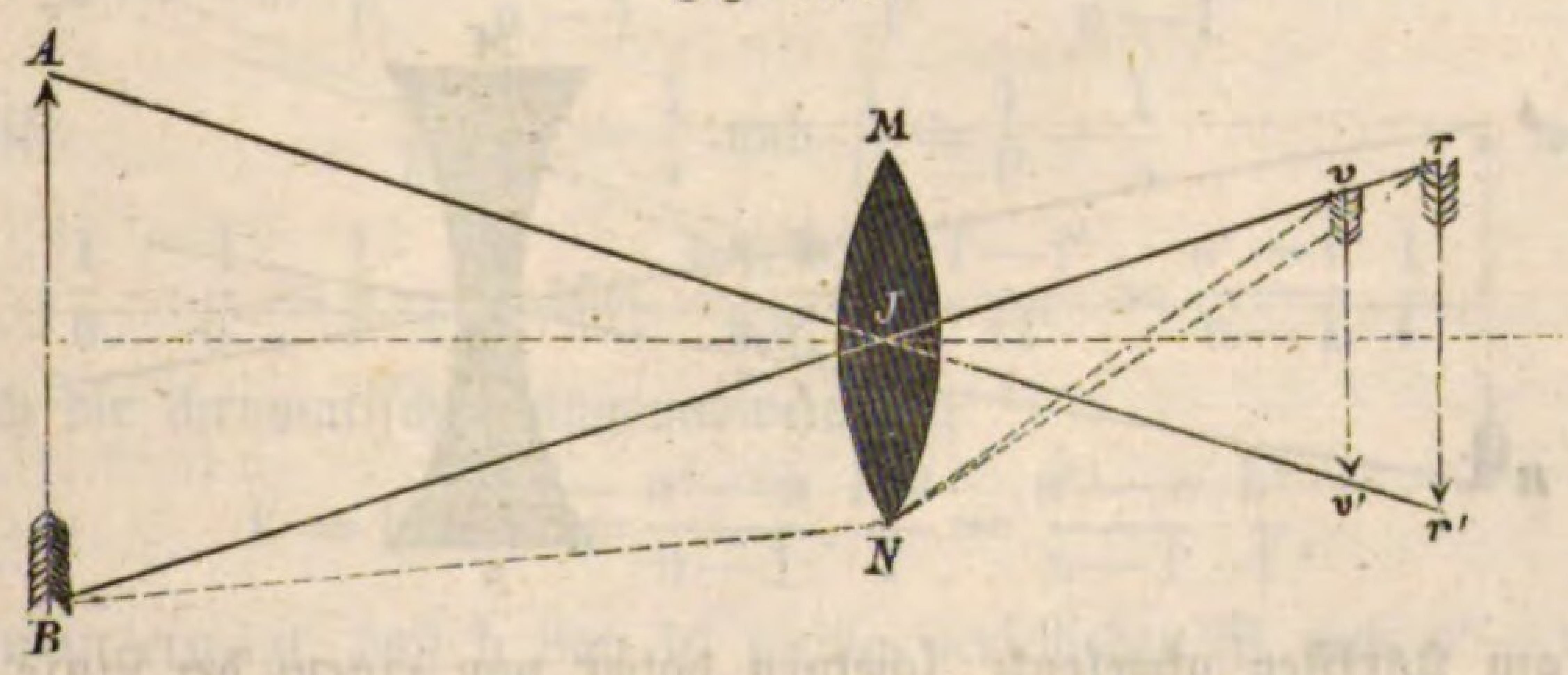


auf eine Sammellinse MN, so können wegen der verschiedenen Brechbarkeit der farbigen Bestandtheile alle Strahlen nicht in derselben Richtung dergestalt gebrochen werden, daß sie in einem einzigen Punkte zusammentreffen. Die violetten Strahlen werden nämlich am stärksten von ihrer ursprünglichen Richtung, die rothen aber am wenigsten davon abgelenkt; daher, wenn wir von der sphärischen Abweichung absehen, die ersteren früher im Punkte v und die letzteren später im Punkte r sich vereinigen und die übrigen farbigen Strahlen ihre Vereinigungspunkte zwischen v und r haben. Diese Verschiedenheit der Vereinigungspunkte der Strahlen von verschiedener Brechbarkeit, heißt die Abweichung wegen der Farbenzerstreuung oder die chromatische Abweichung. Die Größe rv, welche den Unterschied der Vereinigungsweiten der äußersten rothen und violetten Strahlen angibt, wird die chromatische Längenabweichung genannt. Die Größe ab, wo a und b die Punkte sind, in denen die äußersten violetten Strahlen den äußersten rothen nach dem Durchgange der Linse begegnen, ist der Durchmesser des sogenannten chromatischen Abweichungskreises oder Zerstreuungskreises. Dieser Kreis, innerhalb dessen die von dem Punkte S ausfahrenden Strahlen bei ihrer größten Concentration liegen, stellt das Bild des Punktes dar. Da derselbe Umstand bei jedem Punkte eines ausgedehnten weißen Gegenstandes eintritt, mithin ein jeder durch einen Kreis dargestellt wird; so werden diese Kreise theilweise übereinander fallen, wodurch die Reinheit der Bilder abermals gestört wird.

Die Farbenzerstreuung, welche bei der Brechung des Lichtes in Linsen stattfindet, läßt sich leicht wahrnehmen. Man lasse Sonnenstrahlen auf eine Sammellinse fallen und fange den aus der Linse tretenden Strahlenkegel mit einem weißen Schirme auf. Es zeigt sich, wenn der Schirm in TT, d. h. in größerer Entfernung von der Linse als r sich befindet, ein beleuchteter Kreis mit violettem und blauen Saume, weil der Kegel der Strahlen von größerer Brechbarkeit einen größeren Querschnitt hat als die anderen Strahlenkegel. Dagegen erscheint jener Kreis mit einem rothen und gelben Saume umgeben, wenn der Schirm in QQ, d. h. der Linse näher steht als v, weil jetzt der Querschnitt des Kegels der Strahlen von geringerer Brechbarkeit die anderen Strahlenkegel überragt. Die Mitte des beleuchteten Kreises erscheint in dem einen wie in dem andern Falle glänzend weiß, weil daselbst alle Arten farbiger Strahlen zusammentreffen. — Da sich zu der spärischen Aberration die chromatische Aberration gesellt, so kann man die Wirkung der letztern mehr dadurch hervorheben, wenn man eine große Convexlinse nimmt, ihren centralen Theil bedeckt und nur einen schmalen Rand frei läßt, durch welchen die Lichtstrahlen gehen können. — Bringt man in den Raum vr einen kleinen undurchsichtigen Körper oder einen undurchsichtigen Schirm mit einer feinen Oeffnung, so werden einige der farbigen Strahlen aufgehalten, während andere neben dem Körper oder durch die kleine Oeffnung gehen und auf der in einem verfinsterten Zimmer aufgestellten Tafel ein schönes Farbenspiel gewähren.

Ist AB (Fig. 153) ein Gegenstand, welcher weißes Licht auf die

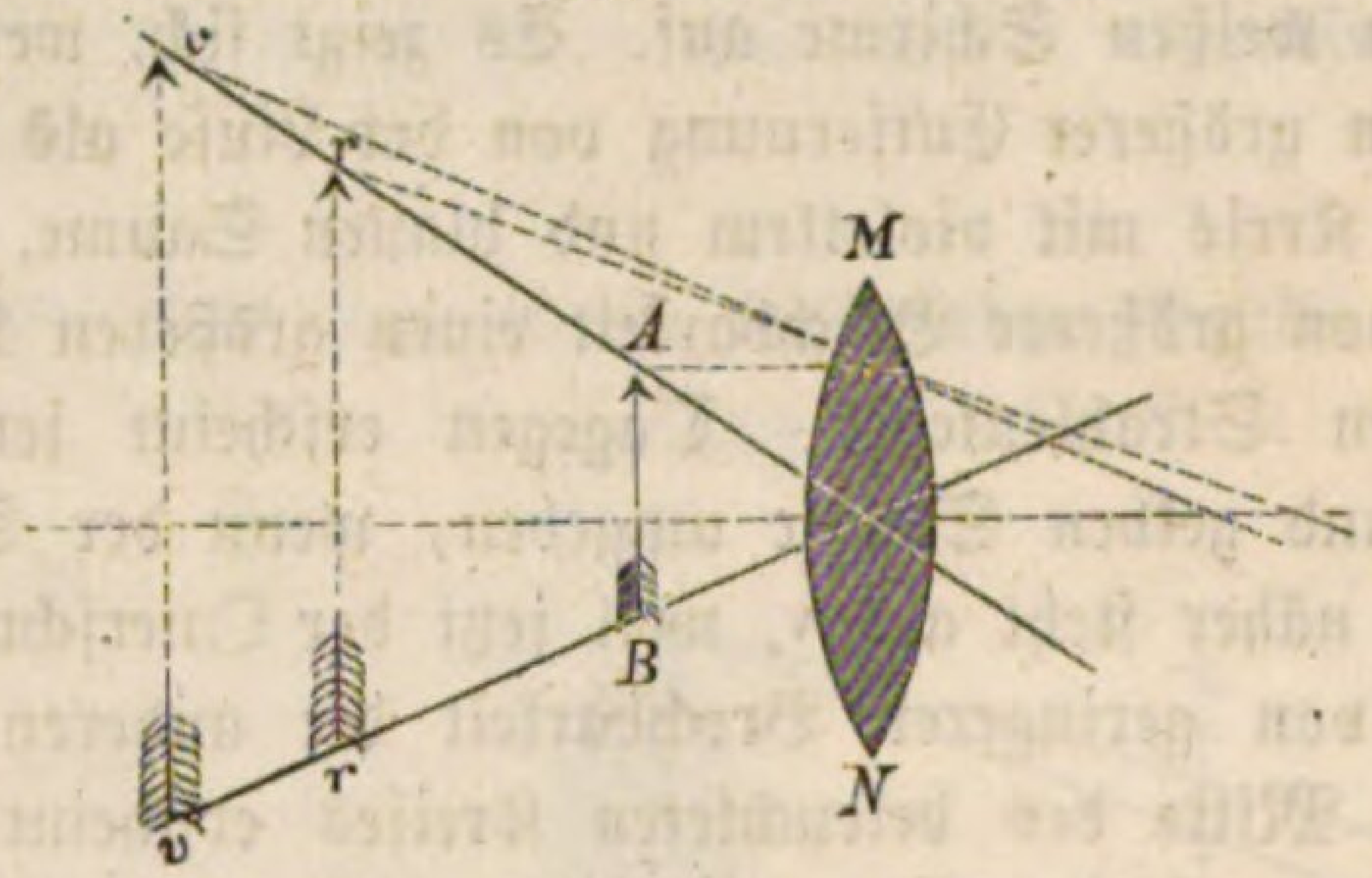
Fig. 153.



Sammellinse MN sendet und außer ihrer Brennweite sich befindet; so entstehen hinter der Linse verschiedenfarbige Bilder, unter denen das rothe rr' das größte, das violette vv' das kleinste ist. Werden diese Bilder mit freiem Auge betrachtet, so decken sich dieselben in der Mitte, wodurch der Eindruck der weißen Farbe hervorgeht. Anders verhält es sich am Rande, wo der rothe oder gelbe Theil über die übrigen hervorragt, daher das Bild mit einem rothen nach Innen zu ins Gelbe

übergehenden Saume umgeben erscheint. — Steht der leuchtende weiße Gegenstand AB (Fig. 154) innerhalb der Brennweite, wodurch die

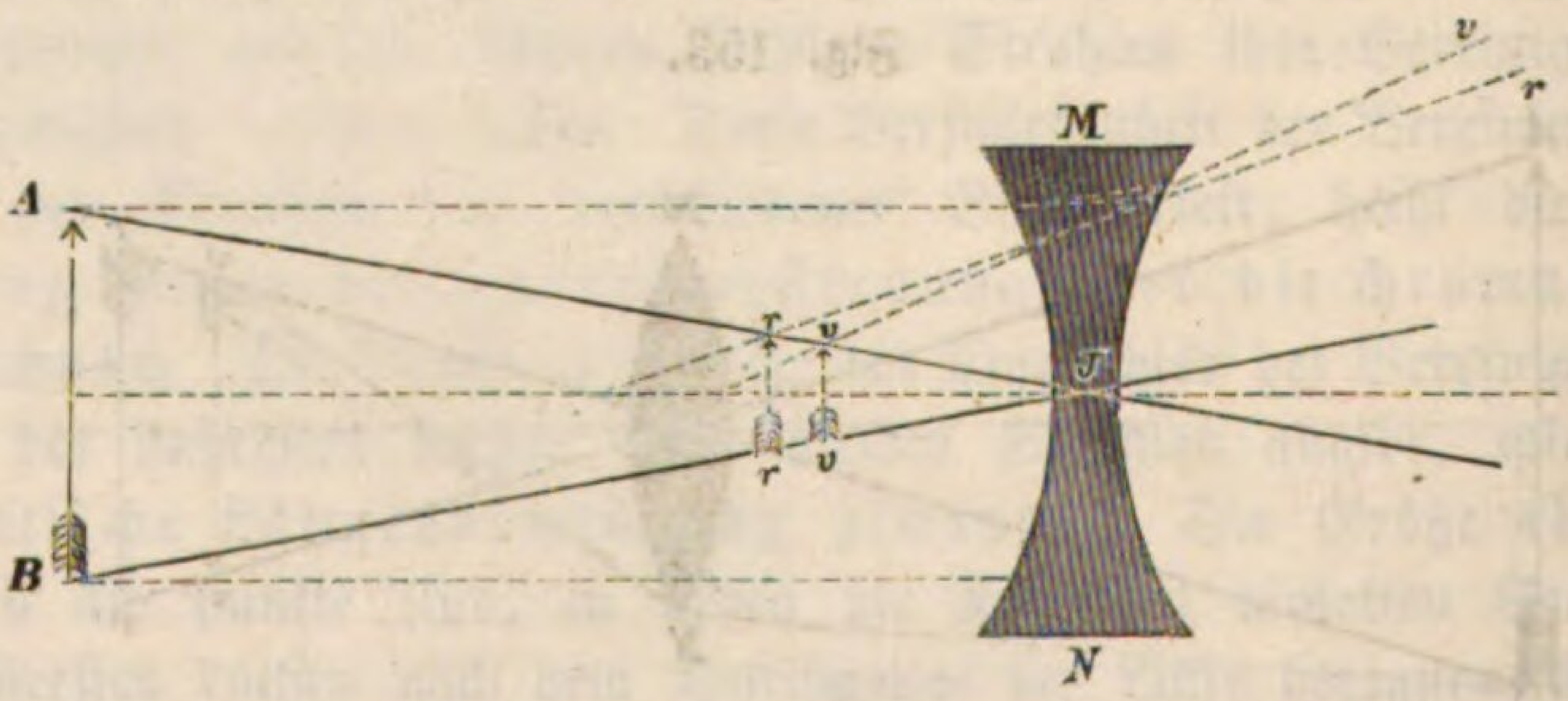
Fig. 154.



Strahlen dergestalt gebrochen werden, als kämen sie von einem entfernter liegenden Gegenstande; so wird das rothe Bild rr′ der Linse am nächsten, das violette vv′ davon am meisten entfernt, mithin jenes das kleinste dieses das größte sein, weßhalb das Auge letzteres über die anderen hervorragen sieht, daher die Ränder blau und violet gefärbt, die Mitte aber weiß erblickt, von welcher ihm Strahlen von jeder Brechbarkeit zukommen.

Aehnliches gilt auch für die Brechung des weißen Lichtes durch eine Concavlinse. Fallen nämlich die Strahlen von einem weißen Gegenstande AB (Fig. 155) auf eine solche Linse, so werden die violetten am stärksten abgelenkt, scheinen daher von einem der Linse näher

Fig. 155.

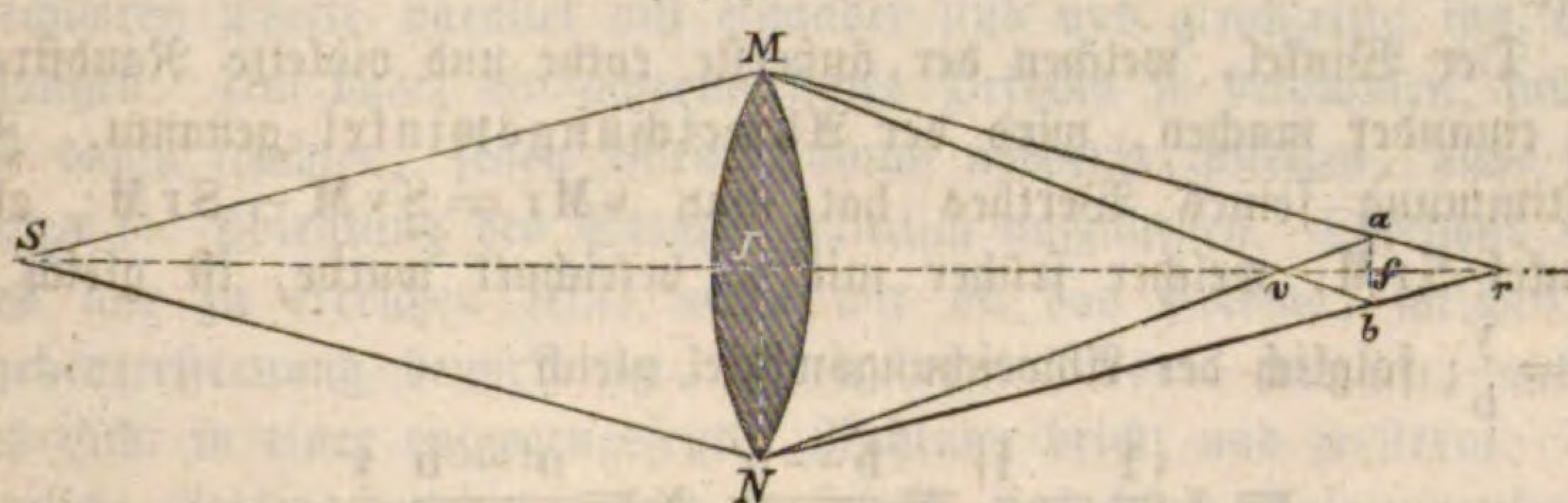


liegenden Bilde vv′ herzukommen, während das rothe Bild weiter davon absteht. Das gesammte Bild wird daher am Rande blau und violet gefärbt erscheinen. — Die ungleiche Vereinigungsweite verschiedenfarbiger Strahlen läßt sich auch auf folgende Weise darthun. Man mache in einen dunkeln Schirm eine runde Oeffnung und verschließe solche zur Hälfte mit einem rothen, zur Hälfte mit einem möglichst homogen blauen Glase; klebe auf jede Hälfte einen aus Papier ausgeschnittenen

Pfeil und erleuchte das Ganze von hinten durch die Flamme einer Argand'schen Lampe. Fängt man dann das Bild auf einem Papierschirm auf, welches eine in gehöriger Entfernung stehende Linse von den Pfeilen hervorbringt; so wird der Pfeil auf blauem Felde scharf und deutlich erscheinen, wenn die Umrisse des andern verwischt sind; dagegen der Schirm von der Linse weiter abstehen müssen, wenn der Pfeil auf rothem Grunde deutlich sich zeigen soll, dann wird aber wieder von dem Pfeil auf blauem Grunde ein getrübtes Bild zum Vorschein kommen.

Um die Längenabweichung rv (Fig. 156) zu finden, seien n und

Fig. 156.



n' die Brechungsverhältnisse für die rothen und violetten Strahlen, f und f' die ihnen entsprechenden Brennweiten, b und b' ihre Vereinigungsweiten: man hat dann

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r'}\right) \text{ und } \frac{1}{f'} = (n'-1)\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r'}\right);$$

woraus entspringt $\frac{f}{f'} = \frac{n'-1}{n-1}$ oder $\frac{f-f'}{f'} = \frac{n'-n}{n-1}$.

Nun ist $\frac{1}{b} = \frac{1}{f} - \frac{1}{a}$ und $\frac{1}{b'} = \frac{1}{f'} - \frac{1}{a}$ woraus

$$\frac{1}{b} - \frac{1}{b'} = \frac{1}{f} - \frac{1}{f'} \text{ oder } \frac{b-b'}{bb'} = \frac{f-f'}{ff'} = \frac{n'-n}{n-1} \cdot \frac{1}{f}.$$

Folglich die chromatische Längenabweichung

$$l' = b - b' = \frac{n'-n}{n-1} \cdot \frac{bb'}{f} = \frac{n'-n}{n-1} \cdot \frac{b^2}{f},$$

wenn man erwägt, daß b von b' wenig verschieden ist und n' — n eine kleine Größe ist. — Für unendlich weit entfernte Gegenstände wird die Längenabweichung gleich $\frac{n'-n}{n-1} \cdot f$.

Der Durchmesser des Abweichungskreises wird wie folgt gefunden. Man hat bei Vernachlässigung der Dicke der Linse:

$$MJ : af = Jr : fr \text{ und } MJ : af = Jv : vf, \quad \text{folglich}$$

$$Jr : fr = Jv : vf \text{ und } Jr + Jv : fr + vf = MJ : af.$$

Es kann aber gesetzt werden $fr = vf$; woraus, weil dann $Jr = Jf + fr$ und $Jv = Jf - fr$ angenommen werden darf, entspringt: $Jf : fr = MJ : af$. Ist nun der Oeffnungshalbmesser $MJ = y$, die Vereinigungsweite Jf der mittleren Strahlen $= b$; so ist

$$ab = 2af = \frac{y}{b} . vr = \frac{n' - n}{n - 1} . \frac{yb}{f},$$

wenn statt vr dessen Werth $\frac{n' - 1}{n - 1} . \frac{b^2}{f}$ substituirt wird. Für unendlich weit entfernte Gegenstände wird der Durchmesser des Abweichungskreises gleich $\frac{n' - 1}{n - 1} . y$, ist also unabhängig von der Brennweite der Linse.

Der Winkel, welchen der äußerste rothe und violette Randstrahl mit einander machen, wird der Abweichungswinkel genannt. Zur Bestimmung seines Werthes hat man $vMr = SvM - SrM$; aber Winkel SrM, welcher früher mit γ' bezeichnet wurde, ist gleich $= \frac{a\alpha}{b} = \frac{y}{b}$; folglich der Abweichungswinkel gleich

$$= y \left\{ \frac{1}{b'} - \frac{1}{b} \right\} = \frac{b - b'}{bb'} . y = \frac{n' - n}{n - 1} . \frac{y}{f},$$

hängt demnach gar nicht von der Entfernung des Objects vom Glase ab.

Setzt man $n = 1{,}55$ und $n' - n = 0{,}01$; so ist $\frac{n' - n}{n - 1} = \frac{1}{55}$; mithin die chromatische Längenabweichung $= \frac{1}{55} . \frac{b^2}{f}$; der Durchmesser des Abweichungskreises $= \frac{1}{55} . \frac{yb}{f}$; der Abweichungswinkel $= \frac{1}{55} . \frac{y}{f}$.

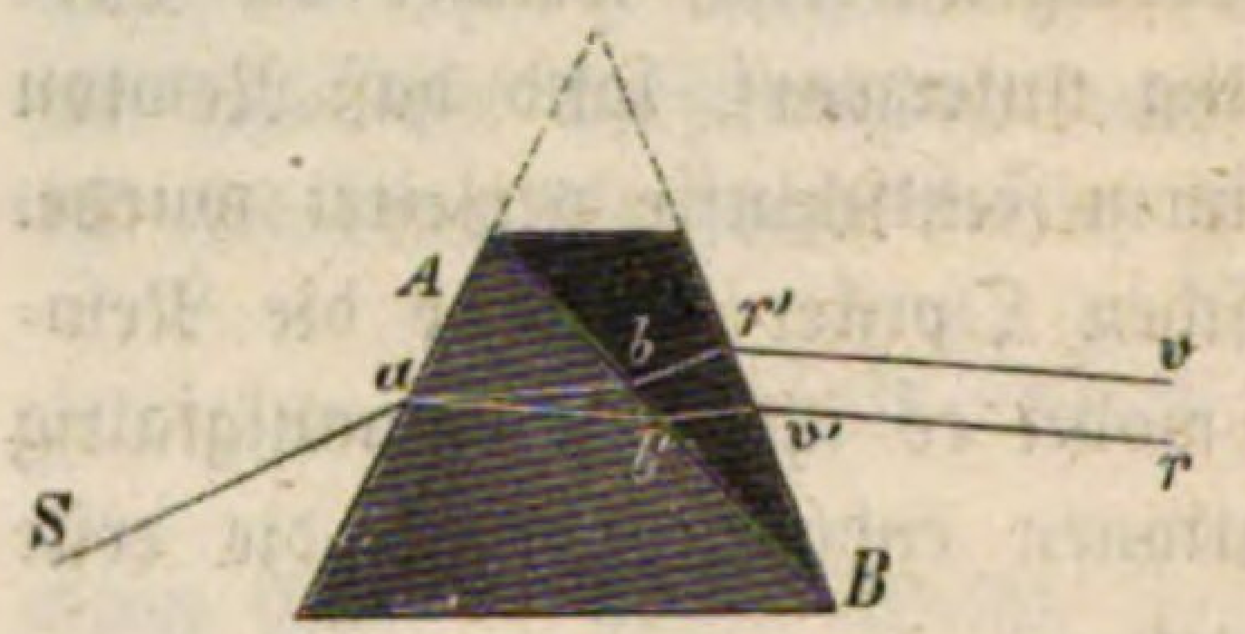
4. Achromatische Prismen und Linsen.

Der nachtheilige Einfluß, den die Farbenzerstreuung auf die Deutlichkeit der Bilder ausübt, mußte wohl bald auf den Gedanken führen, ob es nicht möglich sei eine solche Zerstreuung zu beseitigen, ohne die Ablenkung des Strahles überhaupt aufzuheben; oder mit andern Worten, ob es nicht möglich sei, Prismen und Linsen anzufertigen, bei denen die Wirkung der Farbenzerstreuung aufgehoben ist, und dennoch durch Brechung eine Ablenkung des Strahls von seiner ursprünglichen Richtung stattfindet, so daß die Bilder der durch sie gesehenen Gegenstände von der Farbenzerstreuung befreit erscheinen. Prismen und Linsen, welche diese Bedingungen erfüllen, heißen achromatische. Newton, welcher die Farbenzerstreuung bei allen Stoffen der Brechung proportional annahm, hielt die Anfertigung von dergleichen Prismen und Linsen für unmöglich. Euler behauptete die Möglichkeit derselben, da die Aufhebung der chromatischen Abweichung im Auge durch die Ver-

bindung verschiedener ungleichartiger Substanzen bewirkt zu werden schien. Der schwedische Mathematiker Klingenstierna, welcher die Versuche Newtons einer sorgfältigen Prüfung unterwarf, fand daß Newton durch eine unrichtige Beobachtung zu einem Fehlschlusse verleitet wurde. Dies bewog den ausgezeichneten englischen Optiker Dollond die Newton'schen Experimente zu wiederholen, wobei es ihm nach mannigfaltig abgeänderten Versuchen und Combinationen endlich gelang, die erste achromatische Linse zu Stande zu bringen.

Um einen richtigen Begriff vom Wesen des Achromatismus zu erhalten, erwägen wir, daß der von der Sonne direct kommende Strahl deßhalb nicht farbig erscheint, weil die darin enthaltenen verschieden brechbaren Theile parallel mit einander sind und gleichzeitig ins Auge gelangen. Um daher ein achromatisches Prisma zu bekommen, müssen wir dahin trachten, jenen Parallelismus wiederherzustellen, ohne deßwegen die Ablenkung des Strahls gänzlich aufzuheben. Offenbar wird dies nur zu erreichen sein, wenn wir an das Prisma, welches die Farbenzerstreuung bewirkt hat, ein anderes Prisma anlegen, welches das Licht in einer entgegengesetzten Richtung bricht und zerstreut. Das fragliche Prisma wird demnach in seiner einfachsten Zusammensetzung aus zwei Prismen bestehen, deren brechende Winkel eine entgegengesetzte Lage haben, der Art, daß wenn der brechende Winkel des einen abwärts geht, er bei dem andern aufwärts liegt. Wären die beiden Prismen von der nämlichen Beschaffenheit, d. h. besäßen sie dasselbe Brechungs- und Zerstreuungsvermögen; so würden sie in ihrer Verbindung, wenn sie gleiche und in der Richtung entgegengesetzte brechende Winkel hätten, sowohl die Ablenkung als auch die Zerstreuung aufheben, mithin nur eine Platte mit parallelen Flächen darstellen. Wären zwei Prismen von der nämlichen Beschaffenheit, aber verschiedenen brechenden Winkeln in der angegebenen Weise zusammengestellt, so würden sie in dieser Verbindung dieselbe Ablenkung und Zerstreuung zu Wege bringen, welche ein Prisma von der nämlichen Substanz bewirkt, das einen brechenden Winkel hätte, der dem Unterschiede der brechenden Winkel jener zwei Prismen gleich käme. Aus zwei Prismen von einerlei Brechungs- und Zerstreuungsvermögen läßt sich also kein achromatisches Prisma zusammensetzen. — Betrachten wir nun die Verbindung von zwei Prismen, welche verschiedenes Brechungs- und Zerstreuungsvermögen besitzen. Um die Begriffe zu fixiren, sei A (Fig. 157) ein Prisma, welches den einfallenden weißen Strahl Sa in farbige Theile sondert, deren äußerste ar und av sind, B ein zweites Prisma, welches ein größeres Brechungsvermögen und ein noch größeres Zerstreuungsvermögen hat. Da das zweite Prisma den vio-

Fig. 157.



letten Strahl av in einem größeren Verhältnisse ablenkt als den rothen Strahl ar, und die Ablenkung in beiden Prismen nach entgegengesetzten Richtungen stattfindet; so wird man bei einer schicklichen Verminderung des brechenden Winkels des zweiten Prisma dahin gelangen, daß beide Strahlen $r'v$ und $v'r$ nach dem Austritte aus den Prismen parallel zu einander werden. Durch gedachte zwei Prismen wäre demnach ein Parallelismus der äußersten und eine Annäherung der übrigen Strahlen bewirkt, was eine Farbenlosigkeit des austretenden Strahles zur Folge hat. Da wegen des stärkeren Zerstreuungsvermögens des zweiten Prisma, der brechende Winkel desselben in höherem Grade vermindert wird, als es nöthig ist, um die durch das erste Prisma bewirkte Ablenkung gänzlich aufzuheben; so bleibt noch ein Ueberschuß der in diesem Prisma erfolgten Ablenkung, oder mit andern Worten die Zusammensetzung beider Prismen gibt ein achromatisches Prisma, insofern der austretende Strahl nicht bloß farbenlos erscheint, sondern auch eine Ablenkung von seiner primitiven Richtung erfährt.

Es sei γ der brechende Winkel des ersten Prisma, z. B. aus Krownglas; n das Brechungsverhältniß für die mittleren Strahlen, dn der Unterschied zwischen den Brechungsverhältnissen der mittleren und der äußersten Strahlen, wo dn demnach positiv oder negativ wird, je nachdem es sich auf die äußersten violetten oder rothen Strahlen bezieht; ferner ε der Einfallswinkel an der ersten Fläche des Prisma, b der dazugehörige Brechungswinkel, b_1 der entsprechende Einfallswinkel an der zweiten Fläche und endlich β der Austrittswinkel. Dies vorausgesetzt haben wir, wenn die Winkel ε, b, b_1 und β hinlänglich klein sind, daß sie statt ihrer Sinusse genommen werden können: $\varepsilon = nb$ und $\beta = nb_1$; mithin $\varepsilon + \beta = n\gamma$, weil $b + b_1 = \gamma$ ist. Wie wir aber früher nachgewiesen haben, wird die Ablenkung v, welche ein Strahl durch das Prisma erleidet, durch die Relation ausgedrückt: $v = \varepsilon + \beta - \gamma$; folglich für den vorliegenden Fall durch $v = (n-1)\gamma$. Fällt nun der Strahl auf das zweite Prisma, z. B. aus Flintglas, für welches v', γ', n', dn' dieselbe Bedeutung haben wie v, γ, n, dn für das erste Prisma; so ist die Ablenkung des Strahls $v' = (n'-1)\gamma'$. — Die durch das Doppelprisma erzeugte Ablenkung w ist gleich dem Unterschiede der durch die Bestandprismen bewirkten Ablenkungen, mithin $w = v - v' = (n-1)\gamma - (n'-1)\gamma'$. — Auf gleiche Weise ergibt sich für die durch das Doppelprisma hervorgebrachte Ablenkung w'

der äußersten Strahlen die Relation:

$$w' = (n + dn - 1)\gamma - (n' + dn' - 1)\gamma'.$$

Sollen nun die mittleren und äußersten Strahlen nach ihrem Durchgang durch das Doppelprisma einerlei Ablenkung erfahren, so muß $w = w'$ werden; woraus die Bedingungsgleichung entspringt:

$$(n - 1)\gamma - (n' - 1)\gamma' = (n + dn - 1)\gamma - (n' + dn' - 1)\gamma',$$

oder

$$\frac{dn}{dn'} = \frac{\gamma'}{\gamma}:$$

d. h. für einen solchen Fall müssen sich die Farbenzerstreuungen der beiden Glassorten verkehrt, wie die brechenden Winkel der beiden Prismen verhalten.

Wäre für das Kronglas $n = 1{,}525832$ und $n + dn = 1{,}627749$; für das Flintglas $n' = 1{,}546566$ und $n' + dn' = 1{,}671062$; so würde sich für das Verhältniß der brechenden Winkel solcher zwei Prismen zu einer achromatischen Verbindung folgende Gleichung ergeben:

$$\frac{\gamma'}{\gamma} = \frac{0{,}020724}{0{,}043313} = 0{,}4787;$$

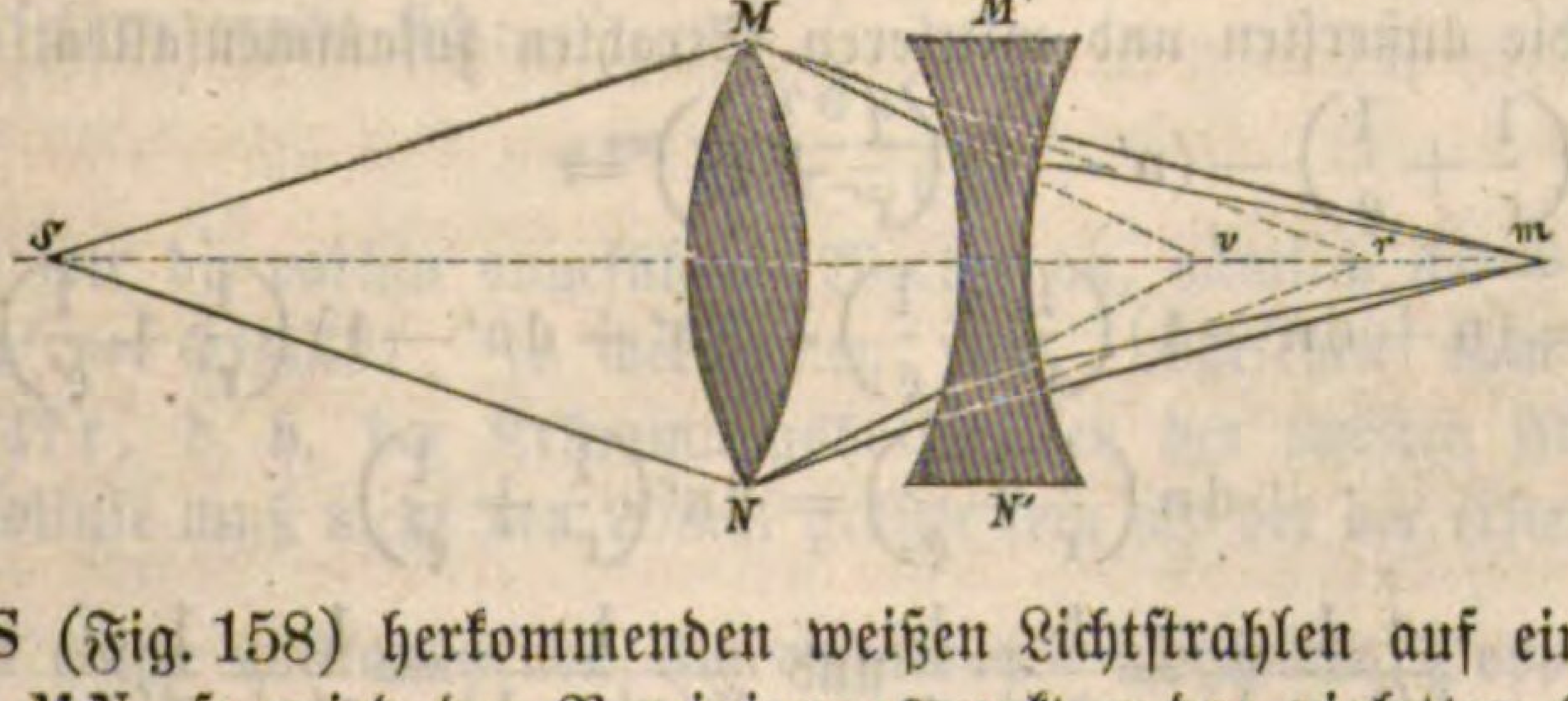
folglich für $\gamma = 25^0$ der Werth $\gamma' = 11^0 58' 3''$. Eine Verbindung aus einem Prisma von Kronglas mit einem brechenden Winkel von 25^0, und aus einem Prisma von Flintglas mit einem brechenden Winkel von $11^0 58' 3''$, vereinigt die mittleren und die äußersten violetten Strahlen. Die Ablenkung, welche der mittlere Strahl in dem Doppelprisma erfährt, wird nach der Gleichung

$$w = (n - 1)\gamma - (n' - 1)\gamma'$$

berechnet. Substituirt man darin für γ und γ' die gefundenen Werthe, so ergibt sich $w = 5^0 27' 58''$ als Ueberschuß der durch das Kronglas erzeugten Brechung über die durch das Flintglas bewirkte.

Nach denselben Grundsätzen werden achromatische Linsen verfertigt. Fallen nämlich die von einem außerhalb der Brennweite liegenden

Fig. 158.



Punkte S (Fig. 158) herkommenden weißen Lichtstrahlen auf eine Sammellinse MN, so wird der Vereinigungspunkt v der violetten Strahlen

der Linse näher liegen als jener r der rothen. Stellt man nun eine Zerstreuungslinse M′N′ hinter gedachte Sammellinse, so werden die von der letzteren kommenden Strahlen auf sie convergirend anlangen, dergestalt daß, falls sie nach ihrem Austritte aus der Zerstreuungslinse noch convergirend bleiben, die violetten in einem entfernteren Punkte vereinigt werden als die rothen. Hieraus leuchtet die Möglichkeit ein, den Vereinigungspunkt der äußersten rothen oder violetten Strahlen mit jenem der mittleren zur Coincidenz zu bringen. Soll ein derartiges Zusammenfallen zu Stande kommen oder das System beider Linsen als Sammellinse wirken; so müssen beide Linsen aus Stoffen bestehen, die ein verschiedenes Zerstreuungsvermögen haben. Denn wären die zwei Linsen aus einerlei Stoff, so würde bei gleicher Zerstreuung auch die Größe der Brechung in beiden gleich sein, mithin der austretende Strahl farblos erscheinen, aber seine Richtung genau parallel zu der des einfallenden Strahles erhalten, was dem Zwecke der Linse widerstrebt. Man wählt deßhalb zu der zweiten Linse einen Stoff, der ein größeres Zerstreuungsvermögen als der Stoff der ersten Linse hat, damit sie die Größe der Ablenkung des aus der ersten Linse austretenden Strahles nicht aufhebt, aber die durch dieselbe bewirkte Farbenzerstreuung beseitigt.

Es seien r, ϱ die Krümmungshalbmesser der ersten Linse aus Kronglas, n das Brechungsverhältniß für die mittleren Strahlen, $n + dn$ das für die äußersten Strahlen; r', ϱ', n', $n' + dn'$ die analogen Größen für die zweite Linse aus Flintglas; ferner f und f′ die Brennweiten dieser hart aneinander gestellten Linsen. Die Brennweite b der Doppellinse für die mittleren Strahlen ergibt sich dann aus der Gleichung:

$$\frac{1}{b} = \frac{1}{f} - \frac{1}{f'}, \text{ oder } \frac{1}{b} = (n-1)\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{\varrho}\right) - (n'-1)\left(\frac{1}{r'} + \frac{1}{\varrho'}\right);$$

und die Brennweite b′ für die äußersten Strahlen aus der Gleichung:

$$\frac{1}{b'} = (n + dn - 1)\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{\varrho}\right) - (n' + dn' - 1)\left(\frac{1}{r'} + \frac{1}{\varrho'}\right).$$

Sollen die äußersten und mittleren Strahlen zusammenfallen, so ist

$$(n-1)\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{\varrho}\right) - (n'-1)\left(\frac{1}{r'} + \frac{1}{\varrho'}\right) =$$

$$= (n + dn - 1)\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{\varrho}\right) - (n' + dn' - 1)\left(\frac{1}{r'} + \frac{1}{\varrho'}\right),$$

oder

$$dn\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{\varrho}\right) = dn'\left(\frac{1}{r'} + \frac{1}{\varrho'}\right).$$

Wegen $\frac{1}{f(n-1)} = \frac{1}{r} + \frac{1}{\varrho}$ und $\frac{1}{f'(n'-1)} = \frac{1}{r'} + \frac{1}{\varrho'}$,

verwandelt sich die vorhergehende Relation in folgende:

$$\frac{\frac{dn}{n-1}}{\frac{dn'}{n'-1}} = \frac{f}{f'}$$

d. h. die Brennweiten der Bestandlinsen sind ihren Zerstreuungsvermögen direct proportional für den Fall des Achromatismus.

Weil $\frac{dn'}{n'-1} > \frac{dn}{n-1}$, so ist auch $f' > f$; d. h. bei einer achromatischen Sammellinse ist die am wenigsten zerstreuende Linse eine Sammellinse, und die am stärksten zerstreuende eine Zerstreuungslinse. — Soll die Zusammenstellung beider Linsen als Zerstreuungslinse wirken, so muß die Kronglaslinse eine Zerstreuungslinse und die Flintglaslinse eine Sammellinse sein: denn es fallen dann die parallelen Strahlen auf die Flintglaslinse dergestalt auf, als kämen sie von dem virtuellen Brennpunkte der Kronglaslinse her, der innerhalb der Brennweite der Sammellinse liegt, weil $f' > f$ ist; die Strahlen bleiben also nach dem Austritte aus dieser Linse divergirend.

Um ein einfaches Beispiel über die Anfertigung einer achromatischen Linse zu geben, wollen wir annehmen, daß die doppeltconvexe Kronglaslinse zwei gleiche Krümmungshalbmesser, und die anliegende Fläche der Flintglaslinse auch denselben Krümmungshalbmesser habe; man soll den Krümmungshalbmesser ϱ der zweiten Fläche der letzteren Linse bestimmen, damit aus der Verbindung der beiden Linsen eine achromatische Linse hervorgehe. Erwägen wir, daß im vorliegenden

$$f = \frac{r}{2(n-1)} \text{ und } f' = \frac{r\varrho}{(n'-1)(r+\varrho)}$$

ist, so verwandelt sich die Relation

$$\frac{\frac{dn}{n-1}}{\frac{dn'}{n'-1}} = \frac{f}{f'} \text{ in } \frac{dn}{dn'} = \frac{r+\varrho}{2\varrho}.$$

Aus derselben ergibt sich:

$$\varrho = \frac{r\,dn'}{2dn - dn'}.$$

Nehmen wir die vorhin angeführten Werthe an, nämlich $dn = 0{,}02073$ und $dn' = 0{,}04331$, so bekommen wir, abgesehen vom Zeichen $\varrho = 23{,}47\,r$, d. h. der Krümmungshalbmesser der zweiten Fläche der Flintglaslinse muß mehr den 20mal größer sein als der der ersten Fläche.

Um einen vollkommenen Achromatismus durch ein Doppelprisma oder eine Doppellinse zu Wege zu bringen, müßte entweder für sämmt-

liche Strahlen ein vollständiger Parallelismus oder ein genauer Vereinigungspunkt herbeigeführt werden. Durch eine bloße Verbindung von zwei Prismen und von zwei Linsen läßt sich diese Absicht aber nicht erreichen, sondern eigentlich nur für zwei Strahlen bewerkstelligen, wie z. B. für den äußersten rothen und violetten oder für einen dieser äußersten mit dem mittleren. Indem man auf diesem Wege zwei verschiedene Strahlen zusammenbringt, wird damit zugleich für die dazwischen liegenden Strahlen eine größere Annäherung herbeigeführt, wodurch die Färbung wohl bis zu einem hinlänglichen Grade sich beseitigen läßt, um vom Auge nicht merklich empfunden zu werden, der Achromatismus aber in vollkommener Schärfe nicht erhalten werden kann. Immerhin bleibt eine kleine Farbenzerstreuung übrig, die das sogenannte secundäre Farbenbild gibt. Obschon dasselbe einen unbedeutenden Einfluß auf die Deutlichkeit der Bilder ausübt, so sucht man ihn noch mehr dadurch zu schwächen, daß man die lebhaftesten Farben, nämlich das helle an das Orange grenzende Roth und das lebhafte Dunkelblau miteinander vereinigt. Die nicht zur Vereinigung gebrachten Strahlen bilden dann ein secundäres Spectrum, das auf der Seite des am meisten brechbaren Lichtes schwach grüngelb, und auf der Seite des am wenigsten brechbaren purpurfarben erscheint. — Zur besseren Erzielung des Achromatismus setzt man auch drei Linsen, nämlich eine Concavlinse aus Flintglas und zwei Convexlinsen aus Kronglas in der Art zusammen, daß sie ein achromatisches System bilden. Allein damit kommt man auch nicht ans Ziel, wenn das Bild von beträchtlicher Ausdehnung ist; in solchem Falle nimmt man dann seine Zuflucht zu einer Zusammenstellung von mehreren Linsen. Strenge genommen müßte man, wenn ein vollkommen achromatisches Linsensystem zu Stande kommen sollte, eine unendliche Menge von Linsengläsern wählen, weil es eine unendliche Menge ungleichbrechbarer Strahlen gibt. Eine allgemeine Lösung der Aufgabe auf diesem Wege ist daher nicht möglich, da man immer nur eine beschränkte Anzahl von Linsen anwenden kann. Dazu kommt noch, daß bei der Verbindung so vieler Linsen an den vielen Oberflächen durch Reflection eine große Menge Licht verloren geht, wodurch die Helligkeit bedeutend vermindert wird. Man zieht deßhalb beim Gebrauche die Doppellinsen vor, die jedoch bei der Bearbeitung eine große Sorgfalt erheischen, wenn die achromatische Abweichung so viel als möglich beseitigt werden soll. — Uebrigens würde man eine dauerhafte vollkommen achromatische Doppellinse erhalten, wenn man zwei feste Substanzen von verschiedener absoluter Zerstreuung auffinden könnte, welche dasselbe Gesetz der Vertheilung für alle Farben besäßen; oder mit andern Worten,

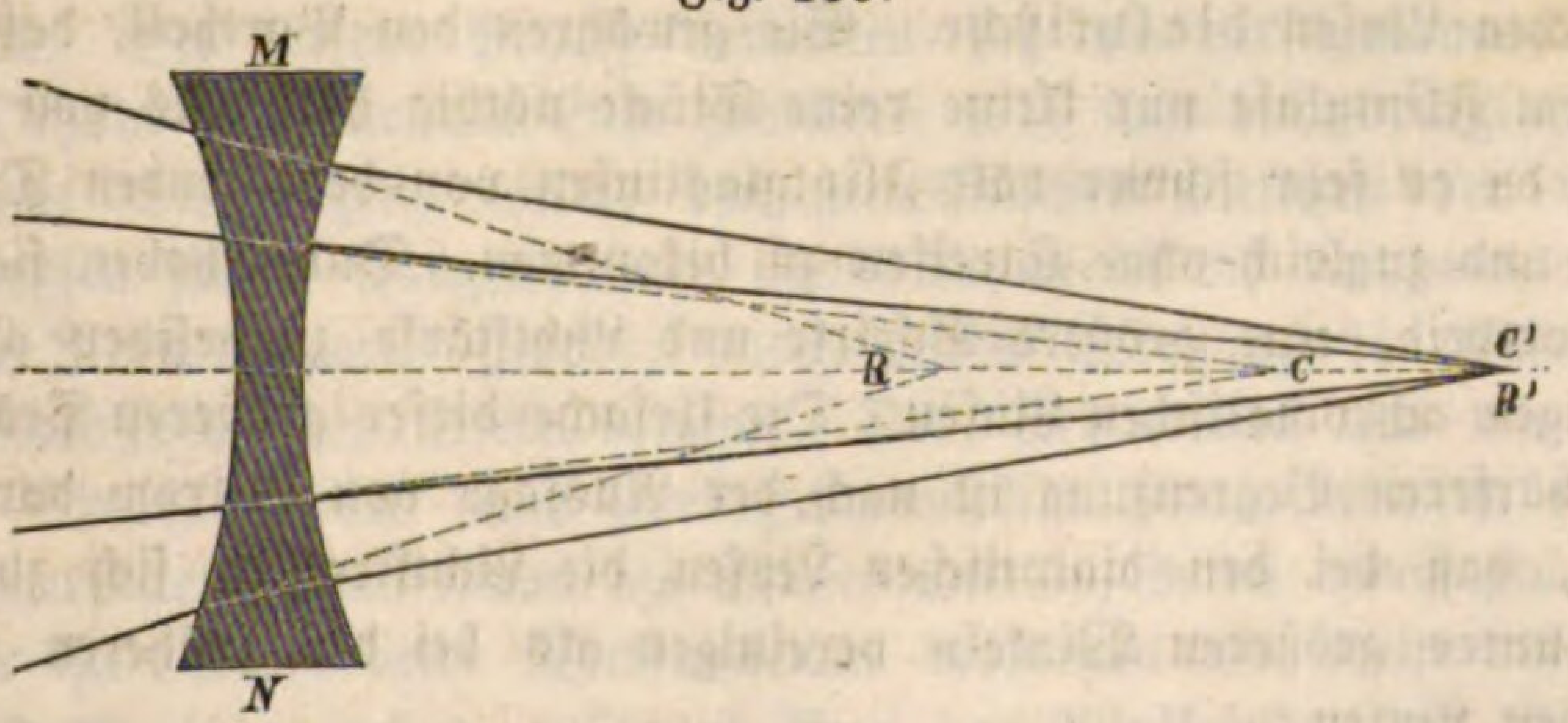
wenn n und n' die Brechungsverhältnisse für irgend einen Strahl gedachter Substanzen bezeichnen, mithin $\frac{n'}{n}$ das relative Brechungsverhältniß für jenen Strahl und $\frac{n' + dn'}{n + dn}$ das für einen andern wäre, die Relation

$$\frac{n' + dn'}{n + dn} = \frac{n'}{n} \text{ oder } \frac{dn'}{dn} = \frac{n'}{n}$$

stattfände und eine solche Relation im ganzen Farbenbilde bestände, indem man vom Roth zum Violet des Spectrums übergeht. Dr. Blair hat durch eine Verbindung von Ammonium und Salzsäure ein Farbenbild erhalten, in welchem die Strahlen dasselbe Zerstreuungsgesetz wie bei dem Kronglas befolgten. Indem er den Raum zwischen zwei Convexlinsen aus Kronglas mit dieser Flüssigkeit füllte, erhielt er eine Linsenverbindung, in welcher die chromatische Abweichung vollständig gehoben war. Die Flüssigkeiten haben das gegen sich, daß sie so leicht verdünsten und verderben, und sich ungleich erwärmt in Schichten von verschiedener Dichte absondern, die das Licht ungleich brechen.

Linsenverbindungen, bei denen die chromatische Abweichung sowohl wie die sphärische Abweichung soviel als möglich aufgehoben ist, nennt man aplanatische. Es tritt hier der glückliche Umstand ein, daß mit der chromatischen Abweichung zugleich auch die sphärische Abweichung bekämpft werden kann. Um sich davon zu überzeugen, sei R (Fig. 159)

Fig. 159.



der Vereinigungspunkt der Randstrahlen und C jener der Centralstrahlen nach ihrem Durchgange durch die Sammellinse. Die Zerstreuungslinse vermindert die Convergenz der Strahlen, so daß beide Vereinigungspunkte entfernter von der Linse zu liegen kommen, und zwar der Vereinigungspunkt der Randstrahlen in größerem Maße als jener der Centralstrahlen, weil die ersteren in Bezug auf die Zerstreuungslinse ebenfalls Randstrahlen sind, mithin eine größere Ablenkung erfahren müssen als die anderen. Werden nun beide Vereinigungspunkte durch die Zerstreuungslinse um ebensoviel einander genähert, als sie früher

nach der Brechung in der Sammellinse von einander entfernt waren; so werden die Randstrahlen und Centralstrahlen nach ihrem Durchgang durch die Doppellinse in einem Punkt zusammenkommen, mithin wird die sphärische Abweichung aufgehoben sein. Durch Veränderung der Krümmungshalbmesser läßt sich die Größe der sphärischen Abweichung auf mannigfaltige Weise verändern, ohne die Brennweite selbst zu ändern; man kann daher die Relation der beiden Glasarten immer so wählen, daß die chromatische Abweichung aufgehoben werde, und dabei das Verhältniß der Krümmungshalbmesser dergestalt ändern, daß die sphärische Abweichung beseitigt, mithin die Doppellinse zu einer aplanatischen werde. Indem auf diesem Wege die Randstrahlen mit den Centralstrahlen zur Vereinigung kommen, wird dies nicht zugleich mit den dazwischen liegenden Strahlen der Fall sein, weßhalb bei einer aplanatischen Linse noch ein Rest der sphärischen wie der chromatischen Abweichung übrig bleibt.

Gewöhnlich stellt man die Flintglaslinse hart an die Kronglaslinse, um eine achromatische Combination zu erhalten, wobei natürlich die Linsen gleiche Oeffnung bekommen müssen. In neuester Zeit hat man jedoch ohne Nachtheil für den Achromatismus die beiden Linsen von einander getrennt, und dadurch den Vortheil erlangt, den ganzen aus der Kronglaslinse austretenden Lichtkegel mit einer kleineren Flintglaslinse auffangen und achromatisiren zu können. Man nennt dergleichen Linsen dialytische. Sie gewähren den Vortheil, daß man von dem Flintglase nur kleine reine Stücke nöthig hat, was von Wichtigkeit, da es sehr schwer hält Flintglaslinsen von bedeutenden Dimensionen und zugleich ohne Streifen zu bekommen. Dabei haben sie noch den Vortheil, eine größere Schärfe und Lichtstärke zu besitzen als die bisherigen achromatischen Linsen. Die Ursache dieser größeren Präcision und schärferen Begrenzung ist nach der Aussage von Littrow darin zu suchen, daß bei den dialytischen Linsen die Lichtstrahlen sich zu dem Bilde unter größeren Winkeln vereinigen als bei den früheren achromatischen Linsen.

Zweiter Abschnitt:

Vom Sehen.

1. Das Auge und der Hergang des Sehens.

Wie mittelst des Gehörsinnes der Schall und der Ton für die Seele objectiv wird, so ist es mittelst des Gesichtssinnes für sie das Licht und die Farbe. Nur noch feiner und mannigfaltiger sind die Gesichtseindrücke als die Gehörempfindungen; doch erhebt sich der eine wie der andere Sinneseindruck erst durch Anwendung des Verstandes zur Vorstellung. Die Einwirkungen auf das Trommelfell wie die Affectionen der Netzhaut sind, wie schon bemerkt worden, gleichsam das rohe Material, aus welchem die Seele im Verein mit dem Verstand sich die Erkenntniß auf eine Weise construiren, die uns wohl immer ein Geheimniß bleiben wird. Das Organ des Gesichtssinnes ist das Auge, welches dazu bestimmt ist die Lichtwirkungen unmittelbar zu empfangen, sie in einem und demselben Punkt der Netzhaut zu concentriren, von wo aus sie dann vermittelst des Sehnerven zum Gehirn gelangen. Bei diesem Proceß verhalten sich die verschiedenen Theile jenes Organs wie für das Licht gebildete, d. h. ihm durchdringliche unorganische Substanzen, welche den gewöhnlichen Gesetzen der Physik unterworfen sind. Ausgenommen allein davon ist die Netzhaut, welche zu dem Nervenapparat gehört, durch dessen Erregung die Außenwelt zum Bewußtsein der Seele kommt. Der Seheindruck hat wie jeder andere Sinneseindruck seine zwei Hauptwirksamkeiten, nämlich einmal die Naturfunction und dann die Sinnesfunction, deren vereinigte Wirkung er ist. Ueber beide Wirksamkeiten vermögen wir mehr oder weniger Auskunft zu geben, während über der Wirksamkeit des Sinnennerves ein dichter Schleier liegt. Was in der Natur als Beschaffenheit, Thätigkeit sich zeigt, tritt durch die Sinnesfunction in das Bewußtsein ein. Es gibt aber verschiedene Thätigkeitsarten der Natur; ihnen entsprechend sind die verschiedenen Sinnesarten. Wenn darum gewisse Verhältnisse und Vorgänge in der Natur von uns nicht wahrgenommen werden, so hat dies nur seinen Grund in der Beschaffenheit unsers Körpers, dem der Sinn dafür abgeht; denn gewiß sind mehr Thätigkeiten in der Natur vorhanden als Sinne im lebendigen Körper. Bei dem Hergang des Sehens dürfte sich jedoch vielleicht eher als bei irgend

einer andern Sinnesoperation zu erkennen geben, wie die Seelenthätigkeit die von der Außenwelt hervorgerufenen Eindrücke zu Anschauungen zu verarbeiten und solche durch Verknüpfung mit anderen Anschauungen zu vervollständigen sucht. Auch dürften die Eigenschaften und Unvollkommenheiten des Gesichtssinnes zu Täuschungen oder unrichtigen Urtheilen häufiger Anlaß geben können als die der übrigen Sinne. Es sind dies triftige Gründe, welche den Physiker auffordern müssen, mit den Vorgängen des Sehens nach verschiedenen Seiten hin sich zu beschäftigen und die Wirksamkeit der einzelnen Theile des Gesichtsorganes möglichst genau kennen zu lernen.

Der ganze Sehapparat ist in dem Augapfel enthalten, welcher aus zwei Kugelsegmenten zusammengesetzt ist, deren vorderes eine mehr convexe Form als das hintere hat. Dieser Augapfel befindet sich in der aus Knochen gebildeten Augenhöhle, an welche er durch sechs Muskeln befestigt ist, die ihm gestatten sich in seiner Höhle nach allen Seiten bis auf eine gewisse Weite hin und her zu bewegen. Die äußerste Hülle besteht aus einer weißen und undurchsichtigen Haut, der sogenannten harten Haut, deren vorderer Theil das sichtbare Weiße des Auges bildet, und der durchsichtigen Hornhaut, welche mit ihrem Rande in die harte Haut eingefügt ist. Unter der harten Haut liegt die aus einem zarten Zellgewebe und lauter Adern ohne Nerven bestehende Aderhaut, die von einem schwarzen Pigmente durchdrungen ist, das den Zweck hat, denjenigen Theil der eingetretenen Lichtstrahlen, welcher der Deutlichkeit schaden würde, zu absorbiren. Vorne unmittelbar hinter der Hornhaut geht die Aderhaut in die Iris oder Regenbogenhaut über, die dem Auge seine Farbe gibt. Die Iris hat in der Mitte eine runde Oeffnung, die Augenöffnung oder Pupille, welche sich im schwachen Lichte erweitert, in starkem zusammenzieht. Hinter der Regenbogenhaut gegen das Innere des Auges zu liegt die Krystalllinse, welche eine schichtenartige Structur hat und an der hinteren Fläche stärker gewölbt ist als an der vorderen. Zwischen der Krystalllinse und der Hornhaut befindet sich eine etwas salzige durchsichtige Flüssigkeit, welche die wässerige Feuchtigkeit genannt wird: der ganze Raum zwischen der Krystalllinse und dem Hintergrunde des Augapfels ist von einer gallertartigen durchsichtigen, in einem zarten Häutchen eingeschlossenen Flüssigkeit ausgefüllt, welche Glasfeuchtigkeit heißt. Am hinteren Theile des Augapfels endlich, tritt durch eine Oeffnung der harten Haut der Sehnerve in der Form eines dünnen Federkiels ein, und breitet sich in ein sehr feines Nervengewebe aus, welches die Netzhaut genannt wird, die so gleichsam als ein Theil des Gehirnes gelten kann, der in das Auge hineinragt. — Die mitt-

leren Dimensionen der verschiedenen Theile des menschlichen Auges sind folgende:

Krümmungshalbmesser der harten Haut . . .	10 bis	11	Millim.;
Krümmungshalbmesser der Hornhaut	7 „	8	„
Durchmesser der Regenbogenhaut	11 „	12	„
Durchmesser der Pupille	3 „	7	„
Vorderer Krümmungshalbmesser der Krystalllinse	7 „	8	„
Hinterer Krümmungshalbmesser der Krystalllinse	5 „	6	„
Durchmesser der Krystalllinse		10	„
Dicke der Krystalllinse		5	„

Die Brechungsverhältnisse der verschiedenen, im Auge enthaltenen durchsichtigen Substanzen sind folgende:

für die wässerige Feuchtigkeit	1,337;
für die gläserne Feuchtigkeit	1,339;
für die äußere Hülle der Krystalllinse . .	1,377;
für den mittlern Theil derselben	1,379.

Die Art, wie dieser Apparat wirkt, läßt sich kurz folgendermaßen angeben. Die Lichtstrahlen, welche von einem entfernt leuchtenden Punkte herkommend in das Auge eintreten, werden schon in der wässerigen Feuchtigkeit convergirend gemacht, dann durch die Krystalllinse unter Mitwirkung der Glasfeuchtigkeit in einem Punkte des Hauptstrahls vereinigt, wo nämlich derselbe die Netzhaut trifft; dieser Punkt ist das Bild des leuchtenden Punktes. Auf ähnliche Weise entstehen von andern leuchtenden Punkten an Stellen der Netzhaut, wo sie von den denselben entsprechenden Hauptstrahlen getroffen werden, Bilder, so daß auf der Netzhaut ein kleines umgekehrtes Bild des Gegenstandes zum Vorschein kommt. Eine wesentliche Bedingung des Sehens ist die Entstehung eines solchen Bildes: denn wird die Krystalllinse undurchsichtig, wie dies beim grauen Staar der Fall ist, so tritt Blindheit ein, welche dadurch sich beseitigen läßt, daß man die undurchsichtig gewordene Krystalllinse aus dem Auge nimmt und durch eine sogenannte Staarbrille ersetzt. Damit soll jedoch keineswegs behauptet werden, daß jenes Bild den eigentlichen Gegenstand der Anschauung abgibt; man will nur sagen, daß durch das Zustandekommen von scharf begrenzten Abbildungen äußerer Gegenstände, im Hintergrunde des Auges die Bestimmtheit des Eindruckes bedingt wird, den die von einem und demselben leuchtenden Punkte ausgegangenen Lichtstrahlen auf der Netzhaut machen, was sich nicht mehr ereignen wird, wenn jene Strahlen sich nicht wieder in einem einzigen Punkte der Netzhaut vereinigen. Es thut deßhalb auch nichts zur Sache, daß das auf der Netzhaut entworfene Bild bezüglich des Gegenstandes eine umgekehrte Lage hat. Denn

die Anschauung kommt erst dadurch zu Stande, daß der Verstand den durch das Netzhautbild hervorgerufenen Eindruck sofort auf seine Ursache zurückführt. Bei diesem Zurückgehn von der Wirkung auf die Ursache verfolgt er aber die Richtung, in welcher er den Punkt, von dem die Affection der Netzhaut herrührt, zu suchen hat; wodurch es denn geschieht, daß am Gegenstande oben liegt, was in dem Eindrucke unten war. — Eine zweite wesentliche Bedingung des Sehens ist die Empfindlichkeit der Netzhaut und des Sehnerves; denn werden diese gelähmt, so erfolgt Blindheit, wie das beim schwarzen Staar der Fall ist, wenn auch das Auge offen bleibt und die verschiedenen Feuchtigkeiten ihre Durchsichtigkeit behalten.

Durch folgenden Versuch kann man sich überzeugen, daß das Netzhautbild eine verkehrte Lage habe. Man halte vor das Auge ein Kartenblatt mit einer kleinen Oeffnung, und schaue durch dieselbe nach einer Lichtflamme, indem man nahe am Auge die Spitze einer Stecknadel von unten nach oben bewegt: die oberen Theile der Flamme werden zuerst abgehalten zum Auge zu kommen, beim weiteren Hinaufrücken der Spitze verschwinden auch die tiefer liegenden Theile, so daß es den Anschein hat als wäre die Nadelspitze von oben nach unten bewegt worden. — Daß die Bilder der äußern Objecte sich verkehrt auf der Netzhaut abmalen, kann man auch an einem Menschen- oder Ochsenauge zeigen, das man bald nach dem Tode herausgenommen hat. Befreit man den hintern Theil des Auges von seinem Fette und verdünnt die harte Haut mit einem scharfen Instrument, bringt dann vor die Hornhaut in einiger Entfernung einen hellen Gegenstand; so erblickt man, wenn man sich hinter das Auge stellt, auf dem Hintergrunde desselben ein umgekehrtes sehr scharfes Bild des Gegenstandes, welches an Größe zu- oder abnimmt, je nachdem man denselben nähert oder entfernt. Vermittelst eines Kaninchenauges, dessen hintere Haut durchsichtig ist, läßt sich dieser Versuch noch leichter anstellen. — Man hat auch eigene Vorrichtungen, sogenannte künstliche Augen, zur Versinnlichung dieser Vorgänge. Ein solches Auge besteht aus einer hohlen Messingkugel, die vorn eine runde Oeffnung (Pupille) hat und in der Mitte eine doppeltconvexe Linse (Krystalllinse) enthält. Vor der Pupille ist ein Uhrglas angebracht, welches die Hornhaut darstellt, und an der Hinterfläche nahe im Brennpunkt jener Linse befindet sich eine mattgeschliffene Glastafel, welche die Stelle der Netzhaut vertritt.

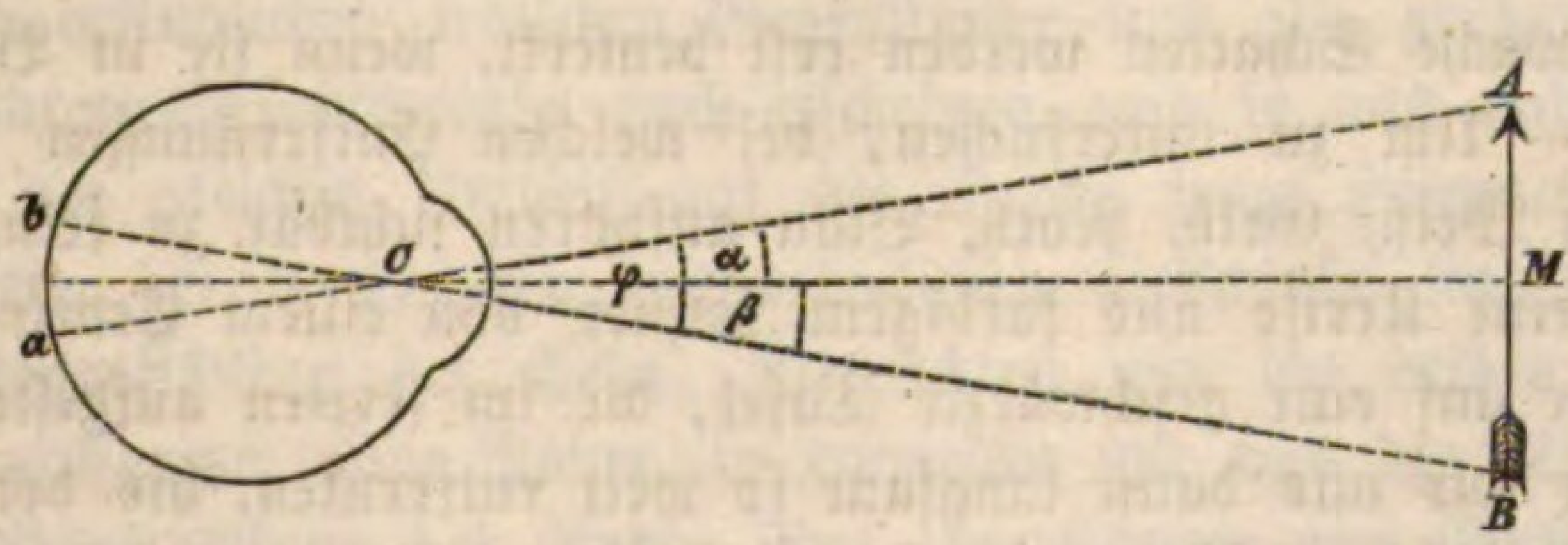
Aus dem Vorhergehenden lassen sich die Gesetze, welche beim Sehen stattfinden, nicht nur begreifen, sondern zum Theil auch auf rationellem

Wege daraus ableiten. Die wichtigeren dieser Gesetze mögen nun zur Sprache kommen:

1) Die Richtungslinien, d. h. die geraden Linien, welche von den verschiedenen Punkten eines Gegenstandes zu deren Bildern auf der Netzhaut gezogen gedacht werden, durchschneiden einander sämmtlich in einem und demselben im Innern des Auges liegenden Punkt, welchen man den Kreuzungspunkt nennt. Aus dieser Eigenschaft folgt, daß zwei leuchtende Punkte, deren Richtungslinien in einerlei Gerade fallen, einander decken müssen. Die Richtigkeit dieser Aussage beweist folgender Versuch, welcher zugleich die Behauptung bestätigt, daß der Kreuzungspunkt mit dem Mittelpunkt der Hornhautkrümmung zusammenfällt. Auf einem Brette wurde der Durchschnitt eines Auges möglichst genau gezeichnet und durch den Krümmungsmittelpunkt der Hornhaut drei Linien gezogen, von denen die mittlere die Richtung der Augenachse hatte, unter welcher gewöhnlich die mit der größten Dimension des Auges zusammenfallende Gerade verstanden wird, und die seitlichen Linien mit dieser Achse einen Winkel von 15° bildeten. Die Punkte, in denen die Netzhaut von den beiden letzten Linien geschnitten wurde, und welche 1 Centimeter von einander entfernt lagen, trug man auf die harte Haut eines menschlichen Auges über, machte in jenen Punkten zwei Spalten und beseitigte dann behutsam die Adernhaut mit ihrem Pigment. Hierauf setzte man das Auge über der Figur in einen Ring von Wachs und bewegte vor demselben ein Kerzenlicht: die Spalten wurden nur erhellt, wenn das Licht in den aufgetragenen Richtungslinien sich befand.

2) Unter Sehwinkel, Gesichtswinkel versteht man den Winkel, welchen die zu den äußersten Enden des gesehenen Gegenstandes gehörigen Richtungslinien mit einander bilden. Es sei $AB = r$ (Fig. 160)

Fig. 160.



ein leuchtender Gegenstand vor dem Auge, ab das Netzhautbild des Gegenstandes, der in der Entfernung $CM = a$ von dem Kreuzungspunkt C sich befindet; ACB ist dann der Sehwinkel, der durch φ dargestellt

werden mag. Man hat $AM = CM \tan\alpha$ und $BM = CM \tan\beta$; woraus $r = a(\tan\alpha + \tan\beta) = a(\alpha + \beta) = a\varphi$, wenn statt der Tangenten der Winkel die Sehwinkel selbst genommen werden, welche fast immer sehr klein sind. Der Sehwinkel kann als Maß der scheinbaren Größe des Gegenstandes dienen, unter welcher die Größe des von demselben im Auge erzeugten Bildes im Vergleich zum Abstande des Kreuzungspunktes des Auges von seiner Netzhaut verstanden wird. Der Sehwinkel selbst wird durch die absolute Größe r des Gegenstandes und durch seine Entfernung a vom Auge bestimmt; er ist desto größer, je größer die Dimension des Gegenstandes und je kleiner dessen Entfernung ist. — Auch die Größe des Abstandes zweier Punkte wird nach dem Sehwinkel beurtheilt, unter welchem er uns erscheint. Daher kommt es, daß die Gegenstände desto näher an einander gerückt uns vorkommen, je weiter sie von uns entfernt sind; daß Gegenstände, denen wir uns nähern, mehr und mehr aus einander zu rücken scheinen, die näheren in stärkerem, die entfernteren in geringerem Maße. Zwei parallele Baumreihen scheinen in convergirenden Richtungen zu stehen, weil der Abstand für die entfernten Bäume unter einem kleineren Sehwinkel wahrgenommen wird; ein entferntes Kornfeld stellt sich uns als eine zusammenhängende Masse dar, weil die Sehwinkel der Abstände der einzelnen Aehren für uns nicht mehr wahrnehmbar sind. — Die Größe des Sehwinkels, bei welcher ein Gegenstand dem bloßen Auge erkenntlich wird, hängt außer der Beschaffenheit des Auges auch ab von dem Grade der Beleuchtung, von der Farbe, von der Bewegung oder Ruhe des Gegenstandes, von der Natur des Hintergrundes. Für ein gewöhnliches Auge pflegt man bei mäßiger Beleuchtung den kleinsten Sehwinkel zu 30 Secunden anzunehmen; einen glänzenden Silberdraht auf dunkelm Grunde sieht man aber noch unter einem Winkel von 2 Secunden; die hellen Fixsterne werden noch gesehen, bei denen jener Winkel wegen seiner Kleinheit nicht mehr meßbar ist; schwache Schatten werden erst bemerkt, wenn sie in Bewegung kommen. — Um zu untersuchen, bei welchen Entfernungen jede der vier Farben Weiß, Gelb, Roth, Blau aufhören sichtbar zu sein, klebten wir vier kleine Kreise aus farbigem Papier von einem Centimeter im Durchmesser auf eine geschwärzte Tafel, die im Freien aufgestellt war, von welcher wir uns dann langsam so weit entfernten, bis der farbige Kreis vollständig verschwand. Das Weiß wirkt am mächtigsten auf die Netzhaut, dann kommt Gelb, darauf Roth und zuletzt Blau. Die Resultate, wie wir solche zu der nämlichen Zeit mit vier verschiedenen Personen erhalten haben, finden sich hier zusammengestellt:

Beobachter.	Entfernungen in Metern, bei denen die Kreise verschwanden.			
	Blau.	Roth.	Gelb.	Weiß.
Erster . . .	15.	16.	27.	30.
Zweiter . . .	16.	22.	34.	39.
Dritter . . .	32.	45.	70.	81.
Vierter . . .	48.	56.	110.	112.

Es hat nun keine weitere Schwierigkeit den Gesichtswinkel zu bestimmen, unter welchem jede der vier genannten Farben für das betreffende Auge aufhört sichtbar zu sein.

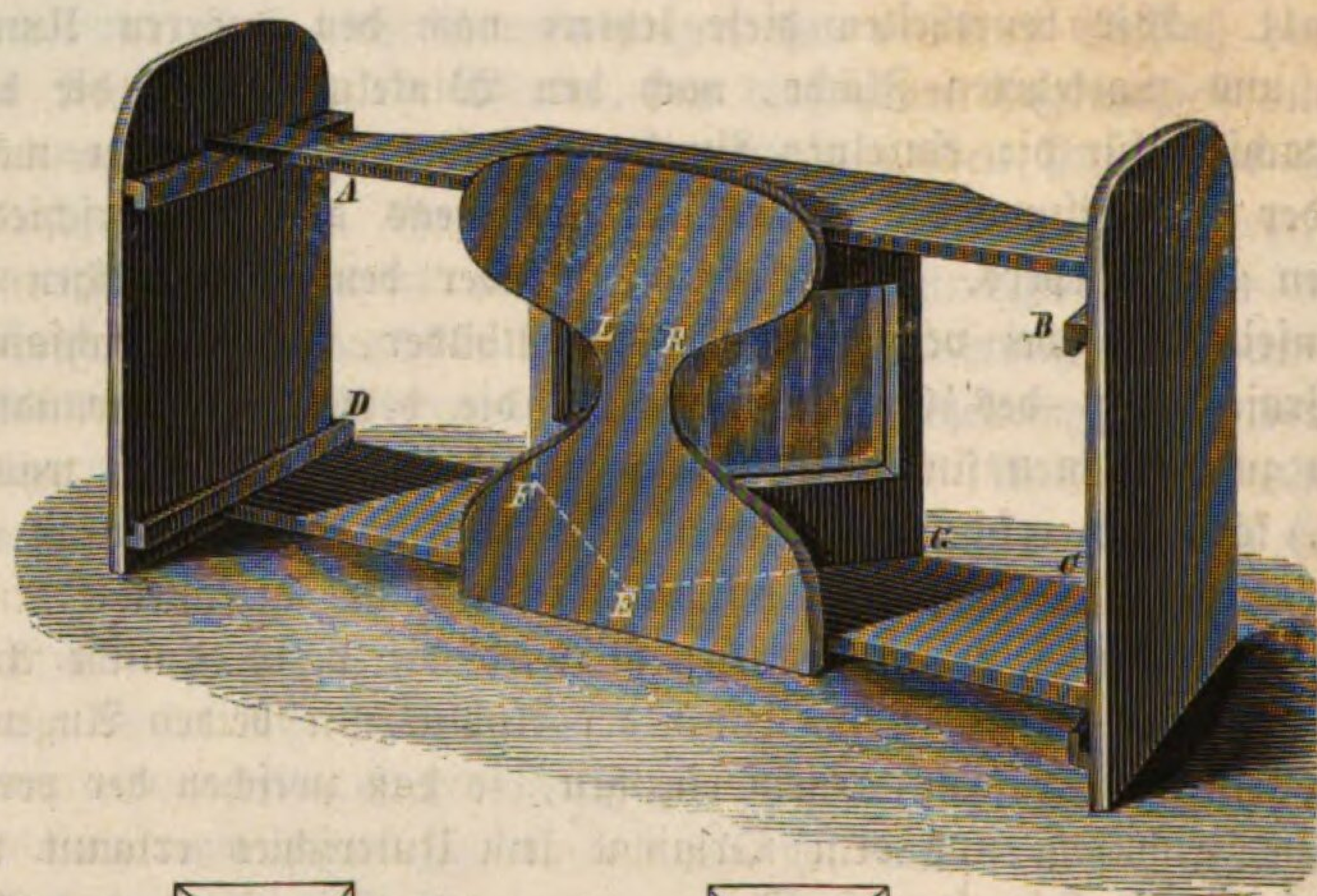
3) Ein Urtheil über die wahre Größe eines Gegenstandes können wir nur fällen, wenn wir zugleich in der nämlichen Entfernung an denselben einen Maßstab von bekannter Größe legen. Sind wir auf irgend eine Weise dahin gelangt, ein Urtheil über die Entfernung uns zu verschaffen und ihren Einfluß abzuschätzen; so vermögen wir auch über die wahre Größe eines entfernten Objects ein richtiges Urtheil abzugeben. Das Bild eines Mannes kann auf der Netzhaut des Beobachters kleiner sein als das eines Kindes, und dennoch irrt sich der Beobachter nicht in Betreff der Größe dieser beiden Personen, weil dem Urtheil nach die Entfernung des Mannes größer ist als die des Kindes. Die scheinbare Größe des vor das Auge gehaltenen Fingers übertrifft jene des entfernt gelegenen Gebäudes, und doch sehen wir letzteres größer als den Finger, weil der Einfluß der Entfernung zur gehörigen Abschätzung gekommen ist. — In denjenigen Fällen, wo wir aus Mangel an Uebung die Entfernung nicht richtig zu beurtheilen im Stande sind, bauen wir auf die Sinneseindrücke ohne weitere Untersuchung ein Urtheil, das einer optischen Täuschung unterliegen kann: dies ereignet sich z. B., wenn wir von einem Thurme herab die Gegenstände auf der Erde betrachten, die sämmtlich uns verkleinert vorkommen. Der Mond und die Sonne scheinen beim Auf- und Untergehen größer als wenn sie einen hohen Stand haben, weil wir die am Horizont befindlichen irdischen Gegenstände uns alle größer vorstellen als sie ihrem Gesichtswinkel nach erscheinen, und so uns nicht erwehren können, ein gleiches Urtheil auf die Größe jener Himmelskörper zu übertragen, bei denen wir den nämlichen Sehwinkel finden, wie bei vielen Gegenständen der Erde. Betrachten wir die beiden Himmelskörper durch eine lange Röhre, so entziehen wir uns die Mittel, welche bei der Beurtheilung der Größe über jene Körper von Einfluß waren; ihre Größe wird nunmehr bloß nach der Größe des Sehwinkels geschätzt, weßhalb beide Körper uns nun nicht mehr vergrößert erscheinen.

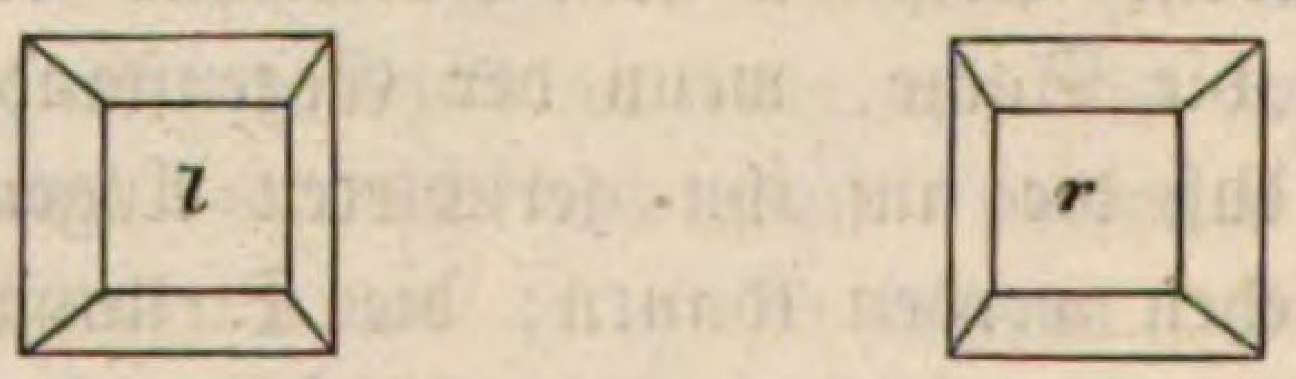
4) Alles was wir über Entfernung eines Gegenstandes aussagen, geschieht in Folge eines Urtheils, das durch Empfindungen her-

vorgerufen wird, welche mit der Entfernung des Objects vom Auge sich ändern. Auf diese Empfindungen hat einmal Einfluß der optische Winkel, d. h. der Winkel, den die beiden Augenachsen mit einander machen, wenn sie auf einen und denselben Punkt des Gegenstandes gerichtet sind. Je näher der Gegenstand dem Auge liegt, desto größer ist dieser Winkel und desto mehr Anstrengung kostet es den Muskeln, den Augenachsen die erforderliche Richtung zu geben. Die Empfindung dieser Anstrengung wird als Beurtheilungsmittel der Entfernung des betrachteten Gegenstandes benutzt. Aus diesem Grunde irrt man sich seltener in seinem Urtheil, wenn man auf einen Gegenstand mit beiden Augen hinsieht als nur mit einem, wie folgender Versuch zeigt. Man hänge einen kleinen Ring an einem dünnen Faden auf und stelle sich so, daß man die Oeffnung im Ringe nicht sieht. Hierauf nehme man einen ohngefähr 3/4 Meter langen Stab, der an einem Ende mit einem Haken versehen ist, und versuche denselben in die Oeffnung des Ringes zu bringen. Es wird nicht leicht gelingen, wenn man bloß ein Auge gebraucht, während man selten fehlen wird, wenn man beide Augen zu Hülfe nimmt. — Dann ist von Einfluß der Grad der Deutlichkeit, mit der wir den Gegenstand sehen, so wie die Stärke seiner Beleuchtung. Weiße Gebäude, beschneite Berge halten wir für näher als andere gleich weit entfernte aber schwach beleuchtete Gegenstände; im Nebel verändern sich Größe und Entfernung der Umgebung auf eine auffallende Weise. — Ferner leitet die Menge der zwischen dem Auge und dem Gegenstande liegenden Dinge unser Urtheil über die Entfernung des Gegenstandes. Die Breite eines Flusses, der Flächenraum einer Wiese kommen uns größer vor, sobald wir Gegenstände darauf wahrnehmen. — Einen weiteren Einfluß äußert die scheinbare Größe; hohe Berge scheinen wegen des großen Gesichtswinkels näher zu sein als sie wirklich sind. In vielen Fällen wird auch die Entfernung eines Gegenstandes nach seiner Lage gegen Dinge von bekannter Entfernung beurtheilt. — Je mehr derartige Empfindungen bei der Beurtheilung der Entfernung in Betracht kommen, desto richtiger wird die Abschätzung darüber ausfallen. Bei nahen Gegenständen wirken alle diese Umstände zusammen und gewähren uns eine große Sicherheit des Urtheils; bei größeren Entfernungen verlassen uns diese Hülfsmittel mehr und mehr, bis endlich bei einer Entfernung, welche eine gewisse Grenze übersteigt, nichts übrig bleibt, worauf wir unser Urtheil gründen könnten. Wir fühlen uns so genöthigt, alle jenseits dieser Grenze vorkommenden Dinge als gleichweit entfernt anzunehmen: daher kommt es, daß uns alle Gestirne, selbst die hohen Meteore an der Oberfläche einer Kugel zu liegen scheinen.

5) Die scheinbare Gestalt eines Körpers ist nicht seine wahre Gestalt. Wir beurtheilen diese letztere nach den äußeren Umrissen seiner uns zugekehrten Fläche, nach den Winkeln, welche die beiden Augenachsen für die einzelnen Punkte derselben mit einander machen, nach der Vertheilung des Lichtes und Schattens auf den verschiedenen Theilen des Körpers. Hauptsächlich ist aber dem gleichzeitigen Vorhandensein der zwei verschiedenen Netzhautbilder, welche gleichsam als die Projectionen des Gegenstandes auf die beiden Hinterwände der Augen zu betrachten sind, der Erfolg zuzuschreiben, daß das, was wir sehen, körperlich erscheine. Richten wir nämlich die Augen auf einen sehr entfernten Gegenstand, mithin die auf ihn gerichteten Augenachsen als parallel gelten können; so wird die perspectivische Ansicht für jedes Auge dieselbe sein, daher der Anblick mit beiden Augen sich herausstellen wie der mit einem einzigen, so daß zwischen der perspectivischen Zeichnung und dem Original kein Unterschied erkannt wird. Anders verhält sich aber die Sache, wenn der Gegenstand den Augen näher liegt, dergestalt, daß die auf ihn gerichteten Augenachsen nicht mehr als parallel angesehen werden können: die Stellung der Augen wird dann eine verschiedene, die Gleichheit der Anschauung hört für sie auf, indem der Gegenstand jedem Auge eine andere perspectivische Ansicht darbietet. Betrachten wir in der That einen gerade vor uns gehaltenen Würfel bald mit dem einen, bald mit dem andern Auge; so sieht jedes Auge etwas Anderes, weil der Würfel eben von zwei verschiedenen Gesichtspunkten aus betrachtet wird. Man sieht also bei nahen Gegenständen mit beiden Augen mehr als mit einem, und ist so eher in den Stand gesetzt das Körperliche wahrzunehmen. — Welche wichtige Dienste beim Sehen naher Gegenstände in dieser Beziehung der Gebrauch beider Augen leistet, hat Wheatstone durch das von ihm erdachte katoptrische Stereoskop bewiesen. Dasselbe besteht aus einem an der Rückseite offenen Kasten ABCD (Fig. 161), an dessen Vorderwand zwei Oeffnungen R und L für die beiden Augen angebracht sind. Hinter den Oeffnungen sind zwei gegen einander rechtwinklig geneigte Spiegel EF, EG so aufgestellt, daß die Halbirungslinie des Winkels FEG die Vorderwand AB in der Mitte zwischen R und L senkrecht schneidet. Eine auf der Seitenwand AD befindliche Zeichnung wird mittelst des Spiegels EF nur von dem Auge L und eine auf der Seitenwand BC angebrachte Zeichnung wird mittelst des Spiegels EG nur von dem Auge R wahrgenommen. Durch schickliche Stellung der Zeichnung und der Spiegelkante gegen die Vorderwand kann man es leicht dahin bringen, daß beide Bilder an derselben Stelle gesehen werden. Entsprechen nun die auf den Seitenwänden AD und BC

Fig. 161.



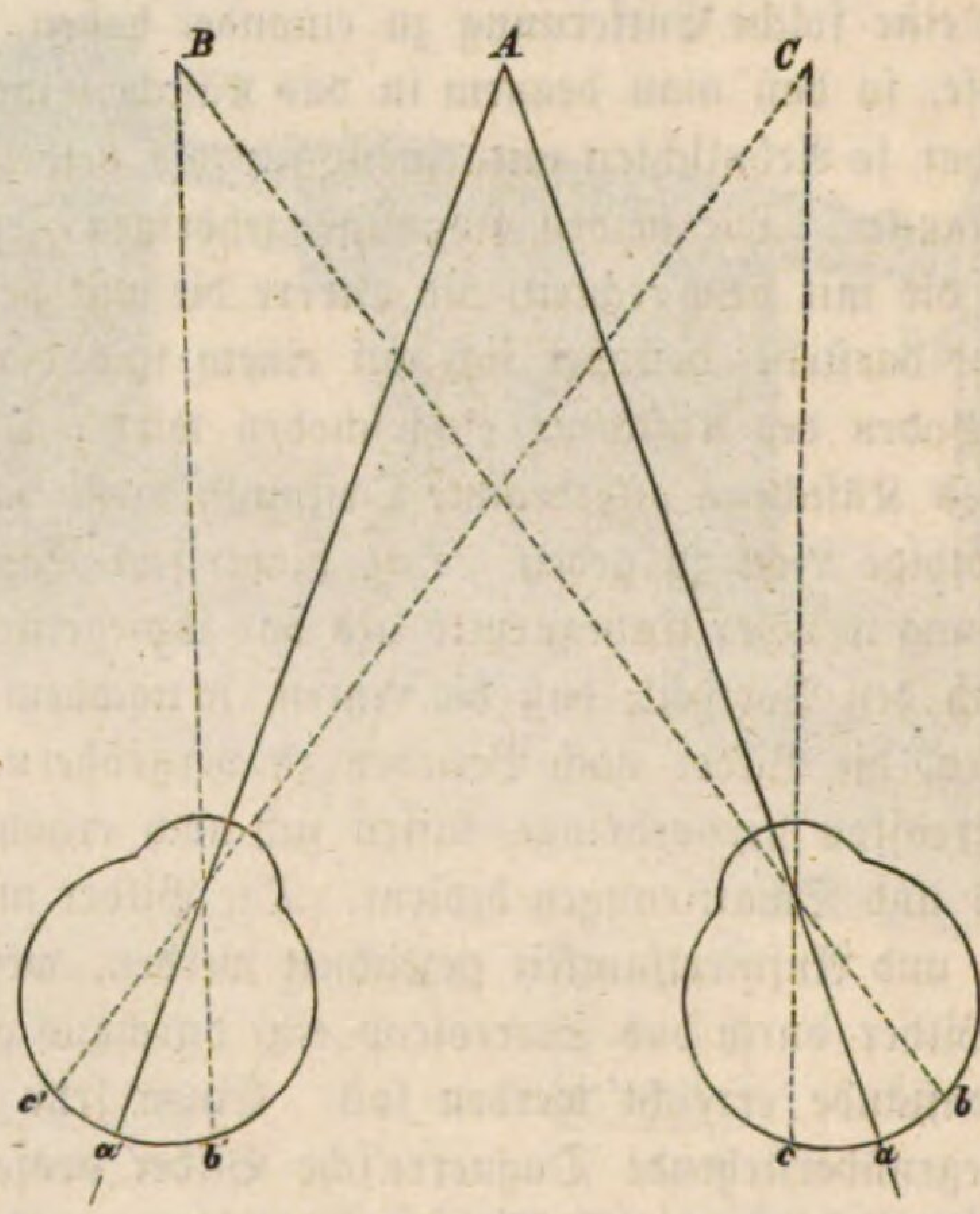


liegenden Zeichnungen den Ansichten, wie solche eine abgestumpfte Pyramide, deren Spitze gegen das Auge gekehrt ist, darbietet, wenn man sie mit dem linken Auge, und dann mit dem rechten Auge in der nämlichen Entfernung sieht, wie dies beiläufig die Figuren r und l angeben; so wird man, wenn man mit beiden Augen durch die Oeffnungen blickt, eine wirkliche Pyramide mit der Spitze gegen das Auge gekehrt, vor sich zu haben glauben. Verwechselt man die beiden Bilder in ihrer Lage, so glaubt man eine Pyramide zu sehen, deren Spitze vom Auge abgewendet ist. Auf diese Weise lassen sich von allerlei Gegenständen nach den gewöhnlichen Regeln der Perspective Zeichnungen entwerfen, wie solche als Projectionen von dem rechten und dem linken Auge aufgenommen werden; so daß durch Betrachtung zweier dergleichen zusammengehöriger Zeichnungen mittelst des Stereoskops das genaue Seitenstück des Körpers hervortritt, nach welchem die Zeichnungen angefertigt wurden. Das Stereoskop hat also den Zweck, wie dessen Namen andeutet, Nachbildungen körperlich darzustellen. — Das von Brewster angegebene dioptrische Stereoskop erhält man, wenn man eine biconvexe Linse von ohngefähr 15 Centimeter Brennweite in zwei Hälften zerschneidet, aus denen dann zwei vollkommen symmetrische neue Linsen verfertigt werden. Diese beiden Linsenstücke faßt man jede für sich in Hülsen, die sich in zwei kurzen Messingröhren auf- und abschieben lassen. Die Röhren befestigt man

dann auf zwei in dem Deckel eines hölzernen Kästchens befindlichen Oeffnungen, welche eine solche Entfernung zu einander haben, wie die beiden Augen im Kopfe, so daß man bequem in das Kästchen hineinsehen kann. Der Apparat hat so Aehnlichkeit mit einem für die beiden Augen eingerichteten Operngucker. Die beiden zusammengehörigen Zeichnungen, von denen die eine die mit dem rechten, die andere die mit dem linken Auge gesehene Ansicht darstellt, befindet sich auf einem und demselben Blatte, das auf dem Boden des Kästchens eingeschoben wird. Die in der vorderen Wand des Kästchens angebrachte Oeffnung dient dazu, den Zeichnungen das nöthige Licht zu geben. Das dioptrische Stereoskop hat in seiner Handhabung weniger Unbequemes als das Spiegelstereoskop; dabei gewährt es noch den Vortheil, daß die Linsen, je nachdem sie geschnitten werden, gestatten, die Bilder nach Belieben zu vergrößern. Die Effecte, welche das Stereoskop hervorbringt, lassen sich noch erhöhen, wenn man sich der Farben und Schattirungen bedient. Die Bilder müssen aber mit vieler Sorgfalt und Aufmerksamkeit gezeichnet werden, wenn in der Betrachtung der Bilder durch das Stereoscop eine durchaus getreue Erscheinung der Gegenstände erreicht werden soll. Einen sehr schönen Effect machen zwei gegenüberstehende Daguerre'sche Bilder desselben Körpers, wovon das eine den Körper darstellt wie er mit dem rechten, das andere wie er mit dem linken Auge in der gehörigen Entfernung gesehen würde. Auf diese Art kann man Statüen, Portraits, Gegenden, Bauwerke auf das Täuschendste darstellen, so daß man Erscheinung und Wirklichkeit nicht unterscheiden kann. — Der Gebrauch beider Augen erhöht nicht bloß die Deutlichkeit, sondern auch die Helle, mit der man die Gegenstände sieht. Denn bringt man bloß zwei weiße Blätter statt der Zeichnungen in das Stereoskop, so erscheint das Bild heller, wenn man mit beiden Augen als wenn man nur mit einem hineinsieht. Von der Richtigkeit dieser Aussage kann man sich auch dadurch überzeugen, daß wenn man einen Streifen von weißem Papier ansieht, vor das eine Auge einen Schirm hält, welcher für dasselbe die eine Hälfte des Papierstreifens verdeckt, der Theil, welcher mit beiden Augen zugleich gesehen wird, heller erscheint als der andere, den man nur mit einem Auge sieht.

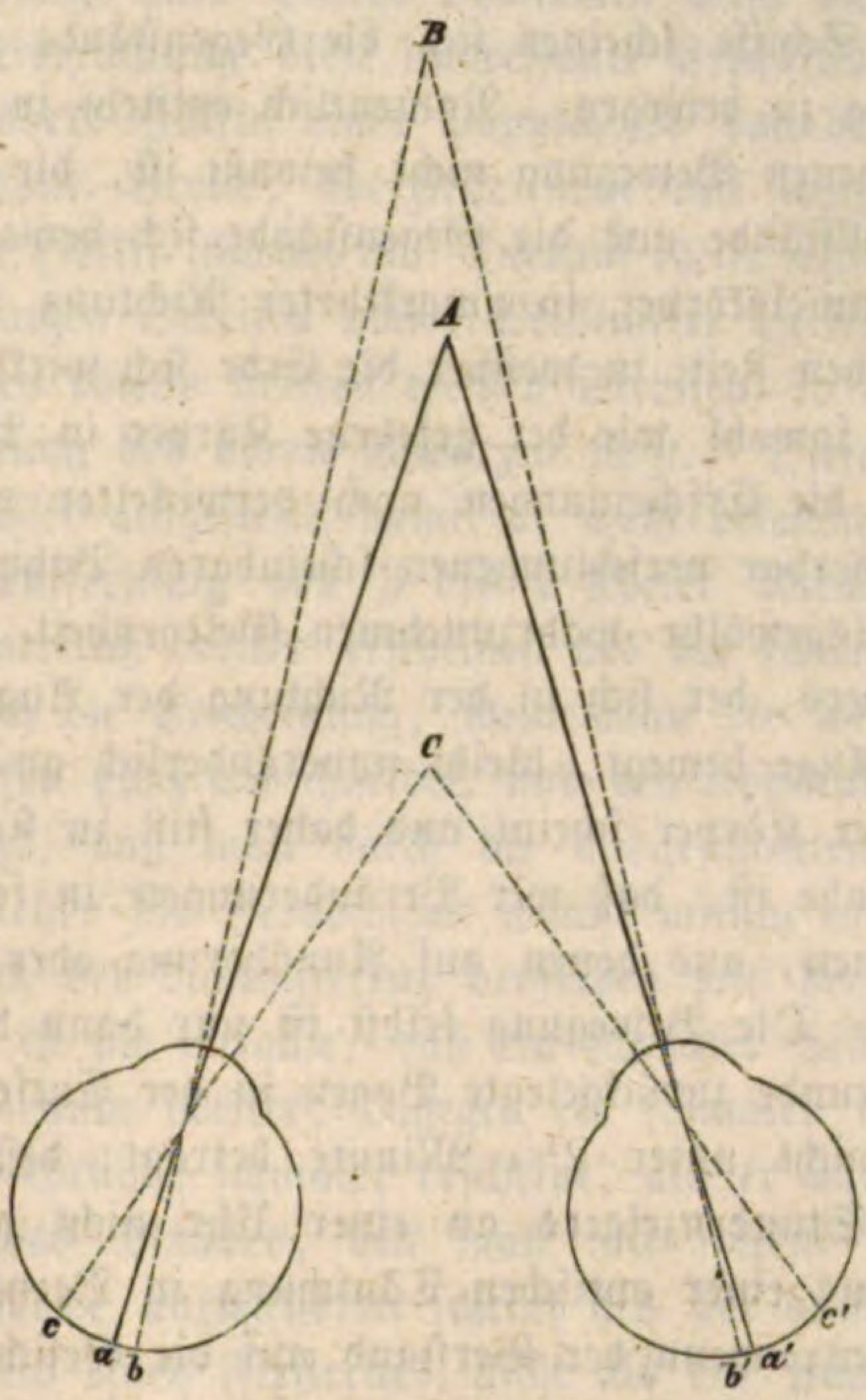
6) Der Mensch sieht mit den beiden Augen in der Regel einen Gegenstand nur *einfach*, obschon er von demselben für jedes Auge ein besonderes Bild empfängt. Die Einwirkung eines Lichtpunktes erfolgt zwar für jedes Auge in einer andern Richtung, doch werden beide Wirkungen von *einem* Punkt ursächlich herkommend anerkannt. Richten wir in der That die beiden Augenachsen auf einen bestimmten Gegenstand A (Fig. 162), so fallen die Bilder a und a′ auf die Mitte

Fig. 162.



der Netzhaut eines jeden Auges; die daselbst hervorgerufenen Eindrücke werden aber wie gesagt auf einen Gegenstand bezogen, wodurch das doppelt Empfundene zu einem einfach Angeschauten wird. Die neben A befindlichen Gegenstände B und C werden ebenfalls bloß einfach gesehen, weil beide Bilder von B rechts und die von C links von der Mitte liegen, somit auf einander entsprechende Stellen der Netzhaut fallen und als eines zum Bewußtsein kommen. Treffen aber die Bilder eines Gegenstandes in beiden Augen die nicht zu einander gehörigen Stellen der Netzhaut, so gelangen die Bilder getrennt zum Bewußtsein und dann sehen wir eben doppelt. — Sind z. B. die Augenachsen auf den Gegenstand A (Fig. 162, a) gerichtet, so erscheint das Bild des nähern Gegenstandes B oder des entfernteren C in einem Auge rechts und im andern links von der Mitte. Ein solches Doppeltsehen stellt sich auch ein, wenn man ein Auge mit dem Finger seitwärts drückt und dadurch bewirkt, daß die zwei Bilder in beiden Augen nicht mehr auf gleichnamige Stellen der Netzhaut fallen. — Der Grund des übereinstimmenden Sehens liegt demnach in etwas Innerem, von der Oertlichkeit auf der Netzhaut Abhängigem, wodurch die durch die beiden Bilder hervorgerufenen Empfindungen zu einer einzigen zusammenfließen, aus der unmittelbar die Anschauung entspringt, welche jedoch eher das Werk des Verstandes als des Sinnes ist. Der habituell

Fig. 162 a.



Schielende sieht ebenfalls Alles nur einfach, weil der Verstand nach und nach auf jeder Netzhaut die Stellen hat kennen gelernt, welche von den aus einem Punkt ausgehenden Strahlen bei der außergewöhnlichen Lage der Augen gleichzeitig ergriffen werden. Dagegen wird derjenige, dessen Augen durch irgend eine Ursache plötzlich eine bleibende verdrehte Stellung annehmen, in der ersten Zeit Alles doppelt sehen und nach einiger Zeit erst wieder die Fähigkeit des Einfachsehens erlangen, wenn es ihm gelungen ist die überlieferten Sinneseindrücke zu einer Wahrnehmung zusammenzuschmelzen. Johannes Müller sieht deßhalb beide Augen als zwei Zweige mit einfacher Wurzel an, und jedes Theilchen der einfachen Wurzel gleichsam in zwei Zweige für beide Augen gespalten.

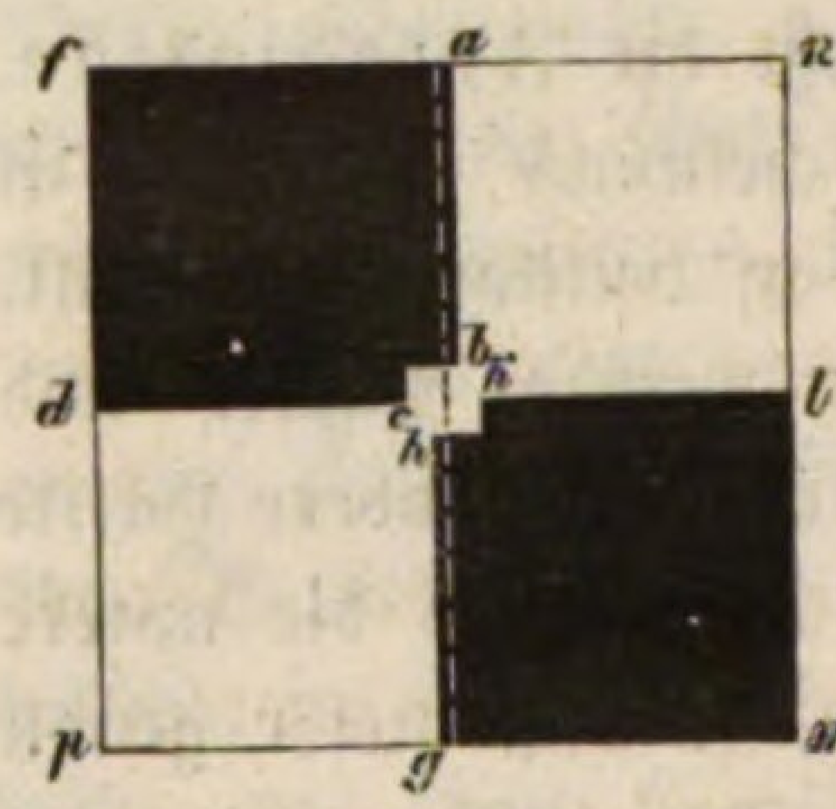
7) Die scheinbare Bewegung eines Dinges ist nicht seine wahre Bewegung. Den Stoff zur Beurtheilung der Bewegung liefert uns die Bewegung des Bildes auf der Netzhaut. Diese Bewegung des Bildes hängt aber nicht bloß ab von der des Gegenstandes, sondern auch von der des Auges; deßhalb läßt sich in vielen Fällen die

Frage, welcher Körper eigentlich der bewegte sei, nach dem sinnlichen Schein allein nicht beantworten. Bei der Fahrt auf einer Eisenbahn oder auf einem Schiffe scheinen sich die Gegenstände in der entgegengesetzten Richtung zu bewegen. Namentlich entsteht in dem Falle, wo man sich der eigenen Bewegung nicht bewußt ist, die Täuschung, als ob das Auge stillstände und die Gegenstände sich bewegten. So scheinen sich die Himmelskörper in umgekehrter Richtung um die Erde zu drehen, in derselben Zeit, in welcher die Erde sich wirklich dreht. Sind beide, das Auge sowohl wie der gesehene Körper in Bewegung begriffen, so werden die Erscheinungen noch verwickelter werden, wie wir dies an den sonderbar verschlungenen scheinbaren Bahnen der Planeten an dem Himmelsgewölbe wahrzunehmen Gelegenheit haben. — Das Bild eines Körpers, der sich in der Richtung der Augenachse entweder zum oder vom Auge bewegt, bleibt unveränderlich an derselben Stelle der Netzhaut; der Körper scheint uns daher still zu stehen, wofern er nicht etwa so nahe ist, daß wir Veränderungen in seiner scheinbaren Größe wahrnehmen, aus denen auf Annäherung oder Entfernung sich schließen läßt. — Die Bewegung selbst ist nur dann bemerkbar, wenn der in einer Secunde zurückgelegte Bogen in der Entfernung von etwa 25 Centimeter nicht unter $2^1/_4$ Minute beträgt; deßwegen wird die Bewegung des Stundenzeigers an einer Uhr nicht gesehen. — Wie leicht wir übrigens einer optischen Täuschung in Bezug auf Bewegung unterliegen können, wenn der Verstand auf die Gesichtseindrücke ohne weitere Untersuchung ein Urtheil gründet, sehen wir an der Erscheinung, welche sich uns darbietet, wenn wir von einer Brücke längere Zeit in fließendes Wasser hinabblicken; die Brücke scheint nämlich dann stromaufwärts zu gehen. Kurz mit dieser optischen Täuschung hat es eine ähnliche Bewandniß wie mit den übrigen optischen Täuschungen. Sie sind eigentlich nichts anders als falsche Urtheile oder übereilte Schlüsse, welche wir auf Veranlassung der unmittelbaren Empfindung ziehen, die gewöhnlich in einer und derselben Ursache ihren Grund hat, einmal aber durch eine ganz andere Ursache hervorgerufen wird. Die Empfindung an sich täuscht und trügt nicht, nur wir selbst täuschen uns, insofern das, was Urtheil und Einbildungskraft hinzugefügt haben, falsch ist. Ob die Erscheinungen wirklich so sind, wie sie sich zeigen, ob die Bewegungen wirklich sich so ereignen, wie sie uns erscheinen, oder ob unser Zustand, unsere Lage uns vielleicht zu Trugschlüssen verleiten; darüber vermögen wir nur zu entscheiden, nachdem die verschiedenen dabei vorkommenden Umstände gehörig in Anschlag gebracht worden sind.

8) Der an einer Stelle der Netzhaut hervorgerufene Eindruck erstreckt sich auf die nächste Umgebung derselben, ohngefähr wie ein

Druck auf ein gespanntes Tuch, rings um die gedrückte Stelle eine Einbiegung zur Folge hat. Dieses Phänomen heißt die Irradiation. Eine geeignete Vorrichtung diese interessante Erscheinung zu zeigen ist folgende. Die obere Hälfte einer Pappscheibe von beiläufig 20 Cent. Höhe und 15 Cent. Breite, überziehe man mit weißem Papier und streiche die untere Hälfte schwarz an. Hierauf theile man die obere Hälfte durch einen schwarzen Streifen von 5 Millimeter Breite und die untere Hälfte durch einen ebenso breiten weißen Streifen, so daß dieser genau in der Verlängerung des obern schwarzen liegt. Dieser Apparat wird neben einem Fenster aufgestellt, damit er wohl beleuchtet erscheine, und dann in einer Entfernung von 3 bis 4 Meter betrachtet: der weiße Streifen wird merklich breiter erscheinen als der schwarze. Noch auffallender zeigt sich die Erscheinung, wenn man die weißen Felder und die weißen Streifen ganz ausschneidet, und den Apparat an der Scheibe dergestalt befestigt, daß man durch die ausgeschnittenen Stellen den hellen Himmel sieht: die Irradiation wächst mithin mit der Helle des Gegenstandes und der Lichtdifferenz desselben mit der Umgebung. — Die Irradiation ist die Ursache, daß ein schmaler heller Streifen auf einem dunkeln Grunde breiter, dagegen ein schmaler dunkler Streifen auf einem hellen Grunde schmäler erscheint, als er wirklich ist; ferner daß die Sichel des Mondes, den man mit freiem Auge betrachtet, einer größern Scheibe anzugehören scheint als der dunkle Theil desselben; daß das Bild eines Fixsternes nicht als ein Punkt, sondern als ein Scheibchen von merklicher Größe sich darstellt. Betrachtet man den Mond oder einen anderen Himmelskörper mit dem Fernrohre, so verschwindet die Irradiation: denn man fand z. B. den Durchmesser des Mondes gleich groß, man mochte die Messung am Tage, wo er matt am hellen Himmel erscheint, oder bei Nacht wahrnehmen, wo er glänzend auf dunklem Grunde steht. Die Ursache liegt darin, daß durch das Fernrohr der Durchmesser des Mondes aber nicht die Irradiation vergrößert wird, daher die Vergrößerung, welche der Durchmesser in Folge der Irradiation erfährt, gegen die durch das Fernrohr hervorgebrachte zu klein ist um noch bemerkt zu werden. Dazu kommt noch, daß die Vergrößerung eine Schwäche des Lichtes nach sich zieht, weßhalb der Einfluß der Irradiation noch geringer ausfällt. — Die Irradiation nimmt zu mit der Dauer der Beschauung des Gegenstandes, was Plateau durch folgenden Versuch nachgewiesen hat. Auf eine weiße Papptafel f n m p (Fig. 163) von gleichen Dimensionen mit der oben erwähnten, male man zwei schwarze Felder a b c d f und g h k l m rechteckig bis auf einen kleinen Ausschnitt an ihren gegenüberstehenden Ecken. Die Ränder d c und k l liegen in gegenseitiger Verlängerung; nicht ist

Fig. 163.



dies aber mit den Rändern a b und g h der Fall, wovon der erstere ein Millimeter rechts, der zweite ein Millimeter links von der aus der Mitte der Seite f n parallel zu den Seiten n m und f p gezogenen Linie liegt. Hat nun der Beobachter sich in angemessene Entfernung gestellt, bei welcher sich die Linien a b und g h in gegenseitiger Verlängerung zeigen; so wird bei fortgesetzter Betrachtung eine derartige Coincidenz aufhören und jene beide Linien ihm mehr und mehr auseinander zu weichen scheinen. — Mit demselben Apparat läßt sich auch zeigen, daß die Irradiation nicht gleich ist bei verschiedenen Personen. Ist nämlich der Beobachter in eine solche Entfernung gekommen, bei welcher er die beiden Ränder a b und g h der weißen Felder in ihrer gegenseitigen Verlängerung sieht; so erfolgt die Irradiation, welche z. B. längs a b stattfindet, unter einem Gesichtswinkel, dessen Schenkel an dem Gegenstande auf einer Grundlinie von einem Millimeter stehen. Kennt man also die Entfernung des Gegenstandes vom Beobachter, so kann man die Irradiation, wie sie bei diesem Beobachter zu einer gewissen Zeit stattfindet, annäherungsweise bestimmen. Folgendes sind die Resultate, welche zu derselben Zeit mit vier verschiedenen Personen erhalten wurden:

	Entfernung.	Winkelwerth der Irradiation.
1te Person	5 Meter	41,3 Secunden
2te Person	6 Meter	34 Secunden
3te Person	7,3 Meter	28,2 Secunden
4te Person	9,3 Meter	22,3 Secunden.

9) Das Bild auf der Netzhaut muß hinreichend hell sein, wenn der Eindruck wahrgenommen werden soll. Die Pupille regulirt zu diesem Zwecke die von dem Gegenstande ins Auge gesendete Lichtmenge, um die Entstehung eines solchen hinreichend hellen Bildes zu ermöglichen; bei zu starkem Lichte verengt sich die Pupille unwillkührlich und läßt nur einen kleinen Lichtkegel ins Auge treten, bei zu schwachem erweitert sie sich und nimmt einen größeren Lichtkegel auf. Diese Veränderung geschieht jedoch nicht augenblicklich, sondern sie bedarf einiger Zeit um ausgeführt zu werden. Daher vermögen wir, wenn wir von der Tageshelle in einen finstern Raum treten, nicht gleich die Gegenstände um uns her deutlich zu unterscheiden; die Pupille erweitert sich nach und nach, wodurch wir wieder in Stand gesetzt werden, die Gegenstände gut wahrzunehmen. Aehnliches findet statt, wenn wir umge-

kehrt aus dem Dunkeln ins Helle kommen; durch die noch zu weit geöffnete Pupille dringt zu viel Licht ein, so daß wir geblendet unwillkührlich die Augen schließen. — Die Grenzen der Helligkeit, innerhalb derer wir sehen, liegen sehr weit auseinander, da wir beim Lichte einer Wachskerze, bei dem vielmal stärkeren Sonnenlichte und bei dem viel schwächeren Lichte des Vollmondes lesen können. Augen, die an sparsames Licht gewöhnt sind, kommen allmählich dahin, daß sie selbst dort noch hell genug sehen, wo es für die an das Tageslicht gewöhnten Augen dunkle Nacht ist. In dieser Wandelbarkeit der Größe der Pupille liegt auch ein Grund, warum unser Auge über den Grad der Erleuchtung eines Gegenstandes kein strenges Urtheil zu fällen vermag, da gleiche Erleuchtung bei verschiedenen Zuständen des Auges nicht gleich erscheinen kann.

10) Das Zustandekommen eines wahrnehmbaren Eindruckes bedarf einer gewissen Zeit, die eine um so kürzere Dauer hat, je kräftiger der Eindruck ist. Schwache Lichteindrücke, wenn sie nur kurze Zeit währen, werden nicht wahrgenommen; darum sieht man eine abgeschossene Flintenkugel nicht in ihrem Fluge. Es gibt aber auch Lichteindrücke, welche in einer ungemein kurzen Zeit erzeugt werden; dahin gehört der des Blitzes, bei dessen Erleuchtung jeder noch so schnell bewegte Körper still zu stehen scheint. Daß die Dauer des elektrischen Funkens kürzer als der millionste Theil einer Secunde beträgt, hat Wheatstone durch folgenden Versuch nachgewiesen. Er ließ einen kleinen ebenen Spiegel um eine in seiner Ebene liegende Achse äußerst schnell drehen, indem er in demselben das Bild eines durch die Entladung einer Leidnerflasche gezogenen Funkens betrachtete. Dem dicht an den Spiegel gehaltenen Auge erschien der Funken, bei dem Anfang und Ende des Leuchtens in die Zeit fiel, wo das Bild innerhalb des Gesichtsfeldes auftrat, vollkommen genau wie in einem ruhenden Spiegel. Nun muß aber das Bild eines anhaltend leuchtenden Punktes, das man in einem Spiegel sieht, sich verschieben, wenn der Spiegel sich dreht, mithin das Bild jenes leuchtenden Punktes in der Gestalt eines leuchtenden Bogens erscheinen. Wenn darum der Funken ohne irgend welche Ausbreitung sich zeigte, und das Auge in der angegebenen Entfernung die Größe von einem halben Grad mit Sicherheit hätte wahrnehmen können, so muß die Lichtdauer des Funkens kürzer als die Zeit sein, welche der Spiegel braucht um einen Bogen von $1/4$ Grad zurückzulegen, weil bei der Drehung eines Spiegels die Winkelgeschwindigkeit, mit welcher das Bild des leuchtenden Punktes sich verschiebt, doppelt so groß ist als die Winkelgeschwindigkeit des Spiegels. Der Spiegel machte nun 800 Umläufe in der Secunde, woraus sich für

die Zeit, welche das Spiegelbild nöthig hat, um einen Bogen von $^1/_2$ Grad zurüzulegen, ergibt: $\frac{^1/_2 \text{ Sec.}}{2 \cdot 360 \cdot 800} = \frac{1}{1152000}$ Secunde. Das Auge vermag also Lichteindrücke wahrzunehmen, deren Dauer kürzer ist als der millionste Theil einer Secunde.

11) Zwischen dem sinnlichen Eindruck und dem Bewußtsein verfließt einige Zeit, was bei dem Vorgange des Sehens dadurch zu Tage getreten ist, daß verschiedene in der Kunst des Beobachtens vielfach geübte Astronomen dieselbe Erscheinung nicht zu gleicher Zeit wahrgenommen haben. Um die sogenannte Personaldifferenz zweier Beobachter zu bestimmen, bedient man sich gewöhnlich der Sterndurchgänge durch das Passageninstrument. Mittelst einer Pendeluhr beobachtet der Beobachter A die Appulse eines Sterns an den Fäden auf der rechten Seite des Mittelfadens, und der Beobachter B alle Appulse auf der linken Seite. Werden nun alle Appulse auf der rechten Seite aus den bekannten Entfernungen dieser Fäden auf den Mittelfaden reducirt, und wird ebenso mit allen Fäden auf der linken Seite verfahren; so müßten beide Reihen von Beobachtungen im Mittel einerlei Resultat geben. Weichen aber beide Resultate von einander ab, so gibt die Differenz die Personaldifferenz der beiden Beobachter. Die Personaldifferenz betrug bei Schleiermacher und Eckhardt 0 Secunde; bei Bessel und Nicolai 0,4 Secunden; bei Petersen und Mädler 0,5 Secunden; bei Struve und Nicolai 0,2 Secunden.

12) Ein Lichteindruck dauert noch eine Weile fort, wenn das gesehene Object bereits zu wirken aufgehört hat. Wird eine glühende Kohle mit einer gewissen Geschwindigkeit im Kreis herumgeschwungen, so erscheint sie als ein feuriger Ring. Der feurige Ring entsteht nämlich dadurch, daß der Eindruck, den die Kohle an einem Punkt ihrer Bahn macht, noch nicht erloschen ist, wenn sie zu jenem Punkt zurückkehrt, um den Eindruck zu erneuern. Von der Thatsache, daß der Lichteindruck auf unser Auge eine gewisse Dauer besitzt, kann man sich auch überzeugen, wenn man ein im Sonnenschein liegendes Stück weißes Papier betrachtet und hierauf schnell die Augen schließt; man sieht dann das weiße Papier noch einige Zeit lang. — Auf dieser Eigenschaft des Auges, den empfangenen Eindruck einige Zeit fortzuempfinden, beruht die Erscheinung, daß die Speichen eines Rades bei rascher Drehung verschwinden; deßgleichen die Erscheinung, daß ein Körper, den man an einem Faden im Kreis schwingt, und nach welchem man durch die Zwischenräume einer gleich schnell gedrehten Scheibe sieht, in ruhender Gestalt wahrgenommen wird. — Die Dauer des Eindrucks hängt von der Natur der Farbe des Lichtes ab. Wir ließen zu diesem

Behuf, wie schon Young, Plateau und mehrere Andere gethan, gleich gebogene Streifen aus weißem, gelbem, rothem und blauem Papier im Kreise drehen, und, indem wir dieselben gegen einen schwarzen Hintergrund betrachteten, die Umdrehung soweit beschleunigen, bis der Streifen den Anschein eines continuirlichen farbigen Kreises darbot. Solchergestalt ergaben sich für die Eindrucksdauer des Weiß, Gelb, Roth und Blau in Sexagesimalsecunden beziehungsweise:

0,1"; 0,09"; 0,08"; 0,066",

wo die Dauer eines Eindrucks gleich der eines Umlaufes ist. Aus diesen Versuchen ergibt sich also, daß die stärksten Eindrücke auch am längsten dauern. Bei den erwähnten Versuchen nahmen sämmtliche Streifen 0,72 des Umfangs des ihnen zugehörigen Kreises ein; als der Streifen auf 0,44 des Umfangs verkürzt wurde, reducirte sich die Umdrehungszeit für jede Farbe auf $\frac{2}{3}$ der oben angegebenen. — Die farbige Beschaffenheit des Hintergrundes übt einen Einfluß auf die Dauer des Lichteindrucks aus: denn der vollständige Ring entstand für einen hellrothen Streifen auf dunkelrothem Hintergrund bei der Umdrehungszeit von 0",223; für einen blauen Streifen auf grünem Hintergrund bei der Umdrehungszeit von 0",1045; für einen rothen Streifen auf grünem Hintergrund bei der Umdrehungszeit von 0",1226; für einen blauen Streifen auf gelbem Grund bei der Umdrehungszeit von 0",113. — Von den mancherlei Vorrichtungen, welche erdacht worden sind um die Dauer des Lichteindrucks nachzuweisen, und deren Erscheinungen zu den optischen Täuschungen gehören, mögen folgende Erwähnung finden: a) Das Thaumatrop besteht aus mehreren Pappscheiben, von 5 bis 7 Centimeter im Durchmesser, deren jede vermittelst angebrachter Fäden schnell um eine in ihrer Ebene liegende Achse gedreht werden kann. Auf den beiden Seiten jeder einzelnen Scheibe sind Theile einer zusammengehörigen Gruppe gezeichnet; z. B. auf der einen Seite ein Kreis und auf der andern ein in ihn passendes Dreieck, oder auf einer Seite ein Vogel und auf der andern ein Käfig: bei rascher Drehung sieht man das Dreieck in den Kreis eingeschrieben oder den Vogel im Käfig sitzend. — b) Stampfers stroboskopische Scheiben sind Pappscheiben von 20 bis 25 Centimeter im Durchmesser, die sich sehr schnell um ihren Mittelpunkt drehen lassen, und auf deren einer Seite verschiedene Figuren verzeichnet sind, wie sie den verschiedenen Stadien der Bewegung eines Körpers entsprechen. Nahe am Rande der Scheibe befindet sich eine Reihe gleichweit von einander abstehender Oeffnungen, durch die man in einen Planspiegel sieht, dem die Zeichnungen zugekehrt sind. Läßt man nun die Scheibe vor dem Spiegel schnell kreisen, so wird man nur ein einziges Bild zu sehen

glauben, welches alle jene Stadien durchläuft, mithin sich zu bewegen scheint, wenn die Aufeinanderfolge der Bilder so vor sich geht, daß dadurch eine Reihe zusammenhängender Eindrücke entsteht. — c) Das Anorthoskop von Plateau besteht aus einer schwarzen Scheibe mit mehreren radialen Schnitten und einer Reihe transparenter Scheiben, auf denen verzerrte Figuren gezeichnet sind. Beim Gebrauch setzt man die schwarze Scheibe und eine der transparenten Scheiben auf eine mechanische Vorrichtung, mittelst derer sie sich um eine gemeinschaftliche Achse im entgegengesetzten Sinne in der Art drehen lassen, daß die Geschwindigkeit der transparenten größer ist als die der schwarzen. Beleuchtet man dann die transparente Scheibe von der Rückseite und stellt sie in einige Entfernung vom Instrument, so werden beim Drehen die verzeichneten Figuren regelmäßig und vervielfältigt gesehen, die still zu stehen scheinen. Angenommen es sei nur eine Spalte in der schwarzen Scheibe; beim Drehen kommen alle Theile der verzerrten Figur nach einander vor die Spalte, woraus das Auge eine Reihe nebeneinander liegender Eindrücke erhält. Jeder Umlauf gibt dasselbe Resultat, was die Empfindung einer beständigen und unbeweglichen Figur zur Folge hat. Wegen der Andauer des Lichteindruckes sieht das Auge die Figur an verschiedenen Stellen oder vervielfältigt. Von dem Geschwindigkeitsverhältniß beider Scheiben hängt die Art und Weise ab, in welcher die Figuren auf den transparenten Scheiben gezeichnet werden müssen. Die Vervielfältigung der Spalten in der schwarzen Scheibe hat keinen andern Zweck als die Helligkeit des resultirenden Bildes zu erhöhen, indem die von ihnen erzeugten Eindrücke zur gegenseitigen Ueberdeckung kommen. — d) Das Dädaleum, welches nach dem Namen des berühmten Künstlers des Alterthums so genannt wird, besteht aus einem hohlen Cylinder, der mit gleichweit von einander abstehenden Oeffnungen versehen ist und sich um seine Achse in rotirende Bewegung versetzen läßt. Auf der Innenfläche zwischen den Oeffnungen sind verschiedene Figuren gezeichnet, die eine zusammenhängende Bewegung darstellen. Bei der Drehung geben diese Figuren dem durch die Oeffnungen sehenden Auge den Anblick eines sich bewegenden Bildes.

13) Damit das Netzhautbild auf die gehörige Weise wahrgenommen werden könne, muß es deutlich sein. Zu diesem Behuf ist das Auge dergestalt eingerichtet, daß die sphärische Abweichung aufgehoben oder wenigstens sehr geschwächt ist. Zur Aufhebung dieser Abweichung trägt einmal bei die Structur der Krystalllinse, die aus Schichten von verschiedener Dichtigkeit zusammengesetzt ist. Die näher am Rande dieses Körpers liegenden Theile haben eine geringere Brech-

kraft als dessen Centraltheile, was zur Folge hat, daß die Vereinigungsweite der Randstrahlen und die Vereinigungsweite der Centralstrahlen einander näher kommen. Dann vertritt die Regenbogenhaut die Stelle eines Diaphragma's, indem sie die Strahlen abhält, welche wegen ihres schiefen Auffallens eine zu bedeutende Abweichung hervorbringen würden. Ferner verschluckt das schwarze Pigment der Adernhaut alle Strahlen, welche von der inneren Fläche der Krystalllinse oder vom Grunde des Auges zurückgeworfen, eine Verwirrung veranlassen könnten. Endlich scheint die Wölbung der Netzhaut als Hülfsmittel zur Beseitigung der sphärischen Abweichung zu dienen, insofern ihre concave Gestalt gestattet, daß die nach den Rändern hinzu liegenden Bilder ebenso gut wie jene in der Mitte auf die Netzhaut fallen, wodurch die Deutlichkeit des Gesammtbildes offenbar viel gewinnen muß.

14) Was die chromatische Abweichung des Auges betrifft, so scheint sie durch die Combination der Krystalllinse mit der wässerigen Feuchtigkeit und Glasfeuchtigkeit aufgehoben oder wenistens so gering zu sein, daß sie der Deutlichkeit des Sehens keinen Eintrag thut: denn in den gewöhnlichen Fällen erscheinen die Bilder auf der Netzhaut mit den eigenthümlichen Farben der Körper gefärbt, die jene Bilder hervorgerufen haben. Doch ist der Achromatismus nicht vollkommen vorhanden, weil das Auge unter besondern Umständen eine merkliche Färbung entdeckt. Betrachtet man nämlich eine Lichtlinie durch eine vor dem Rande der Pupille gehaltene Oeffnung, so erscheint die Linie farbig gesäumt. Deßgleichen erblickt man dunkle Gegenstände auf hellem Grunde mit Farbensäumen, wenn man einen Finger dicht vor dem Auge vorüber bewegt.

15) Wie die Erfahrung zeigt, sehen wir die Gegenstände bei sehr verschiedenen Entfernungen mit großer Deutlichkeit und Bestimmtheit. Damit aber ein solches deutliches Sehen stattfinde, muß das Bild genau auf die Netzhaut fallen, was, wenn das Auge wie ein unveränderlicher Linsenapparat wirkte, nur gerade für eine bestimmte Entfernung sich ereignen könnte, da bei einer Linse oder einem System von Linsen die Vereinigungsweite der Strahlen mit der Entfernung des Gegenstandes sich ändert. Es muß also in dem Auge irgend welcher Mechanismus vorhanden sein, wodurch das Sehen in sehr verschiedenen Entfernungen möglich wird, d. h. das Auge muß die Fähigkeit haben sich selbst für ein Sehen in die Nähe und in die Ferne einzurichten, oder wie man auch sagt, die Fähigkeit haben sich der Entfernung der Gegenstände zu accomodiren. Man erkennt diese Veränderungen an der Anstrengung, welche es dem Auge kostet, um von einem nahen Object auf ein entferntes sich zu richten. Deutlich läßt sich dies durch folgen-

den einfachen Versuch darthun. Auf eine durchsichtige Glastafel mache man einen kleinen schwarzen Fleck und stelle die Tafel in einer Entfernung von 25 bis 30 Centimeter vor dem Auge auf. Sieht man den Fleck deutlich, so erscheinen die entfernten Gegenstände verwaschen; und umgekehrt sieht man die fernen Gegenstände deutlich, so erscheint der Fleck neblig. Es geben also die nahen und die fernen Gegenstände nicht zu gleicher Zeit Bilder von derselben Deutlichkeit auf der Netzhaut, weil man sie sonst gleichzeitig deutlich sehen würde. — Die Ursache der Accomadationsfähigkeit des Auges ist noch nicht hinreichend bekannt. Nur so viel scheint nach den sorgfältigen von Helmholtz angestellten Versuchen wohl mit ziemlicher Gewißheit angenommen werden zu können, daß die Anpassung des Auges für verschiedene Entfernungen durch Veränderung des Linsenapparats geschieht. Dieser Apparat wird nämlich stärker brechend in Folge eines Convexerwerdens beider Linsenflächen, um die Einrichtung für nähere Objecte zu bewirken, dagegen minder stark brechend in Folge eines Flacherwerdens beider Linsenflächen, um die Einstellung für ferne Gegenstände zu erzielen. Nur fehlt noch eine befriedigende Erklärung über den besondern Mechanismus, durch welchen dergleichen Veränderungen in der Gestalt der Linse bewerkstelligt werden. Ein Theil dieser Veränderungen hängt von unserer Willkühr ab, ein anderer aber wird durch den Reiz des Lichtes bedingt. Die letzte Aussage findet darin schon eine Bestätigung, daß die aus dem Auge genommene Krystalllinse sehr deutliche Bilder gibt von Gegenständen in 30 Centimeter Entfernung, wie von solchen die 30 Meter entfernt sind; eine Eigenschaft, welche den künstlichen Linsen nicht zukommt, mithin in der eigenthümlichen Structur der Krystalllinse ihren Grund haben muß.

16) Die Accomadationsfähigkeit des Auges hat ihre Grenzen, indem es bei sehr großer Nähe der Gegenstände dieselben nicht mehr mit gehöriger Deutlichkeit zu sehen vermag. Die kleinste Distanz, bei welcher das Auge den Gegenstand ohne Anstrengung noch deutlich sehen kann, wird die *erste Grenze der deutlichen Sehweite* genannt; die entfernteste Distanz, bei welcher das Auge solches noch zu thun vermag, heißt die *zweite Grenze der deutlichen Sehweite*, welche möglicherweise in unendlicher Ferne liegen kann. Die beiden Grenzen der Sehweite sind für verschiedene Personen verschieden, und im Allgemeinen für jedes der zwei Augen eines Individuums andere; das Intervall zwischen beiden Grenzen ist der Spielraum der deutlichen Sehweite. Die beiden Grenzen ändern sich mit den Jahren; namentlich wird die erstere Grenze häufig im vorgerückten Alter größer, wo in Folge der Abnahme der Feuchtigkeiten im Auge die Hornhaut und

die Krystalllinse flacher werden. Der gewöhnliche Gebrauch der Augen modificirt ebenfalls diese Grenzen; so hat bei Menschen, die viel im Freien verkehren, das Auge die Fähigkeit verloren sich für nahe Gegenstände einzustellen, während bei Andern, welche Arbeiten verrichten, wobei die Augen nahe an die Gegenstände gehalten werden, das Auge sich nicht mehr gut für entfernt liegende Objecte einzurichten vermag. — Um die Grenzen seiner deutlichen Sehweite zu ermitteln kann man sich eines weißen Fadens bedienen, der der Länge nach vor einem dunkeln Grund ausgespannt wird. Die kleinste Entfernung, von welcher aus der Faden am dünnsten, zusammengezogensten, d. h. dem Auge am deutlichsten erscheint, wird die erste Grenze der deutlichen Sehweite, die größte Entfernung dagegen, wo dies der Fall ist, die zweite Grenze der deutlichen Sehweite für das Auge angeben. Mittelst dieses Verfahrens haben wir bei vier verschiedenen Personen nachstehende Ergebnisse erhalten:

Beobachter.	Sehweiten des rechten Auges in Centimetern.		Sehweiten des linken Auges in Centimetern.	
	Erste Grenze.	Zweite Grenze.	Erste Grenze.	Zweite Grenze.
Erster	20	30	19	30
Zweiter	22	35	22	35
Dritter	23	150	undeutlich	undeutlich
Vierter	undeutlich	undeutlich	16	25

Um die Grenzen seines deutlichen Sehens aufzusuchen, kann man auch das eine Ende des Fadens an das untere Augenlied anlegen, während das andere Ende an einem schwarzen Hintergrunde befestigt ist. Entfernt man sich von dem schwarzen Hintergrunde bis man einige Spannung des Fadens verspürt, und sieht dann mit dem Auge, an welches der Faden gelegt worden, längs desselben hin; so erscheint der Faden in der Nähe des Auges breit und unbestimmt, läuft immer schmäler zu bis er an einer Stelle am deutlichsten und dünnsten erscheint, wo die deutliche Sehweite ihren Anfang nimmt. Läuft von gedachter Stelle an der Faden immer schmal und deutlich fort, so erstreckt sich die zweite Grenze des deutlichen Sehens sehr weit. Läuft hingegen der Faden von jener Stelle an nur bis zu einer gewissen andern Stelle schmal und deutlich fort, an der er wieder unbestimmt und breit erscheint; so wird diese andere Stelle die zweite Grenze des deutlichen Sehens für das untersuchte Auge angeben; das Intervall zwischen beiden Stellen ist der Spielraum der deutlichen Sehweite. Bestimmungen dieser Art lassen sich in der Regel leicht erhalten bei Kurzsichtigen, weniger leicht

bei Weitsichtigen, am schwierigsten aber bei gesunden Augen wegen der Größe des Spielraumes des deutlichen Sehens. Bei den vier verschiedenen Personen, welche sich an unsern optischen Versuchen gewöhnlich betheiligten, haben sich nach dieser zweiten Verfahrungsweise folgende Resultate ergeben:

Personen.	Sehweiten des rechten Auges in Centimetern.		Sehweiten des linken Auges in Centimetern.	
	Erste Grenze.	Zweite Grenze.	Erste Grenze.	Zweite Grenze.
Erste	21	35	22	34
Zweite	22	40	22	40
Dritte	22	unbestimmt	undeutlich	undeutlich
Vierte	undeutlich	undeutlich	24	64

Um die kleinste deutliche Sehweite ohngefähr zu bestimmen, kann man sich auch des sogenannten Scheiner'schen Versuchs bedienen. Man mache nämlich in einem Kartenblatte zwei feine Nadelstiche neben einander, welche durch einen 1 Millimeter breiten Streifen des Kartenblattes von einander getrennt sind, und bringe diese Oeffnung dicht vor das Auge. Betrachtet man nun durch die Oeffnungen eine feine in einem andern Kartenblatte gemachte Spalte, die man nahe an jene Oeffnungen hält; so sieht man die Spalte doppelt, weil die Lichtstrahlen, welche durch die beiden Oeffnungen gegangen sind, nach ihrem Austritte aus der Krystalllinse sich hinter der Netzhaut vereinigen. Entfernt man langsam die Spalte, so findet man bald den Abstand, in welchem die beiden Bilder in eins zusammenfallen und ein deutliches Bild geben, indem die Strahlen genau in einem Punkte der Netzhaut vereinigt werden; dieser Abstand vom Auge ist die geringste deutliche Sehweite. Rückt man die Spalte noch weiter, so erscheint sie wieder doppelt, weil die Vereinigung der Lichtstrahlen nunmehr vor der Netzhaut geschieht. — Durch eine feine Oeffnung in einem Kartenblatte, welche dicht vor's Auge gehalten wird, sieht man nahe und ferne Gegenstände deutlich. Der Grund davon ist, daß die von jedem Punkte ausgehenden Lichtstrahlen, mag derselbe nahe oder ferne liegen, fast nur in einer einzigen Richtung in das Auge dringen und so nur auch in einer einzigen Stelle die Netzhaut zusammen treffen können, indem die übrigen Strahlen, welche die Entstehung des Zerstreuungskreises auf der Netzhaut befördern helfen, durch das Kartenblatt abgehalten werden. — Der Umstand, daß wir zu ferne Gegenstände mit größerer Deutlichkeit sehen als zu nahe, liegt in der geringen Aenderung der Vereinigungsweite der Strahlen, wenn der leuchtende Punkt aus der Sehweite ins

Unbestimmte fortrückt, die Vereinigungsweite der Strahlen hingegen desto bedeutendere Veränderungen erleidet, je mehr sich der Lichtpunkt dem Auge nähert.

2. Ueber einige Mängel des Gesichtssinnes. — Einiges vom Gesichtsorgan der Thiere.

Das fehlerfreie Auge sieht die Gegenstände deutlich, wenn sie etwa 25—30 Centimeter und weiter von ihm entfernt liegen. Bei manchen Menschen muß aber das Object sehr nahe, 10—12 Centimeter und noch näher, vor dem Auge sich befinden, wenn sie das Object deutlich sehen sollen; solche Menschen heißen kurzsichtige. Andere wieder können die Gegenstände nur deutlich sehen, wenn sie in größeren Entfernungen, 50—60 Centimeter und noch weiter vor dem Auge liegen; solche Menschen werden fernsichtige genannt. Bei den kurzsichtigen Augen vereinigen sich demnach die Strahlen, welche aus der normalen Sehweite herstammen oder parallele Strahlenbündel bilden, vor der Netzhaut; dagegen bei fernsichtigen Augen dergleichen Strahlen hinter der Netzhaut zur Vereinigung kommen. Den Fehler der Kurzsichtigkeit wie jenen der Fernsichtigkeit sucht man durch den Gebrauch der Brille zu beseitigen; es sind dies Linsengläser, mit deren Hülfe das Auge nicht mehr den Gegenstand, sondern dessen durch die Linsen erzeugtes Bild sieht. Der Zweck der Brille besteht also darin, das durch sie gesehene Bild in die für das Auge deutliche Sehweite zu bringen, während der Gegenstand selbst in einer andern Entfernung sich befindet, in welcher man denselben auf bequeme Art handhaben kann. Wie die der Brille bedürftigen Personen zu verfahren haben, um die ihrer Individualität angemessenen Brillen zu erhalten, möge für die zwei dabei vorkommenden speciellen Fälle eigens untersucht werden.

Wir betrachten zuerst ein willkührliches kurzsichtiges Auge; die zweite Grenze seiner Sehweite betrage b Centimeter. Man soll für dieses Auge die passende Linse angeben, welche es in Stand setzt, das Bild eines weit abstehenden Lichtpunktes auf die Netzhaut zu bringen. Offenbar wird die Linse dergestalt gewählt werden müssen, daß die Strahlen eines sehr weit liegenden Gegenstandes nach der Brechung durch dieselbe von einem geometrischen Bilde herzukommen scheinen, das b Centimeter vom Auge entfernt ist. Denken wir uns den optischen Mittelpunkt der Brille in einem Abstande = c Centimeter vor den Augen befindlich, so muß ihre Brennweite eine solche Größe haben, daß das Bild eines sehr weit liegenden Gegenstandes in einem Abstande von b — c Centimeter von ihrem optischen Mittelpunkt entsteht. In Folge

der für die Linsen aufgestellten Fundamentalgleichung: $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}$ haben wir im vorliegenden Falle, weil das Bild ein geometrisches ist und auf der nämlichen Seite der Linse liegt, von welcher die Strahlen kommen, ferner $a=\infty$ anzunehmen ist, die Relation:

$$\frac{1}{\infty}-\frac{1}{b-c}=-\frac{1}{f} \text{ oder } f=b-c;$$

d. h. man wird sich einer Zerstreuungslinse mit der Brennweite $b-c$ Centimeter für das kurzsichtige Auge bedienen, um demselben entfernte Gegenstände deutlich sichtbar zu machen. Bei geringerem Werthe von b, d. h. bei höherem Grade der Kurzsichtigkeit muß die Brennweite der Brille ebenfalls kleiner werden. Beträgt z. B. für gedachtes Auge die zweite Grenze der Sehweite 60 Centimeter, und wollte es einen sehr weit abstehenden Gegenstand mit einer in dem Abstande von einem Centimeter vor die Augen gehaltenen Brille deutlich sehen, so müßte letztere eine Brennweite von 59 Centimeter haben.

Wir stellen uns jetzt zweitens ein fernsichtiges Auge vor; die erste Grenze seiner Sehweite sei b Centimeter. Man soll für ein solches Auge die passende Linse wählen, damit es mit Hülfe derselben den in dem kleineren Abstand a vor dem Auge befindlichen Gegenstand deutlich sehen kann. Die Fundamentalgleichung $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}$ verwandelt sich für den vorliegenden Fall in: $\frac{1}{a-c}-\frac{1}{b-c}=\frac{1}{f}$, wenn wir uns die Brille in den Abstand von c Centimeter vor die Augen gesetzt denken. In der Formel sind $\frac{1}{a-c}$ und $\frac{1}{b-c}$ gegebene Größen, so daß sich aus ihr der Werth f der Brennweite der Linse finden läßt. Da $a<b$ ist, so muß die Brennweite positiv, mithin die Linse eine Sammellinse sein; zugleich ergibt sich aus der vorstehenden Relation, daß bei größerem Werthe von b, d. h. bei höherem Grade der Weitsichtigkeit die Brennweite der Sammellinse abnimmt. — Wollte z. B. ein Fernsichtiger, welcher in einem Abstand von 76 Centimeter ein Buch lesen kann, dasselbe in einem Abstand von 26 Centimeter thun; so würde er es mit einer in dem Abstand von einem Centimeter vor die Auge gehaltenen Sammelbrille können, deren Brennweite 37,5 Centimeter beträgt. — Bei den vorstehenden Betrachtungen haben wir völlig bestimmte Entfernungen der Gegenstände vom Auge angenommen, wie solche in den Fällen der Kurzsichtigkeit und Fernsichtigkeit gewöhnlich vorkommen. Im Uebrigen lassen sich mit Zugrundelegung der oben aufgestellten Relationen für jedes Auge leicht Brillen angeben, vermittelst derer es Gegenstände in jedweder Entfernung deutlich sehen kann.

Man wird jedoch selten mehrere Brillen sich anzuschaffen nöthig haben, um Gegenstände aus sehr ungleichen Entfernungen außerhalb der Grenzen der Seheweite deutlich sehen zu können.

Ist man genöthigt, eine Brille zu gebrauchen, so muß man eine von richtiger Brennweite für das Auge wählen und soviel wie möglich mit schwächern den Anfang machen, d. i. mit denjenigen, welche eine größere Brennweite haben, und nach und nach zu schärferen, d. i. zu Linsen von geringeren Brennweiten übergehen. Auch muß man darauf sehen, daß die Gläser gut geschliffen und polirt seien, weil schlecht geschliffene und polirte Gläser dem Auge wehe thun und mit der Zeit Schaden bringen. Die sogenannten periscopischen Brillen, nämlich convexconcave Linsen, deren concave Seite dem Auge zugekehrt ist, gewähren den Vortheil, daß man durch sie auch die seitwärts gelegenen Objecte noch deutlich sieht, spiegeln aber zu stark: diesem Uebelstande läßt sich dadurch abhelfen, daß man der äußern Fläche einen großen Halbmesser gibt, wodurch die von ihr reflectirten Strahlen für die Netzhaut unwirksam werden. Für reizbare Augen braucht man schwach blau gefärbte Gläser, die soviel als möglich an allen Stellen von einerlei Färbung sein müssen.

Nicht alle Theile der Netzhaut sind für den Eindruck des Lichtes gleich empfindlich. An der Stelle der Netzhaut, wo der Sehnerv ins Auge tritt, scheint das Licht keinen Eindruck hervorzubringen; man nennt deßhalb diese Stelle der Netzhaut den unempfindlichen Punkt. Von der Existenz dieses unempfindlichen Punktes kann man sich durch folgenden Versuch überzeugen. Auf einen verticalen schwarzen Schirm klebe man zwei kleine Kreise von weißem Papier in etwa 6 Centimeter Entfernung von einander auf derselben Horizontallinie. Betrachtet man hierauf in einer Entfernung, die ohngefähr fünfmal so groß ist als der Abstand der beiden Kreise, den Schirm, indem man das rechte Auge normal auf den links gelegenen Kreis richtet, während man das linke Auge geschlossen hält; so verschwindet der rechts liegende Kreis, der bis zu jener Entfernung immer sichtbar war und augenblicklich wieder erscheint, wenn man sich noch weiter vom Schirm entfernt. In der Entfernung, in welcher der rechtsliegende Kreis nicht wahrgenommen wurde, fielen die von ihm kommenden Lichtstrahlen auf den unempfindlichen Punkt.

Der empfindlichste Theil der Netzhaut liegt in der Mitte der Sehachse und hat einen Durchmesser von etwa 0,8 Millimeter. In Folge dieser Einrichtung finden wir uns veranlaßt, bei einem genauen Betrachten eines Objects den beiden Augen eine solche Stellung zu geben,

daß ihre Achsen nach demselben gerichtet sind, indem nur dann beide Bilder des Objects die größtmögliche Deutlichkeit erlangen können. Dieser Verschiedenheit der Empfindlichkeit an den einzelnen Stellen der Netzhaut müssen wir es auch zuschreiben, daß nicht alle Theile des Bildes auf derselben uns gleich deutlich erscheinen.

Die sogenannten fliegenden Punkte und Perlschnüre im Auge, wo man schwarze Figuren, als Fäden, Haare, insectenartige Gestalten, Wasserbläschen von verschiedener Größe sieht, rühren von kleinen undurchsichtigen Körperchen her, die sich bald in der Glasfeuchtigkeit, bald in der wässerigten Feuchtigkeit befinden und ihren Schatten auf die Netzhaut werfen. Dergleichen Erscheinungen kommen bei Krankheiten nicht selten vor, doch trifft man sie auch bei gesunden Augen an. Manchmal zeigen sich auch diese Erscheinungen farbig. Es gehören die in Rede stehenden Erscheinungen zu der ausgedehnten Klasse subjectiver, optischer Erscheinungen, die ohne alle Mitwirkung äußerer Gegenstände entweder dadurch entstehen, daß das Gesichtsorgan krankhaft afficirt ist oder in einem vorübergehenden außergewöhnlichen Zustande sich befindet, obschon wir nicht anzugeben vermögen, in welchem Zusammenhange die wahrgenommenen Erscheinungen mit dem jedesmaligen Zustande des Gesichtsorgans stehen.

Zu den subjectiven optischen Erscheinungen können wir auch zählen das mangelnde Unterscheidungsvermögen, welches manche Personen für gewisse Farben haben. So hat man Personen angetroffen, welche Roth und Grün mehr oder weniger mit Grau verwechselten; andere, welche nur Weiß, Grün und Gelb deutlich unterscheiden konnten; dann andere, welche Violet von Blau nicht zu unterscheiden im Stande waren; wieder Andere, welche blos von reinem Gelb oder Blau eine deutliche Vorstellung hatten und die übrigen Farben nur für Abänderungen jener zwei Farben hielten. Für solche Subjecte sind mithin weniger Farben vorhanden, als für gesunde Augen. Vielleicht liegt der Grund dieses mangelhaften Farbensinnes in einer Färbung irgend einer der Augenfeuchtigkeiten, die bei dem normalen Auge von grauer Farbe sind. Im Allgemeinen wissen die Personen nichts von der Eigenthümlichkeit ihres Gesichtssinnes, wenn sie nicht einmal bei einer besonderen Vergleichung mit dem Gesichtssinn Anderer darauf hingeführt werden. Wir haben diese Erscheinung bei mehreren Schülern unserer polytechnischen Anstalt zu verschiedenen Zeiten wahrzunehmen Gelegenheit gehabt. Auch stellt sich in allen Stücken, wo ein Unterschied vom Gesichtssinn anderer Personen stattfindet, dieser immer kleiner bei Kerzenlichte heraus als beim Tageslicht. Das mangelnde Unterscheidungsvermögen des Gesichtssinnes für gewisse Farben, in Folge dessen einzelne Personen verschiedene

Farben für einerlei halten, findet sein Analogon in dem zuweilen vorkommenden Unvermögen des Gehörsinnes, in Folge dessen derselbe gewisse Töne nicht von einander zu unterscheiden vermag.

Einige anderweitige merkwürdige Lichterscheinungen, welche nicht von einer äußeren Lichtquelle unmittelbar herstammen, sind folgende: Man schließe beide Augen und drücke mit den Fingern auf die obern Augenlieder eines oder beiden Augen. Man wird dann eine pfauenaugenähnliche Erscheinung wahrnehmen, welche so lange dauert, als der Druck anhält und sowohl im Dunkeln als im Hellen sich zeigt. Beim schwachen Druck sieht man blos einen hellen Lichtfleck, der bei stärkerem Drucke dunkel wird und von einem hellen Lichtring umgeben ist. Wie ich und mehrere Andere die Erscheinung beobachtet haben, schien es uns, als wenn das Auge unter solchen Fällen Theile seines eigenen Innern wahrzunehmen im Stande wäre: denn es kam uns vor, als wenn der helle Fleck mehr oder weniger die Form und die Farbe der Iris hätte und der dunkle Fleck der Pupille entspräche. Die in Rede stehende Erscheinung pflegte um so deutlicher hervorzutreten, je mehr das Auge vorher schon gereizt worden war. In diesem Falle nahmen wir dergleichen Lichterscheinungen auch dann schon wahr, wenn wir die Augenlieder blos zusammenzogen und wieder damit nachließen. Wenn man, nachdem die Erscheinung ihr höchstes Stadium erreicht hat, mit dem Drucke allmählig nachläßt, geht sie durch eine Reihe aufeinander folgender Farben in die Dunkelheit über, während zugleich der dunkle Fleck in der Mitte an Helligkeit zunimmt. Wie man aber den Druck erneuert, zeigt sich die Erscheinung wieder in ihrer früheren Gestalt.

Der Lichteindruck, den man bei einem Stoße ins Auge empfindet, ist ohnstreitig von derselben Natur. Auch wenn man die Augen schlechthin schließt und durch Bedecken mit den Händen das durch die Augenlieder matt eindringende Licht abhält, ohne irgend welchen Druck auf das Auge auszuüben, wird man doch keine gleichförmige Dunkelheit darin wahrnehmen, sondern dieselben mit formlosem Lichtdunst gleichsam durchzogen sehen. Zuweilen gruppirt sich dieser Lichtdunst zu eigenthümlichen Figuren, die bald strahlig, bald rund erscheinen und sich nicht gleich bleiben. Sehr bezeichnend drückt sich Purkinje darüber aus, indem er sagt, „es schwebe in der Dunkelheit ein Chaos von schwachem Lichte".

Bekanntlich erscheinen die Farben in den Landschaften bedeutend lebhafter, wenn man sich bückt und sie gleichsam mit umgekehrtem Kopfe betrachtet. Die Farbenerhöhung rührt von dem stärkeren Blutandrang nach den Gefäßen des Augapfels her, wodurch die Netzhaut einen Druck

erfährt, in Folge dessen ihre Empfindlichkeit gesteigert wird. Derselben Ursache dürften wohl auch zuzuschreiben sein die Lichterscheinungen, welche sich öfters entwickeln, wenn man nach dem Bücken sich rasch wieder aufrichtet oder den Kopf schnell dreht, so wie die Veränderungen der Helligkeit des Gesichtsfeldes, welche man bei Vollblütigkeit oder bei dem Andrang des Blutes nach dem Kopfe zuweilen wahrnimmt.

Wahrscheinlich rühren ebenfalls von Blutbewegungen her jene subjectiven Lichterscheinungen, welche nach der Betrachtung einer lichten Fläche, z. B. des hellen Himmels, einer Schneefläche sich zeigen. Man erblickt dann kleine Kreise, die bald mehr oder weniger wolkenartig erscheinen, sich langsam im Gesichtsfeld bewegend. Ist das Gefäßsystem durch Körperbewegung oder Fieberhitze aufgeregt, so wird die Erscheinung viel lebhafter, indem man ein unregelmäßiges Durcheinanderfahren heller Punkte sieht, die an einem Orte des Gesichtsfeldes gleich Sternschnuppen erscheinen, an andern Orten in verschiedenen krummen Linien rasch dahin eilen. Es läßt sich demnach nicht in Abrede stellen, daß Lichterscheinungen auch ganz unabhängig von der Wirkung lichtaussendender Körper stattfinden können, daß mithin die Modification des Nervenzustandes, welche die Lichtempfindungen veranlaßt, nicht ausschließlich von den Lichtwellen, die von den Außendingen in unser Auge gelangen, bewirkt werden kann.

Der Bau des Auges ist nicht bei allen Geschöpfen ein und derselbe. Bei den verschiedenen Thierklassen finden in dieser Beziehung gar mannigfaltige Abänderungen statt, welche theils die einzelnen Theile des Sehapparats betreffen, theils den Gesammtapparat angehen, indem solcher nach einem ganz andern Plan angelegt ist, als der, wie wir ihn bei den Menschen befolgt sehen. Im Allgemeinen liegt bei den Wirbelthieren der nämliche Plan im Bau des Auges zum Grunde, wie beim Menschen. Die Krümmungshalbmesser der Hornhaut und der Krystalllinsen sind bei den Säugethieren fast durchgängig von ziemlicher Größe, was auf ein starkes Brechungsvermögen der inneren Theile des Auges schließen läßt. Und in der That hat sich aus den Untersuchungen der neueren Physiologen ergeben, daß diese Theile bei jenen Thieren eine stärker brechende Kraft haben als im menschlichen Auge. Bei vielen Säugethieren, wie z. B. dem Pferde und der Katze, hat die Pupille während des Tages die Form einer länglichen Spalte; während der Nacht erweitert sich die Pupille bedeutend, indem sie kreisförmig wird: diese Thiere können deßhalb auch weit besser im Dunkeln sehen, als der Mensch.

Das Auge der Vögel ist verhältnißmäßig groß und bietet außerdem verschiedene andere Modificationen dar. Ihre fast gallertartige

Krystallinse ist weit abgeplatteter als die des Menschen, ihre Hornhaut dagegen viel convexer und zugleich verhältnißmäßig kleiner. Mehrere unter ihnen vermögen ihre Pupille so bedeutend zusammen zu ziehen, daß sie beinahe nur wie ein Punkt erscheint, wie wir dies an dem Adler wahrzunehmen Gelegenheit haben, der das blendende Sonnenlicht ohne Beschwerde ertragen kann. Theilweise müssen sie wie unter andern die Raubvögel die Fähigkeit den verschiedenen Entfernungen sich anzupassen im hohen Grade besitzen, da sie aus den hohen Lüften einen kleinen Gegenstand auf der Erde aufs deutlichste zu erkennen vermögen, und mit der Schnelligkeit des Blitzes auf denselben herabstürzend ihn zugleich mit dem Gesicht und den Klauen zu erfassen im Stande sind.

Die Fische haben sämmtlich sehr große Augen. Die Krystallinse nähert sich bedeutend der Kugelgestalt und ist bei vielen ganz kugelförmig; sie liegt unmittelbar an der Hornhaut an und besitzt ein großes Brechungsvermögen. Diese Einrichtungen müssen einen zweckmäßigen Bezug zum Sehen unter Wasser haben, da sie bei den meisten Tauchervögeln ebenfalls angetroffen werden. Auch ist die Krystallinse wie die der andern Thiere aus concentrischen Schichten zusammengesetzt. Die Fische, welche in den Abgründen des Meeres ihre Beute zu erblicken und mit Sicherheit zu verfolgen vermögen, scheinen bei einem solchen schwachen Grade des Lichtes sehen zu können, der für uns Dunkelheit sein würde. Möglich, daß bei diesen Geschöpfen das Sehen noch durch Strahlen bewirkt werden kann, welche für den Gesichtssinn des Menschen aufhören Lichtstrahlen zu sein.

Viele Insecten und krebsartige Thiere haben keine einfache linsenhaltige Augen wie die Wirbelthiere, sondern musivisch zusammengesetzte oder vielfache Augen. Bei diesen zusammengesetzten Augen steht auf einer convexen Nervenhaut eine große Menge durchsichtiger Kegel rechtwinklig auf, deren jeder nur die Gegenstände zur Anschauung bringt, welche in dem kleinen Sehfeld des entsprechenden Kegels liegen. Durch ein solches in mehreren tausend gesonderten Punkten dargestellte Bild wird die Außenwelt jenen Geschöpfen, welche mit dergleichen Augen versehen sind, gleichsam wie eine kunstreich gearbeitete Mosaik vorgeführt. — Im Uebrigen gibt es auch ganze Thierklassen, welche keine besondere Sehapparate haben; bei solchen Thieren findet kein eigentliches Sehen statt, sondern nur eine Unterscheidung von Licht und Dunkel: dahin gehören z. B. die kopflosen Weichthiere und die Würmer. Dagegen besitzen andere Weichthiere, wie z. B. die Schnecken, schon ziemlich ausgebildete Augen. Bei ihnen wie überhaupt bei den niederen Thierklassen steht jedoch der Gesichtssinn schon in näherer Verbindung mit dem Sinn des Getastes: die Augen befinden sich nämlich an der Spitze der

hohlen Fühlhörner, die gleichsam die Stelle der Augenlieder vertreten, indem die Augen durch Umstülpen derselben nach Innen gezogen werden können.

3. Subjective Farben.

Wie der Ton Gegenstand der Empfindung ist, so verhält es sich auch mit der Farbe; der Ton wie die Farbe sind nur insofern als vorhanden zu betrachten, als es ein empfindendes Subject gibt. Die Farbe hängt also zum Theil von dem lichtaussendenden Objecte ab, zum Theil aber vom sehenden Subjecte. Insofern jedoch die äußeren Gegenstände im Sonnenlichte in der Regel von derselben Farbe erscheinen, können wir die Farben objective nennen; dahin gehören die früher betrachteten dioptrischen und katoptrischen Farben. In manchen Fällen tritt aber bei der Bestimmung der Farbe der subjective Einfluß des Sehenden in auffallender Weise hervor; solche Farben werden daher mit Recht subjective genannt: Einige nennen sie physiologische, Andere heißen sie zufällige Farben. Die einfacheren dergleichen subjectiver Farbenerscheinungen erhält man durch das Betrachten schwarzer und weißer Figuren. Schaut man nämlich eine weiße Figur auf dunklem Grunde anhaltend bis zu einiger Ermüdung des Auges an und wendet dann das Auge auf eine weiße Fläche, so zeigt sich auf ihr das Bild derselben Figur, aber dunkler als die übrige Fläche. Betrachtet man auf gleiche Weise eine dunkle Figur auf hellem Grunde, so erscheint das Bild auf der weißen Fläche heller als diese. Der Grund dieser Erscheinungen liegt in der allgemeinen Beschaffenheit unserer Empfindungsorgane, die um so mehr ihre Erregbarkeit durch einen gewissen Reiz verlieren, je länger und in je stärkerem Grade sie demselben ausgesetzt waren. Hat eine Ueberreizung stattgefunden, so können die Organe selbst eine Zeitlang für die Empfindung gänzlich abgestumpft werden, während sie auf der andern Seite für die Empfindung desto empfänglicher sind, je länger sie dieselben entbehrt haben. Dies gilt nun auch hinsichtlich des Auges für den Eindruck des Lichtes und der Farben. Sind also gewisse Theile der Netzhaut stärker als andere Theile derselben durch das Licht gereizt worden, so werden sie durch ein nachheriges schwächeres Licht nicht in dem Grade erregt werden, als jene andern Theile der Netzhaut: darum erscheinen in dem ersten der oben erwähnten Versuche die Theile der weißen Fläche, deren Bild auf die früher mehr gereizten Stellen der Netzhaut zu liegen kommt, dunkler, dagegen im zweiten Versuche die Theile der weißen Fläche, deren Bild auf die nicht gereizten Stellen der Netzhaut fällt, heller als die andern Theile der weißen Fläche.

Interessanter noch werden diese Erscheinungen, wenn man die Versuche mit gefärbten Figuren anstellt. Man lege eine rothe Figur auf weißes von der Sonne wohl beleuchtetes Papier, betrachte unverwandt eine Zeitlang diese Figur und nehme sie alsdann hinweg, oder blicke auch statt dessen auf eine minder beleuchtete weiße Fläche. Man wird jetzt dieselbe Figur sehen, aber von einer andern Farbe, nämlich mit der Ergänzungsfarbe Grün. War die Figur orange, so wird das danach erscheinende subjective Bild blau sein; war die Figur gelb, so zeigt sich das subjective Bild violet; kurz die Farbe des letzteren ist immer die Ergänzungsfarbe der vorher objectiv angeschauten Farbe. Der Grund dieser Erscheinungen liegt wieder in der oben angeführten Thatsache. Hat nämlich das Auge längere Zeit den Eindruck einer gewissen Gattung von Farbenstrahlen gehabt, so ist es bei der nachherigen Einwirkung von weißem Licht für diejenigen Strahlen unempfindlich, für die es seine Erregbarkeit durch das vorherige Betrachten verloren hat; es wird darum von sämmtlichen Farbenstrahlen, welche in dem Weiß enthalten sind, nur der Eindruck der Ergänzungsfarbe der vorhin betrachteten übrig bleiben. Diese Erklärungsart findet darin ihre Bestätigung, daß, wenn man jene Versuche nur mit einem Auge anstellt, indessen das andere verschlossen bleibt, bei dem späteren Betrachten der weißen Fläche mit beiden Augen die subjective Farbe nur von dem wahrgenommen wird, das vorhin den längeren Eindruck des farbigen Lichtes gehabt hat. — Eine weitere Bestätigung von der Richtigkeit der obigen Erklärung liefert uns folgender Versuch. Man betrachte eine ruhende Scheibe, deren eine Hälfte roth, die andere grün gefärbt ist, durch zwei vor die Augen gehaltenen Röhren, so daß das eine Auge nur rothes Licht erhält, das andere nur grünes. Hat das eine Auge bis zur Ermüdung nur Roth, das andere nur Grün gesehen, und versetzt man dann die Scheibe in schnelle Drehung; so sieht das Auge, welches Roth betrachtet hatte, nur Grün, das, welches dem Grün zugewandt war, nur Roth.

Durch eine von Nörremberg angegebene Vorrichtung lassen sich die subjectiven Farbenerscheinungen bei mehreren Personen gleichzeitig zur Wahrnehmung bringen. Der obere Theil der Vorderseite eines Holzrahmen ist mit einem Brette bedeckt, während vor die Rückwand des untern Theiles des Rahmen verschieden mit gefärbtem Papier überzogene Tafeln von Pappdeckel eingeschoben werden können. In der Mitte der Tafel ist ein längliches Rechteck aufgeklebt, das ohngefähr den siebenten Theil des Raumes der farbigen Tafel einnimmt und von einer anderen Farbe als die Tafel ist. Hat man nun die farbige Tafel sammt dem farbigen Rechteck eine Zeitlang angeschaut, so läßt man ein mit weißem

Papier überzogenes Holzrähmchen, welches bis dahin von einem Stifte getragen wurde, herabfallen, so daß die farbige Tafel sammt dem farbigen Rechteck zugedeckt wird. Auf dem weißen Papier kommen dann die complementären Farben von denen zum Vorschein, welche das Auge vor dem Herabfallen des weißen Schirmes wahrgenommen hatte.

Man kann sich auch rotirender Scheiben bedienen, um einem die Erscheinung subjectiver Farben zu zeigen. Dreht man eine weiße Scheibe, auf welcher sich eine schwarze Figur befindet, deren Umfang eine archimedische Spirale ist, so sieht man je nach der Beschaffenheit der Drehungsgeschwindigkeit nicht blos verschiedene Abstufungen von Grau, sondern auch verschiedene Farben wie Blau, Roth, Violet, Grün, die von verschiedenen Personen mit ungleicher Deutlichkeit wahrgenommen werden. Aehnliche Erscheinungen zeigen sich, wenn man eine weiße Spiralfigur auf einer schwarzen Scheibe befestigt und das Ganze in rasche Drehung versetzt. — Trägt man auf eine weiße Scheibe eine farbige Spiralfigur, läßt zuerst die Scheibe eine Zeitlang schnell rotiren, so daß sie gleichförmig gefärbt erscheint, verlangsamt dann plötzlich die Bewegung; so sieht man, besonders wenn man schief gegen die Scheibe blickt, die subjective Farbe in ungewöhnlicher Stärke hervortreten. Wenn verschiedene Individuen die Versuche sehen, so ist es bemerkenswerth, wie die Augen derselben für einen bestimmten subjectiven Farbeneindruck besonders empfänglich sind, für einen andern weit weniger. — Auf schwarzem Grunde zwischen zwei concentrischen Kreisen, deren Mittelpunkt die Drehungsachse ist, werden Kreise gezeichnet, welche sich selbst und die beiden concentrischen Kreise berühren; die kleineren Kreise sind abwechselnd farbig und weiß. Bei schneller Drehung stellt sich das Ganze als ein gefärbter Ring dar; sowie aber die Drehung nachläßt, treten lebhafte subjective Farben an den weißen Kreisen hervor, die zugleich als schwache Ellipsen erscheinen.

Die subjectiven Farbenerscheinungen kommen im Leben häufig vor. Durch eine Oeffnung rother oder grüner Vorhänge gesehen erscheinen die Gegenstände draußen mit der Ergänzungsfarbe überzogen. Haben wir uns einer grünen Brille bedient, so sehen wir beim Weglegen derselben die Gegenstände mit einem röthlichen Schein überglänzt. Sieht man eine Zeitlang durch ein blaues Glas, so zeigt sich Alles nachher dem befreiten Auge in einem orangenfarbigen Farbenton. Bringt man auf eine gelbe Tapete weiße Papiere, so sehen wir sie mit Violet überhaucht. — Die Erscheinung der blauen Schatten, welche man bei der auf- und untergehenden Sonne wahrnimmt, ist gleichfalls eine subjective optische Erscheinung. Das Auge wird nämlich von dem beim Auf- und Untergange vorherrschenden orangefarbigen Sonnenlichte so lebhaft

erregt, daß es für den schwachen Eindruck der gelben Strahlen, welche von den grauen Schatten herkommen, nicht empfänglich ist; es bleibt mithin nur der Eindruck der blauen Ergänzungsfarbe übrig. — Unter geeigneten Umständen lassen sich auch anders farbige Schatten wahrnehmen. Man lasse zur Nachtzeit von zwei in einiger Entfernung von einander stehenden Kerzen Licht auf einen Stab fallen; auf einer dargebotenen weißen Fläche werden dann zwei graue Schatten entstehen. Hält man nun vor die eine Flamme ein rothes Glas, so erscheint der von der bedeckten Flamme erleuchtete Schatten roth, der von der unbedeckten Flamme erleuchtete hingegen deutlich grün. Daß die Farbe des rothen Schattens objectiv, dagegen die Farbe des grünen Schattens subjectiv ist, geht daraus hervor, daß die Farbe des letzteren Schattens verschwindet, wenn man denselben durch ein innen geschwärztes Rohr betrachtet, um das Auge gegen den Eindruck der vorwaltenden rothen Farbe zu schützen; dagegen verschwindet der rothe Schatten nicht, wenn man ihn durch das geschwärzte Rohr ansieht, zum Beweise, daß derselbe objectiver Natur ist. — Eine weitere subjective Farbenerscheinung bietet sich dar, wenn man einen schmalen Streifen von weißem Papier gegen eine Tafel grünlichen Fensterglases hält. Man sieht dann zwei complementäre Bilder; das von der Hinterfläche des grünen Fensterglases reflectirte Bild ist natürlich grün, während die in dem an der Vorderfläche reflectirten an sich weißen Bilde enthaltenen grünen Strahlen das überall vom Grün lebhaft afficirte Auge nicht mehr zu reizen vermögend sind: dieses zweite Bild wird deßhalb röthlich erscheinen. Der Versuch gewinnt ausnehmend an Deutlichkeit, wenn man ein hellfarbiges Glas auf eine Metallplatte legt und dadurch die Reflection der objectiven Farbe der Hinterfläche vermehrt, womit zugleich die Erscheinung der subjectiven Complementärfarbe an der Vorderfläche stärker hervortritt.

Ein besonderes physiologisches Interesse bot die Frage dar, welche Wirkung zwei verschiedene Farben hervorbringen würden, von denen gleichzeitig die eine dem einen, die andere dem andern Auge dargeboten wird. Es galt nämlich zu entscheiden, ob die den Farben entsprechenden Erregungszustände auf der Netzhaut zur Verbindung kommen und zu einer Mischfarbe verschmelzen, oder ob beide Zustände zugleich vorhanden sind und in dem Gehirn zu einem ihrer Energie entsprechenden gemeinsamen Eindrucke combinirt werden. Nach den von de Haldat, Seebeck, Dove und Brücke angestellten Beobachtungen hat sich ergeben, daß Letzteres stattfinde, wie es sich erwarten ließ. Wenn hier und da andere Resultate gefunden wurden, bald die eine, bald die andere Farbe

bemerkt und nie eine wirkliche Vereinigung der Farben erkannt ward, so wird dies nicht befremden, wenn man erwägt, daß einmal die Farben, die man anwendet, nicht vollständig homogen sind, um eine Mischfarbe zu liefern, wie sie die Theorie gerade verlangt; dann die beiden Augen öfters ein ungleiches Sehvermögen besitzen; ferner eine Verschiedenheit der Beleuchtung von merklichem Einfluß ist; endlich die Thätigkeit der beiden Augen nicht in gleichem Grade von beiden Farben in Anspruch genommen wird. Vergleichen wir jedoch aufmerksam, was wir bei dergleichen Versuchen gesehen haben mit dem, was von Andern dabei wahrgenommen worden; so dürfen wir mit Zuverlässigkeit annehmen, daß unser Gesichtsorgan die Fähigkeit besitzt, zwei verschiedene in den beiden Augen gleichzeitig hervorgerufene Farbeneindrücke zu einem gemeinsamen Eindruck zu combiniren.

Hielten wir nämlich von zwei verschieden gefärbten Gläsern das eine vor das rechte, das andere vor das linke Auge, so sahen wir zwar bald die eine, bald die andere vorwalten; immer fanden wir aber, wenn plötzlich das eine oder das andere Auge geschlossen wurde, daß die mit beiden Augen gesehene Farbe eine Mischfarbe war. Dies zeigte sich dann besonders auffallend, wenn die eine Farbe nicht bedeutend stärker als die andere war, vielmehr beide Gläser übereinander gelegt eine charakteristisch unterschiedene Mittelfarbe zu erkennen gaben. — Operirten wir mit zwei Gläsern, welche nahezu complementäre waren und ziemlich gleich intensive Farben besaßen, indem wir mehrmals hintereinander abwechselnd mit beiden Augen durch das eine und das andere Glas einen fernen Gegenstand fixirten; so gelang es uns die Farben zum Verschwinden zu bringen, wenn dann plötzlich beide Gläser den Augen gleichzeitig vorgehalten wurden. Von den verschiedenen Personen, welche zu der nämlichen Zeit mit uns den Versuch angestellt hatten, sahen Einige farbloser, wenn sich die lichtere Farbe vor dem linken Auge befand, während es sich bei Andern ereignete, wenn jene Farbe dem rechten Auge sich darbot: dieser Unterschied kam daher, daß einerseits die beiden Augen ein verschiedenes Sehvermögen besaßen und anderseits eine Farbe eine andere leichter zu verdrängen vermochte.

Entschiedener fiel jedoch die Antwort auf die oben aufgeworfene Frage aus, wenn die stereoskopische Anschauung zu Hülfe genommen wurde. Die hierher gehörigen chromatischen Versuche lassen sich auf gar mancherlei Art abändern und vervielfältigen. Für katoptrische Farben kann man die Zeichnungen auf weißem oder schwarzen Grunde mit für die beiden Augen verschiedenen Pigmenten ausführen, oder auf verschiedenfarbigem Grund mit schwarzen oder weißen Linien die Projectionen entwerfen. Für dioptrische Farben kann man die Zeichnungen

weiß auf schwarzem Grund oder schwarz auf weißem Grund ausführen und dann die Umrisse durch farbige Gläser betrachten. Man kann auch dioptrische mit katoptrischen Farben combiniren: zu diesem Behuf eine auf schwarzem Grund mit weißen Linien ausgeführte Zeichnung durch ein vor das Auge gehaltenes farbiges Glas, und mit dem andern bloßen Auge ein mit farbigen Linien auf weißem Grunde entworfene Zeichnung betrachten. Welche Verfahrungsweise man übrigens dabei auch einhalten möge, immerhin bleiben die Ergebnisse bei allen Versuchen dieselben, obschon sie wegen ihres eigenthümlichen Charakters zuweilen die eine oder die andere Modification darbieten können. Von den zahlreichen Versuchen, welche ich im Verein mit mehreren Lehrern und Schülern unserer Anstalt mit gleichem Erfolg wiederholt angestellt habe, sollen nur einige hier erwähnt werden, um nicht durch öftere Wiederholung des in diesen Versuchen gemeinsam Enthaltenen zu ermüden. —

Wir betrachteten die auf weißem Grund mit schwarzen Linien ausgeführten Zeichnungen im Stereoskop, indem wir vor das eine Auge ein rothes Glas, vor das andere ein blaues Glas hielten. Das mit voller Deutlichkeit hervortretende Relief hatte bei einer gewissen Stellung des Stereoskops einen rothen Hintergrund, der bei einem allmähligen Drehen des Instrumentes nach der einen Seite hin immer matter wurde, dann eine Lilafarbe annahm und zuletzt in Blau überging, dessen Intensität sich bei weiterem Drehen des Apparats mehr und mehr steigerte. — Waren die Zeichnungen mit weißen Linien auf schwarzem Grunde aufgetragen, so erschien bei Anwendung derselben farbigen Gläser das Relief mit rothen und blauen nebeneinander liegenden Kanten in der Weise, daß die mit dem linken Auge gesehene Farbe rechts, die mit dem rechten Auge gesehene links lag. Bei dem Hervortreten der einen oder der andern Farbe zeigten die Kanten ebenfalls diese Farbe, welche bei einer schicklichen Stellung des Stereoskops in ein merkliches Lila überging. — Wir entwarfen die Zeichnungen mit schwarzen Linien auf rothem Papier und betrachteten dann die Zeichnungen, indem wieder vor das eine Auge ein rothes Glas, vor das andere ein blaues Glas gehalten wurde: Das Relief erschien bei angemessener Stellung des Apparats auf einem lilafarbigen Hintergrunde. — Waren die Zeichnungen mit weißen Linien auf rothem Papier ausgeführt, so lieferten sie gleichzeitig im Stereoskop durch die nämlichen farbigen Gläser gesehen ein Relief mit rothen und blauen Kanten auf einem lilafarbigen Hintergrunde. — Wir zeichneten auf ein rothes und auf ein grünes Papier mit schwarzen Linien die Umrisse eines Körpers, wie solche der Ansicht des rechten und linken Auges entsprechen. Im

Stereoskop gleichzeitig gesehen zeigte sich das Relief mit schwarzen Kanten auf fast farblosem Grunde. — Waren die Zeichnungen mit schwarzen Linien auf rothem und blauem Papier aufgetragen, so erschien im Stereoskop das Relief mit schwarzen Kanten auf lilafarbigem Grunde. — Wir betrachteten eine auf schwarzem Grund mit weißen Linien ausgeführte Zeichnung durch ein vor das eine Auge gehaltenes rothes Glas, mit dem andern bloßen Auge eine mit blauen Linien auf weißem Grunde entworfene Zeichnung. Das Relief von grauen Flächen begrenzt, die wie Graphit glänzten, erschien mit rothen und blauen Kanten. — Wurde statt der auf schwarzem Grund mit weißen Linien ausgeführten Zeichnung eine auf weißem Grund mit schwarzen Linien entworfene genommen und die mit blauen Linien auf weißem Grunde ausgeführte Zeichnung durch eine auf blauem Grunde mit weißen Linien entworfene ersetzt; so erschien, wenn die Zeichnungen im Stereoskop wie vorhin betrachtet wurden, das Relief von violetten Flächen begrenzt mit rothen und schwarzen Kanten. — Die beschriebenen chromatischen Versuche wurden mit dem katoptrischen, wie mit dem dioptrischen Stereoskop mit gleichem Erfolg angestellt. Auch unterließen wir nicht, verschiedene farbige Gläser, sowie mit verschiedenartigsten Pigmenten ausgeführte Zeichnungen bei den in Rede stehenden Erscheinungen zur Hand zu nehmen.

Zu den subjectiven Farbenerscheinungen gehören auch die farbigen Nachbilder, welche man wahrnimmt, wenn man, nachdem man irgend einen hellen Gegenstand längere Zeit mit den Augen fixirt hat, dieselben schließt oder in ein möglichst vollkommenes Dunkel richtet. Es dauert in diesem Falle, wie schon gesagt, der Lichteindruck nicht blos eine Weile fort, sondern der Eindruck verschwindet erst durch eine Folge von Farbenveränderungen. Hiervon kann man sich durch folgende einfache Versuche überzeugen. Man schaue eine Kerzenflamme etwa eine Minute lang an, schließe dann die Augen und bedecke dieselben mit den Händen, damit alles Licht abgehalten werde. Im ersten Augenblicke sieht man das Flammenbild in seiner ursprünglichen Art, welches plötzlich durch ein gelbes Bild ersetzt wird. Dieses dauert etwas länger als das vorige und verschwindet auf gleiche Weise, indem ein rothes an seine Stelle tritt; ihm folgen successiv auf die nämliche Art ein blaues, ein weißes und ein schwarzes Bild, dergestalt, daß jedes später verschwindende immer länger andauert, als jedes vorhergehende bis auf das schwarze, welches am längsten anhält und zuletzt von einem grauen Schein verschlungen wird. — Man blicke auf den erhellten Fleck eines weißen Papiers, welchen die durch eine Oeffnung im Laden eines dunk-

len Zimmers dringenden Sonnenstrahlen erzeugen, und sehe alsdann nach dem dunkelsten Orte des Zimmers: das Nachbild erscheint gelblich und erhält alsbald einen purpurfarbenen Rand; die Purpurfarbe überzieht allmählig den ganzen Kreis, wobei der Rand blau wird; das Blau verdrängt nach und nach den Purpur und der Rand wird dunkel; endlich schreitet das Dunkel langsam gegen die Mitte vor, worauf sich das Nachbild allmählig verliert. — Die Farbe des Nachbildes ist um so intensiver, je anhaltender und stärker der primitive Eindruck gewesen; auch hängt ihre Helligkeit von der Farbe des Grundes ab, auf welchem das Urbild und das Nachbild betrachtet werden. Um den letzten Einfluß zu zeigen, wollen wir folgende von Fechner zuerst angegebenen Versuche anführen. — Hat man ein grünes Object auf weißem Grunde anhaltend betrachtet, so erblickt man, wenn man das Auge abwendet, auf weißem Grunde ein hellrothes Nachbild; auf schwarzem Grunde ein dunkelrothes; auf grünem Grunde ein weißliches; auf rothem Grunde ein lebhaftrothes Nachbild. — Hat man ein grünes Object auf schwarzem Grunde betrachtet, so erscheint das Nachbild auf weißem Grunde dunkelroth; auf schwarzem Grunde schwarz mit rother Nüance; auf grünem Grunde schwärzlich; auf rothem Grunde tiefroth. — Hat man ein weißes Object auf grünem Grund betrachtet, so zeigt sich das Nachbild auf weißem Grunde schwärzlichgrün; schwärzlich auf rothem Grunde; grün bei schwarzem Grunde; sehr rein grün bei grünem Grunde. — Hat man ein schwarzes Object auf grünem Grunde betrachtet, so wird das Nachbild blendend weißlich grün bei weißem Grunde; weißlich auf rothem Grunde; weißlich grün bei schwarzem Grunde; sehr licht weißlich grün auf grünem Grunde.

Nach der Ansicht unsers geistreichen Fechner liegt die Ursache der farbigen Nachbilder ebenfalls in dem eigenthümlichen Reiz, welche eine Farbe auf die Netzhaut ausübt, in Folge dessen dieselbe für die Empfindung dieser Farbe abgestumpft wird und nach dem Verschwinden des Objects für die übrigen Farben des dargebotenen Lichtes mehr empfänglich ist. Auf den Einwand, daß von einem schwarzen Grunde kein weißes Licht ins Auge gelange, an welchem die subjective Zerlegung in einen empfundenen und nicht empfundenen Theil vor sich gehen könnte, erwiedert Fechner, daß auch die schwärzeste Oberfläche noch Licht reflectire. Denn läßt man auf eine solche Fläche im finstern Zimmer durch eine Oeffnung des Fensterladens directes Sonnenlicht fallen, so wird der auf der Oberfläche beleuchtete Fleck lichter erscheinen als die Umgebung, was nicht möglich wäre, wenn das Schwarz nicht noch eine Menge Licht zurückzuwerfen vermöchte. Auch ist die complementäre Farbe, die man auf einem schwarzen Grunde sieht, bei weitem schwächer

als wenn man das Auge auf einen weißen Grund richtet; woraus hervorgeht, daß das Weiß an der Erscheinung einen bedeutenden Antheil hat. — Den andern Einwand, daß das Nachbild auch in der vollständigsten Dunkelheit wahrgenommen werde, wo kein Licht vorhanden sei, welches sich in empfundenes und nicht empfundenes zerlegen könnte, sucht Fechner durch die Behauptung zu beseitigen, daß im Auge auch unabhängig von äußeren Lichteinwirkungen eine Lichtempfindung stattfinden kann. Damit soll nicht gesagt werden, daß in dergleichen Fällen eine objective Lichtmaterie im Auge thätig sei, sondern vielmehr angedeutet werden, daß dieselbe organische Kraft des Auges, welche von äußeren Lichteinwirkungen angeregt die Empfindung des gewöhnlichen Sehens hervorbringt, auch fähig ist, auf die eine oder die andere Weise von Innen aus angeregt zu werden. Jede verschiedene Farbenempfindung setzt nun eine verschiedene Actionsweise des Auges voraus, weil offenbar für die verschiedenen Empfindungen diese Action nicht dieselbe sein kann. Hat daher die Netzhaut an der einen oder der andern Stelle eine Zeitlang einen gewissen Farbeneindruck erfahren, so wird sie für einige Zeit nachher unfähiger auf das Ursächliche dieser Farben zu reagiren, dagegen desto fähiger diejenigen Farbenreactionen zu äußern, hinsichtlich deren sie unthätig war, sei übrigens das Ursächliche, was das Auge zur Farbe anregen will, in oder außer dem Auge. Es ist nicht zu läugnen, daß nach dem Principe Fechner's eine große Klasse von Nachbildern sich erklären läßt. Dahin gehören alle jene Nachbilder, bei denen das hell ist, was im Objecte dunkel, und das dunkel ist, was im Objecte hell ist, sowie alle diejenigen Nachbilder, welche die Complementärfarbe von jener des Objects zeigen. Man könnte deßhalb vielleicht dergleichen subjective Bilder negative Nachbilder nennen oder auch Nachbilder wegen verminderter Erregung der Netzhaut, weil sie nur bei geringeren Graden des Lichtreizes auftreten. Anders dürfte es sich aber mit einer zweiten Klasse von Nachbildern verhalten, nämlich mit jenen Nachbildern, bei denen das hell ist, was im Objecte hell, und das dunkel ist, was im Objecte dunkel, sowie mit den Nachbildern, welche eine mit dem Objecte übereinstimmende Farbe haben. Die letzteren subjectiven Bilder könnten vielleicht positive Nachbilder genannt werden, oder auch Nachbilder wegen gesteigerter Erregung der Netzhaut, weil sie in ihrer Vollständigkeit nur nach sehr heftiger Einwirkung des Lichtes eintreten und bei schwächerer primären Reizung unmerklich sind, so daß nur das negative Nachbild übrig bleibt.

Ein paar einfache Versuche, bei welchen positive und negative Nachbilder sicher und deutlich beobachtet werden können, sind folgende: Man schließe das eine Auge und sehe mit dem andern durch eine innen ge-

schwärzte Röhre eine Minute lang auf ein hell erleuchtetes rothes Feld. Auf einem weißen Grunde sieht man mehreremal hintereinander das grüne Nachbild verschwinden, um auf kurze Zeit einem rothen Bilde Platz zu machen. — Blickt man durch ein rothes Glas nach der Sonne, bedeckt dann sorgfältig mit den Händen die Augen, indem man sie vom Lichte abwendet; so erhält man zuerst ein rothes Bild, welches durch ein grünes ersetzt wird; dann erscheint das rothe wieder, welches abermals dem grünen weicht; dieser Wechsel dauert längere Zeit fort, bis endlich das rothe Bild, nachdem es immer schwächer geworden ist, gänzlich ausbleibt; das Grüne wird noch einige Zeit gesehen, worauf es denn ebenfalls zum Verschwinden kommt. — Das abwechselnde Verschwinden und Hervortreten des Nachbildes schreibt Fechner zufälligen Nebenumständen zu. Jede Bewegung des Auges oder der Augenlieder, eine oder die andere Kopfbewegung, selbst ein lebhafter Stoß mit den Armen oder einem Fuße, wie überhaupt Alles, was mittelst der Nerven einen Einfluß auf das Auge ausübt, vermag das Nachbild zum Verschwinden zu bringen oder zu schwächen; es erscheint aber wieder, wenn nach einer derartigen Bewegung das Auge von neuem auf die frühere Stelle gerichtet ist. Durch fortgesetzte Uebung das Auge in vollkommener Ruhe und gleichförmiger Spannung zu erhalten, ist es Fechner gelungen, das abwechselnde Verschwinden und Wiederhervortreten der Nachbilder in auffallender Weise zu vermindern. — Wir wollen bei dieser Gelegenheit noch eines Umstandes Erwähnung thun, der auf die Helligkeit der Nachbilder von Einfluß sein kann. Man richte z. B. das Auge auf ein Fensterkreuz, welches auf dem hellen Himmelsgrund dunkel erscheint. Nach dem Schließen des Auges ist das dunkle Kreuz mit hellen Scheiben noch eine kurze Zeitlang sichtbar, geht aber bald in ein helles Kreuz mit dunklen Scheiben über. Kneipt man nun die Augenlieder zusammen und läßt sie hierauf schnell wieder nach, so verschwindet das Bild und zeigt sich wieder mit erneutem Glanze. Durch wiederholtes Zusammenkneipen und Wiedernachlassen kann das Kreuz fast blendend hell werden. Die Ursache der Veränderung der Erscheinung ist die Ungleichheit der Menge des Lichtes, welche durch die Augenlieder hindurch ins Auge dringt: denn wenn man sich nach Anschauung des Fensterkreuzes in ein finsteres Zimmer begibt, verliert das Zusammenkneipen und Nachlassen der Augenlieder seinen Einfluß auf das Nachbild ganz.

Plateau hält das Princip der Abstumpfung der Netzhaut zur Erklärung der subjectiven Farbenerscheinungen für unzulänglich und substituirt dafür das Princip der entgegengesetzten Erregungszustände, welche die Netzhaut nach Aufhören der directen Eindrücke freiwillig an-

nimmt. Hat nämlich ein Theil der Netzhaut einen Lichteindruck erfahren, so ist dieser Theil aus seinem Normalzustande getreten, in den er wieder zurückzukehren strebt, wenn der Eindruck aufhört. Zunächst findet der ursprüngliche Eindruck statt, welcher allmählig abnimmt. Hierauf tritt für den afficirten Theil des Organs der entgegengesetzte Zustand ein und das subjective Bild kommt zum Vorschein. Dieser neue Zustand nimmt alsdann wieder ab und wird durch den ursprünglichen Eindruck wieder ersetzt. Durch Aufeinanderfolge dergleichen entgegengesetzter Zustände, welche abnehmend alle Stufen der Stärke durchgehen, kehrt endlich der Normalzustand der Netzhaut wieder. Plateau bringt alle subjectiven Farbenerscheinungen mit der Dauer des Lichteindrucks in Verbindung, welche für alle Farben nicht von einerlei Größe ist. Welchem Princip der Vorzug gebühre, wagen wir nicht zu entscheiden; vielleicht dürfte jede Ansicht ihre Berechtigung haben, aber keine für sich allein zur Erklärung aller hierher gehörigen Erscheinungen ausreichen. Wir haben zwar die von Fechner und Plateau beschriebenen Versuche theilweise selbst angestellt; diese Untersuchungen sind aber von uns nicht mit dem erforderlichen Fleiße und in der gewünschten Ausdehnung vorgenommen worden, weil die nachtheiligen Folgen einer andauernden Anstrengung unserer Augen uns mahnten, davon abzustehen.

Wenn zwei ungleich erleuchtete Flächen von derselben Farbe oder zwei gleich erleuchtete Flächen von verschiedenen Farben nebeneinander gestellt sind, so nimmt beim Betrachten solcher Flächen das Auge Verschiedenheiten wahr, welche in der Wirklichkeit sich nicht vorfinden. Diesen gegenseitigen Einfluß benachbarter Farben aufeinander nennt man **Contrast** der Farben, den der französische Chemiker Chevreul am sorgfältigsten studirt hat. Zur Nachweisung dergleichen Contrasterscheinungen dienen folgende Versuche: Man klebe auf dieselbe Karte vier parallele Streifen, von denen jeder etwa einen Centimeter breit und lang ist; die beiden Streifen zur linken seien von hellgrauer Farbe und die zur rechten von dunkelgrauer; die zwei mittleren Streifen liegen dicht nebeneinander, während die beiden äußeren ohngefähr um einen Millimeter davon abstehen. Betrachtet man nun diese Streifen mehrere Secunden lang, so erscheint der mittlere Streifen von hellgrauer Farbe heller als der ihm zur Linken isolirt liegende und der mittlere Streifen von dunkelgrauer Farbe dunkler als der ihm zur Rechten isolirt liegende. Aehnliche Resultate erhält man, wenn man das Grau durch irgend eine andere Farbe ersetzt, z. B. zwei Blätter von dunkelrother Farbe neben zwei Blätter von hellrother Farbe legt. Diese Aenderung hinsichtlich der Intensität der Farbe, welche durch

das Nebeneinander zweier ungleich hellen Flächen von derselben Farbe entsteht, nennt Chevreul Contrast des Tones. — Wendet man verschieden gefärbte Streifen an, deren Farbenintensität möglichst gleich ist, so wird nicht allein der Ton, sondern die Farbe selbst verändert: Chevreul nennt die Aenderung, welche sich auf die optische Beschaffenheit erstreckt, vorzugsweise Contrast der Farben. Man ändere den oben angeführten Versuch dahin ab, daß man statt der beiden hellgrauen Streifen zwei Streifen von derselben rothen Farbe und statt der beiden dunkelgrauen Streifen von derselben gelben Farbe nimmt. Der mittlere rothe Streifen scheint dann mehr ins Violette und der mittlere gelbe mehr ins Grüne zu fallen. Aehnliche Modificationen treten bei jeder Farbe in der Nachbarschaft einer andern ein. So erscheint Grün neben Gelb mehr Blau; Violet neben Blau nähert sich dem Roth; Orange neben Violet wird grünlichgelb; Roth neben Orange erhält einen violetten Anstrich. — Sind die sich begrenzenden Farben Ergänzungsfarben zu einander, so verstärken sie sich gegenseitig durch diesen Einfluß und bekommen einen sehr bemerkenswerthen Glanz. — Weiß neben einer andern Farbe erleidet eine geringe Veränderung, welche dem geübten Auge als Ergänzungsfarbe der beigesellten Farbe sich zu erkennen gibt, welche ihrerseits glänzender und kräftiger wird. — Schwarz und Weiß üben einen gegenseitigen Einfluß auf einander aus, indem das erstere lichter und das letztere dunkler erscheint. — Schwarz mit Farben zusammengestellt wird durch den Contrast kräftiger, während der Ton der dabei sich befindenden Farbe herabgestimmt wird. — Neben Grau werden alle Farben glänzender, dagegen bei dem Grau der Einfluß der hervortretenden Ergänzungsfarben deutlich wahrzunehmen ist. — Die gegenseitigen Einflüsse der Farben finden noch, wiewohl in geringerem Grade statt, wenn sie nicht unmittelbar aneinander grenzen, sondern in einiger Entfernung von einander liegen. — Der gegenseitigen Einwirkung benachbarter Farben sind auch jene zufälligen Farbenränder zuzuschreiben, welche farbige Flächen umgeben, die einen andersfarbigen Hintergrund haben, wie z. B. der violette oder grünliche Farbenrand, den eine gelbe Fläche auf blauem oder schwarzem Grunde erhält. — Zu den Contrasterscheinungen gehören deßgleichen jene eigenthümlichen Farbentöne, welche zuweilen Möbel, auf die kein directes Sonnenlicht fällt, in Zimmern annehmen, deren Wände mit glänzenden Farben überzogen sind.

Bei der Betrachtung der Wirkung der Farben auf uns kommt viel darauf an, ob es die Wirkung kleiner Oberflächen z. B. Blumen, oder die mehr ausgedehnter Oberflächen z. B. Zimmerwände ist; deßgleichen ist dabei die Lichtstärke und der Glanz von Bedeutung. Es werden

darum dergleichen Umstände mehr oder weniger ebenfalls ihren Einfluß äußern, wenn es sich um die Wirkung der Farbenzusammenstellungen auf uns handelt. Einige der täglichen Erfahrung entnommenen Beispiele werden am besten zeigen, wie mancherlei Verhältnisse hierbei in Betracht kommen. Die kleine blaue Blume des Vergißmeinnicht gewährt in seiner grünen Umgebung einen erfreulichen Anblick, während die Zusammenstellung des Blau mit Grün häufig einen ungünstigen Eindruck macht. Dunkelblau und dunkelroth bewirken in ihrer Zusammenstellung einen weniger angenehmen Eindruck als ihre helleren Töne in ihrem Nebeneinandersein. Gelb und Blau werden zu Uniformen gebraucht, doch würde Gelb zum Rock genommen nicht passen. Rothe Blumen gefallen sowohl auf dunklem wie auf hellem Grund, während zu Stoffen mit dunklem Grunde nur Blumen mit lichtstarken Farben sich eignen, zum hellen Grunde dagegen nur lichtschwache Farben. — Insofern eine Verbindung von zwei oder mehreren Farben einen angenehmeren Eindruck als eine andere Verbindung macht, dürfen wir vielleicht in einiger Beziehung von einer Farbenharmonie reden. Wir dürfen uns aber wegen der Grundähnlichkeit zwischen den Schallbebungen und den Aetherschwingungen, welche die Lichtempfindung hervorbringen sollen, nicht verleiten lassen, den Begriff von Farbenharmonie zu weit auszudehnen, sondern denselben vor allen Dingen in der gehörigen Weise zu beschränken suchen. Die Empfindungen des Auges bemächtigen sich nicht wie die des Ohres unsers ganzen Lebensgefühls; das Zeitverhältniß, welches in dem Reiche der Töne vorwaltet, ist auf dem Gebiete des Lichtes im hohen Grade verborgen, während die Raumverhältnisse hier von der größten Bedeutung sind. Einen schnellen Wechsel wie jenen der Tonspiele verträgt das Auge nicht, auf welches matte Farben nur eine unbedeutende Wirkung machen. Es gibt darum keine Farbenmusik, welche sich mit der Tonmusik vergleichen ließe. Das Licht der Sonne entfaltet nur an den Naturdingen seine unendliche Mannigfaltigkeit von Farben und ist durch seine Farbenwirkungen eine Offenbarung des allgemeinen Naturlebens; seine großen Farbenconcerte spielt es nur über der Landschaft im schönen Wechsel der Beleuchtung. — Obschon Manche unfähig sind, gewisse Farben von einander zu unterscheiden, der Eine diese, der Andere jene Verbindung von Farben für eine gefällige erklärt; so machen doch vor allen diejenigen Farben in ihrer Zusammenstellung einen angenehmen Eindruck, welche Ergänzungsfarben zu einander sind. Dergleichen Farben heißen deßhalb auch vorzugsweise harmonische Farben. Es ist hier kein zufälliges Zusammentreffen; die beiden Gegensätze, welche ein Farbenganzes ausmachen, befriedigen das Auge, indem sie in ihrem Zusammenwirken demselben

ein zu einer inneren Einheit Zusammenstimmendes vorhalten. — Es können aber auch zwei Farben, zwischen denen nur eine Zwischenfarbe liegt, gefällige Farben-Zusammenstellungen liefern, wie z. B. Roth und Blau, Roth und Gelb. Selbst die Nebeneinanderstellungen von Nachbarfarben, wie z. B. Gelb und Grün, Blau und Grün vermögen angenehme Eindrücke hervorzubringen, wenn besondere Bedingungen dazu kommen. Dahin gehören jene Eigenschaften der Farben, welche wir als Glanz und Sättigung bezeichnen und die, wenn man nach einer Analogie in der Musik suchen will, vielleicht mit der Instrumentirung verglichen werden können. Weiter gehören dahin die weißen, grauen und schwarzen Farben, welche bei Farbengruppirungen von Wichtigkeit sind und die man den Pausen in der Musik allenfalls an die Seite stellen könnte. Um für die Anschauung mehr hervorzuheben, welche Veränderungen durch die gegenseitige Einwirkung zweier nebeneinander liegenden Farben entstehen, mögen hier Farben, zwischen denen nur eine Zwischenfarbe vorhanden ist, paarweis aufgestellt und unter jede die Farbe gesetzt werden, welche die andere bei der Wahrnehmung derselben erzeugt:

Roth — Gelb.	Roth — Blau.
Violet — Grün.	Orange — Grün.

In diesem Falle bekommt also die eine Farbe in jedem Paar eine Farbe, welche etwas von ihrer eigenen enthält. — Bei der Zusammenstellung von zwei Nachbarfarben ergibt sich ein anderes Verhältniß, wie folgendes Schema zeigt:

Grün — Gelb.	Grün — Blau.
Violet — Roth.	Orange — Roth.

In dem letzteren Falle tritt demnach zu der einen Farbe in jedem Paar eine ganz neue Farbe.

Die Modificationen, welche die Farben durch ihr Nebeneinandersein nicht allein in Bezug auf die Intensität, sondern auch in Bezug auf die Farbe selbst erleiden, kommen im täglichen Leben häufig vor und sollten daselbst mehr beachtet werden, als dies gewöhnlich der Fall ist. Zum Ausschmücken der Zimmer sollte man stets eine helle und niemals eine dunkle Farbe nehmen, damit die Wände viel Licht reflectiren und wenig absorbiren. Roth und Violet muß man vermeiden, weil sie den Gesichtszügen einen ungünstigen Ausdruck verleihen. Orange und Weiß ermüden zu sehr die Augen wegen ihres Glanzes; die vortheilhaftesten Farben sind Grau, Gelb und die hellen Töne von Blau und Grün. Bei einfarbigen Tapeten sind für die Randeinfassungen die bezüglichen Ergänzungsfarben zu empfehlen; mithin für Gelb Violet und Blau; für Grün Roth in allen Nüancen. — Will man die

Schönheit des Holzes an den Möbeln hervorheben, so ist auf die Farbe der Stoffe Rücksicht zu nehmen, mit denen man das Holz überzieht. Man muß wählen violette und blaue Stoffe für gelbes Holz, grüne für rothes Holz. Läßt man dem Holz nicht seine natürliche Farbe, so kann man bei bestimmten Stoffen die geeignetste Wahl für die Farbe des Holzes treffen, wobei man vermeiden muß, Farben nebeneinander zu bringen, welche sich gegenseitig schwächen. Auch die Sitze der Stühle müssen mit den Wänden übereinstimmen; die schönste Wirkung erzielt man hier, wenn die Farben der Tapeten und der Sitze Ergänzungsfarben zu einander sind. — Für Zimmer, in denen Gemälde aufgehängt werden sollen, ist eine einfarbige Tapete die geeignetste. Gelbe Tapeten passen gut für Landschaften, weil in ihnen das Grün der Blätter und der blaue Himmel vorherrschen. Bronzirte Rahmen beeinträchtigen die Wirkung eines Oelgemäldes nicht, wenn es eine beleuchtete Scene, z. B. eine Feuersbrunst darstellt. Oelgemälde in vergoldeten Rahmen nehmen sich gut aus auf grauen und grünen Tapeten. — Für Kupferstiche eignen sich graue Wände und gelbe Rahmen; man darf sie aber nicht neben Oelgemälde hängen. — Bei der Auswahl der Kleidung verdient die Zusammenstellung der Farben ebenfalls in Betracht gezogen zu werden. Besteht an einer männlichen Person der ganze Anzug aus einem und demselben Stoffe, so nimmt sich ein solcher Anzug nur so lange gut aus, als Alles daran neu ist. Die Uniform, bei welcher die Farben gut zu einander passen, wie z. B. Roth und Grün, ist ökonomischer als jener einförmige Anzug, weil die erstere längere Zeit, ohne dem Auge mißfällig zu erscheinen, getragen werden kann als der letztere. Auch bei der Toilette der Frauen darf der gegenseitige Einfluß der benachbarten Farben nicht außer Acht bleiben, wenn die Toilette einen gefälligen Eindruck hervorbringen soll. Will man die Frische der rosigen Gesichtsfarbe heben, so ist die günstigste Farbe blaßgrün. Der gelbe Teint verträgt die blaue Farbe nicht, weil er durch ihre Einwirkung noch stärker orange wird; ihm bringt schon Dunkelgrün weniger Nachtheil als Hellgrün, während Schwarz mit Roth die Haut noch weißer macht.

Jede einzelne Farbe kann uns gefallen durch ihren Glanz, oder ihren Ton, oder ihre Reinheit, oder ihre Sättigung; ihre besondere Einwirkung auf uns wird darum von allen diesen Dingen mehr oder weniger abhängig sein. Wenn auch die Farben keinen so mächtigen Einfluß auf unser Gemüth ausüben, als die Töne, so ist doch ihre Einwirkung von größerer Bedeutung als Manche zugestehen werden. Der Uebergang von einem wolkenbedeckten zu einem heiteren Himmel wirkt schon erfreuend auf unsern Sinn; das Licht der Sterne empfangen wir mit erhebendem Gefühl, wenn die Erde still und finster vor uns

liegt. Will man sich in auffallender Weise von der eigenthümlichen Seelenstimmung überzeugen, in welche wir durch den Anblick der einzelnen Farben versetzt werden, so trete man in ein vollkommen mit glanzlosem Schwarz bekleidetes Zimmer und von da nach einiger Zeit in ein feurig roth decorirtes: der Aufenthalt in der schwarzen Stube wird uns ohnfehlbar traurig machen, während der Aufenthalt in der rothen uns heiter stimmt. — Eine rothe Beleuchtung kann selbst beunruhigend wirken, wenn sie von großen Oberflächen herkommt; durch ein rothes Glas gesehen machen Menschengesichter oft einen muntern Eindruck, dagegen Himmel und Erde aussehen, als ständen sie in Brand. Noch gewaltsamer als das Roth ist das Orange, durch deren verschiedenartige Mischungen mancherlei Mitteleindrücke bewirkt werden können, in denen das Ermunternde, Beunruhigende mehr oder weniger hervortritt. Gelb ist die lichteste Farbe; man duldet darum an ihm wie am Weiß am wenigsten, daß es von der Reinheit abweiche; es macht einen lebendigen und muntern Eindruck. Blau ist die ruhigste Farbe; durch ein blaues Glas gesehen erscheinen Gesichter, Bäume in einem traurigen Lichte, das beim blauen Himmel und Wasser nicht mehr vorhanden ist. Grün verbindet die Ruhe des Blau mit dem munter und mild Erweckenden des Gelb; es ist die Farbe, auf welcher das Auge mit Befriedigung am längsten verweilen kann. In dem Violetten liegt etwas Beunruhigendes, aber von anderer Art als die von der Wirksamkeit der rothen und orangefarbigen Strahlen herrührende Unruhe; bei dem lichtschwachen Eindrucke entsteht in dem Auge gleichsam eine Sehnsucht nach Licht. — Bei allen Farben ist jedoch der Glanz von großem Einfluß. Das Blau des Himmels würde nicht denselben Eindruck auf uns machen, wenn der Glanz fehlte. Der Glanz des Wassers im Vergleich zur Lichtschwäche der Erdfläche trägt viel zur Belebung der Landschaften bei. Durch den Glanz verliert das Schwarze mehr oder weniger von seinem traurigen Eindrucke. Das Schneeweiße an den Häusern würden wir kaum ertragen können. — Alle Menschen werden von derselben Farbe nicht auf gleiche Weise angeregt; Einige werden vorzugsweise durch starke, Andere durch milde Eindrücke befriedigt. Fabrikanten wissen sehr gut, daß sie die Farben ihrer Stoffe anders für die ungebildeten, anders für die gebildetern Klassen zu wählen haben. Der ruhige Gelehrte gefällt sich in seiner blauen Studierstube, während dem lebhaften Soldaten das Roth in seinem mit aufgehängten Säbeln und Gewehren geschmückten Zimmer mehr zusagt. Werden doch selbst Thiere bei dem Anblick der einen oder der andern Farbe mehr oder weniger aufgeregt; Jedermann weiß, daß der Stier und der Truthahn in Zorn gerathen, wenn man ihnen ein rothes Tuch vorhält.

4. Ansichten über die Natur des Lichtes und den Ursprung der Farben.

Von jeher war man bemüht gewesen, die Natur des Lichtes und den Ursprung der Farben zu ergründen. Verschiedene Hypothesen sind zu diesem Behuf aufgestellt worden, von denen jedoch eine durch ihre Naturgemäßheit, Einfachheit, Leichtigkeit und Vollständigkeit, mit welcher sie alle optischen Erscheinungen erklärt und unter einen Gesichtspunkt zusammenfaßt, ein solches Uebergewicht über alle andern gewonnen hat, daß letztere nur noch einen historischen Werth haben. Aus der successiven Fortpflanzung des Lichtes müssen wir folgern, daß die Wirkung desselben keine bloße Aeußerung einer fernwirkenden Kraft, sondern daß sie mit Bewegung verknüpft ist. Auf die Frage nach der Art dieser mit ungemein großer Geschwindigkeit vor sich gehenden Fortpflanzung mußte wohl bald der Gedanke entstehen, daß dabei vielleicht ähnliche Vorgänge wie bei der Fortschreitung des Schalles stattfänden. Es ward deßhalb ein eigenes feines Medium angenommen, welches den weiten Weltraum ebenso erfüllt, als die Zwischenräume der Theile der irdischen Körper. Die Wissenschaft nennt dieses Medium Aether und Undulationstheorie oder Lichtwellenlehre die Theorie, welche die Erscheinungen des Lichtes aus der schwingenden Bewegung des Aethers ableitet. Diese Theorie ist von Descartes und Hooke aufgestellt, von Huyghens und Euler weiter ausgeführt, und in der neueren Zeit durch Young, Airy, Fresnel, Cauchy, Frauenhofer, Neumann und Andere auf eine Stufe der Vollkommenheit erhoben worden, welche unter allen Theilen der Naturwissenschaften bis jetzt nur noch die Theorie der Gravitation erreicht hat.

Den Aether kann man sich aus getrennten Partikelchen von höchster Feinheit bestehend denken, welche sowohl unter einander selbst, als auch von den Theilchen der Körper, in deren Zwischenräume sie gelagert sind, durch besondere Kräfte afficirt werden. Diese Kräfte, unter deren Einfluß die Aethertheilchen stehen, befinden sich, wenn keine Lichterscheinung vor sich geht, in dem Zustande des stabilen Gleichgewichtes. Bei den leuchtenden Körpern sind deren kleinste Theilchen in vibrirender Bewegung begriffen, durch welche das Gleichgewicht des angrenzenden Aethers gestört und derselbe gleichfalls in Vibration gesetzt wird, die, wenn sie bis zu unserem Auge vordringt, die Empfindung des Sehens hervorruft. — Diese Aetherschwingungen gehen ganz nach denselben Gesetzen vor sich, wie wir sie zu seiner Zeit in der Akustik haben kennen gelernt. Bezeichnet also a die Amplitude des leuchtenden Theilchens, s die Abweichung des Theilchens von der Ruhelage, v seine Oscillationsgeschwindigkeit, c die Schwingungsintensität, t die Phasenzeit, T die

Schwingungsdauer, k die Kraft der Elasticität des Aethers; so haben wir die Formeln:

$$\sqrt{k} = \frac{2\pi}{T};\quad s = a \cos \frac{2\pi t}{T};\quad v = c \sin \frac{2\pi t}{T} = a\sqrt{k} \sin \frac{2\pi t}{T},$$

wo die Zeit t von dem Augenblicke an gerechnet wird, in welchem der leuchtende Punkt sich an der Stelle der größten Ausweichung befindet. — Für das Aethertheilchen, welches sich in der Entfernung x vom leuchtenden Theilchen befindet, gelten dann, wenn u die Geschwindigkeit des Lichtes oder den Raum darstellt, durch den sich die Schwingung in der Zeiteinheit durch den Aether fortpflanzt, und λ die Wellenlänge oder die Wegstrecke bezeichnet, durch welche sich die Erschütterung während der Schwingungsdauer T weiter trägt, folgende Formeln:

$$s = \alpha \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right);\quad v = \alpha\sqrt{k} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right),$$

wo α die Größe der Ausweichung des Aethertheilchens vom Ruhepunkt bedeutet. — Die Elasticität des Aethers ändert sich mit der Beschaffenheit der Körper. Sie ist in den brechenden Mitteln kleiner als im leeren Raume und wird desto geringer, je stärker das Mittel bricht. Von der Elasticität des Aethers hängt die Geschwindigkeit des Lichtes ab, d. h. die Geschwindigkeit, mit welcher die Schwingungen von einem Aethertheilchen zum andern weiter getragen werden. Hat der Aether nach allen Richtungen einerlei Elasticität, wie dies im leeren Raum oder homogenen nicht krystallisirten Körpern der Fall ist, so werden Schwingungen, in welcher Richtung sie auch geschehen, mit gleicher Geschwindigkeit durch denselben fortgepflanzt. Hat dagegen der Aether nach verschiedenen Richtungen eine verschiedene Elasticität, wie solches bei den meisten krystallisirten Stoffen vorkommt; so werden Schwingungen, die nach verschiedenen Elasticitätsrichtungen erfolgen, sich mit ungleichen Geschwindigkeiten darin fortpflanzen.

So wie das Ohr die Anzahl der Luftschwingungen, welche während einer festgesetzten Zeit vor sich gehen, als einen bestimmten Ton auffaßt, so nimmt das Auge die Anzahl der Aetherschwingungen, welche in gleicher Zeit erfolgen, als eine bestimmte Farbe wahr. Die langsamsten Aetherschwingungen empfinden wir roth, die schnellsten violet; den ersteren entsprechen daher die größten, den letzteren die kleinsten Undulationslängen. Der andauernde Lichteindruck bei sich schließendem Auge ist nichts anders als das Abklingen jener Schwingungen, eine allmählige Wiederkehr zu der Ruhe, welche für uns Dunkelheit nach sich zieht. Farben sind also Lichttöne, deren Schwingungszahl aber sehr groß sein muß, da ein den millionsten Theil einer Secunde dauerndes Leuchten hinreicht, die den Farbenunterschied charakterisirende Verschiedenheit jener Zahl zum deutlichen Bewußtsein zu bringen. Wie das Ohr gleichsam

die Schallbebungen zählt, deren Anzahl zwischen 8—24,000 in der Secunde beträgt; so zählt auch das Auge jene im wunderbar schnellen Fluge vor sich gehenden Aetherschwingungen. In dieser Feinheit des Zählens steht das Ohr dem Auge bedeutend nach, dagegen letzteres in engere Grenzen als das erstere eingeschlossen ist, innerhalb deren es eine solche Zählung vollbringt. Denn das Reich der Töne umfaßt etwa 10 Octaven, während das der Lichttöne, wie wir bald sehen werden, ohngefähr der kleinen Sexte gleich kommt, wenn das Auge vom äußersten Roth bis zum äußersten Violet übergeht. Doch liegt selbst innerhalb dieser engen Grenzen eine große Mannigfaltigkeit von Verhältnissen, welche übrigens das Auge nicht so leicht wie das Ohr herauszufinden die Fähigkeit besitzt. Denn unser Auge vermag z. B. nicht das einfache Orange von der Mischung von Roth und Gelb zu unterscheiden, während das Ohr mit großer Leichtigkeit den einfachen Ton D von den consonirenden Tönen C und E zu sondern weiß. Es liegt dies in der eigenthümlichen Beschaffenheit unserer Sinnesapparate, nicht aber in der Natur der schwingenden Bewegung. — Jeder einzelnen Farbe gehört ihre eigene Wellenbewegung an, die, wenn sie allein stattfindet, homogenes oder einfaches Licht bedingt. — Treten mehrere dergleichen Bewegungen zusammen, so zeigt das Licht eine Farbe, welche aus den einfachen Farben ihrer zugehörigen Wellenbewegungen zusammengesetzt ist. Wirken alle Bewegungen zusammen, so erscheint das Licht weiß. Treten die übereinander gelagerten Wellenbewegungen auseinander, so kommt jede der im weißen Lichte enthaltenen Farben einzeln zum Vorschein. Mit Hülfe des einen oder des andern Mittels, wie z. B. durch Brechung, vermag das Auge öfters das zusammengesetzte weiße Licht in seine einfachen Farben zu zerlegen, sowie auch das in der Sonderung gleichzeitiger Empfindungen fähigere Ohr eines bestimmten Mittels, z. B. der Reflection bedarf, wenn es die in einem verworrenen Geräusche enthaltenen einzelnen Töne heraushören will.

Die Intensität oder Stärke des Lichtes hängt ab von der Amplitude der Schwingungen; sie ist bei geradlinigen dem Quadrat der Amplitude, bei kreisförmigen dem doppelten Quadrat des Halbmessers, bei elliptischen der Summe der Quadrate der Halbachsen proportional. Sie nimmt in einem gleichförmigen Aether nach dem quadratischen Verhältnisse der Entfernung vom leuchtenden Theilchen ab, wie dies in ganz analoger Weise bei dem Schalle geschieht. — Die Geschwindigkeit des Lichtes hängt nicht ab von der Amplitude, Geschwindigkeit und Form der Schwingungen, welche die einzelnen Theilchen vollbringen. Sie ist im luftleeren Raume für jedes farbige Licht eine und dieselbe, weil man nicht blos für die weißen Fixsterne, sondern auch für rothe,

gelbe, blaue und grüne die nämliche Aberrationsconstante gefunden hat. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit hängt blos von der Beschaffenheit des Aethers ab; ändert sich die Elasticität desselben, so ändert sich, wie schon gesagt, auch die Geschwindigkeit des Lichtes und damit die Wellenlänge; stets bleibt aber, wie in der Akustik schon bemerkt wurde, bei jeder undulatorischen Bewegung die Schwingungsdauer constant und damit zusammenhängend Ton und Farbe jederzeit unverändert. Legen wir ähnliche Betrachtungen zu Grunde, wie sie bei der Bestimmung der Schallgeschwindigkeit zur Anwendung gekommen; so erhalten wir die Fortpflanzungsgeschwindigkeit u des Lichtes in dem Aether von der Dichte δ und von der Elasticität P die Formel $u = \sqrt{\frac{P}{\delta}}$. Aus dieser Formel ergibt sich, da das Licht in der Zeitsecunde ohngefähr 42,000 Meilen zurücklegt, daß die Elasticität des Aethers sehr bedeutend, aber seine Dichtigkeit sehr gering ist. Weder P noch δ läßt sich aber direct messen. — Undurchsichtige Körper hemmen, durchsichtige Körper gestatten die Fortpflanzung der Aetherschwingungen. Das Absorptionsphänomen des Lichtes ist, wie früher schon gesagt, eine der gehinderten Fortpflanzung des Schalles analoge Erscheinung. Eine vollständige Theorie der Absorption besitzen wir aber noch nicht, wenn wir auch den von v. Wrede gemachten Versuch, die Absorptionsfarben nach der Wellentheorie zu erklären, als einen im hohen Grade gelungenen ansehen wollten. Wenn eine solche Theorie wird aufgestellt sein, dürfte sich die Aussicht eröffnen, eine genauere Einsicht von dem inneren Wesen der Körper und von dem Spiel der in ihnen waltenden Kräfte zu erlangen. — Die Frage, in welcher Weise die Aethervibrationen vor sich gehen, ob sie transversal oder longitudinal sind, möge vorläufig unbeantwortet bleiben, weil wir in der Folge in Stand gesetzt sein werden, darüber bestimmtere Auskunft zu ertheilen.

Der Aether ist nicht nur in den irdischen Räumen, sondern auch in dem weiten Raume des Fixsternhimmels verbreitet; wir müssen ihn deßhalb als schwerlos betrachten. Obschon der Aether keine Schwere hat, so folgt er doch den Gesetzen der Trägheit. So lange die in ihm wirksamen Kräfte sich das Gleichgewicht halten, herrscht an diesem Orte vollständige Finsterniß, die in Helligkeit übergeht, wenn das Gleichgewicht der Aethertheilchen unter einander gestört wird. So wäre denn zu unserer Vorstellung von Materie, für welche letztere jene drei Hauptformen unterscheidet, nämlich den festen, tropfbaren und ausdehnsamen Zustand, in deren einem oder andern die Materie zunächst sinnlich wahrgenommen wird, die Vorstellung von einem ätherischen Element hinzugekommen, das wir als Licht und Farbe empfinden, wenn es

innerhalb gewisser Grenzen seine Wellenschläge vollbringt. — Der Lichtäther ist so ungemein fein, daß die Bewegung der Planeten durch denselben kein Hinderniß erfährt, oder wenigstens ein so geringes, daß dessen Einfluß als unmerklich anzusehen ist. Dagegen soll nach Encke's und anderer Astronomen angestellten Beobachtungen und Berechnungen die Wirkung eines solchen Widerstandes bei der Bewegung verschiedener Kometen mehr oder weniger merklich gewesen sein. Die Kometen sind aus so ungemein zartem Stoffe gewebt, dabei haben sie eine so beträchtliche Ausdehnung, daß bei ihnen wohl bemerkt werden kann, was bei den Planeten wegen ihrer Dichtigkeit und Kleinheit unmerklich ist. —

Auf die Frage, wie schwingt der leuchtende Körper, kann von vornherein die Optik keine so präcise Antwort ertheilen, wie solche die Akustik zu geben vermag, auf die Frage, wie schwingt der tönende Körper. In der letztgenannten Wissenschaft bildeten die primären Schwingungen des tönenden Körpers den unmittelbaren Ausgangspunkt; aus der Zahl dieser Schwingungen und der Schallgeschwindigkeit des fortpflanzenden Mittels wurde die Wellenlänge des Tones hergeleitet. Nicht so in der Optik; hier wird, wie wir in dem folgenden Abschnitt unseres Buches sehen werden, die Wellenlänge einer bestimmten homogenen Farbe direct gemessen und dann aus der Wellenlänge und der Geschwindigkeit, mit welcher das Licht die durchsichtigen Körper durchläuft, die Schwingungszahl des leuchtenden Körpers ermittelt.

In der Undulationstheorie ist der Aether, welcher die materielle Grundlage der Erscheinungen des Lichtes ausmacht, das einzige Hypothetische, sonst ist alles Uebrige darin eine unmittelbare und nothwendige Folgerung der wellenförmigen Bewegung. Mannigfache und umfassende Klassen von Erscheinungen lassen sich einfach nach dieser Theorie ohne die mindeste Hinzufügung irgend welcher andern Hypothese erklären, wie es der Charakter einer wahren Theorie erheischt. Die Natur treibt mit den Ursachen keinen Aufwand, Viel weiß sie mit Wenigem auszurichten; nach einem einfachen Plane sind alle ihre Werke angelegt worden, die jederzeit auf eine Einheit und Harmonie des Ganzen schließen lassen. Wenn wir darum eine zusammengehörige Reihe physischer Erscheinungen in ihrer einheitlichen Verbindung erfassen und auf eine gemeinsame Ursache zurückführen wollen, so dürfen wir wohl statt der unbekannten wirklichen Ursache eine Hypothese setzen, insofern dieselbe einfach ist und bekannten Vorgängen analog erscheint; wir dürfen dies um so eher thun, wenn die fragliche Hypothese einen mathematischen Ausdruck zuläßt, dessen Ergebnisse mit der Wirklichkeit selbst in den zusammengesetzten Fällen übereinstimmen, und auf diese Weise sogar diese oder jene Erscheinung voraussagt, welche früher in der Er-

fahrung noch nicht vorgekommen war. Eine Hypothese, die Alles dies leistet, wie es bei der Wellentheorie eintrifft, kann mit vollem Recht an die Stelle der wirkenden Ursache treten so lange keine neue Erfahrungen vorliegen, welche uns nöthigen die angenommene Voraussetzung aufzugeben. Doch darf die der Gewißheit nahe kommende Hypothese nicht sogleich aufgegeben werden, wenn wir zuweilen auf Erscheinungen stoßen, welche sich auf eine ganz befriedigende Weise daraus noch nicht erklären lassen, wie dies bei den Absorptionsphänomenen der Fall ist. Solche Schwierigkeiten werden aller Wahrscheinlichkeit nach in der Folgezeit aus dem Wege geräumt werden, wenn wir mit den Vorgängen der wellenförmigen Bewegungen überhaupt und zugleich mit den Gesetzen der Molecularwirkung bekannter geworden sind. Dabei dürfen wir nicht vergessen, daß auf keinem Gebiete des Wissens die Erkenntniß des wahren Grundes uns gestattet ist und daß wir überall in letzter Instanz unsere Zuflucht zu einer Hypothese nehmen müssen. Mit ihr haben wir uns zu begnügen, so bald sie uns in Stand setzt, die Erscheinungen unter einem gemeinschaftlichen Gesichtspunkt zu bringen und auf allgemeine Gesetze zurückzuführen, deren Verlauf nach Zahl und Maß bestimmt werden kann. Ehe wir jedoch zu einer nähern Betrachtung der Wellentheorie, sowie der Erscheinungen der Beugung und der Polarisation des Lichtes schreiten, welche Erscheinungen ohne Eingehen auf die Theorie auf keine nur einigermaßen genügende Weise erörtert werden können, wollen wir noch mit wenigen Worten einiger anderen Ansichten, welche man sich über die Natur des Lichtes und die Entstehung der Farben gebildet hat, Erwähnung thun: es möge diese kurze Mittheilung den Schluß des zweiten Abschnittes machen.

Newton sah das Licht als eine eigene, aus äußerst feinen Theilchen bestehende Materie an, welche die leuchtenden Körper in gerader Linien entsenden, und die den Gesetzen der Anziehung und Abstoßung unterworfen ist. Wie von jeder riechenden Substanz unaufhörlich kleine Theilchen sich loslösen und durch ihre weitere Verbreitung hier und dort den Geruch verursachen, so geschähe dies in ähnlicher Weise mit den materiellen Lichttheilchen. Die riechende Substanz verliert zwar dadurch mehr und mehr von ihrem Gewicht und verschwindet endlich ganz; wenn darum an der Sonne auch nicht der geringste Verlust an Masse wahrgenommen ist, so läßt sich denken, daß von irgend welcher Seite her ein entsprechender Ersatz stattgefunden habe. Die einzelnen Theilchen, welche einen Lichtstrahl ausmachen, können unter der Voraussetzung, daß der Dauer des Lichteindruckes den hundertsten Theil von einer Secunde beträgt, in einer Entfernung von 420 Meilen aufeinanderfolgen, und dennoch würden sie auf unser Auge eine für unser

Bewußtsein als ununterbrochene erscheinende Empfindung hervorbringen; bei so großen Zwischenräumen verliert der Einwand, daß die materiellen Lichttheilchen den Bewegungen der Planeten einen Widerstand leisten müßten, viel von seinem Gewichte. — Gelangen die Lichttheilchen in das Auge, so reizen sie die Netzhaut nur und veranlassen das Sehen. Die Theilchen, deren Trägheit am größten ist, erregen die Empfindung der rothen Farbe; diejenigen, deren Trägheit am kleinsten ist, machen den Eindruck der violetten Farbe. — Die Theilchen der materiellen Körper und die des Lichtes üben eine gegenseitige Wirkung auf einander aus, welche sich bald als Anziehung bald als Abstoßung zu erkennen gibt; die erstere Kraft bewirkt die Brechung des Lichts, die letztere bringt die Zurückwerfung desselben hervor. Diese Kräfte haben verschiedene Intensitäten nicht bloß für verschiedene Körper, sondern auch für jede verschiedene Gattung von Lichttheilchen. — Die Newtonianische Lehre, welche mit dem Namen Emanationssystem bezeichnet wird, hat in Laplace, Biot, Brewster ihre warmen Vertreter gefunden. Von den Vorgängen der Reflection und der Refraction des Lichtes vermag das Emanationssystem hinlängliche Rechenschaft zu geben; nicht mehr ist dies aber das System im Stande bei den übrigen Lichterscheinungen, trotz aller nachhelfenden neuen Hypothesen. Seine sehr complicirte Natur läßt uns von vornherein an seiner Richtigkeit zweifeln, während seine Unhaltbarkeit schlagend hervortritt, wenn seine Folgerungen mit den Thatsachen zusammengehalten werden, die beide öfters gar nicht in Uebereinstimmung zu bringen sind.

Der geistreiche Physiker Moser ist der Ansicht, daß die Vorgänge auf der Netzhaut unseres Auges den Wirkungen analog seien, welche das Licht auf den Oberflächen gewisser Substanzen hervorbringt. Moser gibt zu, daß beim Act des Hörens die in einer Secunde vor sich gehenden Tausende von Schwingungen gleichsam gezählt werden, dagegen eine solche Zählung beim Proceß des Sehens, wo die Anzahl jener Undulationen eine ungemein große ist, aller Wahrscheinlichkeit nach nicht stattfände. Die für das Licht empfänglichen Stoffe, wie Silberjodid und Chlorsilber, erleiden von verschiedenen Farben verschiedentliche Modificationen; eine gleichmäßige Wirkung aller Farben zeigt sich erst bei weiter fortgesetzter Einwirkung der verschiedenen Farben, wo denn alle Farbenverschiedenheit verschwindet und von ihnen nur der allgemeine Lichteindruck übrig bleibt. Aehnliches kommt beim Auge vor. Betrachtet man nämlich das Spectrum einer Lichtflamme durch das Prisma anhaltend, ohne das Auge zu verrücken; so verschwinden nach und nach alle prismatischen Farben und wir haben nur einen gleichmäßigen Eindruck von Weiß. Das Experiment gelingt am besten, wenn

man das obere Augenlied mit der Hand fixirt und am Herunterfallen hindert. Farbe wäre also nichts weiter als eine verschiedene Wirkung, welche die von den leuchtenden Körpern ausgesendeten verschiedenartigen Strahlen auf der Netzhaut hervorbringen. Die Farben des unsichtbaren Lichtes oder die für das Auge unwirksamen Strahlen mit ihren entsprechenden Oscillationsgeschwindigkeiten liegen diesseits des Roth und jenseits des Violet. — Das Sehen geschieht nicht augenblicklich, sondern erfordert stets eine gewisse, wenn auch kleine Zeit. Dasselbe ereignet sich bei den für das Licht empfindlichen Substanzen, die keine unverhältnißmäßig größere Zeiten als die Retina verlangen, um in einen ähnlichen Zustand zu gerathen. Diese Zeiten fallen bei schwacher Lichtintensität größer aus; allein dann ist kein Vergleich mit der Retina möglich, weil sie von Farben von sehr geringer Intensität nicht afficirt wird. — Die Modification, welche das Licht in den Körpern bewirkt, ist ihrer Natur nach verschiedener Grade fähig, und kann außerdem durch eine und dieselbe Lichtintensität in sehr verschiedener Zeit hervorgebracht werden: eine jodirte Silberplatte z. B. kann durch bloße Berührung mehr oder weniger empfindlich gemacht werden. Ebenso leicht wie diese Modification hervorgerufen wird, ebenso leicht ist sie auch wieder aufzuheben. Oft vergeht sie schon von selbst ohne äußeres Hinzuthun: jodirte Silberplatten z. B., die nur noch des Quecksilbers bedurften, um ihr Bild zu zeigen, lieferten, wenn man sie mehrere Tage lang im Dunkeln liegen ließ, kein Bild im Quecksilberapparat mehr, obgleich das Jodid sich nicht verändert hatte und gegen das Licht noch vollkommen empfindlich war. Die Modification, die wir auf den Silberplatten durch das Licht hervorrufen, um nachher ein Bild zu erhalten, ist dem Grade nach viel bedeutender als diejenige, deren es zum Sehen bedarf. Diesen geringen Grad der Modification hier wieder aufzuheben, dürfte eine kurze Ruhe schon hinreichend sein. Treibt man es beim Sehen aber weiter, indem man anhaltend ein und dasselbe, vollends stark beleuchtete Object fixirt, dann kommt bekanntlich auch die Retina auf ihren normalen Zustand sobald nicht wieder, und es können sogar bleibende Nachtheile daraus entstehen. — Wenn man in Erwägung zieht, durch welche geringfügige Umstände, wie z. B. Reibung, Druck, Berührung, Behauchen der modificirte Zustand der Oberflächen verändert und zerstört werden kann, daß eine längere oder kürzere Zeit nöthig ist, um nachher ein Bild zu erhalten oder solches wohl auch gar nicht zu Stande kommt; so wird man zugeben, daß der Druck der äußeren Augenmuskeln, die Bewegung des Auges die verschiedensten Zustände auf den einzelnen Theilen der Nervenhaut hinter einander hervorzurufen im Stande ist. Dabei dürfen wir nicht vergessen, daß die

Retina ein organisches Gebilde ist, bei welchem die Nervensubstanz leicht wieder ersetzt werden kann.

Göthe und Andere sehen, wie zum Theil Aristoteles schon gethan, das Licht als ein farbloses Einfaches an, das durch seinen Conflict mit der Finsterniß die Farben erzeugt. In dem Falle, in welchem Helles durch Trübes hindurch scheint, sagt Göthe, nimmt das Licht eine gelbe oder rothe Farbe an. Das höchst energische Licht der Sonne ist blendend und farblos; dieses Licht durch ein nur wenig trübes Mittel gesehen erscheint gelb, wird nach und nach gelbroth und endlich rubinroth, wenn die Trübe des Mittels mehr und mehr zunimmt. Die Erscheinung beruht unserm Dafürhalten nach darauf, daß manche trübe Mittel die rothen und gelben Strahlen in größerer Menge durchlassen als andere. Wäre es eine allgemeine Eigenschaft des Trüben geschwächtes Licht roth zu zeigen, so müßte es kein Mittel geben, welches das geschwächte Licht weiß zeigte, und doch haben wir ein solches Mittel an den wässerigen Dünsten und an den Wolken. — In dem Falle, in welchem Finsteres durch Helles hindurch scheint, sagt Göthe weiter, erscheint uns eine blaue Farbe, die immer heller und blasser wird, je mehr sich die Trübe des Mittels vermehrt, hingegen immer dunkler und satter, je durchsichtiger das Trübe wird, ja bei dem mindesten Grade der reinsten Trübe als das schönste Violet dem Auge sich fühlbar macht. Die Berge und der Himmel durch die reine Luft betrachtet erscheinen blau, welche hier das erleuchtete trübe Mittel ist und uns durch zurückgeworfene Strahlen sichtbar wird. Fügen wir dieser Erklärung hinzu, daß die zurückgeworfenen Lichtstrahlen blau sind, so kommen wir auf die früher aufgestellte Ansicht wieder zurück, daß es nämlich an sich blaues Licht gebe. — Gegenstände durch mehr oder minder dichte Mittel gesehen, fährt Göthe fort, erscheinen uns von ihrer Stelle verrückt, wobei die Bilder der Gegenstände von anderen Nebenbildern begleitet sind. Betrachtet man nun durch ein Prisma ein selbstleuchtendes Object auf einem schwarzen Grunde, so wird einerseits der durch die Refraction vorwärts gerückte Rand des Nebenbildes aus dem Dunkeln in das Helle gebracht, wodurch die gelbe Farbe zum Vorschein kommt, während anderseits in Folge der Refraction der helle Rand über den finstern Hintergrund tritt, wodurch die blaue Farbe sichtbar wird. Auf diese Weise muß es dann geschehen, daß das Bild an dem einen Ende roth und gelb, an dem andern blau und violet erscheint. Wir müssen gestehen, daß diese Göthe'sche Erklärung der dioptrischen Farben schwankend und unbestimmt ist, überdies die Entstehung des trüben Nebenbildes, um die es sich eigentlich handelt, nicht recht begreiflich macht. Es entsteht, wie Göthe behauptet, wenn die

Refraction auf ein Bild wirkt, an dem Hauptbilde ein Nebenbild, von denen das erstere dem Verrücken sich gleichsam zu widersetzen scheint. In andern Worten gegeben hieße dies vielleicht: einige vom Bilde ausgehende Lichtstrahlen lassen sich leichter zu der gesammten Fortrückung bewegen als andere, oder mit Newtons Worten, jene sind stärker brechbar als diese, und zwar sind jenes die violetten und blauen, dieses die gelben und rothen. — Glücklicher ist Göthe in seinen Erklärungen der subjectiven Farben. Wenn z. B. das Auge durch weißes Licht geblendet ist, so kommt die Retina, indem sich das Organ im Dunkeln erholt, in eine Reihe von Zuständen, die verschiedene Empfindungen von Licht oder Farbe zur Folge haben. Hiernach ist der Grund der subjectiven Farbenerscheinungen vorzugsweise in der Empfänglichkeit des Auges für dergleichen Einwirkungen zu suchen, eine Empfänglichkeit die bei verschiedenen Personen sehr verschieden ist.

Nach Schopenhauer und Anderen haben wir den Eindruck von Licht und Weiß, wenn die Retina an einer gewissen Stelle in voller Thätigkeit ist, dagegen den Eindruck von Finsterniß, wenn Unthätigkeit der Retina eintritt. Die Einwirkung des Lichtes und von Weiß auf die Retina und der daraus entspringenden Thätigkeit hat verschiedene Grade. Farben empfinden wir, wenn die Retina nur theilweise zur Thätigkeit angeregt wird. Die Zahl der möglichen Farben ist unendlich, weil die Retina in unzähligen Verhältnissen intensiv abgetheilt werden kann. Die Eindrücke zweier getrennt gedachter Theile einer Stelle der Retina, welche zusammengenommen der vollen Thätigkeit der Retina gleich kommen, werden Complement zu einander genannt. Jeder Farbe folgt nach ihrer Erscheinung ihr im Auge zurückgebliebenes Complement zur vollen Thätigkeit der Retina als physiologisches Spectrum nach. Dies geschieht, weil die Retina den natürlichen Trieb hat, ihre Thätigkeit ganz zu äußern. Stellt man die volle Thätigkeit der Retina durch 1 dar, welche dem Weiß entspricht; so soll $^3/_4$ der vollen Thätigkeit dem Gelb angehören und sein Complement Violet $^1/_4$ betragen; $^2/_3$ der vollen Thätigkeit dem Orange entsprechen und sein Complement $^1/_3$ machen; dem Roth wie dem Grün käme der Bruch $^1/_2$ zu. Daß ich bei dem Anblicke von Roth nicht auch einmal auf der Stelle Grün erblicken sollte, da für die eine wie für die andere Farbe die Hälfte der vollen Thätigkeit in Anspruch genommen wird, will mir nach dieser Theorie nicht recht klar werden, da sie gar nicht bestimmt, wie man sich die intensive Theilung einer Stelle der Retina zu denken habe. — Wie die volle Thätigkeit der Retina verschiedene Grade hat, so kann auch derjenige Theil der Retina, welcher einer besondern Farbe angehört, verschiedene Intensitäten haben. Dabei kann der übriglei-

bende Theil der Retina entweder ganz thätig, oder theilweise thätig oder ganz ruhend sein. Nach Maßgabe hiervon wird alsdann die Farbe in mancherlei Abstufungen sich zeigen. Beim Anblick einer sehr bunten Fläche wird die Thätigkeit der Retina an mehreren Stellen zugleich in verschiedenen Abtheilungen hervorgerufen. Daß bei dem Anblick von Roth und Violet, welche zusammen ³/₄ der vollen Thätigkeit der Retina in Anspruch nehmen, ich nicht den Eindruck von Gelb habe, für welches derselbe Bruch gilt, läßt sich mit dieser Theorie nicht gut vereinbaren — Was die äußere Ursache der Farben anlangt, so liegt solche in dem Verein von Licht und Finsterniß. Ein verdunkeltes Licht erregt im Auge Gelb, eine erleuchtete Finsterniß Blau; Beides darf doch nicht unmittelbar geschehen, wodurch bloß Grau, ein geringerer Grad der vollen Thätigkeit der Retina entstände, sondern mittelst des Dazwischentretens des Trüben, wodurch die besondere Theilung der Thätigkeit der Retina hervorgerufen wird. Hier trifft mit der Göthe'schen Ansicht die Schopenhauer'sche Theorie zusammen; nur formulirt letztere die Sache noch bestimmter als Göthe es gethan. Die äußere Ursache der Farbe ist ein vermindertes Licht, jedoch ein auf eine bestimmte Art vermindertes, so daß jede Farbe gerade so viel Licht enthält als in ihrem Complement Finsterniß vorhanden ist. Die organische Fähigkeit der Retina, ihre Nerventhätigkeit in verschiedene Theile auseinandergehen und successiv hervortreten zu lassen, ist ein Urphänomen, das sich nicht weiter erklären läßt. — Nach Göthe und Schopenhauer und deren Anhängern ist die Farbe wesentlich ein Schattiges, aus der Vermählung des Lichtes mit der Finsterniß Hervorgegangenes, mittelst des Hinzutretens des Trüben. Hiernach sind Gelb und Blau gleichsam als physische Gegensätze zu betrachten, welche aus entgegengesetzten Ursachen entstehen: Gelb, wenn ein Trübes dem Auge das Licht hemmt; Blau, wenn das Auge durch ein beleuchtetes Trübe in das Dunkle blickt. Daß das Gelb nicht bloß geschwächtes Licht sei, sehen wir an dem durch schwefelsaures Kupferoxydammoniak erhaltenen Spectrum, welches in dem intensivsten weißen Licht immer blau erscheint: es läßt sich hier keine andere Antwort ertheilen, als wenn man sagt, es gäbe ein an sich blaues Licht. — Halten wir überhaupt die von Göthe und Schopenhauer über das Wesen des Lichtes und den Ursprung der Farben aufgefaßte Ansicht mit den Ansichten zusammen, wie solche sich darüber Newton, Moser und die Anhänger der Wellentheorie gebildet haben; so dürfen wir wohl sagen, daß vom physikalischen Gesichtspunkte aus betrachtet die Moser'sche Erklärungsweise, mit den Principien der Wellentheorie in gehörige Verbindung gebracht, der in der Natur wirkenden Ursache am nächsten zu kommen scheint.

Dritter Abschnitt:

Von den Modificationen des Lichtes, wie sie bei der Interferenz und Polarisation auftreten.

I. Interferenz des Lichtes. — Reflection und Refraction des Lichtes im Sinne der Wellentheorie.

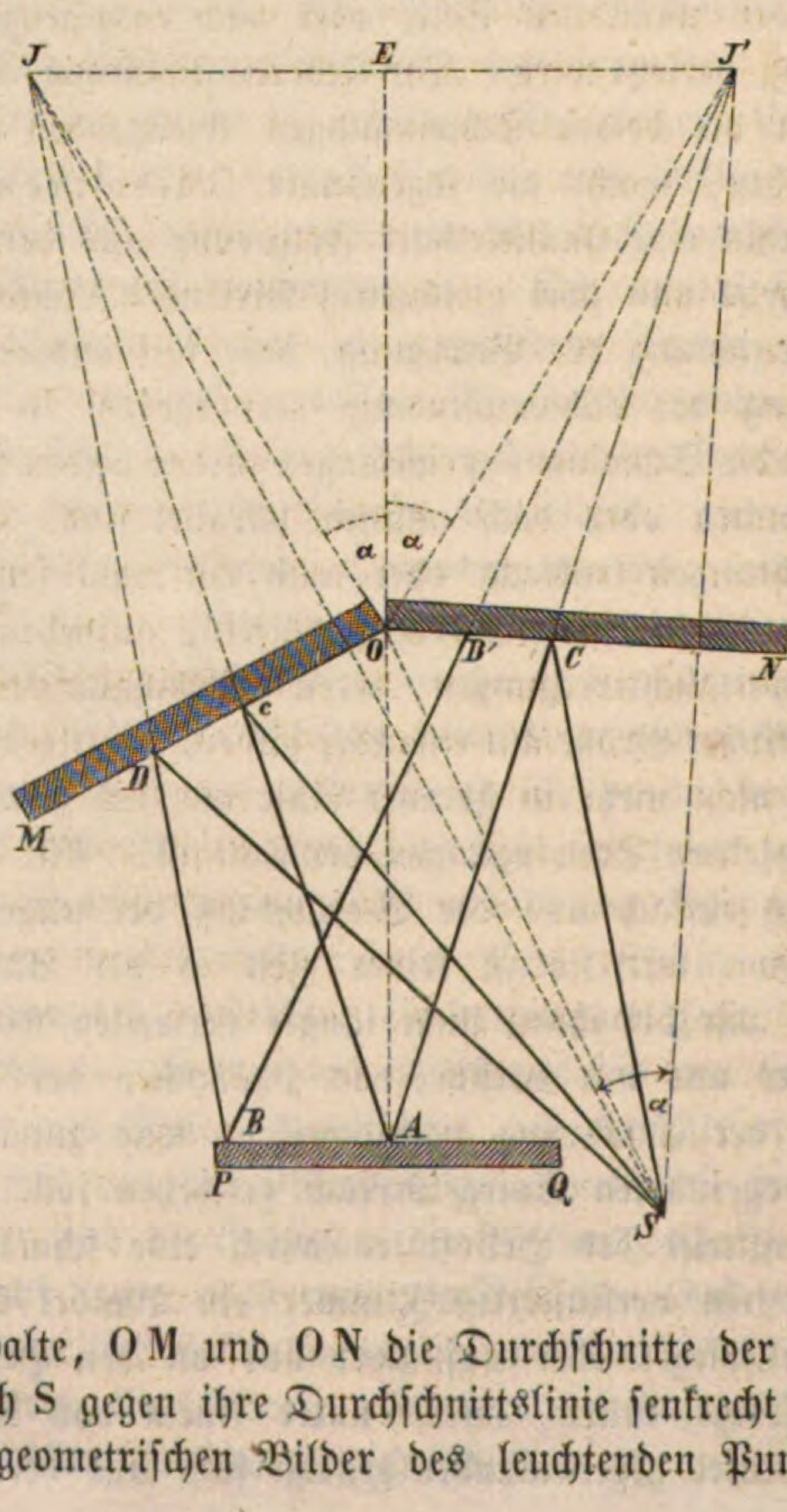
1. Interferenz des Lichtes.

Faßt man das Licht als eine schwingende Bewegung des Aethers auf, so können zweierlei Lichterregungen, die sich an einer und derselben Stelle begegnen, einander verstärken oder schwächen, wohl auch gänzlich aufheben, je nachdem das Aethertheilchen gleichzeitig von beiden Erregungen nach der nämlichen Seite oder nach entgegengesetzten Seiten hin in Bewegung versetzt wird. Die Uebereinstimmung oder der Widerstreit, in denen die beiden Schwingungen erzeugenden Lichterregungen zu einander stehen, macht die sogenannte Interferenz des Lichtes aus, welche mithin eine unmittelbare Folgerung aus der Wellentheorie ist. Soll übrigens aus zwei gleichzeitig wirkenden Lichterregungen eine vollständige Vernichtung der Bewegung, oder mit anderen Worten eine völlige Aufhebung der Lichtempfindung hervorgehen, so kann dies nur geschehen, wenn die Schwingungsrichtungen in den beiden Lichterregungen einander vollkommen oder doch nahehin parallel sind. Wenn gedachte Schwingungsrichtungen senkrecht oder auch nur nahe senkrecht auf einander stehen, so werden sie sich nicht gegenseitig aufheben können. Auch wird die aus zwei Lichterregungen, deren Schwingungsrichtungen einen Winkel von merklicher Größe mit einander bilden, resultirende Schwingung im Allgemeinen nicht mehr in gerader Linie vor sich gehen, selbst wenn dies bei den einzelnen Schwingungen der Fall ist. Alle diese Resultate ergeben sich ganz einfach aus der Betrachtung der allgemeinen Interferenzformeln, wie wir sie zu seiner Zeit in der Akustik aufgestellt haben, weßhalb wir bei ihnen nicht länger verweilen wollen.

Hier gilt es uns nur darum, das Phänomen der Lichtinterferenz auf dem Wege der Erfahrung nachzuweisen, was zunächst durch den von Fresnel ausgeführten Spiegelversuch geschehen soll. Man läßt zu diesem Behuf mittelst des Heliostates durch eine schmale Spalte am Fensterladen in ein verfinstertes Zimmer ein Bündel Sonnenstrahlen auf zwei Metallspiegel oder auf zwei nur an den Hinterflächen geschwärzte Glasspiegel fallen, welche unter einem von 180° nur wenig verschiedenen Winkel gegeneinander geneigt sind und deren Ränder da,

wo sie zusammenstoßen, durchaus nicht einer über den andern hinwegragen dürfen. Die Spiegel sind ferner so aufgestellt, daß die Durchschnittslinien ihrer Ebenen mit der das Licht gebenden Spalte parallel ist, liefern mithin in Betreff der Lichtaussendung zwei vollkommen identische Lichtlinien, nämlich die von ihnen erzeugten Bilder der Spalte. Um zu ermitteln, welche Erscheinungen durch die reflectirten Strahlenbündel an ihren Durchkreuzungsstellen auf einem weißen Schirme zu Tage treten, wollen wir vorerst den einfachen Fall mit einiger Ausführlichkeit betrachten, in welchem blos homogenes Licht zur Anwendung kommt, das man sich verschafft entweder durch Zerlegung des weißen Lichtes mittelst eines Prismas oder durch ein farbiges Glas oder durch eine gefärbte Flüssigkeit von solcher Beschaffenheit, daß nur homogenes Licht hindurchgelassen wird. Es seien S (Fig. 164) ein Punkt der

Fig. 164.



leuchtenden Spalte, OM und ON die Durchschnitte der beiden Spiegel, mit einer durch S gegen ihre Durchschnittslinie senkrecht gelegten Ebene; J und J′ die geometrischen Bilder des leuchtenden Punktes S, welche

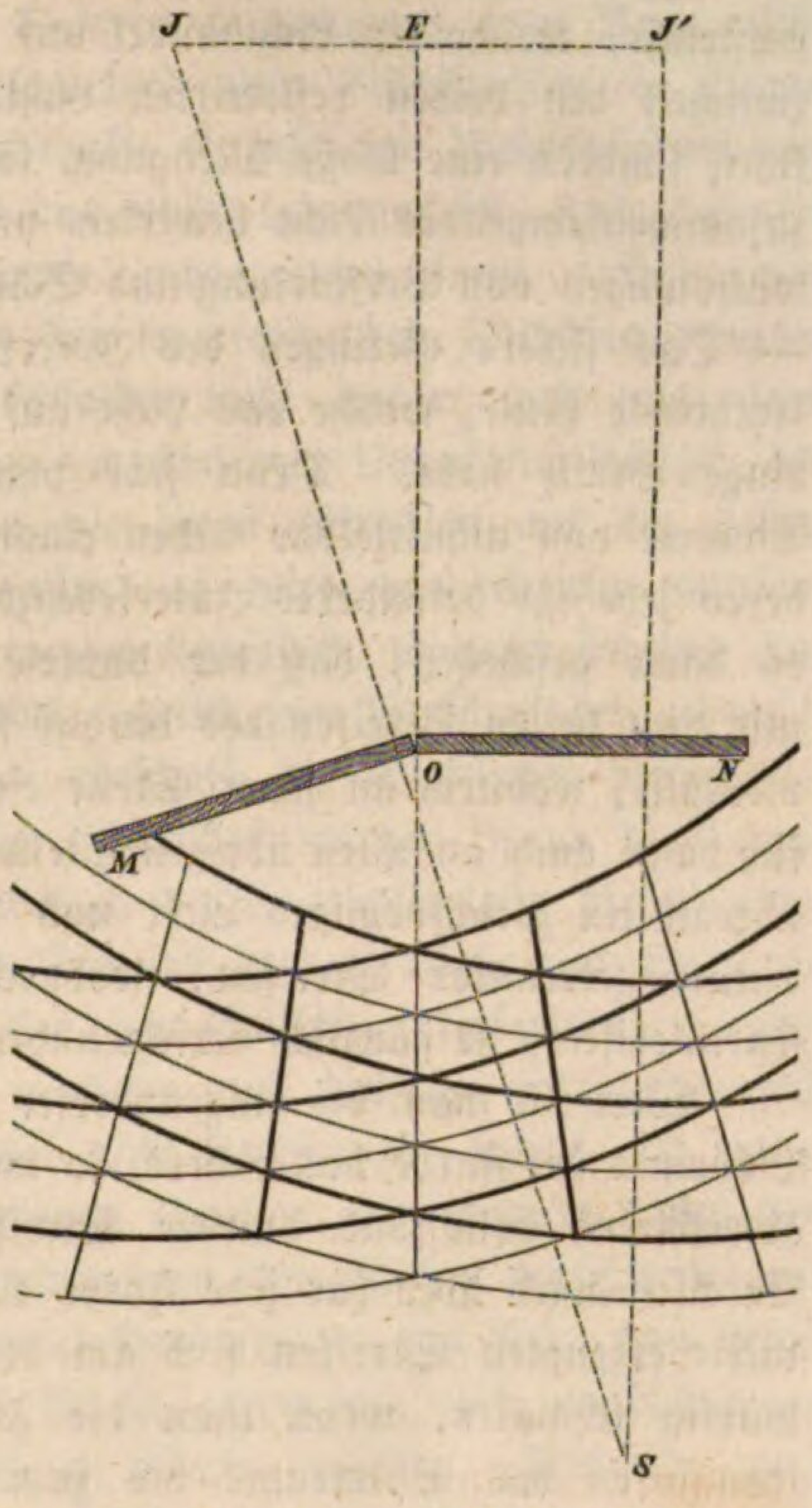
man erhält, wenn man von diesem Punkte Perpendikel auf beide Spiegel fällt und gedachte Perpendikel beziehungsweise um ihre eigene Größe verlängert. Es sei EOA die in der Mitte E von JJ' auf diese Linie errichtete Normale und in A ein Schirm PQ senkrecht auf EO gestellt. In dem Punkte A treffen die reflectirten Strahlen CA und C'A zusammen, nachdem sie von der Lichtquelle S an gerechnet gleichlange Wege ScA = AJ = AJ' = SCA zurückgelegt haben. Die Lichterregungen, welche in dem Punkte A zusammentreffen, stimmen also genau miteinander überein, weßhalb in A eine verstärkte Lichterregung stattfindet, die wegen der Kleinheit des Winkels JAJ' fast ihrer Summe gleichkommt. Was in der Zeichnungsebene geschieht, geht auch in allen andern derselben parallel laufenden Ebenen vor sich; es wird also in A auf dem Schirme ein heller Streifen sich zeigen, welcher auf der Zeichnungsebene senkrecht steht. — In einem diesseits oder jenseits der EOA seitwärts liegenden Punkte B treffen die reflectirten Strahlen DB und D'B zusammen, nachdem sie von der Lichtquelle S an gerechnet ungleich lange Wege durchlaufen haben, nämlich der erstere den Weg SDB = JB und der andere den Weg SD'B = J'B. Ist nun die Wegdifferenz δ genau der halben Wellenlänge des Lichtes gleich, so werden die in B zusammenkommenden Lichterregungen einander gerade entgegengesetzt sein und einander aufheben; es findet daher in B in diesem Falle Dunkelheit statt, d. h. an der Stelle B erscheint auf dem Schirme ein dunkler Streifen, welcher zu dem in A befindlichen hellen Streifen parallel ist. Wenn die Wegdifferenz δ einer ganzen Wellenlänge λ gleichkommt, werden die zusammentreffenden Aetherschwingungen einander addiren, in welchem Falle dann wieder ein heller Streifen wahrzunehmen ist. Wenn dagegen die Wegdifferenz δ genau $^3/_2\,\lambda$ beträgt, werden die zusammenkommenden Schwingungsphasen wieder einander tilgen, was einen dunkeln Streifen zur Folge haben wird. — Auf diese Weise fortgehend läßt sich das Princip der Interferenz in folgender Form aussprechen. Schneiden sich zwei homogene Lichtstrahlen, die von derselben Quelle herstammen und gleich intensiv sind, unter einem so kleinen Winkel, daß ihre Richtungen als parallel angesehen werden können, so werden sie sich in der Durchkreuzungsstelle aufheben, d. h. Dunkelheit erzeugen, wenn der eine Strahl dem andern um $\frac{\lambda}{2}$ oder $^3/_2\,\lambda\ldots$ allgemein um $(2n+1)\frac{\lambda}{2}$ vorangeeilt ist: dagegen werden sich die Strahlen in ihrer Wirkung unterstützen, d. h. verstärktes Licht hervorbringen, wenn der Gangunterschied 0, $\frac{2\lambda}{2}$, oder $\frac{4\lambda}{2}\ldots$ allgemein $2n\,.\,\frac{\lambda}{2}$ beträgt. — Steht der Gangunterschied δ zur Wellenlänge λ

in einem andern Verhältnisse, so ergibt sich blos eine partielle Verstärkung oder Schwächung des Lichtes, je nachdem nämlich jener Werth δ näher nach $\frac{2n\lambda}{2}$ oder nach $\frac{2n+1}{2}\lambda$ hinzu liegt. — Diese aus der Wellentheorie nothwendigen Folgerungen stimmen mit den aus der Erfahrung entnommenen Ergebnissen aufs vollständigste überein. Denn man sieht auf dem Schirme eine Reihe heller und dunkler gleichweit von einander abstehender paralleler Streifen oder Fransen. Die Unterschiede zwischen der Intensität des Lichtes zwei aufeinander folgender heller und dunkler Streifen werden immer geringer, je weiter man sich von der Mitte entfernt, bis sie in einer größeren Entfernung gänzlich verschwinden und durch ein gleichförmiges Licht verdrängt werden, was daher rührt, daß das angewandte Licht niemals vollständig homogen ist.

Noch glänzender zeigen sich die Interferenzstreifen, wenn man eine Lupe von kurzer Brennweite vor das visirende Auge setzt und mit ihr nach dem Zwischenraum der beiden Spiegelflächen hinsieht, die Linse so lange nach der einen oder der andern Seite hin schwach neigend, bis sie lebhaft erleuchtet erscheint. Nimmt man dann die Fransen noch nicht wahr, so bewegt man, um die passende Stelle des Auges aufzufinden, ohne die Richtung der Lupe vor dem Auge zu verändern, den Oberleib allmählig nach dieser oder jener Seite hin, bis die Streifen zur deutlichen Wahrnehmung kommen. — Baumgartner bedient sich statt der Lupe eines guten achromatischen Fernrohrs, das in einiger Entfernung vor dem Spiegelapparate aufgestellt wird. Das Interferenzphänomen gewinnt an Reinheit und Deutlichkeit ausnehmend, wenn man die Oeffnung des Objectives des Fernrohrs in verticaler Richtung durch zwei geradlinige Schirme so verengt, daß der Breite nach etwa nur die Hälfte der ganzen Oeffnung übrig bleibt, während dieselbe der Höhe nach unverändert geblieben ist. Die Spiegel, auf welche das von der Lichtlinie her divergirende Licht fällt, befestigt Fresnel auf einer gemeinschaftlichen Unterlage mittelst Wachs, gegen das man denjenigen Spiegel ein wenig drückt, von dem man glaubt, daß er hervorspringe. Durch Befühlen oder noch besser mit einer Lupe kann man untersuchen, ob in der Berührungslinie der Spiegelflächen ein Vorsprung stattfinde oder nicht. — Die Spiegel kann man auch in eine besondere Fassung einsetzen und mit mehreren Stellschrauben versehen, durch welche sie leicht in die gehörige Lage gegeneinander gebracht werden können.

Durch nachstehende Construction läßt sich das Ineinandergreifen der beiden von dem Spiegelapparate zurückgeworfenen Strahlensysteme noch mehr versinnlichen. Man beschreibe aus den Punkten J und J′ (Fig. 164 a), welche die zwei von den beiden Spiegeln erzeugten Bilder

Fig. 164 a.



eines Lichtpunktes S darstellen, zwei gleiche Systeme von Kreisen, in denen die Radien von Kreis zu Kreis um eine halbe Wellenlänge zunehmen. Diese Kreise lassen sich als Durchschnitte von Wellenflächen der beiden von J und J′ ausgehenden Strahlensysteme ansehen. Da die auf solchen zwei aufeinander folgenden Kreisen befindlichen Aethertheilchen entgegengesetzte Schwingungszustände besitzen, so wollen wir, um diesen Unterschied anzudeuten, jene Kreise abwechselnd stark und schwach anlegen. In den Durchschnittspunkten zwei gleich angelegter Kreise finden übereinstimmende Bewegungen des Aethers statt; an solchen Punkten wird daher eine gesteigerte Bewegung mithin auch erhöhte Helligkeit eintreten. Dagegen werden in den Durchschnittspunkten zwei ungleich angelegter Kreise entgegengesetzte Bewegungen erfolgen; an solchen Punkten wird also der Aether in Ruhe sein oder Finsterniß herrschen. Auf diese Weise läßt sich aus der Figur entnehmen, an welchen Stellen Helligkeit oder Dunkelheit eintreten wird. Was sich in der Figur, welche einen horizontalen Durchschnitt durch die verticalen Spiegelflächen und deren Berührungslinie darstellt, zuträgt, wird sich in ähnlicher Weise in jeder durch die Spiegel gelegten horizontalen Ebene zutragen, so daß man nicht abwechselnd helle und dunkele Punkte erhält, sondern helle und dunkele Streifen, die auf der horizontalen Bildebene senkrecht stehen.

Die Interferenzstreifen verschwinden vollständig, wenn man das von einem Spiegel reflectirte Licht zurückhält, indem in der ganzen Ausdehnung des zurückgeworfenen Lichtbündels alsdann nur eine gleichförmige Helligkeit wahrgenommen wird. Hieraus folgt, daß das Zusammentreffen der beiden von den Spiegeln reflectirten Lichtbündel zur

Bildung der Streifen nothwendig ist und daß diese aus der Einwirkung entstehen, welche ein Lichtbündel auf den andern ausübt: denn fände zwischen den beiden reflectirten Lichtbündel keine gewisse Einwirkung statt, sondern eine bloße Mengung, so müßte ihre Vereinigung nur ein zusammenhängendes Licht bewirken und nicht jene eigenthümlichen Abwechslungen von Verstärkung und Schwächung des Lichtes hervorbringen. — Das sichere Gelingen des Interferenzversuches erfordert, daß die leuchtende Linie, welche das Licht auf die Spiegel sendet, nur eine geringe Breite habe. Denn jede physische Spalte läßt sich als eine Summe von unmittelbar neben einander liegenden Lichtlinien ansehen, deren jede ihr besonderes Interferenzbild liefert. Auf diese Weise wird es dann geschehen, daß der dunkele Streifen eines Interferenzbildes mit dem hellen Streifen des darauf folgenden Interferenzbildes zusammenfällt, wodurch an jener Stelle eine mittlere Helligkeit entsteht, die sich dann auch an allen übrigen Stellen zeigen muß. Dergestalt herrscht überall ein gleichförmiges Licht und das System heller, durch dunkele Linien getrennter Streifen, wodurch das Interferenzphänomen sich charakterisirt, ist gänzlich verschwunden.

Wechselt man bei ungeänderter Stellung der Spiegel und des Schirmes die Farbe des Lichtes, so wird man auf dem Schirme wieder abwechselnd helle und dunkele Streifen wahrnehmen; die Breite der Streifen wird aber für jede Farbe eine andere sein. Die von rothem Lichte erzeugten Streifen sind am breitesten; die Streifen werden allmählig schmäler, wenn man die Farben von Roth durch die Zwischenstufen des Spectrums bis zum Violet fortschreiten läßt. Fällt aus der leuchtenden Linie weißes Licht auf die Spiegel, so zeigt sich auf dem Schirme ein System gleichweit abstehender farbiger Streifen. Der mittelste Streifen erscheint ganz weiß; der nächste ihm zur Seite liegende ist breiter und hat an seinen Rändern farbige Säume; die folgenden Streifen werden immer breiter, so daß sie bald übereinander greifen und sich zuletzt gegenseitig aufheben, dergestalt, daß man selten die Spuren von mehr als sieben solcher Streifen wahrnimmt, während man im homogenen Lichte 20 bis 30 Fransen deutlich unterscheiden kann. Die vom weißen Lichte erzeugten Farbenstreifen sind lediglich das Resultat der Uebereinanderlagerung der gleichzeitig bestehenden Erscheinungen, welche die einzelnen im weißen Lichte enthaltenen Farbengattungen für sich hervorbringen.

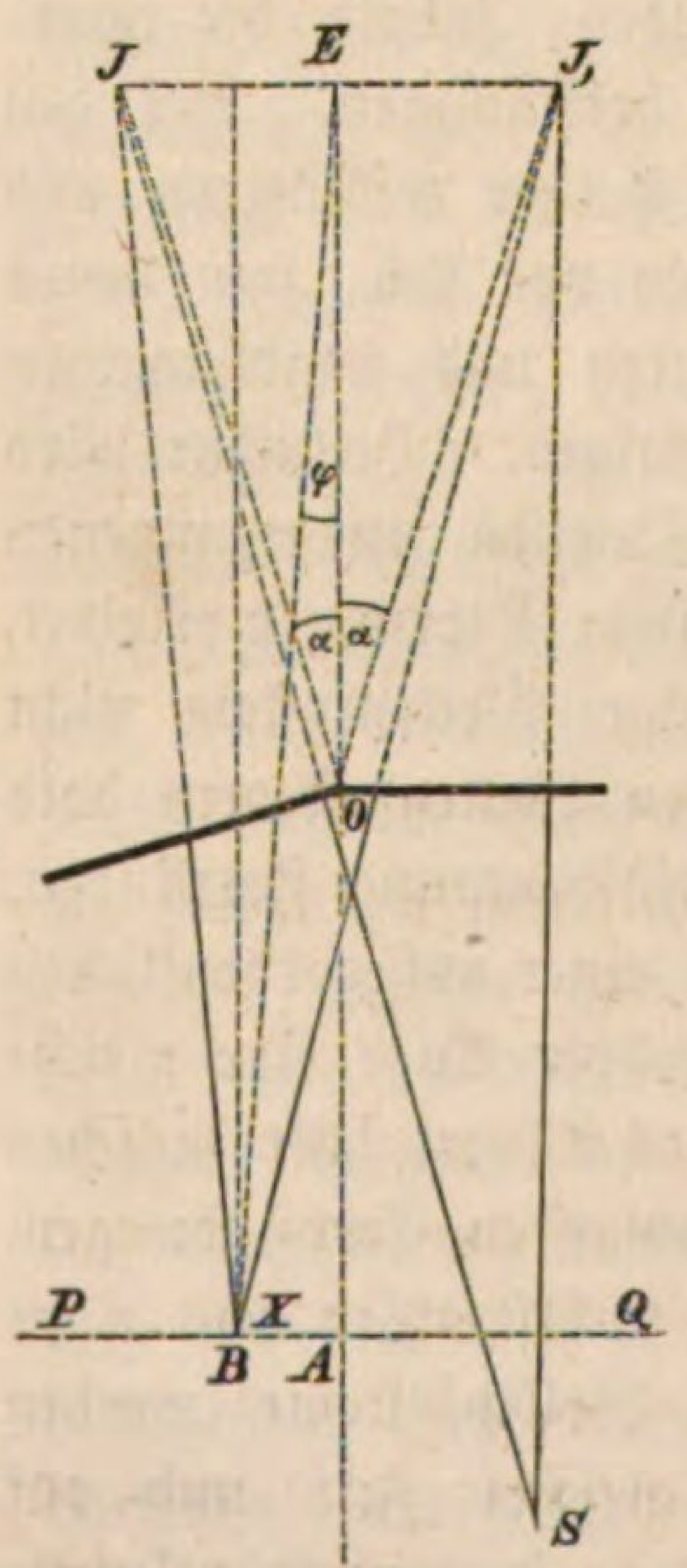
Sollen die Interferenzerscheinungen auf eine entschiedene Weise hervortreten, so müssen, wie wir gesehen, die ineinander greifenden Wellen ihrer Form und Schwingungsrichtung nach eine fast völlig gleiche Beschaffenheit haben, der leuchtende Gegenstand überdies ein Lichtpunkt

oder eine Lichtlinie sein. Außer diesen Bedingungen ist es auch noch eine Erforderniß, insofern das Interferenzphänomen dem Auge nicht entzogen werden soll, daß die interferirenden Lichtstrahlen in ihrem Gange nur um eine ziemlich beschränkte Anzahl von Undulationen von einander abweichen, selbst wenn das Licht homogen ist, und daß sie von einer gemeinschaftlichen Quelle ausgegangen seien. Bei einer wenig großen Gangverschiedenheit der interferirenden Strahlen ereignet es sich, weil das möglichst vereinfachte Licht immer noch aus einer Anzahl heterogener Strahlen von verschiedenen Undulationslängen besteht, daß die dunkeln Streifen der einen Strahlen auf die hellen Streifen der andern Strahlen fallen: es wird dadurch eine mittlere Helligkeit erzeugt und das bänderartige Aussehen, wodurch sich das Interferenzphänomen zu erkennen gibt, gänzlich zum Verschwinden gebracht. Daß hierin der Hauptgrund liegt, weßhalb die Wirkungen des gegenseitigen Einflusses der Lichtstrahlen unmerklich werden, wenn die Gangverschiedenheit beträchtlich ist, findet in der Thatsache seine Bestätigung, daß die Zahl der wahrnehmbaren Fransen in dem Maße zunimmt, als das Licht homogener wird. — Um den Einfluß interferirender Lichtstrahlen dem Auge sichtbar zu machen, muß derselbe sich andauernd darbieten. Das Letztere kann aber nicht stattfinden, sobald die interferirenden Strahlen von verschiedenen Quellen herstammen. Bei den leuchtenden Körpern, deren Schwingungen den Aether erschüttern und Licht erzeugen, gehen gar mancherlei Aenderungen vor sich, von denen nicht wohl anzunehmen ist, daß sie in getrennten und unabhängigen Theilchen gleichzeitig und auf gleiche Weise erfolgen. Vielmehr wird es geschehen, daß bei zwei von verschiedenen Quellen ausgegangenen Lichtstrahlen das dem einen zugehörige Wellensystem Störungen erleidet, an denen das dem andern Lichtstrahle angehörige Wellensystem nicht Theil nimmt: auf solche Art wird dann in beiden Wellensystemen bald vollständiger Einklang, bald gänzliche Nichtübereinstimmung stattfinden, so daß für das im Wahrnehmen dergleichen mit einer außerordentlichen Schnelligkeit aufeinanderfolgenden Vorgänge ungeübte Auge eine gleichartige Empfindung hervorgerufen wird, welche das Mittel hält zwischen den von ihnen erzeugten mehr oder weniger lebhaften Empfindungen. Anders verhält sich die Sache, wenn die beiden Lichtstrahlen aus einer gemeinschaftlichen Quelle entspringen. Beide Wellensysteme werden nämlich alsdann denselben Veränderungen zu gleicher Zeit und auf gleiche Weise unterworfen sein. Sie werden mithin, so lange die Quelle Licht aussendet, fortfahren, in völliger Nichtübereinstimmung oder in vollständigem Einklang zu beharren, je nachdem der eine oder der andere dieser Zustände anfangs stattgefunden hat. In dem betreffenden Falle

werden folglich die Vorgänge constant bleiben und wahrgenommen werden können.

Die genauere Betrachtung des Fresnel'schen Spiegelversuches deckt zwischen den Umständen desselben und den Dimensionen des Interferenzbildes noch innigere Beziehungen auf, deren völlige Uebereinstimmung mit der Erfahrung um so mehr einen Beweis für die Wellennatur des Lichtes liefert, als wir von dem Interferenzphänomen keine anderweitige nur einigermaßen befriedigende Erklärung zu geben vermögen. Wir haben nämlich, wenn δ den Gangunterschied der interferirenden Strahlen und λ die Undulationslänge des angewandten Lichtes bezeichnet, das Grundgesetz der Interferenzerscheinungen in folgender Formel: $\delta = \frac{n\lambda}{2}$ ausgesprochen, wo n für helle Streifen eine gerade und für dunkele eine ungerade Zahl bedeutet. Es käme also zunächst, da λ bis jetzt noch als eine unbekannte Größe zu betrachten ist, darauf an, für δ noch einen anderen Ausdruck aufzufinden, der solche Größen enthält, welche auf die eine oder andere Weise sich leicht bestimmen lassen. Es seien deßhalb J und J, (Fig. 164 b) die zwei Bildpunkte in den Spiegeln; E die Mitte von J J, und E O senkrecht auf derselben; ferner B ein in der horizontalen Bildebene liegender Punkt eines hellen oder dunkelen Streifens; a die Entfernung des in der Bildebene befindlichen Lichtpunktes S von dem Scheitel der Spiegel; α der Neigungswinkel der Spiegel, welcher gleich dem Winkel J S J, und gleich dem Winkel E O J oder E O J, ist; b der Abstand J J, der beiden Bilder; c der Abstand E A des Punktes E von dem Schirme; endlich x der Abstand B A eines dunkeln oder hellen Streifens von der auf der Verbindungslinie der beiden Bildpunkte senkrecht stehenden Geraden E O. Man erhält

Fig. 164 b.



hiernach $\overline{J,B}^2 = c^2 + \left(\frac{b}{2} + x\right)^2$

und $\overline{JB}^2 = c^2 + \left(\frac{b}{2} - x\right)^2$;

woraus $J,B - JB = \delta = \frac{bx}{c}$,

wenn man die Glieder vernachlässigt, worin höhere Potenzen von b und x vorkommen, welche beide Größen ohne Vergleich kleiner als c sind. Durch Verbindung der beiden Relationen $\delta = \frac{bx}{c}$ und $\delta = \frac{n\lambda}{2}$ entspringt: $x = \frac{nc\lambda}{2b}$. Für den nächsten weiter

von A abstehenden hellen oder dunkeln Streifen verwandelt sich n in $n + 2$ und x in $x_,$; mithin ist $x_, = \frac{(n+2)c\lambda}{2b}$. Daraus ergibt sich $x_, - x = \frac{c\lambda}{b}$ für den Abstand β je zwei nächster heller oder dunkeler Streifen. — Aus der Relation $\beta = \frac{c\lambda}{b}$ lassen sich mehrere interessante Folgerungen ableiten. Kennt man nämlich in einem besondern Falle die Entfernung b der beiden Bildpunkte von einander, ferner den Abstand c des Beobachtungsortes von der Geraden, welche die beiden Bildpunkte mit einander verbindet, und mißt dann den Abstand β von den Mitten zweier nächster heller oder dunkler Streifen von einander, so kann mittelst der Gleichung $\lambda = \frac{\beta b}{c}$ aus diesen drei Größen die Wellenlänge λ berechnet werden. — Stellen λ und β die einem homogenen Lichte entsprechende Wellenlänge und den Abstand je zwei nächster heller oder dunkler Streifen dar, $\lambda_,$ und $\beta_,$ dasselbe in Beziehung auf ein anderes homogenes Licht, so hat man $\lambda = \frac{\beta b}{c}$ und $\lambda_, = \frac{\beta_, b}{c}$, woraus $\frac{\lambda}{\lambda_,} = \frac{\beta}{\beta_,}$; d. h. die Wellenlängen der verschiedenen homogenen Lichtsorten verhalten sich wie die Abstände zweier nächster heller oder dunkler Streifen von einander. Da nun diese Abstände vom violetten zum rothen Lichte stets zunehmen, so muß Aehnliches auch für die Wellenlängen der verschiedenen Lichtgattungen stattfinden. — Bleibt die Neigung der Spiegel und die Lage der leuchtenden Linie zu ihnen unverändert, ferner das auf die Spiegel fallende Licht dasselbe, so ändert sich der Werth von b, sowie der von λ nicht. Beobachtet man aber die Interferenzstreifen in verschiedenen Abständen von den Spiegeln, so ändert sich der Werth von c, mithin auch in Folge der Gleichung $\beta = \frac{\lambda}{b} \cdot c$ der Werth von β. Gehören $\beta_,$ und $c_,$ einem andern Beobachtungsorte an, so hat man in Bezug auf den letzteren; $\beta_, = \frac{\lambda}{b} \cdot c_,$; aus beiden Relationen entspringt: $\frac{\beta}{\beta_,} = \frac{c}{c_,}$, d. h. die Abstände je zwei nächster heller oder dunkler Streifen von einander, sind den Entfernungen der Beobachtungsorte von der Verbindungslinie der Spiegelbilder direct proportional. Wenn daher die Interferenzstreifen in zu großer Nähe bei den Spiegeln wegen ihrer zu geringen Entfernung von einander nicht deutlich gesehen werden können, so kann man erwarten, sie in größerem Abstande von den Spiegeln deutlicher zu sehen.

Um die den verschiedenen Farben des Spectrums angehörigen Undulationslängen λ mittelst der Relation $\lambda = \frac{b\beta}{c}$ zu bestimmen, muß

man die Größen b, β, c mit größtmöglicher Schärfe messen, was seine Schwierigkeiten hat. Zur Messung des Abstandes zweier nebeneinander liegender hellen oder dunklen Streifen bediente sich Fresnel einer einfachen Lupe, die in ihrem Brennpunkt als Sehzeichen einen sehr feinen Faden trug, dessen Ortsveränderungen mittelst einer Mikrometerschraube genau bestimmt werden konnte. Er stellte nämlich einmal den Faden auf die Mitte des ersten und dann auf die Mitte des zweiten erwähnter Streifen und bestimmte hierauf nach der Zahl der Umdrehungen und der Unterabtheilungen derselben, welche der Mikrometerschraube ertheilt werden mußte, um den Faden von der einen Lage in die andere zu bringen, die Größe β bis auf $^1/_{100}$ Millimeter genau. Ganz auf dieselbe Weise läßt sich ebenfalls der Abstand b der beiden Spiegelbilder messen. Dieser Abstand kann auch aus der Gleichung $b = 2\,a \sin \alpha$ berechnet werden, in welcher a die Entfernung des leuchtenden Punktes S vom Scheitelpunkt O bezeichnet, insofern der Neigungswinkel α der Spiegel bestimmt worden ist. Mit der gewünschten Genauigkeit kann aber dieser Winkel vermittelst eines Repetitionskreises gemessen werden, indem man das Fernrohr so aufstellt, daß das eine Spiegelbild im Fadenkreuz des Fernrohrs erscheint, dann das letztere dreht, bis das andere Spiegelbild ebenfalls im Fadenkreuz wahrgenommen wird, und nun die Größe der Drehung am getheilten Kreise abliest. — Zur Bestimmung der Wellenlänge λ kann man auch folgendes Verfahren einhalten, das eine größere Genauigkeit gestattet. Der Abstand x eines hellen oder dunkeln Punktes B von der Mitte A des Gesichtsfeldes wird durch den Winkel $BEA = \varphi$ bestimmt. Nun ist $x = c \tang \varphi = c\varphi$, da der Winkel φ immer nur sehr klein ist. Für den nächsten weiter von A abstehenden hellen oder dunkeln Streifen verwandelt sich x in $x_,$ und φ in $\varphi_,$; folglich ist $x_, - x = \beta = c\,(\varphi_, - \varphi)$. Wird diese Relation mit der oben aufgefundenen $\lambda = \frac{b\beta}{c}$ in Verbindung gebracht, so entspringt die Formel: $\lambda = b\,(\varphi_, - \varphi)$. Mit Hülfe eines getheilten Kreises läßt sich die Winkeldifferenz $\varphi_, - \varphi$ bis auf einen hohen Grad der Genauigkeit messen, und mittelst einer sorgfältig gearbeiteten Mikrometerschraube der Abstand der beiden Spiegelbilder bis auf $^1/_{100}$ Millimeter genau bestimmen, woraus dann die Wellenlänge λ sehr leicht berechnet werden kann.

Bei dem von uns angestellten Versuche wurde (Fig. 164 b) der Punkt B, wo die Erscheinung beobachtet wurde, auf der Linie EOA und zwar in einer Entfernung vom Punkte O angenommen, welche $= OS =$ der Entfernung des leuchtenden Punktes vom Scheitel der Spiegel war. Für diesen Fall war $\frac{b}{c} = \frac{JJ_,}{EA} = 2 \tang \frac{\alpha}{2}$; daher $\lambda =$

$=\beta \cdot \frac{b}{c} = \beta \cdot 2 \tan \frac{\alpha}{2}$. — Für α hatte man nach der oben angegebenen Methode den Werth 28′40″ (alter Theilung) gefunden; vermittelst eines Mikrometers, bei welchem durch einen Umgang der Mikrometerschraube das Haar um 0,281 Millimeter verschoben wurde, fand man die Entfernungen der schwarzen Interferenzstreifen wie folgt:

im äußersten rothen Lichte	= 0,275 Umgängen	= 0,077275 Mill.
im dunkelorangen Lichte	= 0,25 Umgängen	= 0,07025 Mill.
im hellorangen Lichte	= 0,24 Umgängen	= 0,06744 Mill.
im grünen Lichte	= 0,21 Umgängen	= 0,05901 Mill.

Man hat demnach für die Wellenlänge des

rothen Lichtes	$= 0{,}077275^{mm} \cdot 2 \cdot \tan 14'20''$	$= 0{,}0006^{mm}$
dunkelorangen Lichtes	$= 0{,}07025^{mm} \cdot 2 \cdot \tan 14'20''$	$= 0{,}0005625^{mm}$
hellorangen Lichtes	$= 0{,}06744^{mm} \cdot 2 \cdot \tan 14'20''$	$= 0{,}00054^{mm}$
grünen Lichtes	$= 0{,}05901^{mm} \cdot 2 \cdot \tan 14'20''$	$= 0{,}0004725^{mm}$

Folgende Tabelle enthält die von Fresnel bestimmten Werthe der Undulationslänge in der Luft für die verschiedenen Farben:

Grenzen der Hauptfarben.	Grenzwerthe v. λ. Millimeter.	Hauptfarben.	Mittlere Werte von λ.
Aeußerstes Violet	0,000406	Violet	0,000423
Indigoviolet	0,000439	Indigo	0,000449
Indigoblau	0,000459	Blau	0,000475
Blaugrün	0,000442	Grün	0,000512
Grüngelb	0,000532	Gelb	0,000551
Gelborange	0,000571	Orange	0,000583
Orangeroth	0,000546	Roth	0,000620
Aeußerstes Roth	0,000645		

Die Wellenlänge der tiefsten Farbe ist demnach mehr als 500mal kleiner als die Wellenlänge des höchsten Tones. Nimmt man die Geschwindigkeit u des Lichtes zu 41700 geographische Meilen à 7420,4548 Meter an, so ergibt sich aus der vorstehenden Tafel für die Schwingungszahl n der verschiedenen Farben vermöge der Relation $n = \frac{u}{\lambda}$ folgende Tabelle:

Farben.	Schwingungszahlen.
Aeußerstes Roth	478 Billionen, d. i. Millionenmal Millionen.
Orangeroth	517 Billionen.
Gelborange	539 Billionen.
Grüngelb	579 Billionen.

Farben.	Schwingungszahlen.
Blaugrün	626 Billionen.
Indigoblau	671 Billionen.
Indigoviolet	702 Billionen.
Aeußerstes Violet.	759 Billionen.

Unsere Netzhaut muß mithin über Millionmal mehr Schwingungen als das Trommelfell machen, wenn sie den Eindruck des aufdämmernden Roth hervorrufen soll.

Aus dieser Tabelle ist ersichtlich, daß das Verhältniß der äußersten Lichtschwingungen beinahe wie das von 1,58 ist, und wie schon früher gelegentlich bemerkt wurde, ohngefähr der kleinen Sexte gleichkommt. Wären wir im Stande eine Farbe wahrzunehmen, welche doppelt so viel Oscillationen als das äußerste Roth machte, so würden wir vielleicht zwischen diesen beiden Farben eine große Uebereinstimmung bemerken. Der dem äußersten Violet eigenthümliche Stich ins Roth deutet vielleicht auf den Anfang einer Octavfarbe hin. Man kann die Quotienten aus den Schwingungszahlen der Farben bilden und sie nach den gleichen oder nahe gleichen Intervallen benennen, wie solche auf dem Gebiete der Töne vorkommen. Auf diese Weise würde das Intervall zwischen dem mittleren Roth und dem mittleren Grün der großen Terz, und das Intervall zwischen dem mittleren Roth und dem mittleren Violet der Quinte entsprechen. Es scheint demnach auch beim Licht ein gewisser Zusammenhang zwischen der Farbenempfindung und der einfachen Schwingungszahl wie beim Ton stattzufinden. Immerhin bleibt es bemerkenswerth, daß die Schwingungszahlen der Farben, wie sie in der vorstehenden Tabelle aufgestellt sind, sich verhalten wie die Zahlen:

$$1; \left(\frac{9}{8}\right)^{2/3}; \left(\frac{6}{5}\right)^{2/3}; \left(\frac{4}{3}\right)^{2/3}; \left(\frac{3}{2}\right)^{2/3}; \left(\frac{5}{3}\right)^{2/3}; \left(\frac{16}{9}\right)^{2/3}; 2^{2/3},$$

deren Wurzelgrößen $\frac{9}{8}, \frac{6}{5}, \frac{4}{3}, \frac{3}{2} \ldots$ die Schwingungsverhältnisse der in der Tonleiter vorkommenden Töne sind. Betrachtet man mithin die äußersten Grenzen des Spectrums als dem Grundton und der Octave entsprechend, so ist ihr Schwingungsverhältniß nicht wie bei den Tönen 1 : 2, sondern wie $1 : 2^{2/3}$.

Die ungewöhnliche Kleinheit der Wellenlängen des Lichtes einerseits, sowie die ungemein große Anzahl von Schwingungen anderseits, in welche die Netzhaut versetzt werden soll, um die Empfindung einer Farbe zu haben, scheinen vielen Menschen so außerordentliche Dinge zu sein, um sie in der Wirklichkeit existirend zugeben zu können. Mit Recht staunen wir über diese ungemein kleinen Raumtheile sowohl wie

über diese ungewöhnlich große Menge von Undulationen, welche in dem kurzen Zeitraum von einer Secunde vollbracht werden. Auf der einen Seite haben wir es mit Millionteln des Millimeters, auf der andern mit Billionen von Undulationen zu thun; auf der einen Seite stehen wir auf der Schwelle des unendlich Kleinen, auf der andern auf der Schwelle des unendlich Großen. Von welcher Ansicht wir übrigens auch bei Erklärung der Lichterscheinungen ausgehen wollen, immerhin gelangen wir zu diesen zwei äußeren Unendlichkeiten; denn wirklich vorhanden ist die ungemein große Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes, wirklich vorhanden sind seine in kleinen Zeiträumen periodisch wiederkehrende Zustände. Als Beleg für die Richtigkeit dieser Aussage mag nachstehendes aus der Emissionshypothese entlehntes Beispiel gelten.

Wenn das Licht von Seiten der Körper eine Brechung durch anziehende Körper erfährt, so müssen letztere unvergleichlich wirksamer als die Schwerkraft sein. Die Zeit nämlich, innerhalb deren die ganze Wirkung des Mittels stattfindet, ist diejenige, in welcher das Licht die Wirkungssphäre der an der Oberfläche des Körpers befindlichen Theilchen durchläuft. Nehmen wir für ihre Größe $^1/_{40}$ Millim. = 0,0254 Millimeter an; so durchläuft das Licht diesen Raum in

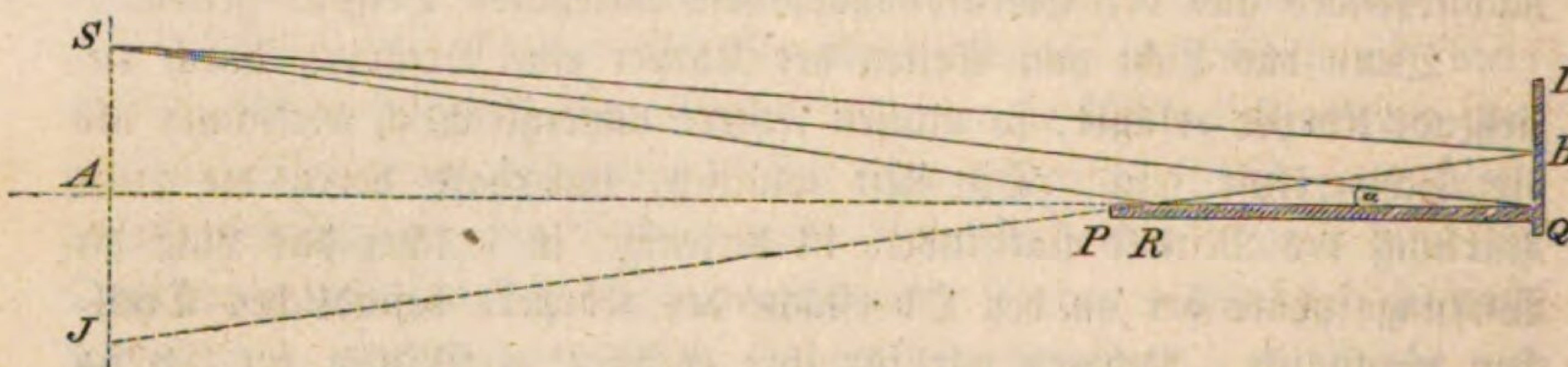
$$\frac{1}{41700 \,.\, 7420454{,}8 \,.\, 40} \text{ Secunde.}$$

Beträgt nun die durch Brechung hervorgebrachte Ablenkung 30 Grad und wird solche durch eine Kraft bewirkt, die während einer Secunde sich nicht ändert, so muß diese Kraft die Schwerkraft, welche in einer Secunde auf einen Körper an ihrer Oberfläche nur eine Abweichung von 4,9 Meter hervorbringt, $\frac{41700 \,.\, 7420{,}4548}{2 \,.\, 4{,}9}$ übertreffen. Da aber die ganze Wirkung nicht in einer Secunde, sondern in dem kleinen Bruchtheile $\frac{1}{41700 \,.\, 7420454{,}8 \,.\, 40}$ einer Secunde hervorgebracht wird, so muß die Kraft, welche diese Ablenkung bewirkt, in dem Verhältniß größer sein, als das Quadrat von 1 größer ist als das Quadrat jenes kleinen Bruches, was eine Kraft gibt, welche die Schwere $48372 \,.\, 10^{29}$ mal übertrifft. Dabei ist noch zu erwägen, daß die Schwere an der Erdoberfläche die Gesammtwirkung ihrer ganzen Masse ist, während die Kraft, welche das Lichttheilchen ablenkt, nur aus den zunächst liegenden Körpertheilchen innerhalb der Wirkungssphäre entsteht. Eine Kugel von 0,0254 Millimeter Durchmesser von derselben Dichtigkeit als die Erde, würde an ihrer Oberfläche nur eine Anziehung ausüben, die $\frac{0{,}0254 \text{ Millim.}}{12732400 \text{ M.}}$ der gewöhnlichen Schwerkraft beträgt, weil zu 12732400 Meter der Durchmesser der Erde angenommen wird. Die wirkliche

Stärke der von den Körpertheilchen ausgehenden Kraft muß also $\frac{127324000000000}{254} . 48372 . 10^{29}$ mal größer sein als die Schwerkraft der Erde, was ohngefähr $2 . 10^{45}$ beträgt. Man hat folglich bei der Emanationshypothese mit gleichsam unendlich groß anzunehmenden Kräften sich zu befassen.

Interferenzerscheinungen zeigen sich auch, wenn reflectirtes Licht mit directem Lichte unter geeigneten Umständen zusammentrifft, wie aus folgendem interessanten von Lloyd zuerst angestelltem Versuche zu ersehen ist. Man lasse das Licht eines leuchtenden Punktes S (Fig. 165)

Fig. 165.



auf einen Spiegel PQ unter einem Winkel von nahe 90^0 auffallen, damit die reflectirten Strahlen mit den directen nahe dieselbe Richtung erhalten. Das Bild J des leuchtenden Gegenstandes S läßt sich als Centrum des reflectirten Wellensystems betrachten, welches bei dem Zusammentreffen mit dem von S ausgehenden directen Wellensystem Interferenzerscheinungen veranlaßt, die auf dem Schirm QD zur Wahrnehmung gebracht werden können. Es sei B irgend ein Punkt des Interferenzbildes; $BQ = x$; $QA = c$; $SA = AJ = b$. Für die Länge δ des directen Strahls SB, der wegen der Schiefe der Incidenz nahezu gleich SQ ist; haben wir annähernd: $\delta = c\left(1 + \frac{1}{2}\left(\frac{b-x}{c}\right)^2\right)$; und für die Länge δ' des reflectirten Strahles $SR + RB = JB$ annähernd: $\delta' = c\left(1 + \frac{1}{2}\left(\frac{b+x}{c}\right)^2\right)$. Hiernach, wenn der Winkel $SQA = \alpha$ gesetzt wird, der Unterschied der Wege $\delta' - \delta$ nahezu gleich $\frac{2bx}{c} = 2x \tang \alpha$. — Dies vorausgeschickt, sei a^2 die Intensität des directen Lichtes, a'^2 die des reflectirten, und A^2 die des resultirenden. Zwischen diesen Intensitäten besteht in Folge der Zusammensetzung coexistirender Vibrationen die Relation:

$$A^2 = a^2 + 2aa' \cos 2\pi\left(\frac{\delta' - \delta}{\lambda}\right) + a'^2,$$

wo λ die Wellenlänge bezeichnet, oder wenn statt $\delta' - \delta$ der oben gefundene Werth substituirt wird, die Relation:

$$A^2 = a^2 + 2\,a\,a' \cos 4\pi \left(\frac{x}{\lambda} \operatorname{tang} \alpha\right) + a'^2.$$

Die Intensität erreicht ihr Maximum $(a + a')^2$ an den Stellen: $x = \frac{1}{4} n \lambda \operatorname{cotg} \alpha$, worin n irgend eine ganze Zahl ist; dagegen ihr Minimum $(a - a')^2$ an den Stellen, für welche in jenem Ausdrucke n mit einer ungeraden ganzen Zahl zusammenfällt. In den Abständen 0, $\frac{2}{4} \lambda \operatorname{cotg} \alpha$, $\frac{4}{4} \lambda \operatorname{cotg} \alpha$ ... müßten demnach helle Streifen, dagegen in den Abständen $\frac{1}{4} \lambda \operatorname{cotg} \alpha$, $\frac{3}{4} \lambda \operatorname{cotg} \alpha$, $\frac{5}{4} \lambda \operatorname{cotg} \alpha$, ... dunkle Streifen sich zeigen, wenn das Licht bei der Reflection keine weitere Aenderung erlitte. — Würde aber bei der Reflection von Glas in Luft die Schwingungsrichtung sich umkehren oder eine halbe Wellenlänge verloren gehen, ein Vorgang also stattfinden, wie wir solchen zu seiner Zeit bei der Reflection des Schalles wahrzunehmen Gelegenheit hatten; so verwandelt sich der Ausdruck für die Intensität des resultirenden Lichtes in: $A^2 = a^2 + a'^2 + 2\,a\,a' \cos 2\pi \left(\frac{2\,x \operatorname{tg} \alpha}{\lambda} - \frac{1}{2}\right)$. Die hellen und dunklen Stellen würden dann durch die Formel: $x = \frac{1}{4}(n+1) \lambda \cot \alpha$ bestimmt sein, worin n irgend ein Glied der natürlichen Zahlenreihe bezeichnet, deren gerade Werthe den hellen und deren ungerade Werthe den dunkeln Fransen entsprechen. Hiernach bliebe die Breite der Fransen ungeändert und die in Frage stehende Aenderung liefe gleichsam darauf hinaus, das ganze Fransensystem um die Größe $\frac{1}{4} \lambda \cot \alpha$ vom Rande abzurücken. — Um zu entscheiden, ob eine derartige Aenderung bei der Reflection des Lichtes stattfände oder nicht, ließen wir das von einer schmalen Spalte herkommende Licht auf einen schwarzen horizontalen Glasspiegel ohngefähr unter einem Winkel von 90^0 auffallen. Indem wir dann das reflectirte und directe Lichtbündel in geringer Entfernung von der spiegelnden Fläche mit einer Lupe auffingen, sahen wir ein Fransensystem, das in jeder Hinsicht der einen Hälfte der im Fresnel'schen Versuche gebildeten Systeme ähnlich war. Auch schienen, soweit das Auge es zu beurtheilen vermochte, alle Fransen um den Betrag eines halben Abstandes von dem Rande abgerückt zu sein. Bei der Reflection des Lichtes von der Oberfläche eines dichteren Mittels in ein dünnes wird mithin eine halbe Undulation gewonnen oder verloren. — Da die erste dunkle Franse in dem betreffenden Interferenzphänomen vollkommen schwarz befunden wurde, so müssen wir schließen, da die Intensität des Lichtes in den dunkeln Fransen durch den Ausdruck $(a - a')^2$ gegeben ist, daß $a = a'$; d. h. bei dergleichen schiefen Inciden-

zen, wie sie nöthig sind, um die reflectirten Strahlen mit den directen zur Interferenz zu bringen, haben das directe und das reflectirte Licht gleiche Intensität. Eine Formel, welche die Intensität des reflectirten Lichtes für alle Fälle angeben soll, muß demnach den bei der Grenz-incidenz vorkommenden speciellen Fall in sich schließen.

Läßt man bei dem Fresnel'schen Spiegelversuche einen der beiden interferirenden Lichtbündel durch ein sehr dünnes Blättchen aus einer durchsichtigen Substanz gehen, wie z. B. Glimmer oder Glas, so findet man, wie Arago zuerst beobachtet hat, die Streifen verschoben und zwar nach der Seite des Strahles hin, der das durchsichtige Blättchen durchdrungen hat. Da das Licht in den verschiedenen Mitteln sich nicht mit gleicher Geschwindigkeit fortpflanzt, so muß der mittlere Interferenzstreifen nothwendig nach dem Strahl hinrücken, der langsamer fortgegangen ist, damit die geringere Länge seiner Bahn die Verzögerung ausgleiche, welche er auf seinem Gange erlitten hat. Aus der Verrückung der Fransen nach der Seite des durch das durchsichtige Blättchen gegangenen Strahles folgt also auf eine unwidersprechliche Weise, daß sich das Licht schneller bewegt in der Luft als in Glimmer oder Glas. Dieses Resultat stimmt keineswegs mit der Newton'schen Refractionstheorie überein, insofern durch eine von dem brechenden Körper auf die Lichttheilchen ausgeübte Anziehung die Geschwindigkeit des Lichtes in dem stärker brechenden Mittel größer sein müßte, als in dem schwächer brechenden. Dieser Versuch gibt ein Verfahren an die Hand, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes in verschiedenen Medien zu vergleichen. Denn hat man mittelst eines Sphärometers die Dicke ε der in dem Weg des einen Lichtbündels aufgestellten durchsichtigen Platte gemessen, desgleichen mittelst des Mikrometers die Ortsveränderung y der Streifen, so erhält man für den Unterschied $\delta' - \delta$ der durchlaufenen Wege für die Mitte des Centralstreifens nach der Zwischensetzung der durchsichtigen Substanz die Relation: $\delta' - \delta = \frac{b\,y}{c}$, in welchem Ausdruck b der Abstand der beiden Bilder des leuchtenden Punktes und c die Entfernung der Bilder von dem Schirm bezeichnet. Dieser Unterschied wird die Verzögerung sein, welche das Licht in der Platte erlitt. Addirt man gedachten Unterschied zu der Dicke ε des Blättchens, so bekommt man den kleinen Weg, welchen der zweite Lichtbündel in der Luft zurücklegte, während der erstere das Blättchen durchlief. Hieraus ergibt sich für das Verhältniß u der Geschwindigkeit des Lichtes in Luft zu der Geschwindigkeit desselben in der durchsichtigen Substanz der Ausdruck: $u = \frac{\frac{b\,y}{c} + \varepsilon}{\varepsilon} = 1 + \frac{\lambda}{\varepsilon} \cdot \frac{y}{\beta}$, wenn man die für den ursprüng-

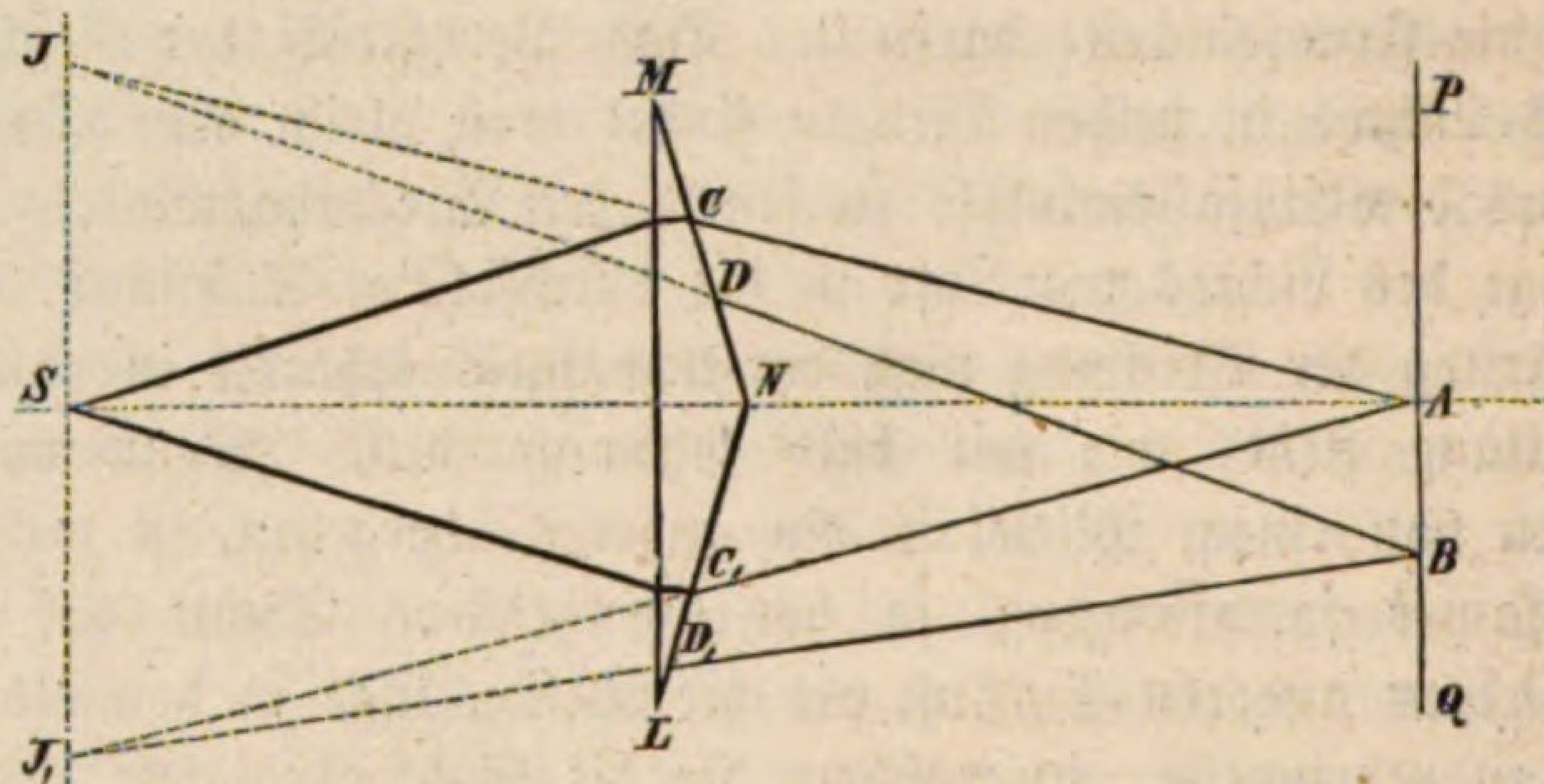
lichen Spiegelversuch aufgefundene Relation $c\lambda = b\beta$ zu Hülfe nimmt, worin β die Fransenbreite darstellt. Das Verhältniß der Geschwindigkeiten des Lichtes in beiden Mitteln findet man gleich dem Verhältnisse des Sinus des Einfallswinkels zu jenem des Brechungswinkels bei dem Uebergange des Lichtes von Luft in die durchsichtige Substanz, was mit der Erklärung der Brechung nach der Undulationstheorie in vollkommenem Einklang steht, wie wir bald sehen werden. Wenn mithin die Lichtwellen von einem Mittel in ein anderes übergehen, in welchem sie sich langsamer fortpflanzen; so hat die größere Dichte des zweiten Mittels keinen anderen Einfluß als die Wellenlänge in demselben Verhältnisse zu verringern, in welchem sie die Geschwindigkeit des Lichtes verzögert. Die Dauer jeder einzelnen Schwingung bleibt in beiden Medien dieselbe, oder was auf eins hinausläuft, die Farbe ändert sich nicht. Für die Wellenlängen der mit den Buchstaben B, C, D, E, F, G, H bezeichneten Stellen des Spectrums hat Frauenhofer in Bezug auf Luft, Wasser, Terpentinöl, Anisöl in Hundertmilliontheilen des Pariser Zolles folgende Größen erhalten:

	Luft.	Wasser.	Terpentinöl.	Anisöl.
B . . .	2541	1909	1730	1651
C . . .	2422	1821	1648	1573
D . . .	2175	1631	1475	1405
E . . .	1945	1368	1315	1249
F . . .	1794	1338	1208	1144
G . . .	1587	1181	1064	1003
H . . .	1464	1082	973	309

Nimmt man die arithmetischen Mittel der Wellenlängen in diesen Substanzen und vergleicht sie mit jenem der Wellenlänge in der Luft, so findet man, daß die Quotienten der arithmetischen Mittel fast gleichlautend mit den auf directem Wege abgeleiteten Brechungsverhältnissen der betreffenden Substanzen sind. Für Luft und Wasser z. B. sind jene arithmetischen Mittel beziehungsweise 13928 und 10330, deren Quotient 1,33 mit dem Brechungsverhältniß zwischen Luft und Wasser genau übereinstimmt.

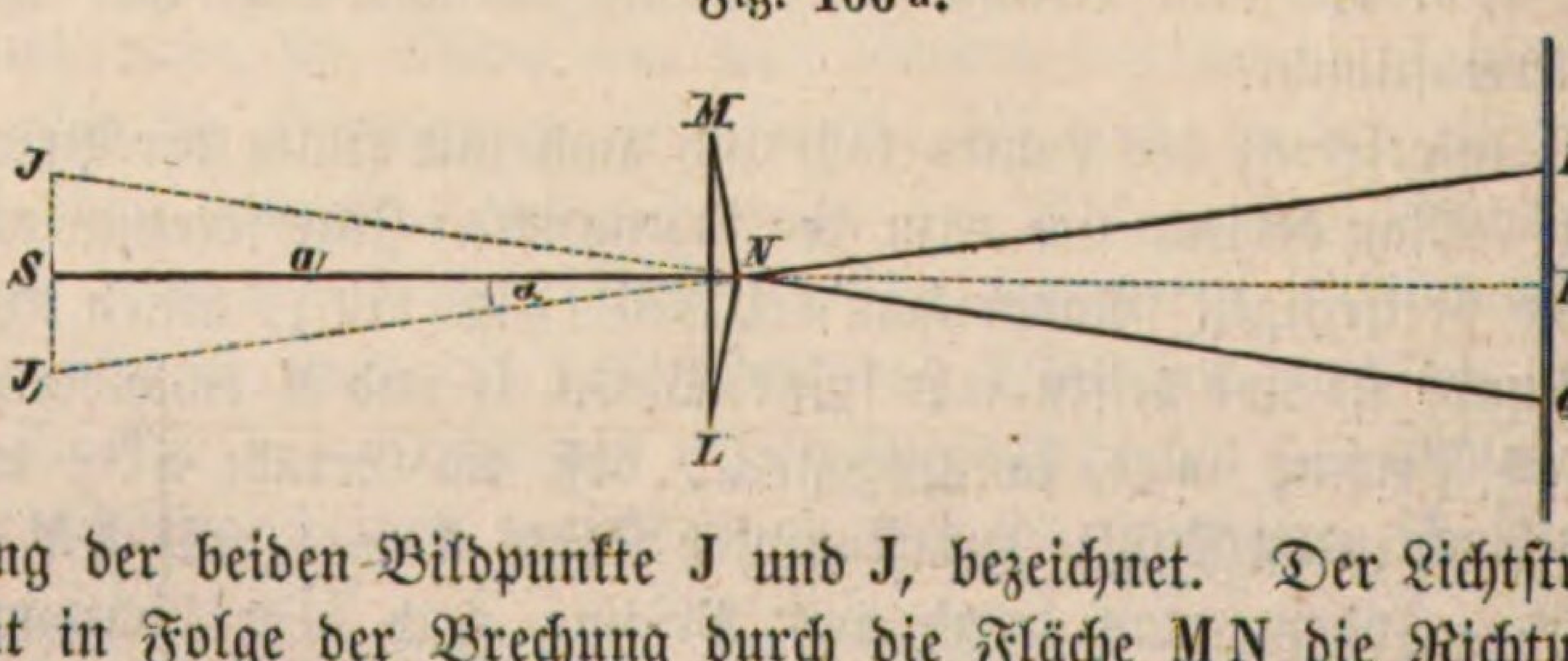
Die Interferenz des Lichtes läßt sich auch mit Hülfe der Brechung darstellen. Man bedient sich dazu des sogenannten Interferenzprisma's, d. h. eines dreiseitigen Glasprisma's LNM (Fig. 166), dessen Winkel N sehr stumpf ist und dessen sehr spitze Winkel L und M einander gleich sind. Das Prisma wird so aufgestellt, daß die Gerade SN, welche von dem leuchtenden Punkte zur stumpfen Kante N geht, auf LM senkrecht steht. Indem man durch das Prisma nach dem Lichtpunkt S sieht, erblickt man ihn doppelt, weil man eigentlich durch zwei Prisma-

Fig. 166.



sieht, von denen das eine den Lichtpunkt S nach J, das andere nach J, verschiebt. Diese Verschiebungen sind wegen der Kleinheit der brechenden Winkel sehr gering, so daß die aus dem Prisma heraustretenden Strahlen von zwei nahe bei einander befindlichen gleichen Lichtpunkten herzukommen scheinen, mithin in einer gewissen Entfernung vom Prisma unter sehr spitzen Winkeln zusammentreffen und durch ihre gegenseitige Einwirkung dieselbe Erscheinung hervorbringen, wie bei den Interferenzspiegeln. — Das Interferenzphänomen wird mit einer Lupe beobachtet. Gewöhnlich wird das Interferenzprisma mit seiner Fassung auf ein Stativ gesetzt, in welchem es sich aufwärts und abwärts schieben läßt, sowie auch dahinter die Lupe auf einem ganz ähnlichen Stativ in einer Entfernung von ohngefähr 1 Decimeter aufgestellt. — Bei dem Gebrauch des Interferenzprisma wendet man homogenes Licht an, weil im weißen Lichte durch die mit der Brechung des Lichtes im Prisma verknüpfte Farbenzerstreuung das Interferenzphänomen modificirt wird. Für die Breite β der hellen oder dunkeln Fransen auf dem Schirm PQ findet man, wenn ein bei dem Spiegelversuche analoges Verfahren eingehalten wird, den Ausdruck: $\beta = \frac{c\lambda}{b}$, in welchem c der Abstand des Lichtpunktes S von dem Schirm PQ (Fig. 166a) und b die Ent-

Fig. 166a.



fernung der beiden Bildpunkte J und J, bezeichnet. Der Lichtstrahl SN nimmt in Folge der Brechung durch die Fläche MN die Richtung NQ; mithin ist, wenn NP senkrecht in N auf MN steht, Winkel QNP =

Winkel, dessen Sinus $= \mu \sin \alpha$, wenn der Winkel PNQ = Winkel LMN durch α und das Brechungsverhältniß aus Luft in Glas durch μ dargestellt wird. Nun ist

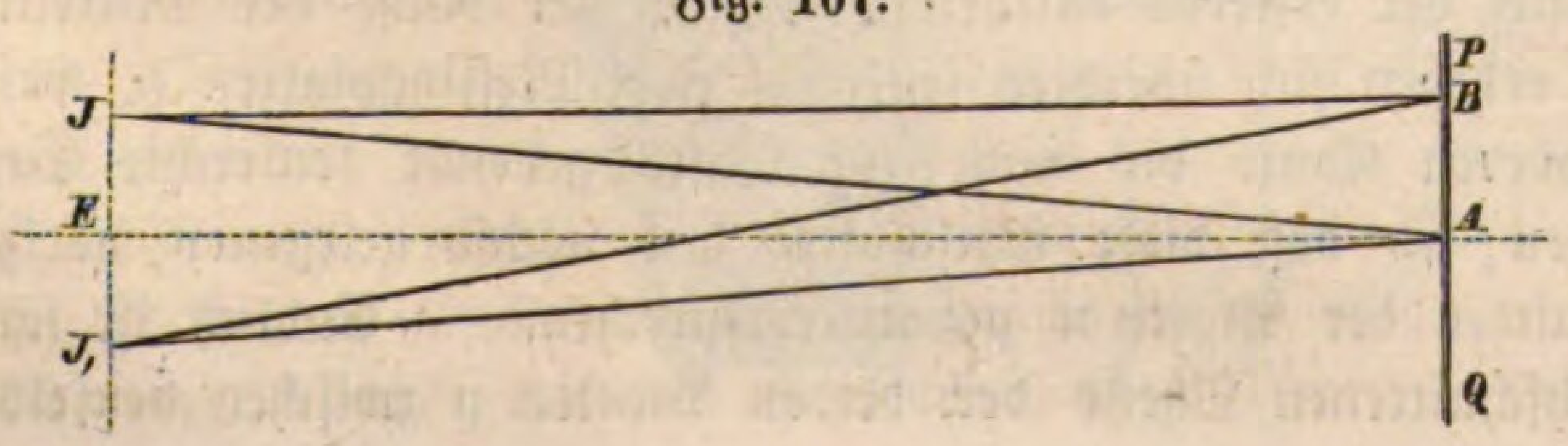
$$S J = \frac{b}{2} = S N \operatorname{tang} S N J = a \operatorname{tang} (W . P N Q - W . P N R) =$$

$$= a \operatorname{tang} (\operatorname{arc} \sin = \mu \sin \alpha - \alpha),$$

wo $SN = a$ gesetzt ist. Aus dieser Relation ergibt sich, wenn die allgemeine Formel $\operatorname{tang} (\alpha - \beta) = \frac{\sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta}{\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta}$ berücksichtigt wird: $b = 2 a \frac{\mu \sin \alpha \cos \alpha - \sin \alpha . \sqrt{1 - \mu^2 \sin^2 \alpha}}{\cos \alpha . \sqrt{1 - \mu^2 \sin^2 \alpha} + \mu \sin \alpha . \sin \alpha}$; woraus weiter entspringt: $b = 2 a (\mu - 1) \sin \alpha$, insofern die höheren Potenzen von $\sin \alpha$ vernachlässigt werden, was wegen der Kleinheit des Winkels α gestattet ist. Hiernach erhalten wir für die Breite β der hellen oder dunkeln Streifen auf dem Schirm den Ausdruck: $\beta = \frac{c}{2 a \sin \alpha} . \frac{\lambda}{\mu - 1}$. Die Abstände der Mitten der hellen und dunkeln Streifen hängen also bei dem Interferenzprisma nicht blos von λ ab, sondern von der Größe $\frac{\lambda}{\mu - 1}$. Allein μ ändert sich mit λ, woraus folgt, daß diese Streifen von den beim Spiegelversuche erhaltenen verschieden sein müssen.

Die Interferenzerscheinungen zeigen sich auch im directen Lichte, wenn die dazu erforderlichen Bedingungen erfüllt sind, wie der von dem italienischen Physiker Grimaldi zuerst angestellte Versuch zeigt, der ganz in Vergessenheit gerathen war, bis er im Jahr 1800 von dem englischen Physiker Thomas Young wieder an's Licht gezogen wurde. Der Versuch gehört zwar vorzugsweise zur Klasse der Beugungserscheinungen, von denen im folgenden Kapitel ausführlich die Rede sein wird. Weil jedoch auf Grundlage dieses Versuchs zuerst der Satz ausgesprochen wurde, daß Licht hinzugefügt zu einer bereits erleuchteten Fläche diese unter Umständen dunkler als vorher machen könne, worin eigentlich das Princip der Interferenz enthalten ist, so glaubten wir den Versuch hier nicht ganz unerwähnt lassen zu dürfen. — Durch zwei sehr feine und einander sehr nahe kreisförmige Oeffnungen oder verticale Spalten J und J_1 (Fig. 167) in einem Schirm aus Zinnfolie

Fig. 167.



lasse man homogenes Licht von einer bestimmten Farbe in ein verfinstertes Zimmer treten, und fange in demselben die durch beide Oeffnungen gehenden und sich durchkreuzenden Strahlen in einer hinlänglichen Entfernung von den beiden Oeffnungen J und J, auf einer weißen Tafel Q P auf. Man wird dann auf derselben die Interferenzerscheinungen, wie sie früher schon beschrieben worden sind, ebenfalls wahrnehmen. Bezeichnen wir die Entfernung der Tafel von der geraden Linie J J, durch c und den Abstand der beiden Oeffnungen von einander durch b die Entfernung der Mitte eines Interferenzstreifens von der Mitte des Centralstreifens durch x endlich die Entfernungen der Mitte jenes Interferenzstreifens von den beiden Oeffnungen J und J, durch δ und $\delta_,$; so erhalten wir wieder $\delta_, - \delta = \frac{b\,x}{c}$. Ueber die aus diesem Versuche sich ergebenden Folgerungen brauchen wir nichts weiter zu sagen, da bei dem Fresnel'schen Spiegelversuche schon Alles angeführt worden ist, was zu sagen nöthig gewesen wäre.

2. Die Fessel'sche Wellenmaschine.

Um von den verschiedenen Formen der Bewegung des Lichtäthers eine deutliche Vorstellung zu gewinnen, haben die Physiker Wheatstone und Plücker höchst sinnreiche Apparate erdacht, die namentlich von dem geschickten praktischen Mechaniker Fessel zu Cöln genau und elegant ausgeführt worden sind. Für die Beschreibung eines derartigen Apparates, wie wir solchen aus der vortrefflichen Werkstätte des genannten Künstlers erhalten haben, dürfte hier die geeignete Stelle sein. — In einiger Höhe über der oberen Seitenfläche eines länglichen, rechtwinkligen Parallelepipeds von Eichenholz, von 96 Cent. Länge, 28 Cent. Breite und 9 Cent. Höhe ist eine horizontale Messingplatte m (Fig. 168) befestigt, in welcher in gleichem Abstande von der Mittellinie auf beiden Seiten zwei Reihen geradliniger Einschnitte sich befinden, die um gleich viel von einander abstehen und auf der Mittellinie senkrecht sind. Außerdem enthält die Platte in der Centrallinie eine Reihe gleichweit von einander entfernter Löcher. In einiger Höhe über dieser Messingplatte m ruht auf fester Unterlage wieder eine gleich gearbeitete Messingplatte n dergestalt, daß jedem Einschnitte der letzteren ein paralleler Einschnitt der ersteren entspricht. — In der Nähe der Mittellinie der Platte erheben sich überdies senkrecht zwei Messingplatten p, welche von ihrer oberen Kante bis nahe zur Basis gehende senkrechte Einschnitte enthalten, so daß diese Einschnitte den nächst gelegenen horizontalen Einschnitten der Platte n genau entsprechen. — Endlich ist längs der undurchschnittenen Theile der beiden Platten p zwischen denselben eine

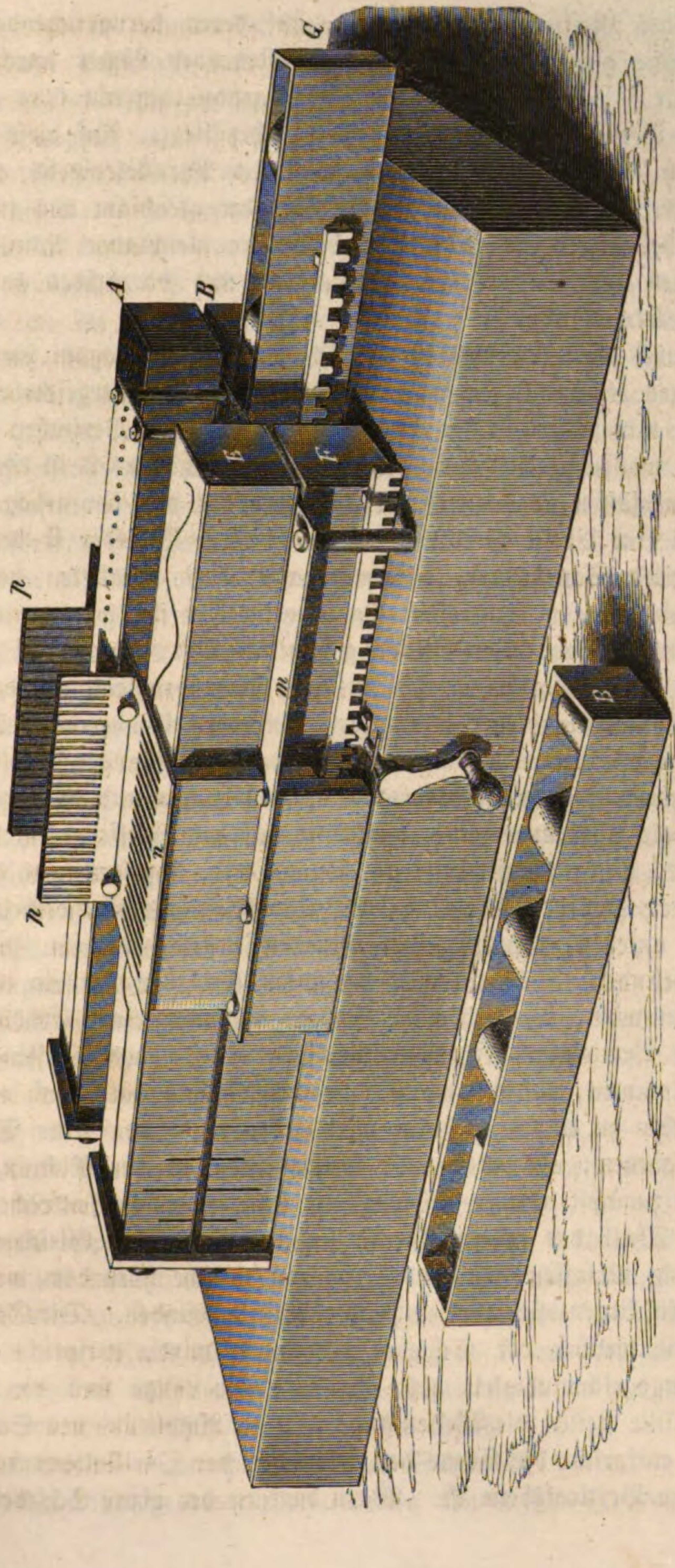


Fig. 168.

horizontale Messingplatte eingefügt, auf deren hervorragendem Stücke eine Reihe gleichweit von einander abstehender Löcher durchbohrt ist, und zwar so, daß jedes einzelne Loch genau lothrecht über einem der auf der Messingplatte m befindlichen Löcher liegt. Auf diese Weise erhebt sich über einem Theil des massiven Parallelepipeds ein kleiner hölzerner, mit Messing überdeckter Bau, der gleichsam aus zwei Stockwerken besteht, deren jeder drei besondere gleichlange Räume enthält, von denen der mittlere der schmälere ist und die beiden äußeren von einerlei Breite sind.

Durch diese Räume können Schieber aus Mahagoni von der Gestalt eines rechtwinkligen Parallelepipeds hin- und hergeschoben werden, die wir nun einzeln nebst einigen dazu gehörigen Versuchen näher betrachten wollen. In den hohlen Raum des Schiebers B ist ein Messingblech eingelassen, das zuerst wellenförmig hin und her gebogen ist und dann in eine Ebene ausläuft. Ueber diesem Schieber B befindet sich ein zweiter Schieber A, bestehend aus zwei parallelen horizontalen Messingblechen, in denen senkrecht übereinander sich genau entsprechende vollkommen gleiche Wellenlinien geschnitten sind, die zuletzt geradlinig werden. Die Länge dieser Wellenlinien stimmt zugleich mit der Wellenlänge des Messingblechs des untern Schiebers B überein. Setzen wir nun in die Einschnitte der obern Platte n gleichlange Nadeln, die an ihrem obern Ende ein gefärbtes Knöpfchen tragen und an ihrem untern Ende wohl abgerundet sind, damit sie auf dem Messingblech des untern Schiebers gehörig aufstehen; so können wir, insofern nur das gerade Stück der Schieber besetzt ist, die Knöpfchen als Aethertheilchen darstellend ansehen, die auf einer Geraden liegend sich im Zustande der Ruhe befinden. — Wenn aber der untere Schieber B allein weiter vorgeschoben wird, so werden die Nadeln bald auf einer Erhöhung, bald in eine Vertiefung des wellenförmigen Theils des Messingblechs zu stehen kommen, mithin die Knöpfe der Nadeln bald nach oben, bald nach unten zu liegen. Dabei wird jedes Knöpfchen seine Schwingung eher beginnen, als dasjenige, welches ihm in der Richtung der Bewegung zunächst anliegt. Diejenigen Knöpfe, welche senkrecht über dem ebenen Theil des Messingblechs stehen, haben die Gleichgewichtslage noch nicht verlassen, während diejenigen, welche über dem wellenförmigen Theil liegen, sich auf einer Wellenlinie befinden. Die Geschwindigkeit, mit welcher der Schieber verschoben wird, entspricht der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Strahls; die Länge und die Höhe der Wellenlinie stellen die Wellenlänge und die Amplitude des Strahls dar; endlich entspricht die Ebene der Knöpfchen der Oscillationsebene, welche hier eine Verticalebene ist. Wenn dagegen der obere Schieber A allein

verschoben wird, so nehmen die Nadeln in den Einschnitten der Platten m und n eine vorwärts und rückwärts gehende Bewegung an. So lange eine Nadel noch an dem geradlinigen Einschnitt anliegt, nimmt sie keine Bewegung an; ihr Knopf stellt ein im Zustande der Ruhe befindliches Aethertheilchen dar. Sowie aber durch Verschiebung des Schiebers die Nadel in den wellenförmigen Theil des Einschnitts kommt, bewegt sich ihr Knöpfchen vorwärts und rückwärts. Die Oscillationsebene des Knöpfchens ist mithin in diesem Falle eine Horizontalebene.

Wird an die beiden Schieber A und B eine Verbindungsplatte angeschraubt, so daß nun beide Schieber zugleich verschoben werden können; so wird, wenn die Nadel in die wellenförmige Rinne des obern Schiebers gelangt und zugleich auf den wellenförmigen Theil des unten liegenden Messingblechs aufzustehen kommt, die Bewegung des Knöpfchens die Resultante der Bewegungen sein, wie sie die Wellenlinie und das wellenförmig gebogene Messingblech vorschreiben. Die Bewegung wird offenbar mit derjenigen übereinstimmen, welche ein Aethertheilchen annimmt, wenn es gleichzeitig zu zwei geradlinigen und senkrecht zu einander stehenden Bewegungen angeregt wird, bei denen Wellenlänge und Amplitude einander gleich sind. Ist der Phasenunterschied der schwingenden Bewegungen Null oder beträgt derselbe eine halbe Schwingungsdauer, so entspringt daraus wieder eine geradlinige Schwingung: wir können diese Bewegung nachbilden, wenn wir die Verbindungsplatte so anschrauben, daß sie an beiden Schiebern anliegt oder dies nur bei einem Schieber der Fall ist, während der andere durch die dazu gehörige Schraube um eine halbe Wellenlänge entfernt gehalten wird. — Sind die Phasenzeiten der schwingenden Bewegungen um ein Viertel der Schwingungsdauer unterschieden, so ist die resultirende Bewegung eine kreisförmige: diese Schwingungsart läßt sich zeigen, wenn die Verbindungsplatte an dem untern Schieber anliegt, während der obere um ein Viertel der Wellenlänge absteht, oder die Platte an A anliegt, während B um $1/4$ der Wellenlänge davon entfernt ist. — Sind die zwei rechtwinklig aufeinander stehenden Schwingungen mehr oder weniger als $1/4$ der Schwingungsdauer von einander verschieden, so entsteht eine elliptische Schwingung: wir können diese Bewegung nachahmen, wenn die Platte an B anliegt und A um weniger als $1/4$ Wellenlänge absteht; oder die Platte an B anliegt und A zwischen $1/4$ und $1/2$ Wellenlänge absteht; oder die Platte an A anliegt, während B um weniger als $1/4$ Wellenlänge davon entfernt ist; oder die Platte an A anliegt, während B zwischen $1/4$ und $1/2$ Wellenlänge davon absteht.

In den geradlinigen Einschnitt des Schiebers A werden Nadeln von verschiedener Länge eingelassen, die so abgemessen ist, daß, wenn

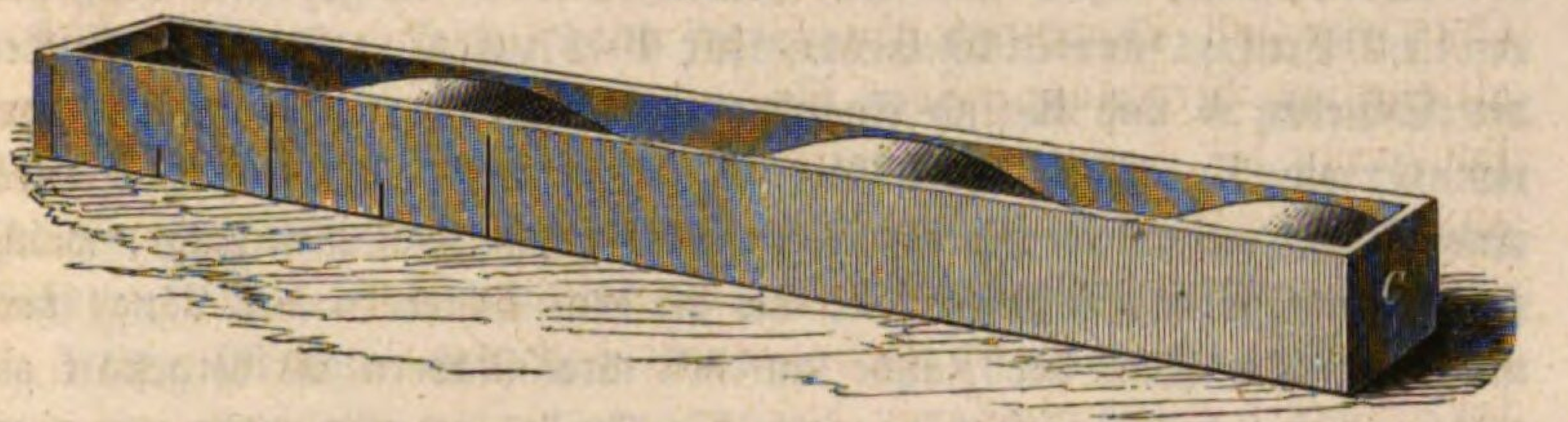
ihre unteren Enden auf dem ebenen Theile des Messingblechs des Schiebers B aufstehen, ihre Knöpfchen eine verticale Wellenlinie v bilden. Wird nun der letztere Schieber verschoben, so daß die Enden der Nadeln auf seinen wellenförmigen Theil zu stehen kommen; so rücken die Knöpfchen auf eine neue Wellenlinie, wie sie die Interferenz der Wellenlinie v und der Wellenlinie des untern Schiebers mit sich bringt. Es ist dies der Interferenzfall einer verticalen Welle mit einer andern verticalen Welle. Die Verschiebung des obern Schiebers A liefert den Interferenzfall einer verticalen Welle mit einer horizontalen. — Die gleichzeitige Verrückung beider Schieber gibt den nämlichen Interferenzfall, wenn die Verbindungsplatte an beiden Schiebern anliegt oder nur an einem derselben, während der andere um eine halbe Wellenlänge entfernt gehalten wird. Dagegen haben wir die Coincidenz einer kreisförmigen mit einer ebenen Welle, wenn die Verbindungsplatte an einem der Schieber anliegt und von dem andern um $1/4$ Wellenlänge absteht. Wir bekommen die Coincidenz einer elliptischen mit einer ebenen Welle, wenn die Verbindungsplatte an einem der Schieber anliegt und von dem andern um weniger oder mehr als $1/4$ Wellenlänge absteht. — Die früher besprochenen Versuche stellen die Wellen in ihrer wirklichen Bewegung dar, während die vier letzterwähnten die Wellen in einer bestimmten Stellung fixirt gedacht zeigen, bei denen der Phasenunterschied durch das Rücken der Schieber geändert wird.

Der Interferenzfall einer kreisförmigen Welle mit einer ebenen kommt ebenfalls zur Darstellung, wenn man durch die horizontalen Einschnitte der Platte n und den geradlinigen Einschnitt des oberen Schiebers A die verticalen Enden rechtwinklig gebogener Nadeln bis auf das ebene Messingblech des untern Schiebers herabläßt, während die horizontalen Arme der Nadeln, welche an ihrem Ende mit einem gefärbten Knöpfchen versehen sind, in die entsprechenden verticalen Einschnitte der Platte p eingelassen werden. Bei dieser Einrichtung kann sich jede Nadel sowohl in verticaler Richtung auf- und abwärts, als in horizontaler Richtung hin und her bewegen. Die Länge der horizontalen wie jene der verticalen Theile der Nadeln ist verschieden, aber so abgemessen, daß sie stets einer im Kreise vor sich gehenden Schwingung entspricht. Die Knöpfchen werden so die in einem bestimmten Momente ins Auge gefaßte Lage einer Reihe von Aethertheilchen darstellen, welche sämmtlich in Kreisen schwingen. Der in Frage stehende Interferenzfall tritt nun ein, wenn man den obern oder untern Schieber oder beide zugleich fortrückt, in welchem letzteren Falle die Verbindungsplatte entweder an beiden Schiebern oder an einem anliegt, während der andere durch die Schraube um eine halbe Wellenlänge entfernt gehalten wird.

Liegt dagegen die Verbindungsplatte an einem der Schieber an und steht von dem andern um weniger oder mehr als 1/4 Wellenlänge ab, so haben wir den Coincidenzfall einer elliptischen mit einer kreisförmigen Welle.

Der Schieber C (Fig. 168 a) enthält einen Messingstreifen, der in seiner ganzen Länge nach der Form einer senkrechten Welle gebogen

Fig. 168 a.



ist, deren Länge aber das Doppelte von der Wellenlänge der in dem Schieber A eingeschnittenen Wellenlinie beträgt, während die Amplitude bei beiden Wellenlinien dieselbe ist. Bei der Combination dieser beiden Schieber wird das Knöpfchen der eingesteckten Nadel, deren unteres Ende auf dem wellenförmig gebogenen Messingblech aufsitzt, eine Bewegung machen, welche die Resultante der Bewegungen ist, wie solche die Wellenlinien der beiden Schieber mit sich führen. Die Bahn des Knöpfchens wird sich als eine Lemniscate herausstellen, wenn die Verbindungsplatte an beiden Schiebern oder nur an einem derselben anliegt, während der andere um eine halbe Wellenlänge davon absteht. — Die Bahn nimmt die Gestalt eines Parabelstücks an, wenn die eine Platte an dem Schieber anliegt und die andere um 1/4 Wellenlänge absteht. — Die Bahn wird die Form einer zwischen Lemniscaten und Parabeln liegenden Curve erhalten, wenn der Abstand des einen Schiebers von der Platte mehr oder weniger als 1/4 Wellenlänge beträgt.

Werden die früher schon zur Anwendung gekommenen, der Länge nach verschiedenen Nadeln eingesteckt, so haben wir bei der Combination der Schieber A und C die Coincidenz einer Lemniscatenwelle mit einer ebenen Welle, wenn die Verbindungsplatte an beiden Schiebern anliegt oder die Platte nur an einem Schieber anliegt und von dem andern um eine halbe Wellenlänge absteht. Die Combination der beiden Schieber zeigt das Entstehen einer Parabelwelle mit einer ebenen Welle, wenn die Platte an einem der Schieber anliegt und von dem andern um 1/4 der Wellenlänge entfernt gehalten wird. — Werden die verticalen Enden der rechtwinklig gebogenen Nadeln bis auf die Welle des Schiebers C herabgelassen, so haben wir die Coincidenz einer Lemnis-

catenwelle mit einer kreisförmigen, wenn die Platte an beiden Schiebern oder nur an einem derselben anliegt und von dem andern um $^1/_2$ Wellenlänge absteht; dagegen bekommen wir die Coincidenz einer Parabelwelle mit einer kreisförmigen, wenn die Platte an einem der Schieber anliegt und von dem andern um $^1/_4$ Wellenlänge entfernt gehalten wird.

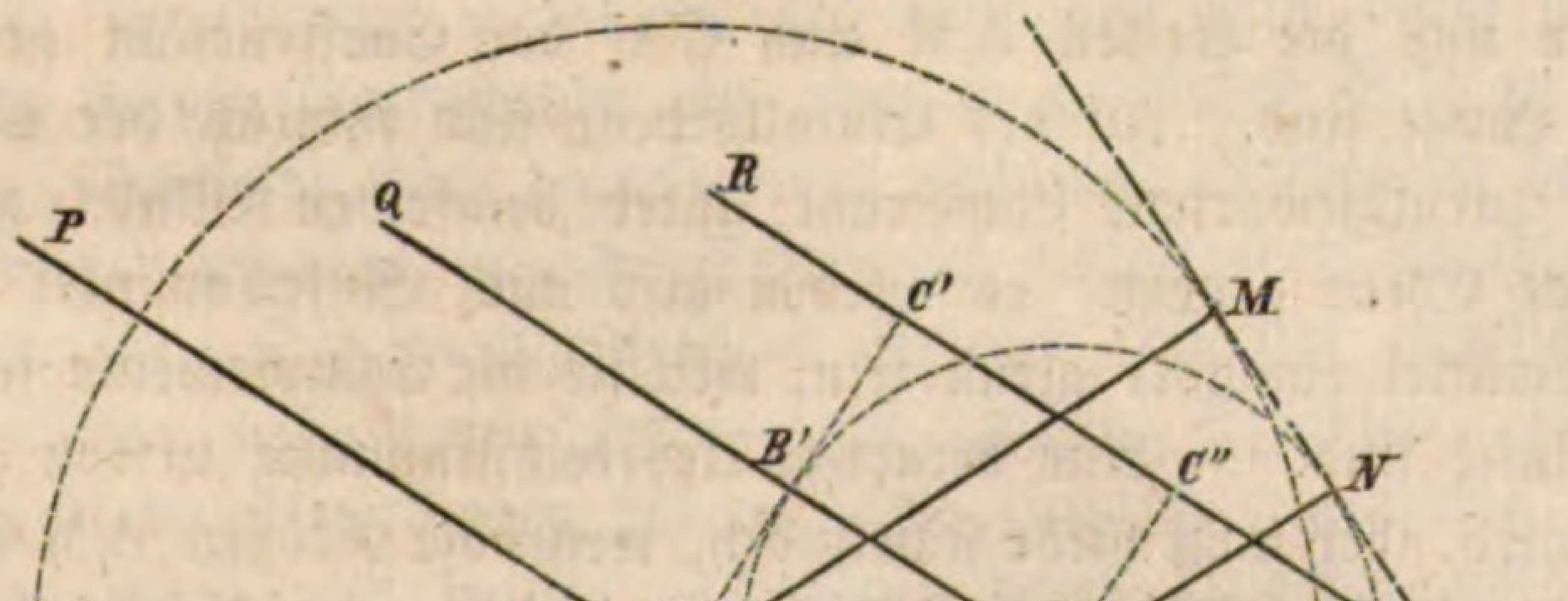
Der Schieber F hat dieselbe Einrichtung wie der Schieber B, und der schmälere Schieber G eine solche wie der Schieber C. Jeder der drei Schieber A, G, F hat seine besondere Wellenlänge; sie beträgt für A 11,2 Cent.; für G 10 Cent.; für F 17 Cent. Die Amplituden der Schieber A und B sind einander gleich und verhalten sich zu der von G wie $1 : \sqrt{2}$. Die Bewegung dieser drei Schieber wird durch eine Kurbel vermittelt, deren Achse drei gezahnte Räder trägt, welche in gezahnte Stangen eingreifen, die an den Schiebern der Länge nach ansitzen. Die Zahl der Zähne an den drei Rädern ist dergestalt gewählt, daß sich die Schieber, wenn die Kurbel gedreht wird, mit einer ihrer Wellenlänge proportionalen Geschwindigkeit bewegen. Der Schieber E entspricht dem darunter liegenden F oder C in gleicher Weise, wie dies bei dem Schieber A der Fall ist. Auch werden die Schieber F und E durch eine Platte mit einander in Verbindung gesetzt, wie solches bei den Schiebern A und B geschieht. — Der so erweiterte Apparat gestattet nun auch den Hergang bei der doppelten Brechung zu veranschaulichen. Zu diesem Behufe werden die gleichlangen horizontalen Arme rechtwinklich gebogener, mit Knöpfchen versehenen Nadeln abwechselnd in den ersten, dritten, fünften ... verticalen Einschnitt der einen Platte p eingelassen, während die gleichlangen verticalen Enden der Nadeln durch die entsprechenden horizontalen Einschnitte und den Einschnitt des obern Schiebers A gesteckt, auf dem ebenen Theil des untern Schiebers B aufsitzen. Dasselbe geschieht genau so bei dem zweiten, vierten, sechsten ... verticalen Einschnitt der andern Platte p, so daß die verticalen Enden der Nadeln auf dem ebenen Theil des untern Schiebers F stehen. Um die in die Einschnitte der einen Platte p eingelassenen Nadeln von den in die Einschnitte der andern Platte p eingesteckten zu unterscheiden, haben die Knöpfchen der ersteren Reihe von Nadeln eine bestimmte Farbe, z. B. weiße, und die Knöpfchen der zweiten Reihe eine andere bestimmte Farbe, z. B. rothe, erhalten. Auf diese Weise liegen dann sämmtliche Knöpfchen auf einer mit der Centrallinie parallelen Geraden. In die in der schmalen Messingplatte befindliche Löcherreihe werden gleichlange mit Knöpfen versehene Nadeln eingelassen, die auf der Welle des Schiebers G aufsitzen. Diese Knöpfe stellen eine Lichtwelle in der Luft dar und haben einen bestimmt farbigen Anstrich, z. B. gelben. — Drehen wir die Kurbel, wenn die

Platte g u des Schieberpaares an beiden Schiebern anliegt, so werden die rechtwinklig gebogenen Nadeln zu schwingen beginnen, sobald sie auf den wellenförmigen Theil des entsprechenden Messingbleches zu stehen kommen. Die Oscillationsebenen der zu den Schiebern B und C gehörigen Wellenbewegungen sind unter einem Winkel von 45° gegen die senkrechte Oscillationsebene der gelben Knöpfe geneigt, so daß jene beiden Oscillationsebenen senkrecht zu einander stehen. Der Hergang entspricht dem Fall einer Lichtwelle, die auf einen parallel mit der Achse geschnittenen Doppelspath senkrecht auffällt und deren Ebene mit dem Hauptschnitt einen Winkel von 45° bildet und sich in zwei senkrecht gegen einander schwingende geradlinige Wellen auflöst. Dreht man die Kurbel dergestalt, daß sich die Schieber in einer der vorhergehenden Richtung bewegen, so versinnlicht uns der Apparat den Fall, wie sich die beiden Strahlen bei ihrem Austritt aus dem Krystall in die Luft zu einem geradlinig polarisirten Strahle zusammensetzen. — Wenn der Phasenunterschied der beiden Wellen in den Schiebern A und B, sowie in E und F genau 1/4 Wellenlänge beträgt, so haben wir den Fall einer Lichtwelle, die nach der Achse im Bergkrystall eintretend, sich in zwei kreisförmig polarisirte, sich rechts und links drehende Wellen zerlegt. — Zwei elliptisch polarisirte, sich rechts und links drehende Wellen werden wir erhalten, wenn der Phasenunterschied der beiden Wellen in jedem Schieberpaar weniger oder mehr als 1/4 Wellenlänge ausmacht.

3. Reflection des Lichtes im Sinne der Wellentheorie.

Das Licht theilt sich bei seiner Ankunft an der Grenze zweier heterogener Mittel in zwei Theile, wovon der eine in das neue Mittel eintritt, der andere aber ins alte Mittel zurückkehrt. Es soll nun Rechenschaft von den bei diesen Vorgängen obwaltenden Gesetzen gegeben werden, indem wir die Erklärung auf die einfachsten Fälle beschränken. Die Reflection möge den Anfang machen. Es seien PA, QB, RC (Fig. 169) von einem sehr fernen leuchtenden Punkt herkommende,

Fig. 169.



deßhalb parallele Strahlen, welche die spiegelnde Ebene in den sehr nahe gelegenen Punkten A, B, C treffen. Da wir uns kleine Theile der Wellenfläche senkrecht stehend auf der Fortschreitungsrichtung des Lichtes zu denken haben, so wird die von A aus auf die Richtung erwähnter Strahlen gefällte Senkrechte dieselben in den Punkten A, B', C' schneiden, welche von der Lichtquelle aus völlig in der gleichen Weise angeregt werden in dem Augenblicke, wo die einfallende Welle in A die reflectirende Ebene trifft. Die Punkte A, B, C können als neue Erregungsstellen betrachtet werden, von denen kugelförmige Wellen in das alte Mittel zurückkehren. In dem Augenblicke, wo der Punkt C eine Anregung erfährt, wird aber von A aus schon eine kugelförmige Welle M ausgegangen sein, deren Radius CC' und deren Mittelpunkt A ist. Auf die gleiche Weise wird, wenn BC'' senkrecht auf RC steht, von B aus in das alte Mittel eine kugelförmige Welle N gegangen sein, deren Radius CC'' und deren Mittelpunkt B ist. Dasselbe gilt von allen auf der Strecke AC gelegenen Punkten, so daß dadurch eine Reihe stetig aufeinander folgender Kugelflächen entsteht, von denen die an der Stelle C sich auf einen Punkt reducirt und jene an der Stelle A die ausgedehnteste sein wird. Diese dicht aneinander gereihten Kugelwellen werden in ihren successiven Durchschnittspunkten, mithin in ihrer Umhüllungsfläche einander verstärken, weil die daselbst anlangenden Vibrationen in gleichen Phasen stehen und solche nächste Kugelflächen fast einerlei Mittelpunkt und Radius haben, wiewohl in demselben Augenblicke die Punkte A, B, C verschiedene Phasen zeigen. Die an gedachte Halbkugelflächen gelegte Berührungsebene wird die Einfallsebene in einer Geraden CNM schneiden, welche die Kugelflächen in den Punkten N und M berührt, so daß die Fortpflanzung der reflectirten Lichtstrahlen in der Einfallsebene in Richtungen wie BN, AM erfolgt. Erwägt man weiter, daß die Berührungslinie eines Kreises senkrecht auf dem Halbmesser steht, mithin der Winkel AMC ein rechter, also dem Winkel AC'C gleich ist; so werden die beiden rechtwinkligen Dreiecke AMC und AC'C einander gleich sein, weil die Seite AC ihnen gemeinsam angehört und die Seiten AM und C'C der Construction gemäß von gleicher Länge sind. In der Einfallsebene sind folglich der einfallende und der zurückgeworfene Lichtstrahl unter demselben Winkel gegen die spiegelnde Ebene geneigt; es werden also auch Einfallswinkel und Reflectionswinkel einander gleich sein, weil sie die Complemente jener Neigungswinkel sind. — Eine derartige Uebereinstimmung in den Schwingungen wird aber nicht mehr stattfinden, wenn die Größen AM und CC', sowie die Größen BN und CC'' von einander verschieden sind, oder mit anderen Worten, wenn die Richtung der zurückgeworfenen Elemen-

tarstrahlen nicht mehr mit dem Einfallsloth einen Winkel macht, der dem Einfallswinkel gleich ist. Im Gegentheil werden dergleichen Strahlen im Punkte ihres Zusammentreffens Schwingungen bewirken, die mehr oder weniger in Discordanz stehen. Ja es läßt sich dann der Punkt B immer in einem solchen Abstande von A nehmen, daß die Wegdifferenz jener Strahlen eine halbe Wellenlänge beträgt, mithin die von ihnen ausgehenden Vibrationen völlig einander aufheben. Auf gleiche Weise kann man sich das Licht aufgehoben denken, welches in verschiedenen aus der Einfallsebene heraustretenden Richtungen reflectirt wird; es wird demnach nur in derjenigen Richtung, wie solche das Reflectionsgesetz vorschreibt, eine Lichtwirkung erfolgen.

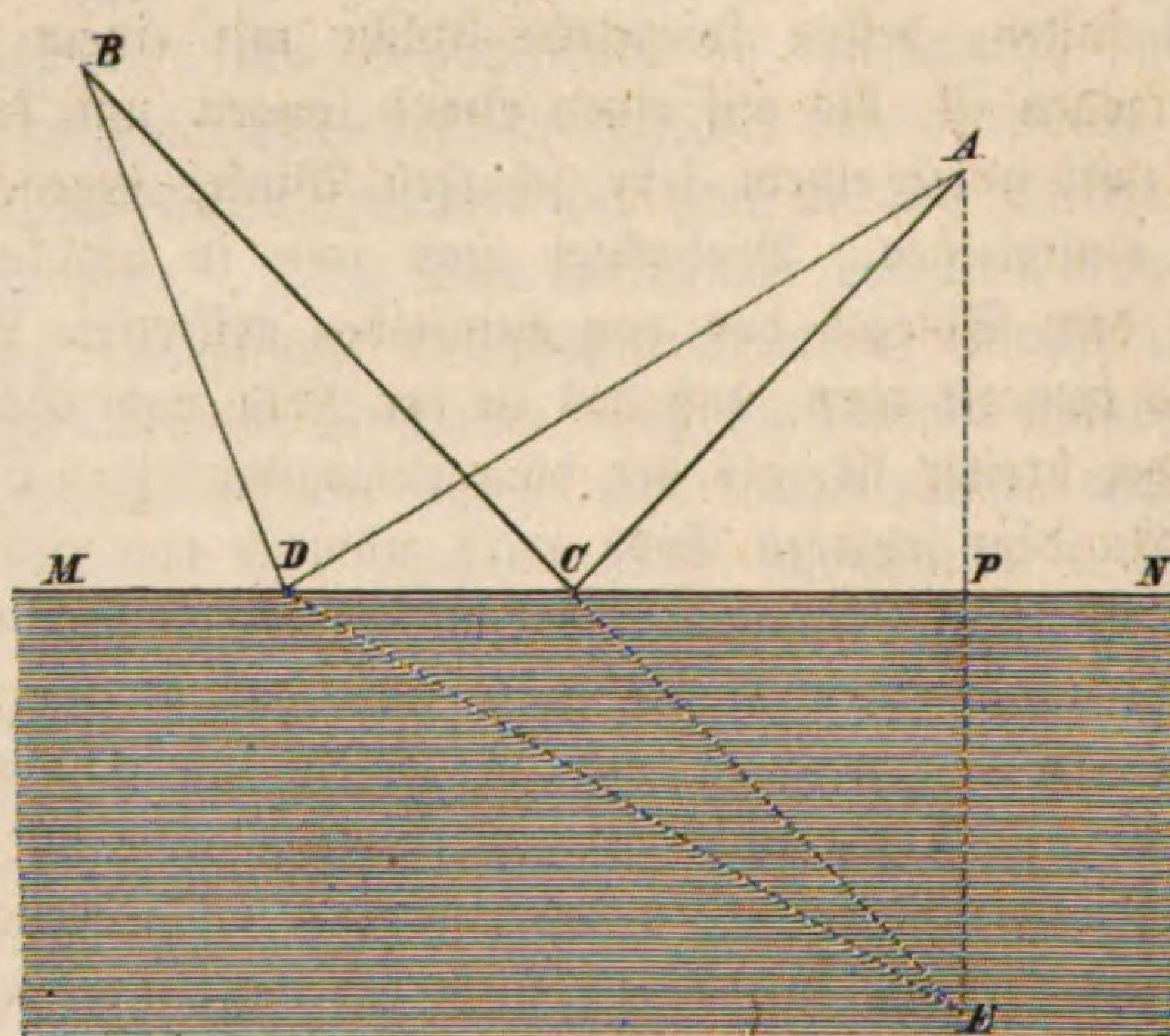
Folgende zwei von Fresnel angeführten Thatsachen können als Belege für die Richtigkeit dienen, den Vorgang der Reflection des Lichtes in der oben angegebenen Art zu betrachten. Man lasse in einem dunkeln Zimmer die Strahlen eines leuchtenden Punktes auf einen Metallspiegel fallen, dessen spiegelnde Fläche mit einem recht matten Schwarz überzogen ist, bis auf einen etwas langen und sehr schmalen Raum, den zwei unter einem sehr schärfen Winkel gegeneinander geneigte Linien einschließen. Beobachtet man nun in hinlänglicher Entfernung von dem Spiegel das von demselben reflectirte Licht mittelst einer Lupe, so bemerkt man, daß das in der Nähe vom Scheitel reflectirte Lichtbündel breiter ist, als der vom entgegengesetzten Ende hervorkommende. An dem letzteren Ende wird nämlich eine größere Menge von den nach allerlei Richtungen ausgesandten Strahlen zurückgehalten, als an dem breiteren Ende, woher es kommt, daß an jenem Ende von den reflectirten Strahlen mehr als an diesem übrig bleiben, deren Wirkung durch Interferenz nicht vernichtet wird. Die an dem breiten Ende reflectirten Strahlen werden somit weniger ausgebreitet erscheinen, als die nahe am Scheitel des Winkels zurückgeworfenen, wiewohl auch hier das nach der Reflectionsrichtung fortgepflanzte Licht stärker ist, als das nach andern Richtungen zurückgesandte.

Man nehme einen matt geschliffenen Spiegel und neige denselben gegen die einfallenden Strahlen, bis man von dem durch Reflection gesehenen weißen Gegenstande ein ziemlich deutliches Bild zu erblicken anfängt. Dasselbe wird vorerst einen röthlichen Farbenton haben und später weißer werden, wenn die Schiefe der einfallenden Strahlen größer geworden ist. Der mattgeschliffene Spiegel reflectirt nämlich die im weißen Lichte enthaltenen rothen und gelben Strahlen, welche die größeren Undulationslängen haben, schon ziemlich regelmäßig, während er die violetten und blauen Strahlen, deren Undulationslängen die kleineren sind, noch stark zerstreut. Daher kommt es denn, daß in

einem regelmäßig reflectirten Bilde eines weißen Gegenstandes das Roth und Gelb vorherrschen, das Blau und Violet dagegen weniger darin vorhanden ist, was zu einem orangerothen Farbenton Veranlassung geben muß.

Wenn das Licht von einem leuchtenden Punkt A zum andern beleuchteten B auf directem Wege in demselben Mittel gelangen soll, so ist, da die Bewegung des Lichtes gleichförmig vor sich geht, die gerade Linie der kürzeste Weg zwischen jenen zwei Punkten: wir dürfen also sagen, das Licht pflanzt sich auf directem Wege von einem Punkt nach einem andern in der möglichst kleinsten Zeit fort. Ein solches Gesetz der schnellsten Fortpflanzung hat auch Bestand, wenn das Licht von einem Punkt zum andern nach vorhergegangener Reflection kommen soll. Es sei A der leuchtende Punkt, B der beleuchtete (Fig. 170), MN der

Fig. 170.

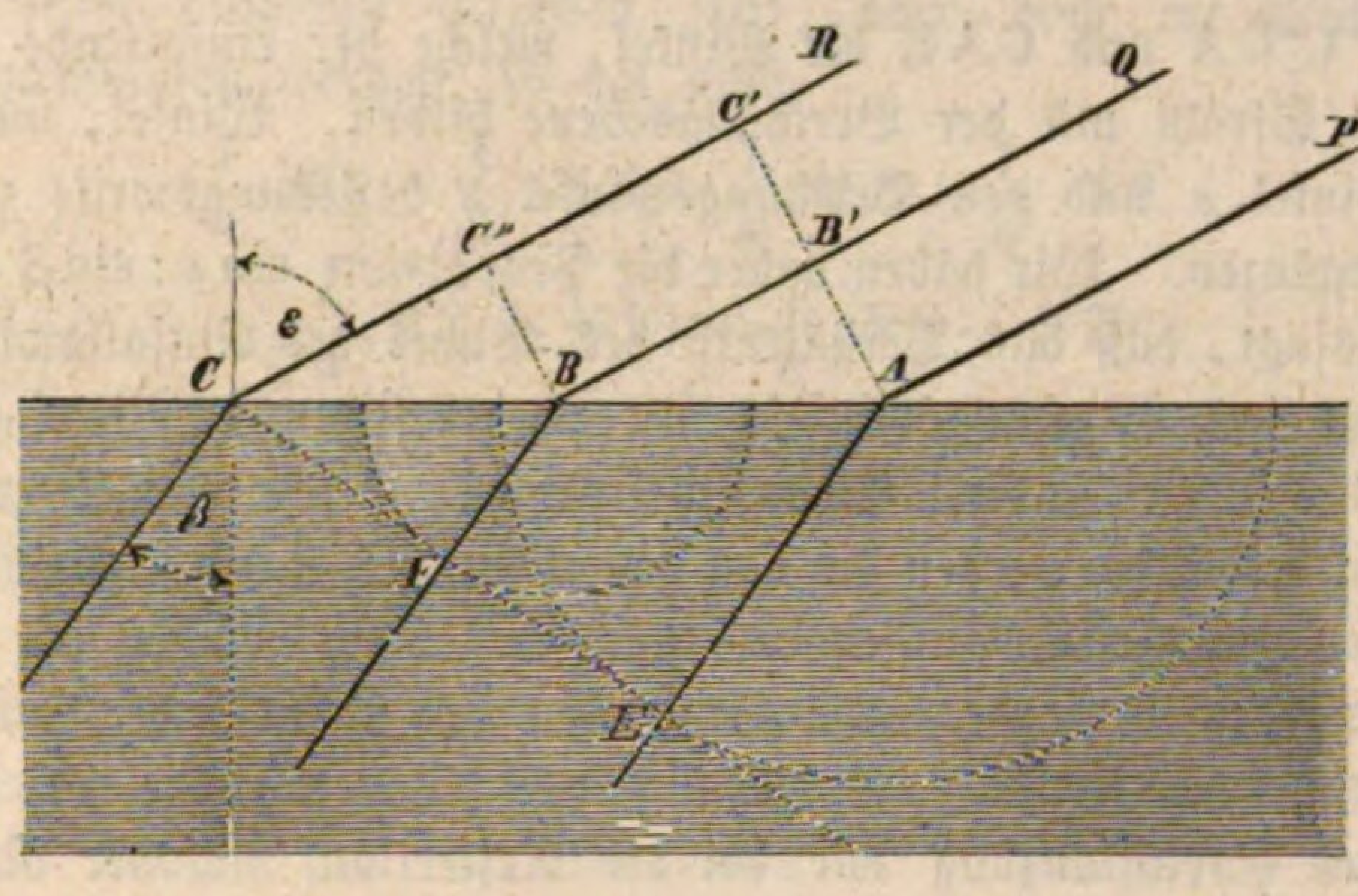


Spiegel. Jeder Lichtstrahl AD bewegt sich im vorliegenden Falle von A nach B, indem er die gebrochene Linie ADB beschreibt. Es läßt sich aber leicht zeigen, daß von allen Linienpaaren ADB, ACB und so fort, dasjenige das kürzeste ist, welches zwei gleiche Winkel mit der Geraden MN bildet; d. h. wenn $ACN = BCD$, so wird das Linienpaar ACB kürzer sein als jedes andere Paar ADB. Man fälle von A die Senkrechte AP auf die Linie MN und verlängere sie um das Stück $PE = AP$. Da die Winkel PCE und BCD einander gleich sind, so wird die Linie BCE eine gerade sein; man hat daher $BD + DE > BE$ oder $BD + DA > BC + CA$, was zu beweisen war. Auch ist einleuchtend, daß diese kürzeste Linie in der Einfallsebene liegt.

4. Refraction des Lichtes im Sinne der Wellentheorie.

Wir gehen jetzt zu der Brechung des Lichtes über, welche im Sinne der Wellentheorie zu erklären ist. Es stelle zu diesem Behufe ABC (Fig. 171) die Trennungsfläche der beiden Mittel dar, auf welche

Fig. 171.

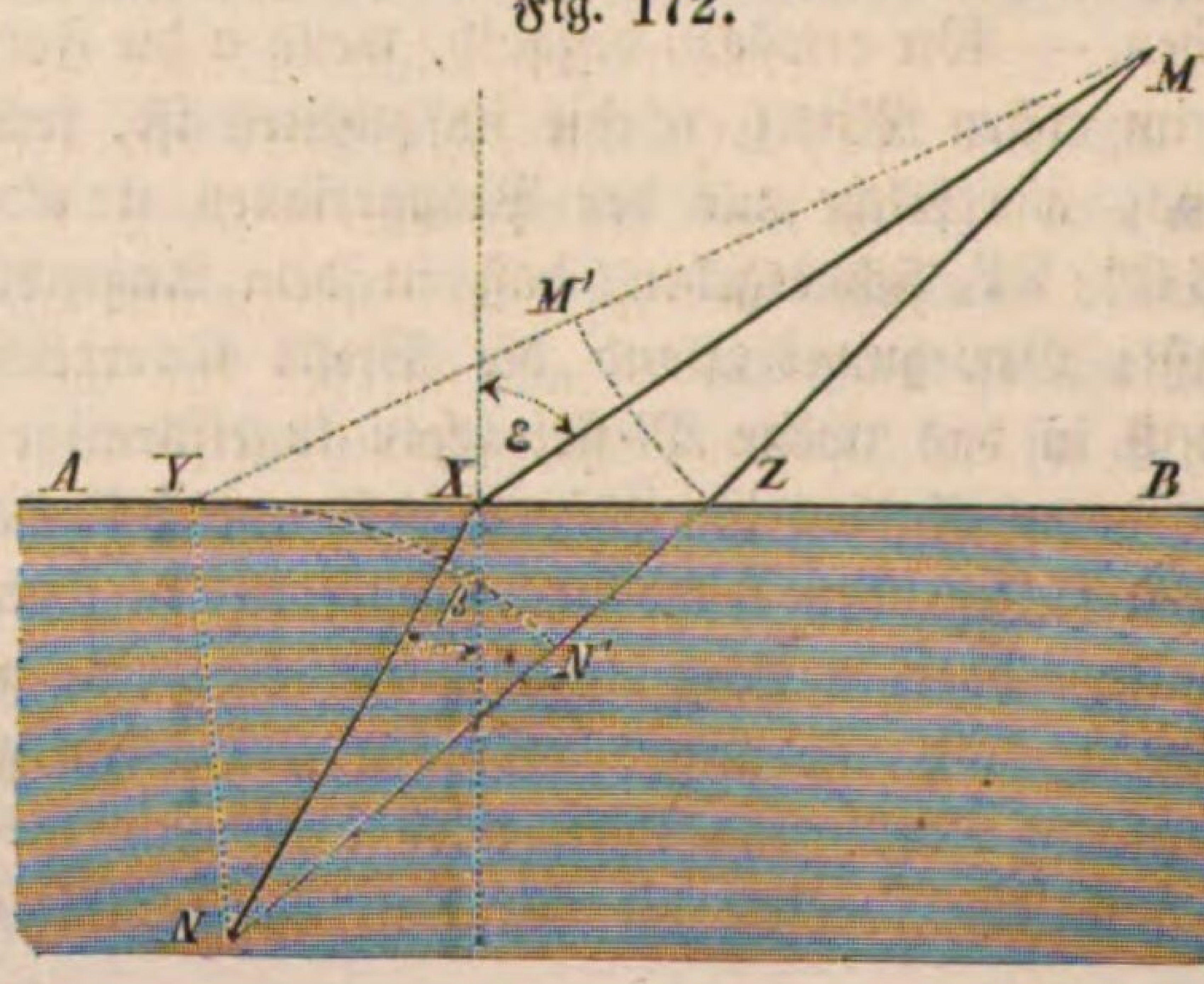


Fläche die nahe aneinander gelegenen Lichtstrahlen PA, QB, RC in parallelen Richtungen fallen. Eine auf die Richtung dieser Strahlen senkrecht gelegte Ebene wird denselben in den Punkten A, B′, C′ begegnen, welche in dem nämlichen Augenblicke in gleichen Phasenzuständen sich befinden. Die in jenen Punkten herrschende Bewegung wird später zu den Stellen B und C gelangen als zu der Stelle A, und zwar um so viel später als die Wellenbewegung Zeit braucht, um die Strecken BB′ und CC′ zu durchlaufen. Bei dem Uebergange des Lichtes in das neue Mittel an den Stellen A, B, C können diese als neue Erschütterungsmittelpunkte gelten, deren Resultat der Zusammenwirkung wir aufzusuchen haben. — Wir erwägen deßhalb, wenn u die Fortpflanzungsgeschwindigkeit im ersten Mittel, u′ die im zweiten ist, ferner AE und BF Größen sind, wie solche aus den Proportionen $u : u' = CC' : AE$ und $u : u' = CC'' : BF$ sich ergeben, daß in dem Augenblicke, wo der ins Auge gefaßte Bewegungszustand die Stelle C erreicht, von den Stellen A und B in das zweite Mittel schon kugelförmige Wellen eingedrungen sind, deren Radien die Längen AE und BF haben. Diese stetig nebeneinander liegenden Kugelwellen werden in ihren successiven Durchschnittspunkten oder in ihrer Umhüllungsfläche eine größere Wirkung hervorbringen, als an andern Stellen. Die an gedachte Umhüllungsfläche gelegte Berührungsebene wird die Brechungsebene in der Geraden CFE schneiden, welche die mit den Radien BF und AE be-

schriebenen Kreise in den Punkten F und E berührt, so daß die Fortpflanzung des Lichtes im zweiten Mittel in Richtungen erfolgt, welche zu AE parallel laufen. Um diese Richtung kennen zu lernen, betrachten wir die rechtwinkligen Dreiecke ACE und ACC′, aus denen sich ergibt: $\cos CAE = \frac{AE}{AC}$ und $\cos C'CA = \frac{CC'}{AC}$; woraus $\cos C'CA : \cos CAE = CC' : AE = u : u'$ entspringt. Es sind aber C′CA und CAE die Winkel, welche der einfallende und der gebrochene Strahl mit der Brechungsebene bilden, Winkel, welche den Einfallswinkel ε und den Brechungswinkel β beziehungsweise zu einem Rechten ergänzen. Wir haben daher die Proportion $\sin\varepsilon : \sin\beta = u : u'$, welche aussagt, daß das Verhältniß des Sinus des Einfallswinkels zu dem Sinus des Brechungswinkels für zwei bestimmte Mittel ein constantes ist. — Bei andern Elementarstrahlen, welche das Refractionsgesetz nicht befolgen, werden die von denselben ausgehenden Oscillationsbewegungen gegenseitig aufgehoben nach der Art, wie es bei der Reflection angedeutet wurde. So käme denn das Princip der Interferenz, welches eine unmittelbare Folgerung der Wellentheorie ist, bei der geradlinigen Fortpflanzung wie bei der Reflection und der Refraction des Lichtes in Betracht, was im ersten Augenblicke nicht der Fall zu sein scheint. Bei dem einen wie dem andern dieser Vorgänge ist es Ursache, daß die Wirkung, welche die Elementarwellen zu erzeugen vermögen, ganz dieselbe ist, wie sie sein würde, wenn die Hauptwelle allein vorhanden wäre, oder mit andern Worten, es ist Ursache, daß bei jenen Vorgängen die Lichtwirkung blos nach bestimmten Richtungen wahrnehmbar bleibt.

Das Gesetz der schnellsten Fortpflanzung findet auch bei der Refraction des Lichtes statt, wie aus folgender Betrachtung sich ergibt. Es seien M (Fig. 172) der leuchtende Punkt in dem einen Mittel, im

Fig. 172.



zweiten Mittel N ein Punkt, zu welchem das Licht durch Brechung gelangen soll; AB die Trennungsfläche der beiden Mittel; ferner u und u' die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten des Lichtes in denselben; endlich X der Punkt auf AB, so daß der Weg MX + XN in möglichst kleinster Zeit zurückgelegt wird. Wählt man nun auf beiden Seiten von X zwei Punkte Y und Z, für welche die Wege MY + YN und MZ + ZN nicht in jener möglichst kürzesten Zeit, aber doch in gleich großen Zeiten durchlaufen werden; so hat man

$$\frac{1}{u}.MY + \frac{1}{u'}.YN = \frac{1}{u}.MZ + \frac{1}{u'}.NZ$$

oder
$$\frac{1}{u}(MZ - MY) = \frac{1}{u'}(NY - NZ)$$

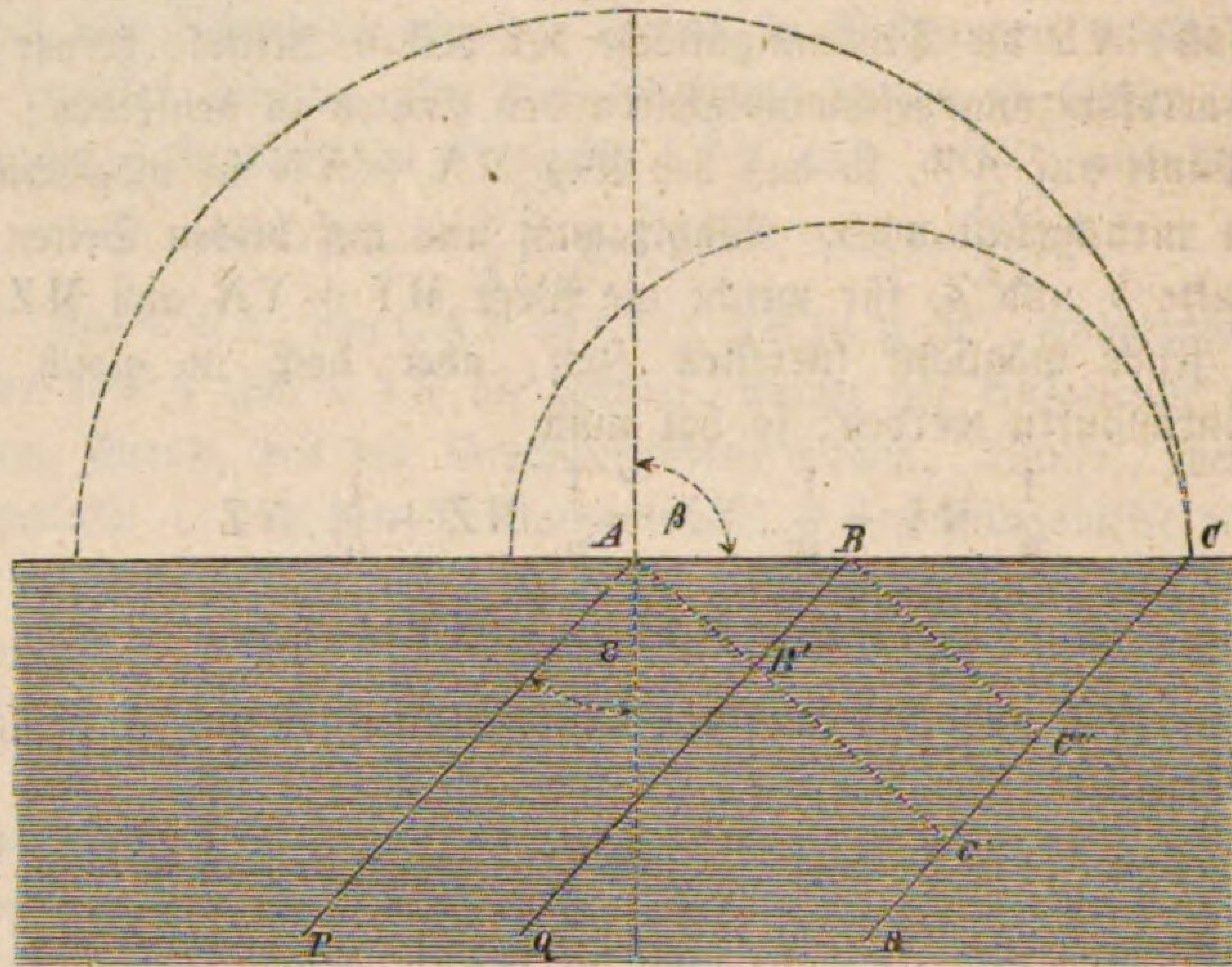
d. h. wenn M'Z und N'Y aus den Mittelpunkten M und N beschriebene Kreise darstellen,

$$\frac{1}{u}.M'Y = \frac{1}{u'}.N'Z, \text{ oder } \frac{M'Y}{N'Z} = \frac{u}{u'}; \text{ woraus } \frac{M'Y:YZ}{N'Z:YZ} = \frac{u}{u'}.$$

Diese Gleichung gilt, so nahe auch die Punkte Y und Z dem Punkte M gerückt werden mögen. Je kleiner man aber den Abstand YZ nimmt, desto mehr nähern sich die Quotienten M'Y : YZ und N'Z : YZ den Werthen von sin ε und sin β, welche in der That die Sinus des Einfallswinkels und des Brechungswinkels vorstellen, weil die Schenkel der Winkel ε und β beziehungsweise auf denjenigen der eigentlichen Einfalls- und Brechungswinkel senkrecht stehen. Es ist folglich $\frac{\sin\varepsilon}{\sin\beta} = \frac{u}{u'}$. — Tritt der Punkt X aus der Einfallsebene heraus und zwar in einer senkrechten Richtung auf dieselbe, so nehmen die Entfernungen MX und NX beide zu, mithin wächst auch die Zeit. Der Punkt X muß also in der Ebene liegen, welche auf der spiegelnden oder brechenden Fläche AB senkrecht steht.

Das Phänomen der totalen Reflection, welches ein besonderer Fall des Refractionsgesetzes ist, erklärt sich nicht minder leicht aus der Wellentheorie. Es seien AP, BQ, CR (Fig. 173) Lichtstrahlen, welche im ersteren dichteren Mittel auf die Trennungsfläche beider Medien unter einem Winkel auffallen, welcher dem Grenzwinkel gleich ist. In dem Augenblicke, wo die Welle in C anlangt, hat sich um A im ersten Mittel eine Halbkugelwelle gebildet, deren Halbmesser = CC' und um B eine solche, deren Radius = CC'': diese Wellen setzen sich zu der regelmäßig reflectirten Hauptwelle zusammen. — In dem zweiten dünneren Mittel wird die von A aus kugelförmig fortschreitende Welle größer sein, als die ihr zugehörige im ersten Mittel und zwar wird ihr Radius gleich sein $CC'.\frac{u}{u'}$, wo u die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Welle

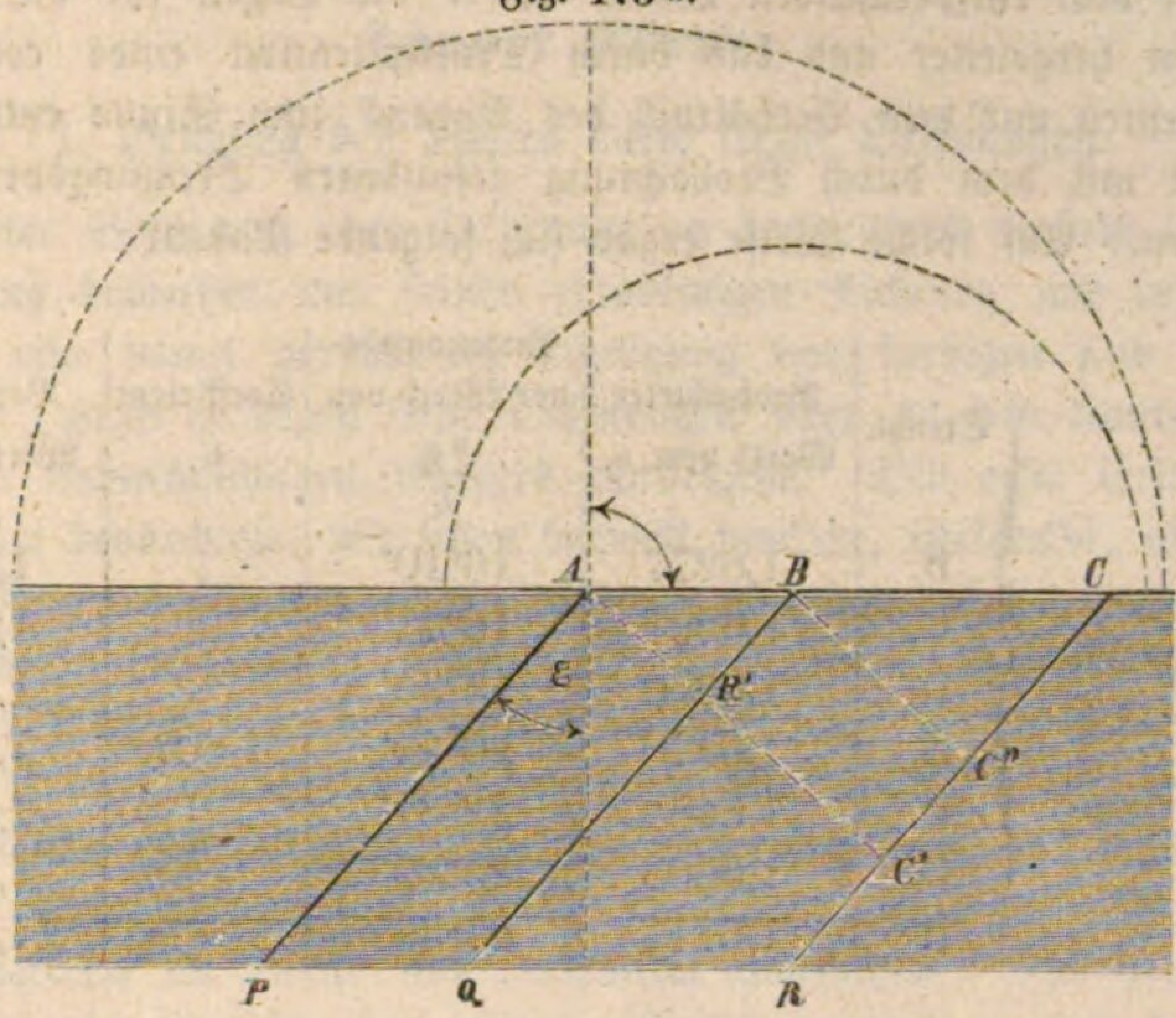
Fig. 173.



im zweiten dünneren und u' ihre Geschwindigkeit im ersten dichteren Mittel. Es ist aber der Winkel C A C' gleich dem Einfallswinkel ε, welcher im vorliegenden Fall der Brechungswinkel $\beta = 90^0$ entspricht; mithin $\frac{u}{u'} = \frac{1}{\sin\varepsilon}$, d. h. der Radius $\frac{u}{u'}\,CC' = \frac{CC'}{\sin\varepsilon} = AC$. Der Punkt B wird zu derselben Zeit eine Welle erregt haben, deren Radius $BC = \frac{CC''}{\sin\varepsilon}$ ist, während C im Begriff steht, eine Welle zu erzeugen. Sämmtliche auf diese Art entstandenen Elementarwellen berühren sich in keinem andern Punkte als in C; die gebrochenen Strahlen werden also der Trennungsfläche der beiden Mittel parallel sein, mithin außerhalb des ersten Mittels keine Lichterregung stattfinden, indem die Elementarwellen für sich eine solche nicht hervorzurufen vermögend sind. -- Ueberschreitet der Einfallswinkel im dichteren Mittel den Grenzwinkel, so berühren sich die gebrochenen Elementarwellen, wie die Fig. 173a zeigt, nicht mehr; sie setzen sich deßhalb zu keiner wirksamen Hauptwelle zusammen, d. h. es wird in dem zweiten Mittel kein bemerkbares Licht erscheinen.

Auch von dem Phänomen der Dispersion des Lichtes hat die Undulationstheorie in neuerer Zeit eine befriedigende Erklärung gegeben. Aus den analytischen Untersuchungen Cauchy's hat nämlich der englische Physiker Baden-Powell eine Formel hergeleitet, welche die Relation zwischen der Wellenlänge λ und dem Brechungsverhältniß n ausdrückt. Diese Formel ist: $n = C \, . \, \frac{\frac{\pi\varrho}{\lambda}}{\sin\frac{\pi\varrho}{\lambda}}$; in welcher C und ϱ zwei Constanten sind,

Fig. 173 a.



die von der Natur des brechenden Mittels abhängen. Für verschiedene untersuchte Substanzen hat sich die Formel gut bewährt, so daß sie wohl als ein getreuer Ausdruck des Gesetzes der Dispersion angesehen werden kann. — Auf diese Weise hätte sich dann die von Fresnel früher ausgesprochene Vermuthung bestätigt, die darin besteht, daß die Geschwindigkeit der Wellenverbreitung in einem und demselben Mittel constant sei, wenn der Wirkungskreis der Theilchen des Mittels unendlich klein wäre im Vergleich zu der Wellenlänge, wie dies bei den ponderabelen Stoffen der Fall ist; daß dagegen jene Geschwindigkeit von der Länge der Welle abhänge, wenn die Entfernung, auf welche sich die gegenseitige Einwirkung der Theilchen des Mediums erstreckt, gegen die Wellenlänge gehalten nicht verschwindet, wie dies bei dem Aether stattzufinden scheint. Dergestalt ereignet es sich denn, daß alle Wellen im freien Aether mit einerlei Geschwindigkeit fortschreiten, während in brechenden Medien die Fortpflanzungsgeschwindigkeit, für Wellen von verschiedenen Längen verschieden ist.

Um die Richtigkeit der in Rede stehenden Formel: $n = C \cdot \frac{\frac{\pi \varrho}{\lambda}}{\sin \frac{\pi \varrho}{\lambda}}$ zu erproben, nahm Baden-Powell zuerst für die äußersten Strahlen Bogen, welche einmal im Verhältniß der Werthe von λ und dann zu ihrem Sinus im Verhältniß der Werthe von n standen. Nachdem auf diesem Wege ein Fundamentalbogen erhalten worden war, wurden durch Divi-

sion mit dem entsprechenden Werth von λ die Bogen für die übrigen Strahlen hergeleitet und das durch Multiplication eines constanten Coefficienten mit dem Verhältniß des Bogens zum Sinus entstandene Product mit dem durch Beobachtung gefundenen Brechungsverhältniß verglichen. Auf solche Weise ergab sich folgende Tabelle:

	Strahl.	Beobachteter Werth von n.	Angenommener Werth von $\frac{\pi \varrho}{\lambda}$	Coefficient C.	Berechneter Werth von n.
Flintglas.	B.	1,6277	16°10′		1,6275
	C.	1,6297	16°41′		1,6299
	D.	1,6350	18°35′		1,6355
	E.	1,6420	20°44′	1,607	1,6426
	F.	1,6483	22°31′		1,6486
	G.	1,6603	25°29′		1,6609
	H.	1,6711	27°39′		1,6711
Crownglas.	B.	1,5258	11°18′		1,5259
	C.	1,5269	11°51′		1,5269
	D.	1,5296	13°12′		1,5296
	E.	1,5330	14°46′	1,516	1,5332
	F.	1,5360	16°0′		1,5360
	G.	1,5416	18°5′		1,5416
	H.	1,5466	19°37′		1,5462
Terpentinöl.	B.	1,4705	12°25′		1,4703
	C.	1,4715	13°1′		1,4715
	D.	1,4744	14°30′		1,4746
	E.	1,4783	16°13′	1,459	1,4786
	F.	1,4817	17°35′		1,4821
	G.	1,4882	19°51′		1,4886
	H.	1,4939	21°32′		1,4938
Wasser.	B.	1,3309	9°54′		1,3309
	C.	1,3317	10°25′		1,3315
	D.	1,3336	11°36′		1,3333
	E.	1,3358	12°57′	1,324	1,3355
	F.	1,3378	14°3′		1,3376
	G.	1,3413	15°51′		1,3413
	H.	1,3442	17°1′		1′3443

II. Von der Beugung des Lichtes und den Farben dünner Körper.

1. Beugung des Lichtes durch kleine Oeffnungen.

Unter Beugung oder Diffraction des Lichtes versteht man die Ablenkung desselben von seiner geradlinigen Richtung und im Allgemeinen eine damit verbundene Erzeugung von farbigen und dunklen Streifen, wenn es durch feine Oeffnungen oder an den Kanten eines schmalen undurchsichtigen Körpers vorbeigeht. Die erste Erscheinung dieser Art beobachtete, wie schon bemerkt worden, Grimaldi, als er in ein verfinstertes Zimmer einen Lichtkegel eindringen ließ, einen feinen Draht darin hielt, dessen Schatten in einer gewissen Entfernung davon maß und solchen weit breiter fand, als derselbe in Folge der geradlinigen Fortpflanzung des Lichtes hätte sein sollen. Bei genauerer Untersuchung zeigen sich die Schatten im weißen Lichte von regenbogenfarbigen Fransen eingefaßt, welche mit ihrem Abstande vom Rande des Schattens an Breite und Intensität abnehmen. Im homogenen Lichte sind die Fransen in größerer Menge vorhanden und von verschiedener Breite, je nachdem das Licht verschiedene Farben hat, indem sie im rothen Lichte am breitesten und im violetten am schmälsten erscheinen. Die Masse, Dichte, chemische Beschaffenheit, die Verschiedenheit in der Temperatur der Körper haben, wie aus den aufs sorgfältigste angestellten Versuchen ausgezeichneter Experimentatoren unzweifelhaft hervorgeht, auf die Breite und Farbe der Fransen nicht den mindesten Einfluß, dagegen ändern sich dieselben mit der Entfernung des beugenden Randes von der leuchtenden Quelle. Diese Umstände zeigen deutlich, daß jene Fransen keineswegs durch von den Körpern ausgehende Kräfte erzeugt werden können, indem solche Kräfte nothwendigerweise von der Beschaffenheit der Körper abhängen; sondern ihr Ursprung einzig und allein in der Natur des Lichtes zu suchen ist, wie sie sich denn auch als ganz einfache Folgerungen aus der Wellentheorie ergeben.

Sollen die Beugungsphänomen deutlich erscheinen, so muß die Lichtquelle so viel als möglich nur ein leuchtender Punkt oder eine Lichtlinie sein. Bei Anwendung des Sonnenlichtes läßt man vermittelst des Heliostates ein Lichtbündel in eine dunkle Kammer durch eine runde Oeffnung oder eine enge Spalte fallen. Will man den Versuch mit homogenem Lichte anstellen, so bringt man hinter die Oeffnung eine durchsichtige gefärbte Substanz, die nur eine Strahlengattung durchläßt oder stellt daselbst ein Prisma auf, durch dessen Drehung man den verschiedenen Farben des Spectrums nach und nach zu dem beugenden

Körper zu gelangen gestattet. — Bedient man sich des künstlichen Lichtes, so setzt man über den Glascylinder einer Argand'schen Lampe noch einen Cylinder von Eisenblech, der der Flamme gegenüber eine runde Oeffnung oder eine enge Spalte hat, durch welche sich das Licht nach dem beugenden Körper fortpflanzen kann. — Es läßt sich auch als Lichtquelle benutzen die im Brennpunkte einer gewöhnlichen oder in der Brennlinie einer cylindrischen Linse vereinigten Sonnenstrahlen, wie Fresnel gethan. Man kann auch, wie Schwerd angegeben, einen passenden Lichtpunkt durch ein innen geschwärztes Uhrglas und eine Lichtlinie durch eine innen geschwärzte Glasröhre sich verschaffen, indem man die Gläser den Sonnenstrahlen aussetzt.

Der beugende Körper, welcher ohngefähr einen halben Meter von der Lichtöffnung abstehen muß, können sein:

1) Ein Schirm mit einer feinen Spalte, die sich mittelst einer Schraube weiter und enger machen läßt.

2) Ein Schirm mit zwei, drei, vier gleichen schmalen nebeneinander liegenden Spaltöffnungen, oder ein sogenanntes Stabgitter. Unter Gitter versteht man im Allgemeinen eine Menge kleiner gleicher Oeffnungen, welche in gleichen Abständen von einander geordnet sind. Man erhält ein Stabgitter, wenn man dünne Drähte parallel nebeneinander und in gleichen Entfernungen auf einen hölzernen Rahmen befestigt. Feinere Drahtgitter verfertigten Frauenhofer und Schwerd, indem sie auf einen messingenen Rahmen die Gänge einer feinen Schraube einschnitten und zwischen den Gängen sehr dünne Metalldrähte spannten. Die feinsten Gitter erhielten sie, indem sie auf ein mit Goldblättchen belegtes Planglas mit einer Stahlspitze Parallellinien nahe aneinander radirten; oder solche Linien mit einer Diamantspitze in ein polirtes Planglas einschnitten, in welchem Falle die Furchen die undurchsichtigen Theile des Gitters bildeten.

3) Runde oder eckige Oeffnungen, Kreisgitter oder Dreiecksgitter, d. h. Gruppen dergleichen in symmetrischer Anordnung nebeneinander stehender kleiner Oeffnungen. Solche Oeffnungen werden am besten aus Staniolblättchen ausgeschnitten, die, um den Versuch bequem anstellen zu können, man dann auf einen Ring von Messingblech klebt.

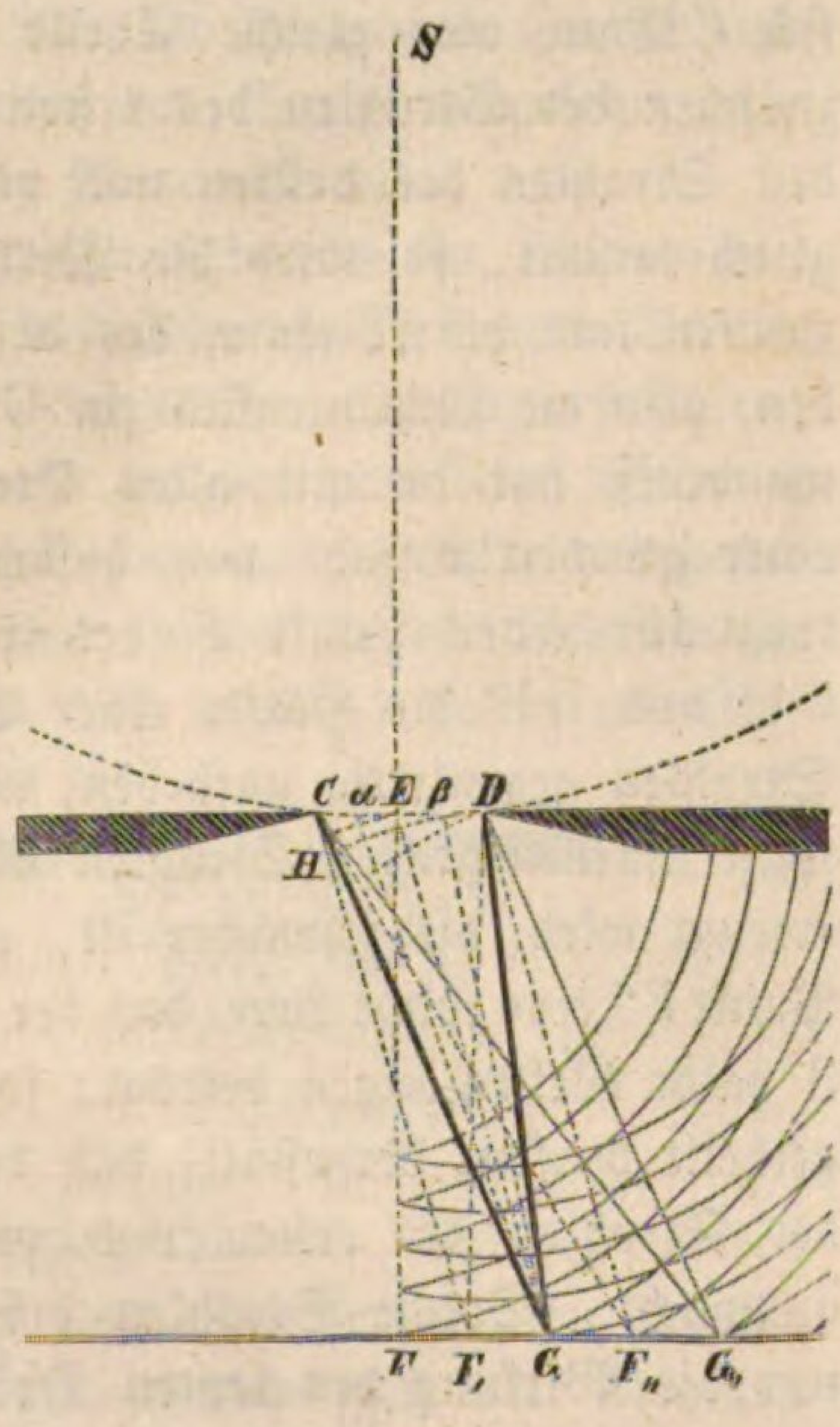
4) Ein feiner Metalldraht oder ein Haar, auch ein auf einer Glasplatte befestigter runder Schirm von etwa 2 Millimeter Durchmesser, um die innerhalb des Schattens dünner Körper oder schmaler Schirme entstehenden Fransen zur Wahrnehmung zu bringen.

Der Beobachter muß sich in gehöriger Entfernung vom beugenden Körper befinden. Die beste Entfernung des Beobachters richtet sich nach der Intensität des Lichtes, nach der Größe der beugenden Oeff-

nung oder des Drahts, nach der Art und Weise wie das gebeugte Licht ins Auge gelangt. Wenn man das Licht auf einem weißen Schirm in einiger Entfernung auffängt, so nimmt man nur lichtschwache Fransen wahr, weil die gebeugten Strahlen vom beugenden Körper an nach allen Seiten zerstreut werden, mithin nur in sehr geringer Menge ins Auge kommen. Fresnel leitete deßhalb das gebeugte Licht mittelst einer Convexlinse ins Auge, bevor es die Zerstreuung erlitt, und betrachtete die Beugungserscheinungen durch eine Lupe. Frauenhofer und Schwerd nahmen die von der Lichtquelle herkommenden Strahlen mit einem Fernrohr auf, dessen Ocular so gestellt war, daß sie dieselbe deutlich sahen; hierauf setzten sie den in einer Fassung von Holz befestigten beugenden Körper vor das Objectiv und beobachteten das Beugungsphänomen im Gesichtsfeld des Fernrohrs. Wenn die Oeffnungen sehr fein sind, so zeigen sich die Beugungserscheinungen schon schön, wenn man die Oeffnung unmittelbar vor das Auge bringt und nach dem Lichtpunkte hinsieht. — Wir gehen nun zu der Betrachtung der einzelnen Beugungserscheinungen über, indem wir mit den durch eine enge Spalte hervorgebrachten den Anfang machen.

Es sei CD (Fig. 174) die Breite einer engen Spalte in einem Schirme, auf welchen die homogenen Lichtstrahlen von einer entfernten Lichtquelle S senkrecht auffallen. Wegen der großen Entfernung dieser Quelle bezüglich der Dimensionen der Spalte kann man das an der Spalte CD anlangende Stück der kugelförmigen Lichtquelle als eine mit der Spalte zusammenfallende Ebene ansehen; sämmtliche in der Spalte befindlichen Aethertheilchen werden sich daher in dem nämlichen Augenblicke durchgehends in einerlei Schwingungsphase befinden. Von diesen Theilchen gehen gleichzeitig Lichtschwingungen aus, die bei ihrer Ankunft an dem entfernt stehenden Schirme GF an verschiedenen Stellen mehr oder weniger übereinstimmend sind, daher eine Steigerung oder eine Abnahme der Lichtintensität zur Folge haben. In dem Punkte F, welcher der auf CD senkrechten Mit-

Fig. 174.

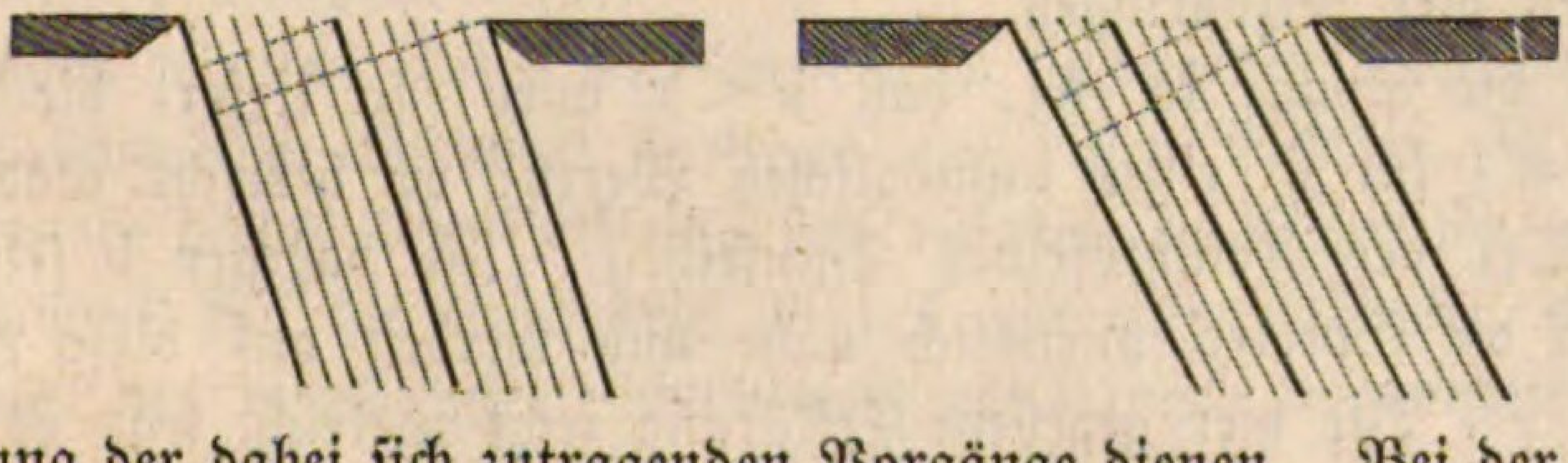


tellinie SE angehört; kommen von allen Punkten nahe gleichlange Strahlen an, ihre Schwingungsphasen werden folglich übereinstimmen, mithin wird daselbst verstärktes Licht sich zeigen. In dem seitwärts gelegenen Punkte G treffen ungleich lange Strahlen, mithin verschiedenartige Schwingungsphasen zusammen; es wird deßhalb die Lichtintensität auf beiden Seiten von F nach Maßgabe der Entfernung abnehmen. Liegt der Punkt G so, daß die Differenz der äußersten Strahlen, nämlich CG — DG eine Wellenlänge λ beträgt; so hat man eine Stelle erreicht, an welcher alle dahin übertragenen Schwingungen einander tilgen, mithin völlige Aufhebung des Lichtes stattfindet. Es ist wegen der Kleinheit der Spaltöffnung dann sehr nahe die Differenz $CG - EG = \frac{\lambda}{2}$; deßgleichen wenn α und β Punkte sind, von denen ersterer von C eben so weit absteht, als β von E, sehr nahe $\alpha G - \beta G = \frac{\lambda}{2}$. Die von dergleichen einander entsprechenden Punkten der beiden Hälften CE, ED der Welle CD erregten Schwingungen werden daher in entgegengesetzter Phase sein, also an der Stelle G keine Vibration erzeugen. Dies wird von je zwei zusammengehörigen auf G übertragenen Schwingungen, mithin Solches auch von ihrer Gesammtheit gelten, folglich in G Dunkelheit herrschen. Dasselbe ereignet sich in dem Punkte G′, für welchen die Differenz der äußersten Strahlen, nämlich CG′ — DG′ das doppelte der Wellenlänge ausmacht. Denn denkt man sich CD in vier gleiche Theile getheilt, so daß der Gangunterschied zwischen den Strahlen des ersten und zweiten Theils, wie jener zwischen den Strahlen des dritten und vierten Theils einer halben Wellenlänge gleich kommt, so wird die Wirkung des ersten Theils durch die des zweiten und die Wirkung des dritten durch die des vierten getilgt werden, also die Lichtintensität in G′ auf Null herabsinken. Dieselbe Bewandtniß hat es mit allen Stellen, für welche der Gangunterschied einer geraden Anzahl von halben Wellenlängen gleich kommt. — Beträgt für einen Punkt F′ der Gangunterschied der äußersten Strahlen CF′ und DF′ die Hälfte einer Wellenlänge, so werden sich zwar diese Strahlen gegenseitig aufheben, aber noch die Wirkung der andern zwischen ihnen liegenden Strahlen übrig bleiben, wodurch eine Lichtintensität erzeugt wird, die schwächer ist, als die in F hervorgerufene. Hat der Punkt F″ eine solche Lage, daß der Gangunterschied der äußersten Strahlen 3 halbe Wellenlängen beträgt; so kann man sich CD in 3 gleiche Theile getheilt denken, dergestalt, daß der Gangunterschied je zwei gleichliegender Strahlen des ersten und zweiten Drittels eine halbe Wellenlänge ausmacht. Solche Strahlen heben sich gegenseitig auf und es bleibt nur die Wirkung des letzten Drittels übrig, welches wieder eine helle

Stelle liefert. Da aber nur ein Drittel aller Strahlen zur Wirkung kommt, so wird die Schwingungsintensität dreimal schwächer sein als in dem Falle, wo der Gangunterschied gleich $\frac{\lambda}{2}$ war: die Lichtstärke wird demnach in dem Punkte F" nur ein Neuntel von der in F' sein, weil die Lichtintensität proportional dem Quadrat der Schwingungsintensität ist. Auf ähnliche Art kann man schließen, daß an den Stellen, für welche der Gangunterschied der äußersten Strahlen $^5/_2\,\lambda$, $^7/_2\,\lambda$ oder überhaupt eine ungerade Anzahl von halben Wellenlängen beträgt, noch ein Theil der Strahlen zur Wirkung kommt und daselbst die Lichtstärke $\frac{1}{25}, \frac{1}{49}, \frac{1}{81}$ u. s. w. von derjenigen ist, welche bei F' statt hat. Wir werden demnach auf beiden Seiten von F, wie bei dem Interferenzphänomen, eine abwechselnde Folge von dunklen und hellen Streifen wahrnehmen, die jedoch in größerem Abstande von der Mitte unkenntlich werden. — Setzt man den Unterschied zwischen den äußersten Strahlen CG und DG, nämlich $CH = \delta$; ferner $CD = b$, $EF = c$, den Winkel CDH oder $FEG = \varphi$, den Abstand $FG = x$; so hat man $b \sin \varphi = \delta$ oder $b\,\varphi = \delta$, ferner $x = c \tang \varphi = c\,\varphi = c\,\frac{\delta}{b}$. Daraus entspringen für die Maxima oder Minima der Lichtstärke folgende Ausdrücke: $\varphi = \frac{n\,\lambda}{2\,b}$ und $x = c\,.\,\frac{n\,\lambda}{2\,b}$: d. h. die Breite der Fransen ist wieder dem Abstande der Tafel von der beugenden Spalte und der Wellenlänge direct, dagegen der Breite der Spalte umgekehrt proportional, was alles mit der Erscheinung übereinstimmt.

Gebraucht man ein Fernrohr, vor dessen Objectiv der Schirm mit der Spalte sich befindet, so können alle das Objectiv treffenden Strahlen als parallel angesehen werden. Sämmtliche Elementarstrahlen, welche dann von der Spalte nach irgend welcher paralleler Richtung zu dem Objectiv gelangen, vereinigen sich in einem Punkte des durch die Mitte des Objectivs gehenden Strahles, wobei sie verschiedenartige Schwingungsphasen haben. Die Figuren 174 a und b sollen zur Versinnlichung der dabei sich zutragenden Vorgänge dienen. Bei der ersteren

Fig. 174 a und b.



beträgt der Unterschied der Randstrahlen zwei, bei der zweiten derselbe drei halbe Wellenlängen: im ersten Falle werden sich die Strahlen gegenseitig zerstören; im zweiten wird nur ein Drittel des parallelen

Strahlenbündels zur Wirkung kommen. Setzt man die beugende Spalte vor das Objectiv des Fernrohrs eines Theodolithen, so lassen sich die Winkelabstände der dunklen Streifen von der Mitte des Bildes leicht messen. Schwerd fand für eine Spalte von 1,353 Millimeter Breite im rothen Lichte folgende Winkelabstände der dunklen Streifen von der Mitte des Bildes:

für den ersten dunklen Streifen . . . . 1′ 41″;
für den zweiten dunklen Streifen . . . . . . 3′ 18″;
für den dritten dunklen Streifen . . . . 4′ 55″;
für den vierten dunklen Streifen . . . . 6′ 27″.

Die Winkelabstände für den zweiten, dritten, vierten dunklen Streifen sind also nahe 2, 3, 4mal so groß als der Winkelabstand des ersten dunklen Streifens von der Mitte des Bildes. Als Mittelwerth für den Winkelabstand zweier aufeinander folgenden dunklen Streifen ergibt sich hiernach die Größe 1′38″. — Für die Breite der Fransen im rothen Lichte fand Schwerd bei Anwendung von verschieden breiten Spalten folgende Werthe:

Breite der Spalte.	Winkelabstände zweier aufeinander folgender dunkler Streifen.
1,353 Millim.	1′38″.
1,274 Millim.	1,45″.
0,689 Millim.	3′7″.

Die Breiten der Streifen verhalten sich also sehr nahe umgekehrt wie die Breiten der Spalten. Aus der Relation $\lambda = b \sin \varphi$, worin b die Breite der beugenden Spalte und φ den Winkelabstand des ersten dunklen Streifens von der Mitte des Bildes bezeichnet, läßt sich leicht die Wellenlänge λ berechnen. Bei einem Versuche mit rothem Glas, wo $b = 1{,}353$ Millim. und $\varphi = 1'38''$ war, fand Schwerd $\lambda = 0{,}000643$ Millim.; welcher Werth ohngefähr dem Roth entspricht, das zwischen B und D in der Mitte liegt. — Bei anders gefärbtem Lichte ergaben sich für die Wellenlänge kleinere Werthe als beim rothen Lichte, gerade so wie wir es bei dem Fresnel'schen Spiegelversuche gefunden haben; weßhalb es unnöthig ist, die Resultate aus speciell darüber angestellten Versuchen hier beizubringen.

Ist die Spalte so eng, daß $b < \lambda$ wird, so liefert die Formel $b \sin \varphi = \lambda$ für φ einen unmöglichen Werth: es herrscht alsdann an keinem Ort des Gesichtsfeldes Dunkelheit. Ist dagegen b sehr groß, so liegen die Spectra unendlich nahe und werden auf diese Art unmerklich. — Die hier gegebene Erklärung zeigt zugleich, was es eigentlich mit der geradlinigen Fortpflanzung des Lichtes für eine Bewandtniß habe. Eine derartige Fortpflanzung findet im Allgemeinen nicht statt, wie die Beugungserscheinungen lehren, indem der durch eine

schmale Spalte hindurch von einem Punkte erleuchtete Raum größer sich herausstellt, als er vermöge einer solchen Fortpflanzungsweise des Lichtes sein sollte. Wo die geradlinige Fortpflanzung des Lichtes wahrgenommen wird, ist sie eine Folge davon, daß alles Seitenlicht durch Interferenz zur Tilgung kommt. Hindert man aber einen Theil der einander zerstörenden zu den übrigen zu gelangen, so tritt deren Wirkung zu Tage, wie wir dies bei den Beugungserscheinungen sehen.

Die Verschiedenheit in der Größe der Wellenlänge bewirkt, daß im weißen Lichte nicht einfach helle und dunkle Streifen, sondern verschiedenfarbige sich zeigen. Der mittlere Streifen erscheint in der Mitte weiß, indem daselbst alle farbigen Bestandtheile des weißen Lichtes zusammenfallen; an beiden Enden ist er gelb und roth gefärbt, weil der rothe und gelbe Streifen von den übrigen schmälern nicht ganz zur Deckung gebracht werden. An den weißen Streifen schließt sich an ein Farbenbild, in welchem man alle sechs Farben erkennt, von denen die violette dem weißen Streifen am nächsten liegt, die rothe dagegen am weitesten von ihm absteht. Beim folgenden Farbenbilde fehlt Violet, im dritten Violet und Blau, zuletzt bemerkt man nur schwaches Roth. Diese verschiedenen Farbentöne rühren von den den einzelnen Lichtsorten zukommenden Erscheinungen her, so daß an der einen oder andern Stelle diese oder jene Farbe vorherrscht, welche hier gerade in ihrem Maximum ist. — Die Ordnung und Beschaffenheit der Farbenbilder wird auf beiden Seiten des weißen Streifens vollkommen gleich sein, wenn die Lichtstrahlen die beugende Oeffnung senkrecht treffen. Wenn die Strahlen schief gegen die Oeffnung einfallen, wird der Gangunterschied der Randstrahlen auf der einen Seite größer sein, als derjenige der Randstrahlen auf der andern Seite, was bewirkt, daß auf dieser letzteren die Spectra breiter erscheinen müssen. Dieses Resultat stimmt mit der Erfahrung aufs Vollständigste überein, wie denn alle Nebenumstände bei den Beugungserscheinungen mit großer Genauigkeit voraus bestimmt werden können. Als Beleg für die Richtigkeit dieser Aussage mögen folgende aus Schwerds classischem Werke über die Beugungserscheinungen entlehnte Beispiele dienen.

Fallen die von einem weit entfernten homogenen Lichtpunkte kommenden parallelen Strahlen senkrecht auf einen Schirm, in welchem eine schmale geradlinige Oeffnung sich befindet, so liefert die mathematische Physik für die Lichtstärke J^2 des gebeugten Lichtes, wenn die Intensität des ungebeugten Lichtbündels als Einheit angenommen wird, folgenden Ausdruck: $J^2 = \left(\dfrac{\sin \frac{\pi}{\lambda} b \sin \varphi}{\frac{\pi}{\lambda} b \sin \varphi} \right)^2$. In diesem Ausdrucke

stellt b die Breite der Oeffnung dar, λ die Wellenlänge des Lichtes, und φ den Beugungswinkel, d. h. den Winkel zwischen den parallelen ungebeugten und den gleichfalls parallelen gebeugten Strahlen. — Der Ausdruck von J^2 wird Null, wenn dessen Zähler verschwindet, ohne daß Solches bei dem Nenner der Fall ist. Dies geschieht, wenn $\frac{\pi}{\lambda} b \sin \varphi = \pm m \pi$ oder $b \sin \varphi = \pm m \lambda$, wo m jedwede ganze Zahl bedeutet. Die aus dieser Relation hergeleiteten Werthe von φ entsprechen den dunklen Stellen des Beugungsbildes, während die aus der Relation: $\frac{\pi}{\lambda} b \sin \varphi = \pm (2m + \frac{1}{2}) \pi$ oder $b \sin \varphi = \pm (4m + 1) \frac{\lambda}{2}$ berechneten Werthe von φ den helleren Stellen angehören. Die Lichtstärke an diesen letzteren Stellen wird durch $J^2 = \frac{1}{(2m + \frac{1}{2})^2 \pi^2}$ dargestellt, woraus folgt, daß die Seitenspectra um so lichtschwächer werden, je weiter sie von dem mittleren abstehen. — Diese Resultate stimmen im Wesentlichen mit dem überein, was oben über die Erscheinung ausgesagt worden, wenn wir erwägen, daß $b \sin \varphi$ dem Gangunterschiede der Randstrahlen gleich ist.

Gelangen von einem weit entfernt liegenden homogenen Lichtpunkt die Strahlen in senkrechter Richtung auf einen Schirm, in welchem eine parallelogrammförmige Oeffnung angebracht ist, so liefert die mathematische Physik für die Lichtstärke eines beliebigen auf dem das gebeugte Licht auffangenden Schirm befindlichen Punktes nachstehenden Ausdruck, wo die Intensität des auf die Oeffnung einfallenden Lichtes als Einheit angenommen wird:

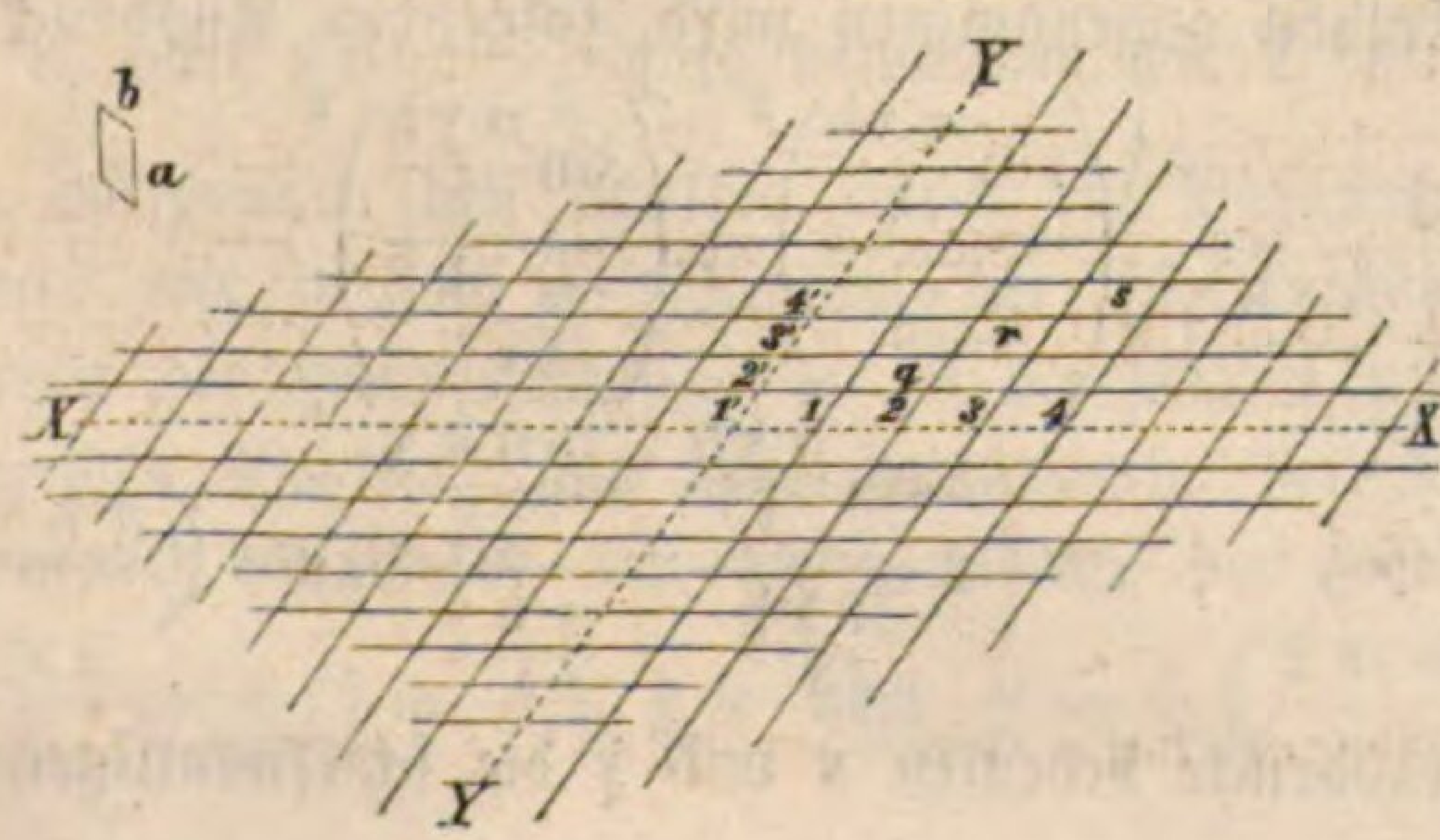
$$J^2 = \left(\frac{\sin . \frac{\pi h x}{\lambda}}{\frac{\pi h x}{\lambda}}\right)^2 . \left(\frac{\sin . \frac{\pi k y}{\lambda}}{\frac{\pi k y}{\lambda}}\right)^2 .$$

In diesem Ausdrucke bezeichnen h und k die Höhen des Parallelogramms, dessen Seiten beziehungsweise a und b sind; ferner x und y die Coordinaten des ins Auge gefaßten Punktes, wenn die aus der Mitte des Beugungsbildes auf die Seiten a und b senkrecht gehenden Geraden als schiefwinklige Coordinatenachsen angenommen werden. Diese Linien mögen Hauptrichtungen heißen. — Setzen wir blos $x = 0$, so wird der erste Factor des Ausdruckes von J^2 gleich 1 und die Intensität des Lichtes für einen beliebigen auf der einen Hauptrichtung befindlichen Punkt wird durch: $J_,^2 = \left(\frac{\sin . \frac{\pi k y}{\lambda}}{\frac{\pi k y}{\lambda}}\right)^2$ dargestellt, welcher Ausdruck die nämliche Form hat, wie der für das Beugungsbild durch eine

schmale geradlinige Oeffnung oben angegeben. Eben so hat man für die Intensität des Lichtes eines auf der andern Hauptrichtung liegenden Punktes den Ausdruck: $J_{\prime\prime}^2 = \left(\frac{\sin.\frac{\pi h x}{\lambda}}{\frac{\pi h x}{\lambda}}\right)^2$. — Machen wir $\frac{\pi k y}{\lambda} = \pm m \pi$ oder $y = \pm \frac{m\lambda}{k}$, so wird $J^2 = 0$. Tragen wir daher vom Ursprung an auf die Achse der y oben und unterhalb die Stücke $\frac{\lambda}{k}, \frac{2\lambda}{k}, \frac{3\lambda}{k}, \frac{4\lambda}{k} \ldots$ und ziehen wir durch die Endpunkte Linien parallel mit der Achse der x, so werden diese Linien dunkle Stellen in dem Spectrum bezeichnen. — Setzen wir $\frac{\pi h x}{\lambda} = \pm m \pi$ oder $x = \pm \frac{m\lambda}{h}$, so wird ebenfalls $J^2 = 0$. Tragen wir daher wieder vom Ursprung an auf die Achse der x rechts und links die Stücke $\frac{\lambda}{h}, \frac{2\lambda}{h}, \frac{3\lambda}{h}, \frac{4\lambda}{h} \ldots$ und ziehen wir durch die Theilungspunkte Linien parallel mit der Achse der y, so bezeichnen diese Linien abermals dunkle Stellen. Da $\frac{\lambda}{h}$ und $\frac{\lambda}{k}$ den Grundlinien eines Parallelogramms gleich sind, dessen Flächeninhalt λ und dessen Höhen h und k sind und jene Grundlinien sich wie die Seiten a und b verhalten, so kann man auf die Achse der x die Seite a und auf die Achse der y die Seite b selbst auftragen. Das Beugungsbild ist in Fig. 175 besonders dargestellt. — Die dunklen

Fig. 175.





Stellen sind die durch die Punkte 1, 2, 3, 4 ... parallel mit YY und die durch die Punkte 1′, 2′, 3′, 4 ... parallel mit XX gezogenen Linien. Das Beugungsbild besteht daher aus lauter parallelogrammförmigen Spectren, deren Winkel den Winkeln der Oeffnung gleich sind. — Das mittlere Spectrum hat die größte Lichtstärke. Die Intensitäten derjenigen Punkte der Richtungen XX und YY, welche den Mitten der Linien 12, 23 u. s. w., 1′2′, 2′3′ u. s. w. entsprechen, sind beziehungsweise:

$$\left(\frac{1}{\frac{1}{2}\pi}\right)^2,\ \frac{1}{9}\cdot\left(\frac{1}{\frac{1}{2}\pi}\right)^2,\ \frac{1}{25}\cdot\left(\frac{1}{\frac{1}{2}\pi}\right)^2,\ \frac{1}{49}\cdot\left(\frac{1}{\frac{1}{2}\pi}\right)^2\ldots,$$

so daß die letzten Spectra sich nur bei sehr intensivem Einfallslicht erkennen lassen. Aus der Relation: $J^2 = J_{,}^2 \times J_{,,}^2$ folgt, daß die Intensität eines beliebig liegenden Punktes q des Bildes gleich ist dem Producte der coordinirten Punkte auf den beiden Hauptrichtungen. Da die Lichtstärke der coordinirten Punkte rasch abnimmt, so werden die Spectra, welche die Hauptrichtungen nicht durchschneiden, ausnehmend lichtschwach ausfallen. — Für die Mitten der Seitenspectra, welche die Hauptrichtungen durchschneiden, ergeben sich folgende Zahlen:

Spectrum.	J².	Spectrum.	J.
1tes	1,0000	5tes	0,0083
2tes	0,4053	6tes	0,0050
3tes	0,0450	7tes	0,0033
4tes	0,0162	8tes	0,0024.

Hiernach haben die Mitten der Winkelspectra q, r, s, t beziehungsweise die Intensitäten:

$$0{,}0450 \times 0{,}0450 = 0{,}0020;$$
$$0{,}0450 \times 0{,}0162 = 0{,}0007;$$
$$0{,}0450 \times 0{,}0083 = 0{,}0004;$$
$$0{,}0450 \times 0{,}0050 = 0{,}0002.$$

Geht das von einem weit entfernten homogenen Lichtpunkte durch eine dreieckige Oeffnung, so erhält man für die Intensität J^2 eines Punktes, wenn die Intensität des directen auf die Oeffnung fallenden Lichtes als Einheit angenommen wird, folgenden Ausdruck:

$$J^2 = \frac{1}{\left(\frac{\pi x h}{\lambda} + \frac{\pi y k}{\lambda}\right)^2}\left\{\left(\frac{\sin\frac{\pi x h}{\lambda}}{\frac{\pi x h}{\lambda}}\right)^2 + \left(\frac{\sin\frac{\pi y k}{\lambda}}{\frac{\pi y k}{\lambda}}\right)^2 - 2\,\frac{\sin\frac{\pi x h}{\lambda}}{\frac{\pi x h}{\lambda}}\cdot\frac{\sin\frac{\pi k y}{\lambda}}{\frac{\pi k y}{\lambda}}\cdot\cos\left(\frac{\pi h x + \pi k y}{\lambda}\right)\right\}.$$

In diesem Ausdrucke bedeuten x und y die schiefwinkligen Coordinaten

des ins Auge gefaßten Punktes, wenn zwei von den aus der Mitte des Beugungsbildes auf die drei Seiten a, b, c des Dreiecks gezogenen Linien als Coordinatenachsen angenommen sind; ferner h und k zwei Höhen des Dreiecks, zu denen als Grundlinien die Seiten gehören, deren entsprechende Senkrechten man zu Coordinatenachsen gewählt hat. Gedachte drei aus der Mitte des Beugungsbildes gezogenen senkrechten Linien mögen wieder Hauptrichtungen heißen. — Setzen wir x und y = 0 in dem vorstehenden Ausdrucke, so reducirt sich derselbe auf die Einheit, wie man bald findet, wenn man für unendlich kleine Bögen sich der Relationen: $\sin\alpha = \alpha - \frac{1}{6}\alpha^3$ und $\cos\alpha = 1 - \frac{1}{2}\alpha^2$ bedient: in der Mitte des Beugungsbildes ist daher die Intensität der des directen Lichtes gleich, wie dies zu erwarten stand. — Setzen wir blos $x = 0$, so erhalten wir:

$$J_{,}^2 = \frac{1}{\left(\frac{\pi y k}{\lambda}\right)^2}\left\{1 + \left(\frac{\sin\frac{\pi y k}{\lambda}}{\frac{\pi y k}{\lambda}}\right)^2 - 2\,\frac{\sin\frac{\pi y k}{\lambda}}{\frac{\pi y k}{\lambda}}\cos\frac{\pi y k}{\lambda}\right\}.$$

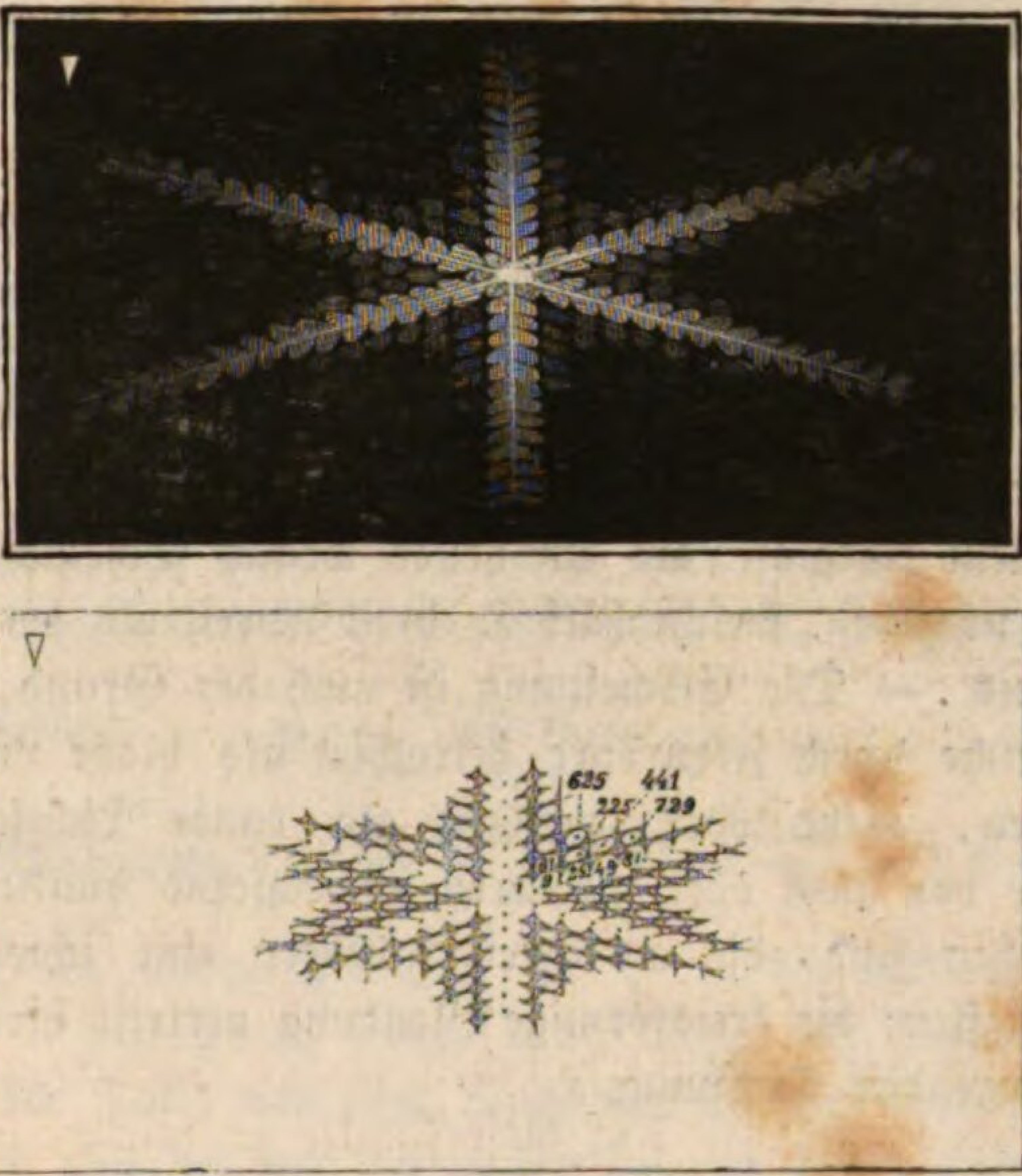
Dieser Ausdruck auf die Form gebracht:

$$J_{,}^2 = \left(\frac{\sin\frac{\pi k y}{\lambda}}{\frac{\pi k y}{\lambda}}\right)^2 + \frac{1}{\left(\frac{\pi k y}{\lambda}\right)^2}\left\{\cos\frac{\pi k y}{\lambda} - \frac{\sin\frac{\pi y k}{\lambda}}{\frac{\pi y k}{\lambda}}\right\}^2$$

zeigt, daß er niemals Null werden kann; woraus folgt, daß in den Hauptrichtungen keine dunklen Punkte vorkommen können. Zugleich zeigt er, wenn man erwägt, daß $\left(\frac{\sin\frac{\pi k y}{\lambda}}{\frac{\pi k y}{\lambda}}\right)^2$ die Intensität auf den Hauptrichtungen einer parallelogrammartigen Oeffnung vorstellt, daß bei gleicher Lichtmenge und gleicher Höhe der beiden Arten von Oeffnungen die Intensität bei dem Dreieck jederzeit größer ist, als bei dem Parallelogramm, die Mitte des Bildes ausgenommen, wo beide Lichtstärken gleich sind. — Setzen wir in dem Ausdruck von $J_{,}^2$ die Größe $\frac{\pi k y}{\lambda} = \pm m\pi$, oder $y = \pm \frac{m\lambda}{k}$; so bekommen wir $J_{,}^2 = \frac{1}{(2m.\frac{1}{2}\pi)^2}$. Diese Werthe entsprechen den dunklen durch ein Parallelogramm erzeugten Stellen; wir wollen sie Minima der Hauptrichtung nennen, dagegen Maxima der Hauptrichtung die in der Mitte zwischen diesen Minimis liegenden Punkte. Die Intensitätswerthe der Minima verhalten sich demnach umgekehrt wie die Quadrate der geraden Zahlen. Setzen wir $\frac{\pi k y}{\lambda} = \pm(2m+1)\frac{1}{2}\pi$ oder $y = \pm\left(\frac{2m+1}{k}\right)\frac{\lambda}{2}$, so

wird $J'^2 = \frac{1}{\left((2m+1)\frac{\pi}{2}\right)^2} + \frac{1}{\left((2m+1)\frac{\pi}{2}\right)^4}$: die Intensitätswerthe der Maxima verhalten sich mithin nahe umgekehrt wie die Quadrate der ungeraden Zahlen. — Die durch eine dreieckige Oeffnung gesehene Beugungsfigur ist so ein von sechs Lichtstreifen gebildeter Stern, dessen Arme senkrecht auf den Seiten der Oeffnung stehen. Diese sechs Arme enthalten, wie gesagt, keine dunkle Stellen wie die vier Arme des Parallelogramms, sondern nur lichtstärkere und lichtschwächere Punkte. Die Intensitäten der vier ersten Maxima sind 0,5695; 0,0471; 0,0165; 0,0083; die der vier ersten Minima dagegen 0,1013; 0,0253; 0,0113; 0,0063, insofern die Lichtstärke der Mitte zur Einheit angenommen wird. — Der allgemeine Ausdruck von J^2 reducirt sich auf Null, wenn $\frac{\pi h x}{\lambda} = \pm m\pi$ und $\frac{\pi k y}{\lambda} = \pm n\pi$, oder $x = \pm \frac{m\lambda}{h}$ und $y = \pm \frac{n\lambda}{k}$. In den Räumen, welche zwischen den Armen des Sterns liegen, befinden sich also isolirte dunkle Punkte, welche da liegen, wo sich die durch die Stellen der vorhin erwähnten zu den Hauptrichtungen parallel gezogenen Linien schneiden. Um diese Punkte zu bestimmen, können wir wie bei der parallelogrammartigen Oeffnung verfahren, nämlich durch die Mitte des Beugungsbildes Linien senkrecht auf die Seiten der Oeffnung ziehen, sodann auf diese Linien Einheiten auftragen, welche den Werthen $x = \frac{\lambda}{h}$ und $y = \frac{\lambda}{k}$ proportional sind; zu solchen Einheiten auch wieder die entsprechenden Seiten a und b des Dreiecks wählen. Die Durchschnittspunkte dieser Linien geben alsdann die Stellen an, in denen die Intensität Null ist. — Machen wir
$\frac{\pi k y}{\lambda} = (2m+1)\frac{1}{2}\pi$ und $\frac{\pi h x}{\lambda} = (2n+1)\frac{1}{2}\pi$, oder $y = \pm \frac{(2m+1)}{k}\frac{\lambda}{2}$ und $x = \pm \frac{(2n+1)}{h}\frac{\lambda}{2}$; so nimmt der Ausdruck für die Lichtstärke J^2 folgende Form an: $J^2 = \frac{1}{(\frac{1}{2}\pi)^4} \cdot \frac{1}{(2m+1)^2(2n+1)^2}$. Setzen wir darin für m und n nach und nach 0, 1, 2, 3, 4 ..., so bekommen wir die Intensitäten derjenigen Punkte, welche sich in der Mitte der Winkelspectra befinden. Die Lichtstärke dieser Oerter nimmt also sehr stark ab, wenn m und n zugleich wächst, d. h. wenn man sich von den Hauptrichtungen entfernt. Die Figur 176 dient dazu, das in Rede stehende Beugungsbild zu veranschaulichen. Für $m = n = 0$ erhält man die in der Figur mit 1 bezeichneten Punkte, deren Intensität $\frac{1}{(\frac{1}{2}\pi)^4}$ oder 0,1643 ist, wenn die Intensität in der Mitte des Bildes zur Einheit angenommen wird. Für $n = 0$ und $m = 1, 2, 3, 4$ be-

Fig. 176.



kommt man die Intensitäten der mit 9, 25, 49, 81 bezeichneten Punkte, welche beziehungsweise $\frac{1}{9}, \frac{1}{25}, \frac{1}{49}, \frac{1}{81}$ mal kleiner sind als die Lichtstärke der mit 1 bezeichneten Punkte. Für $n = 1$ und $m = 1$; $n = 1$ und $m = 2$; $n = 2$ und $m = 1$; $m = n = 2$; ergeben sich die mit 81, 225, 225, 625 bezeichneten Stellen, deren Intensitäten bezüglich $\frac{1}{81}, \frac{1}{225}, \frac{1}{225}, \frac{1}{625}$ mal kleiner sind als die, welche in den durch 1 dargestellten Punkten sich vorfindet. Die ganz dunklen Stellen sind in der Figur durch schwarze Punkte angedeutet worden.

Das Beugungsbild, welches ein homogener Lichtpunkt durch eine kreisrunde Oeffnung betrachtet zeigt, besteht aus abwechselnd dunklen und hellen Ringen. Für die Sinus der Halbmesser der ersten fünf dunklen Ringe hat man:

$$\frac{1{,}220\,\lambda}{D};\ \frac{2{,}233\,\lambda}{D};\ \frac{3{,}238\,\lambda}{D};\ \frac{4{,}241\,\lambda}{D};\ \frac{5{,}243\,\lambda}{D}.$$

Die Differenzen dieser Sinus sind der Reihe nach:

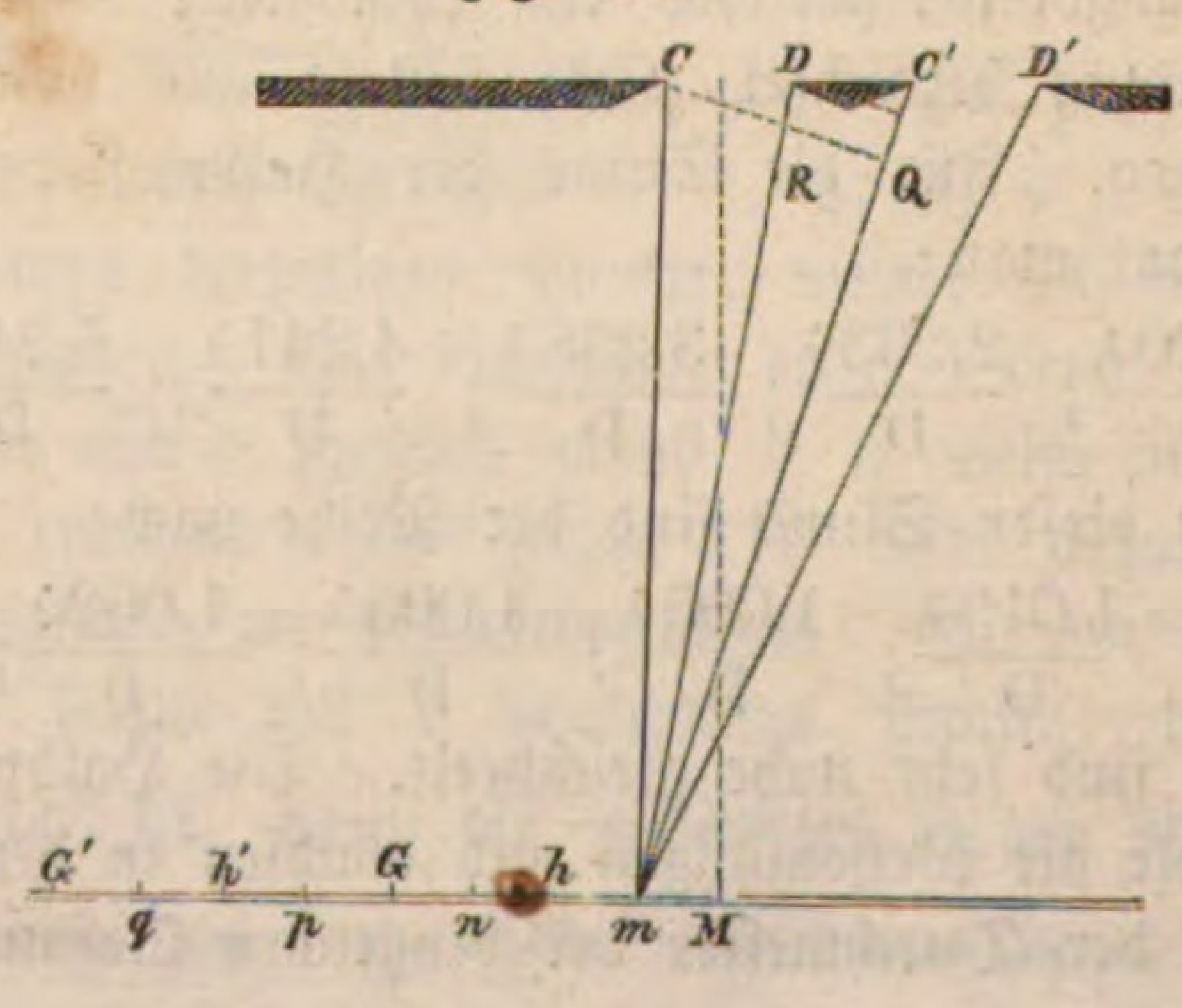
$$\frac{1{,}013\,\lambda}{D};\ \frac{1{,}005\,\lambda}{D};\ \frac{1{,}003\,\lambda}{D};\ \frac{1{,}002\,\lambda}{D};$$

d. h. die Ringe sind sehr nahe gleichbreit. Die Halbmesser der Ringe verhalten sich wie die Wellenlängen und wachsen in demselben Verhältniß, in welchem der Durchmesser der beugenden Oeffnung abnimmt. —

Vergleicht man die Lichtstärke der Ringe mit der der entsprechenden Spectra eines Parallelogramms von gleichem Flächeninhalt mit der Kreisöffnung, so findet man jene bedeutend schwächer als diese: der erste Ring ist etwa 3mal, der zweite 4mal, der dritte 5mal und der vierte über 6mal schwächer als die entsprechenden Spectra der vierseitigen Oeffnung: diese größere Lichtschwäche stimmt mit der Erfahrung vollkommen überein. Bei Anwendung eines vor dem Objectiv des Theodolithen befestigten Schirms von Stanniol mit einer kreisförmigen Oeffnung von 10,2 Millim. Durchmesser sah Schwerd das Sonnenbildchen auf dem Uhrglase als ein helles weißes Scheibchen mit mehreren Ringen umgeben, welche halb so breit waren als der Durchmesser des Scheibchens. — Die Erscheinung ist auch der Grund, weßhalb die Fixsterne, welche durch Fernröhre betrachtet als bloße Lichtpunkte erscheinen sollten, mehr oder weniger als runde Lichtscheibchen sich zeigen, welche von zwei oder mehreren abwechselnd dunklen und hellen Ringen umgeben sind, die an ihren Rändern eine schwache Färbung wahrnehmen lassen: die kreisförmige Blendung vertritt hier nämlich die Stelle der beugenden Oeffnung.

Wird den von einem Lichtpunkte oder einer Lichtlinie ausgehenden Strahlen ein Schirm mit zwei oder mehreren gleichen Oeffnungen senkrecht dargeboten, so erblickt man im Wesentlichen dasselbe Beugungsbild, welches eine einzelne dieser Oeffnungen für sich geben würde. Außerdem werden aber diese primären oder Spectra erster Klasse durch schwarze Streifen durchschnitten, wodurch schmale Farbenbilder entstehen, die man secundäre oder Spectra zweiter Klasse nennt. — Um die Entstehung dieser schwarzen Streifen zu erklären, betrachten wir zunächst die durch zwei Oeffnungen erzeugte Beugungserscheinung. Es seien CD und C′D′ (Fig. 177) zwei gleichbreite Oeffnungen, die um die Breite

Fig. 177.



einer Oeffnung von einander entfernt sind; mithin $CD = DC' = C'D'$. Homogene Strahlenbündel, welche in paralleler Richtung von beiden Oeffnungen ausgehen, werden in dem Brennpunkte des Fernrohrs vereinigt oder kommen in einem Punkt der auffangenden Tafel zusammen. Ist nun die Ablenkung der gebeugten Strahlenbündel von der Art, daß jedes Bündel für sich schon im Interferenzpunkt zur Aufhebung kommt; so wird ebenfalls durch das Zusammenwirken der beiden Strahlenbündel kein Licht hervorgebracht werden können: die einer Oeffnung angehörigen dunklen Stellen werden also noch dunkel bleiben, wenn neben der ersten Oeffnung eine zweite angebracht wird. Sind G und G' die auf einer Seite befindlichen Minima der Lichtstärke, so bestehen für

G die Relationen: $\varphi = \frac{\lambda}{b}$ und $x = \frac{c\lambda}{b}$;

für G' die Relationen: $\varphi' = \frac{2\lambda}{b}$ und $x' = \frac{2c\lambda}{b} = 2x$ u. s. w.;

wo $\varphi, \varphi' \ldots$ die Beugungswinkel; $x, x' \ldots$ die Abstände der dunklen Stellen von M bezeichnen; ferner b die Breite der Oeffnung und c die Entfernung der Tafel von dem beugenden Schirm darstellt. — Anders verhält es sich aber bei den lichten Stellen, an denen durch das Zusammenwirken der von CD ausgehenden Strahlen mit jenen, die in C'D' ihren Ursprung haben, besondere Effecte zu Stande kommen. Ist nämlich m ein Punkt, für welchen der Gangunterschied δ der Strahlen C'm und Cm gleich einer halben Wellenlänge ist, d. h.

$$C'Q = C'm - Cm = \frac{\lambda}{2}; \text{ also } DR = \delta_, = \frac{\lambda}{4};$$

so werden alle Strahlen, die von CD nach m gelangen, durch die von C'D' dahin gesendeten getilgt, wonach in m kein Licht sich vorfindet. Für diesen Punkt ist der Ablenkungswinkel

$$\varphi_, = \frac{DR}{b} = \frac{\lambda}{4b} \text{ und } Mm = x_, = \frac{x}{4} = \frac{c\lambda}{4b}, \text{ weil } x = \frac{c\lambda}{b}.$$

Dasselbe wird sich an den Stellen ereignen, für welche

$$\delta = \frac{3\lambda}{2}, \frac{5\lambda}{2}, \frac{7\lambda}{2} \ldots, \text{ mithin } \delta_, = \frac{3\lambda}{4}, \frac{5\lambda}{4}, \frac{7\lambda}{4} \ldots$$

und deren Abstand von M beziehungsweise $\frac{3x}{4}, \frac{5x}{4}, \frac{7x}{4} \ldots$ ist. Wegen

$Mm = \frac{x}{4}$, $Mn = \frac{3x}{4}$, $MG = x$, und $Mp = \frac{5x}{4}$ wird $mn = \frac{2x}{4}$ und

$Gp = \frac{x}{4}$; die Breite des mittleren Spectrums ist daher doppelt so groß als die der beiden andern. Zur Bestimmung der Position der dunklen

Punkte besteht demnach die Gleichung: $\sin\varphi_{,}=\frac{n\lambda}{2b'}$, wobei n eine ungerade Zahl und b' die Distanz der Mitten zweier nächsten Spaltöffnungen darstellt. — An den Punkten h, h'..., welche zwischen jenen dunklen Stellen liegen und deren Abstände von M sind $\frac{2x}{4}$, $\frac{6x}{4}$..., findet die größte Lichtstärke statt: die Oerter derselben werden durch die Gleichung $\sin\Psi_{,}=\frac{m\lambda}{b'}$ gegeben, worin m eine ganze Zahl ist. An den Stellen, an welchen die Mitte eines secundären Spectrums mit der Mitte eines primären Spectrums zusammenfällt, werden die beiden Strahlenbündel übereinstimmend sein, also eine Vibrationsintensität hervorbringen, welche doppelt so groß als bei einer Oeffnung; die Lichtstärke wird mithin an dergleichen Stellen viermal größer sein als wenn nur eine Oeffnung da wäre. — Die Figur der Taf. I. stellt die Erscheinung dar, wie man sie bei zwei gleichen Spalten beobachtet, die um die Breite einer Spalte von einander entfernt sind.

Enthält der Schirm drei oder mehrere gleiche und gleichweit von einander abstehende Spalten, so werden die schwarzen Streifen noch zahlreicher, welche die primären Spectra durchschneiden. Die dunklen Stellen werden hier durch die Formel $\sin\varphi_{,}=\frac{u\lambda}{rb'}$ angegeben, wobei u eine ganze durch die Anzahl der Oeffnungen nicht theilbare Zahl und b' den Abstand der Mitten zweier nächsten Oeffnungen bezeichnet. — Ist nämlich für einen Punkt des Gesichtsfeldes der Gangunterschied je zweier nächsten von ähnlich liegenden Punkten der Spalten ausgehenden Strahlen gleich $\frac{u}{r}\lambda$, ferner t die Phasenzeit der Schwingung, welche der längste jener Strahlen an dem in's Auge gefaßten Punkt mit sich bringt, und T die Dauer einer ganzen Schwingung; so sind die Phasenzeiten der Schwingungen, welche sämmtliche Strahlen in demselben Augenblicke dahin tragen, der Reihe nach:

$$t;\ t+\frac{u}{r}T;\ t+\frac{2u}{r}T;\ \ldots;\ t+\frac{(r-1)u}{r}T.$$

Die dadurch zu Stande gekommene Oscillationsgeschwindigkeit v, wenn c die den Elementarstrahlen gemeinsame Schwingungsintensität bezeichnet, wird folglich sein:

$$v=c\cos 2\pi\frac{t}{T}+c\cos\frac{2\pi}{T}\left(t+\frac{u}{r}T\right)+\ldots c\cos\frac{2\pi}{T}\left(t+\frac{(r-1)u}{r}T\right).$$

Dieser Ausdruck reducirt sich auf:

$$v = \frac{\sin\left(2\pi\frac{t}{T} - \frac{\pi u}{r} + 2\pi\right) - \sin\left(2\pi\frac{t}{T} - \frac{\pi u}{r}\right)}{2\sin\frac{\pi u}{r}},$$

wenn man erwägt, daß die Summe der endlichen Reihe:

$$\cos\alpha + \cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha + 2\beta) \ldots \cos(\alpha + (r-1)\beta)$$

$$\text{gleich } \frac{\sin(\alpha + (r - \tfrac{1}{2})\beta) - \sin\left(\alpha - \frac{\beta}{2}\right)}{2\sin\frac{\beta}{2}} \text{ ist.}$$

Sämmtliche in dem betrachteten Punkte zusammenkommende Strahlen vernichten sich also, weßhalb derselbe völlig dunkel erscheint. — Daß die Stellen, für welche der Gangunterschied δ je zweier nächsten von ähnlich liegenden Punkten der Spalten ausgehenden Strahlen $= \frac{u}{r}\lambda$ ist, dunkel bleiben müssen, beweisen Baumgartner und Ettingshausen folgendermaßen. Wenn man jede der Phasen:

$$t;\ t + \frac{u}{r}T;\ t + \frac{2u}{r}T;\ \ldots\ t + \frac{(r-1)u}{r}T$$

um $\frac{u}{r}T$ vermehrt, so erhält man:

$$t + \frac{u}{r}T;\ t + \frac{2u}{r}T;\ t + \frac{3u}{r}T;\ \ldots\ t,$$

wonach nur die Ordnung und nicht die Größe der oben bezeichneten Phasen geändert wird, mithin das Resultat der Interferenz dasselbe bleiben muß. Käme nun an jenen Stellen durch das Zusammenwirken der Strahlen eine Undulation zu Stande, so würde sie von solcher Beschaffenheit sein, daß die nämliche Phase nach dem Verlauf der Zeit $\frac{u}{r}T$, mithin nach einer Zeit, welche kleiner ist als die Schwingungsdauer T, wiederkehrt. Die Farbe des Lichtes, welche von der Schwingungsdauer abhängt, mußte sich also geändert haben. Da aber, wie die Erfahrung zeigt, bei dergleichen Phänomenen sich die Farbe nicht ändert; so sind wir zu der Annahme genöthigt, daß das Licht an den Stellen, deren Lage durch die Gleichung $\sin\varphi_{,} = \frac{u\lambda}{rb'}$ bestimmt wird, sich gänzlich aufhebt. — Die Maxima der Lichtstärke herrschen an den Orten, welche der Formel $\sin\Psi = \frac{m\lambda}{b'}$ entsprechen, worin m eine ganze Zahl ist. Daraus folgt, daß die Abstände der einzelnen Farbenbilder von der Achse wachsen wie die Glieder einer arithmetischen Reihe, deren Differenz dem ersten Gliede gleich ist; ferner, daß bei verschiedenen Gittern und einer gleichen Anzahl Zwischenräume die Abstände derselben

Farbenbilder von der Achse wachsen, wie verkehrt die Entfernungen der Mitten zweier Zwischenräume; was mit der Erfahrung aufs Vollkommenste übereinstimmt.

Mit der Anzahl der Spaltöffnungen nimmt die Anzahl der dunklen Streifen im Spectrum zu; bei einem Gitter mit sehr vielen einander nahen gleichen und gleichweit abstehenden parallelen Spaltöffnungen wird darum überall Dunkelheit herrschen, die Orte ausgenommen, für welche $\sin \Psi = \frac{m\lambda}{b'}$ ist. Setzt man mithin ein feines Gitter vor ein nach einer Lichtlinie gerichtetes Fernrohr, so sieht man im homogenen Licht das Bild jener Linie in der Mitte des Gesichtsfeldes; außerdem zu beiden Seiten eine Reihe gleichweit von einander abstehender, durch dunkle Zwischenräume getrennter Bilder der Lichtlinie, von denen die entfernteren im Vergleich zu den nach der Mitte hinzuliegenden so lichtschwach sind, daß sie schwer wahrgenommen werden können. Für violettes Licht stehen die hellen Streifen der Mitte am nächsten, für rothes sind sie am weitesten davon entfernt; für die andern Farben liegen die hellen Streifen zwischen den violetten und den rothen.

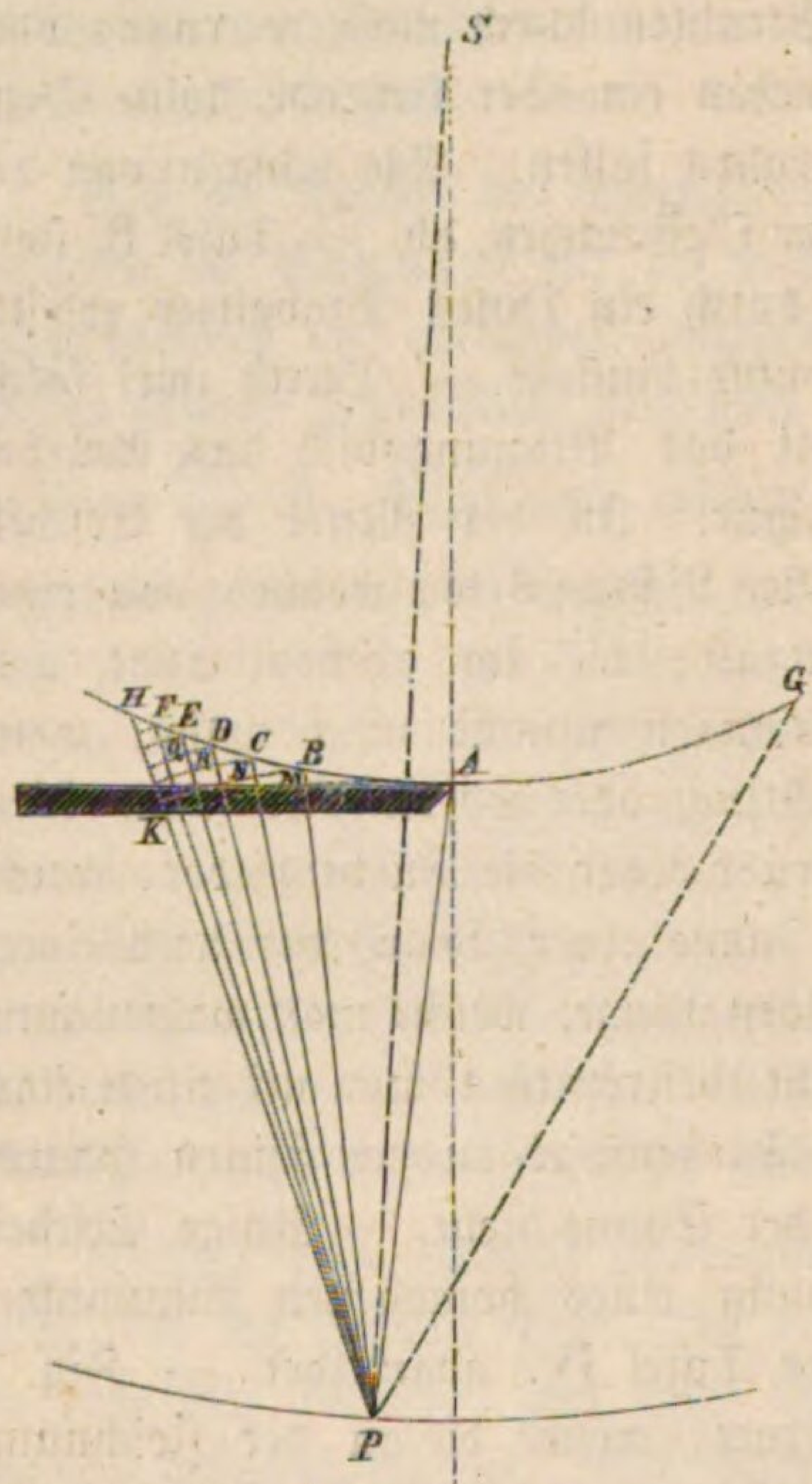
Wendet man directes Sonnenlicht an, so gibt jede einzelne darin enthaltene ihr eigenes Bild. In der Mitte des Gesichtsfeldes erscheint die Lichtlinie farblos, wie ohne Gitter, weil dort die Maxima aller Farben zusammenfallen. Auf jeder Seite dieser Linie befindet sich ein völlig dunkler Raum, an den sich ein prismatisches Farbenbild anschließt, dessen rothes Ende nach Außen gekehrt ist. Darauf kommt wieder ein dunkler Raum, an welchen ein zweites breiteres Farbenbild angrenzt, dessen rothes Ende mit dem violetten Ende des dritten Farbenbildes zusammenfällt, wodurch eine purpurrothe Farbe entsteht. Bei den noch weiter abliegenden Farbenbildern überdecken mehrere Farben die des nächst vorhergehenden, wodurch Mischungsfarben zum Vorschein kommen. Die Farbenbilder werden in dem Maße lichtschwächer als sie weiter von der Mitte abstehen. Bei den lebhaftesten sieht man die Frauenhofer'schen Linien: denn jedes Spectrum besteht aus den den verschiedenen Lichtsorten angehörigen Bildern; fehlt demnach eine Lichtgattung von bestimmter Wellenlänge, so wird an der entsprechenden Stelle im Spectrum eine dunkle Linie entstehen. Die Schärfe der Frauenhofer'schen Linien bietet bei Anwendung eines feinen Gitters ein bequemes Mittel dar, die Längen der Lichtwellen mit großer Sicherheit zu bestimmen. Denn man hat die Relation: $\lambda = \frac{b'}{m} \sin \Psi$, wo b' und Ψ genau gemessen werden können und der Werth von m sich aus der Reihenfolge der Spectra ergibt.

Sehr schöne Beugungsphänomene zeigen sich, wenn die von einem weißen Lichtpunkte herkommenden Strahlen durch mehrere runde oder eckige in symmetrischer Anordnung neben einander stehende kleine Oeffnungen auf das Objectiv des Fernrohrs fallen. Sie hängen von der Anzahl, Gestalt und Anordnung dieser Oeffnungen ab. — Tafel II. stellt die Erscheinung dar, wie man sie durch ein feines Stabgitter erhält, wenn man nach einem weißen Lichtpunkt hinsieht. — Durch zwei solche rechtwinklig gekreuzte Gitter gewinnt das Beugungsbild das Ansehen der in der Tafel III. verzeichneten Figur. In der Mitte der Erscheinung befindet sich das Bild des weißen Lichtpunktes, welches von einer Menge von Farbenbildern umgeben ist, die ihr rothes Ende nach außen kehren. — Aehnliche Erscheinungen nimmt man wahr, wenn man durch ein Stück Musselin, Drahttuch oder Seidenband, nach einem Lichtpunkte hinblickt. — Auch gehören hierher die Farbenbilder, welche man bemerkt, wenn man durch die Fahne einer Vogelfeder nach einem Lichtpunkte sieht; deßgleichen die farbigen Ringe, welche man wahrnimmt, wenn man durch ein mit Hexenmehl bestreutes Glas auf einen stark beleuchteten Punkt blickt; ferner das Farbenspiel an den feinen Haaren der Hüte, wenn man durch sie nach der Sonne sieht. — Einige Erscheinungen, wie man sie bei Anwendung eines homogenen Lichtpunktes erhält, sind in den vier Figuren der Tafel IV. abgebildet. — Fig. a zeigt die Erscheinung für vier Quadrate, welche die in der Zeichnung angegebene Lage zu einander haben; Fig. b stellt die Erscheinung für zwei regelmäßige Dreiecke dar; Fig. c zeigt die Erscheinung, wie sie durch zwei neben einander liegende kreisförmige Oeffnungen; Fig. d die Erscheinung, wie solche durch vier dergleichen Oeffnungen hervorgebracht wird.

2. Beugung des Lichtes am Rande eines Schirmes oder an den Rändern eines schmalen Körpers und bei der Reflection.

Es sei GAH (Fig. 178) das Stück einer Welle, welche von dem homogenes Licht gebenden Punkt S ausgesendet wird; P ein in hinlänglicher Entfernung befindliches Aethertheilchen, das die von jenem Wellenstücke ausgehenden secundären Wellen zur Bewegung anregen. Insofern der Fortpflanzung der Wellen kein Hinderniß entgegensteht, werden sämmtliche um die Länge SP von S entfernten Theilchen durch die von den Theilchen gedachter Welle ausgeübten Wirkungen dieselbe Bewegung, mithin auch dieselbe Lichtstärke erhalten, da die ersteren Theilchen zu den letzteren beziehungsweise eine gleiche Lage haben. Diese Gleichheit der Bewegung wird aber nicht mehr stattfinden, wenn die Welle durch einen undurchsichtigen Körper theilweise aufgehalten

Fig. 178.

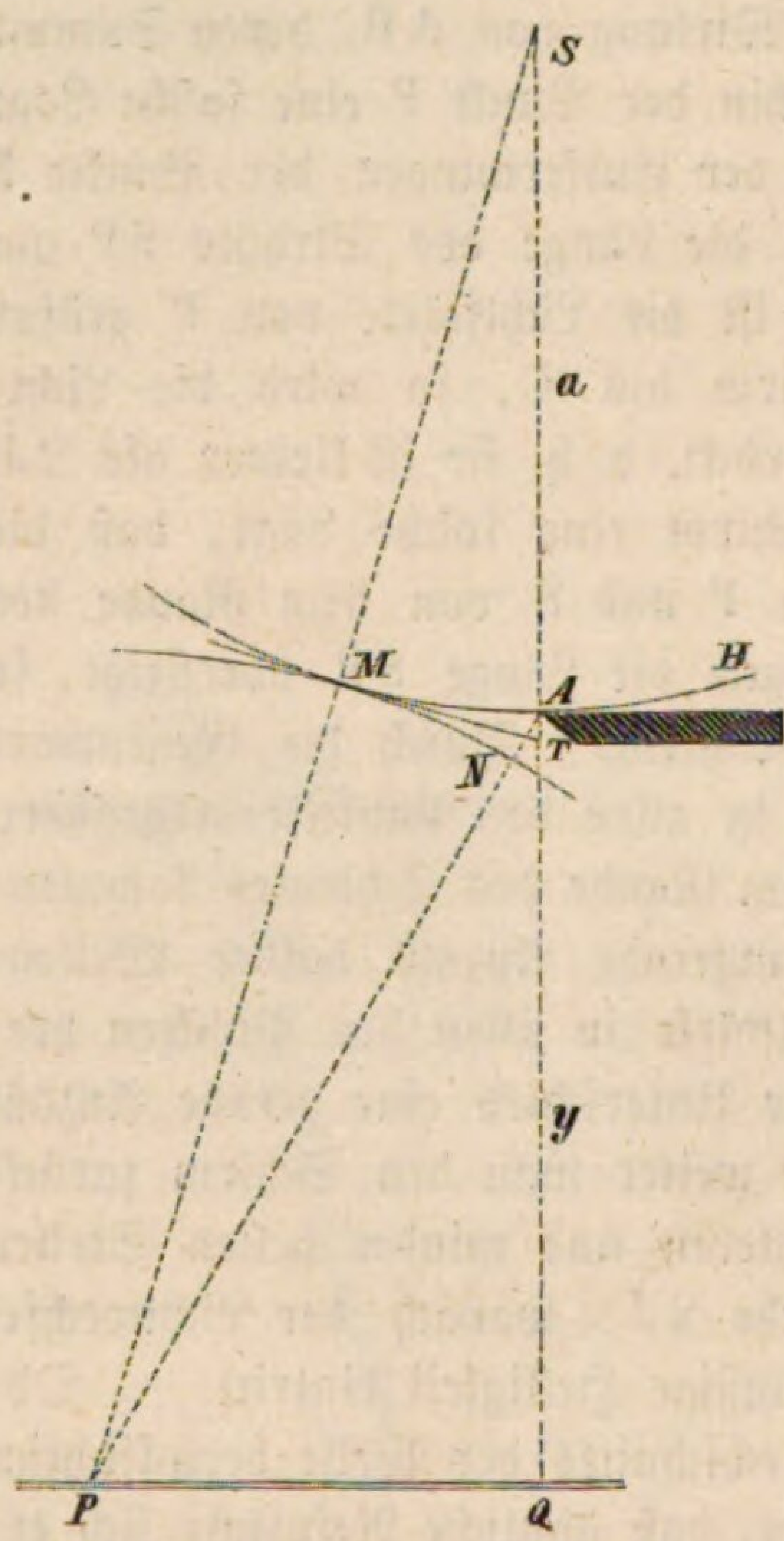


wird. Um den Erfolg einer solchen gehinderten Fortschreitung zu beurtheilen, denken wir uns aus P als Mittelpunkt mit dem Halbmesser PA einen Kreisbogen beschrieben, und die Linien PB, PC, PD, PE . . . dergestalt gezogen, daß ihre zwischen den Kreisbogen AH und AK enthaltenen Stücke BM, CN, DR, EQ . . . bezüglich 1, 2, 3, 4 . . . halbe Wellenlängen betragen. Die Größe der entsprechenden Bogen, AB, BC, CD, DE . . . hängt ab von der Entfernung des Punktes P von der Welle GAH sowohl, wie von der Entfernung des letztern von dem leuchtenden Punkt; immerhin wird sie aber von der Art sein, daß der erste Bogen größer ist als der zweite, der zweite größer als der dritte, ꝛc. Wegen dieses Umstandes und wegen der Schiefe der Strahlen, welche mit der Entfernung der Bogen von der Normale SAP zunimmt, werden die von derselben nach P übertragenen Wirkungen mehr und mehr abnehmen. Außerdem ist die Wirkung, welche der erste Bogen erzeugt, widerstreitend mit der Wirkung, welche der zweite Bogen ausübt; diese widerstreitend mit der Wirkung des dritten Bogens u. s. w. Bezeichnen wir demnach die vom ersten, dritten . . . Bogenstücke hervorgebrachten Wirkungen auf den Punkt P mit a, a′, a″. . . und mit b, b′, b″ . . . diejenigen, welche das zweite, vierte, sechste . . . Bogenstück des Wellentheils AH ausüben; so kann die Gesammtwirkung J, welche dem Punkt P von diesem Wellentheil eingeprägt wird, dargestellt werden durch: $J = a - b + a' - b' + a'' - b'' +$ u. s. w., in welchem Ausdrucke die Glieder a, b, a′, b′, . . . eine rasch abnehmende Reihe bilden, so daß $a - b$ ein genäherter Werth ihrer Summe ist. Der Wellentheil AG gibt denselben Ausdruck; die Gesammtwirkung beider Wellentheile AG und AH auf den Punkt P wird folglich gleich 2 J sein. Denken wir nun, daß der Theil AH der Welle durch einen Schirm aufgefangen wird, so erhält P die Hälfte der Wirkung, welche ohne Anwesenheit des Schirms erfolgt wäre. Reicht der Schirm

bis B, so daß blos der Theil BH der Welle aufgefangen wird; so erhält P die Wirkung von GA und die Wirkung von AB, deren Summe $J + a$ größer als $2J$ ist. Hat mithin der Punkt P eine solche Lage gegen den Schirm, daß die Summe der Entfernungen der Punkte P und S von dem Rande des Schirmes die Länge des Strahls SP um eine halbe Wellenlänge übertrifft; so ist die Lichtstärke von P größer als ohne Schirm. — Geht der Schirm bis C, so wird die Lichtstärke von P durch $J + a - b$ ausgedrückt, d. h. sie ist kleiner als $2J$. Hat also der Punkt P gegen den Schirm eine solche Lage, daß die Summe der Entfernungen der Punkte P und S von dem Rande des Schirmes um 2 halbe Undulationslängen die Länge SP übersteigt, so ist die Lichtstärke geringer als ohne Schirm. Durch die Gegenwart des Schirmes wird also die Lichtstärke in allen den Punkten vergrößert, für welche der Gangunterschied des vom Rande des Schirmes kommenden Strahls und des directen eine ungerade Anzahl halber Wellenlängen beträgt; dagegen wird die Lichtstärke in allen den Punkten verringert, für welche der eben erwähnte Unterschied eine gerade Anzahl halber Wellenlängen ausmacht. — Je weiter man den Schirm zurückrückt, desto mehr nähern sich die helleren und minder hellen Stellen hinsichtlich ihrer Lichtstärke dem Werthe $2J$, wonach der Lichtwechsel bald unmerklich wird und eine gleichmäßige Helligkeit eintritt. — Obschon hier nur die Wirkung eines Durchschnitts der Welle berücksichtigt worden ist, so sieht man doch leicht ein, daß ähnliche Resultate sich ergeben werden, wenn man die von andern Durchschnitten der Welle herrührenden Wirkungen in die Betrachtung aufnimmt.

Ist AH (Fig. 178a) der beugende Schirm und QP die auffangende Tafel, ferner PM ein aus P mit dem Halbmesser PM beschriebener Kreisbogen, so hat man für den Gangunterschied δ der Strahlen AP und PM, von welchem die Lichtstärke in P abhängt, die Größe $AN = AT + NT$, wo der Punkt T der die Bogen MA und MN in dem Punkt M berührenden Geraden angehört. Folglich ist, wenn SA durch a und AQ durch y bezeichnet wird: $AN = \delta = \frac{\overline{MA}^2}{2a} + \frac{\overline{MN}^2}{2y} = \overline{MA}^2\left(\frac{a+y}{2ay}\right)$, wenn man MA gleich MN annimmt, was geschehen darf, sobald AH und PQ in einiger Entfernung zu einander stehen. Insofern $MA = \frac{PQ \cdot a}{a+y}$ ist, erhält man, wenn $PQ = x$ gesetzt wird: $2\delta y\,(a+y) = a x^2$. — Für die helleren Stellen ist $\delta = (2m+1)\frac{\lambda}{2}$, folglich $a x^2 = (2m+1)\, y\,(a+y)$: d. h. die Entfernungen der Lichtmaxima verhalten sich wie die Quadratwurzeln aus den ungeraden Zahlen. Für die minder hellen Orte dagegen ist $\delta = 2m\frac{\lambda}{2}$, mithin

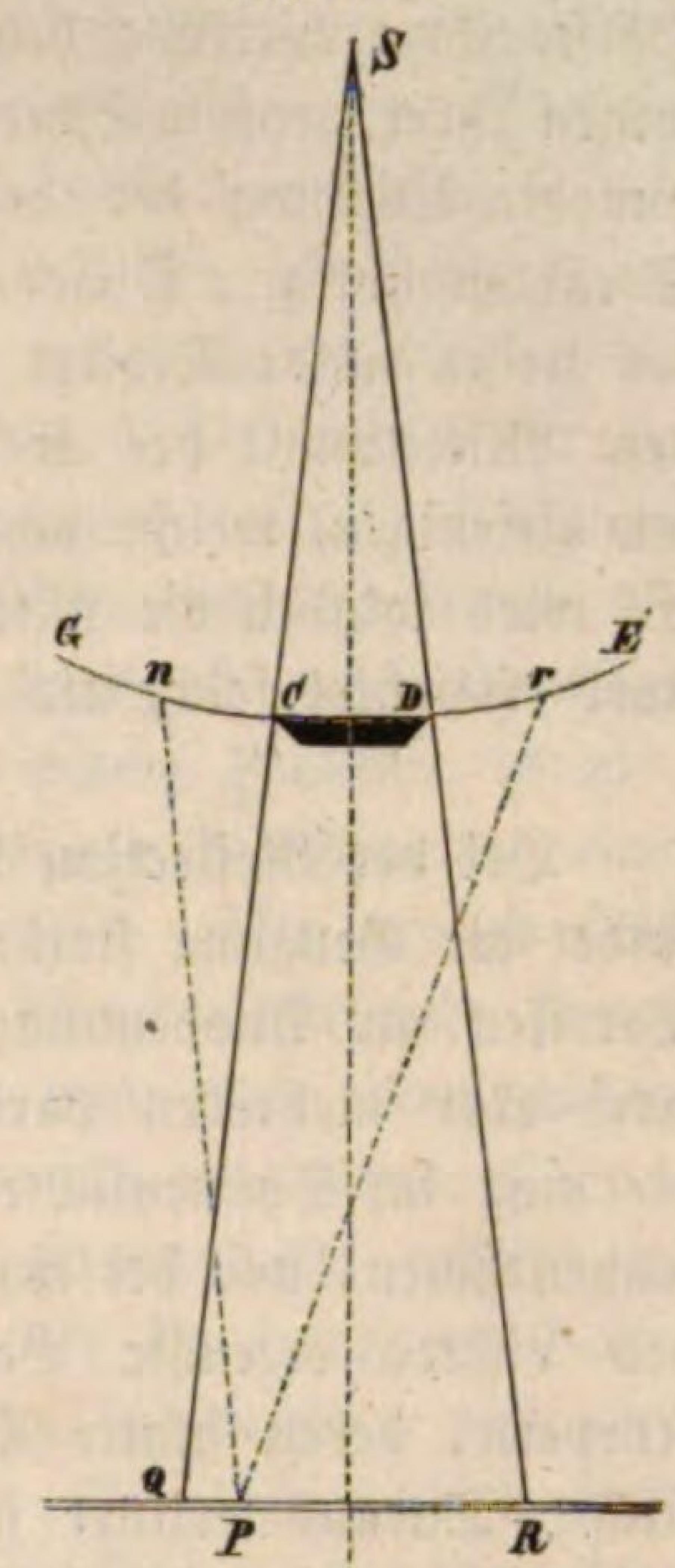
Fig. 178 a.



$a x^2 = 2 m y (a + y)$: d. h. die Entfernungen der Lichtminima verhalten sich wie die Quadratwurzeln aus den geraden Zahlen. — Bei dem nämlichen δ und y wächst x, wenn a abnimmt; d. h. die Entfernung der Maxima oder Minima ist im Zunehmen begriffen, wenn bei unveränderter Lage des Schirmes und der Tafel der Lichtpunkt S sich nähert. — Für denselben Werth von a und δ gehört die Gleichung $2 \delta y (a + y) = a x^2$ einer Hyperbel an: d. h. die hellen und dunkeln Fransen bilden Hyperbeln, wenn man die Tafel von dem Schirme entfernt. Die Breiten der hellen Streifen verhalten sich unter übrigens gleichen Umständen wie die Quadratwurzeln aus den Wellenlängen. Wendet man daher weißes Licht an, so fallen die violetten und blauen Maxima innerhalb der gelben und rothen, dergestalt, daß die hellen Fransen nach innen blau und nach außen roth gefärbt erscheinen. Die Farbenfolge in der ersten hellen Franse ist: violet, blau, grün, gelb, roth; in der zweiten Franse: blau, gelb, roth; u. s. w.

Fällt die von einem homogenes Licht gebenden Punkt S (Fig. 179) ausgesendete Welle GE auf einen schmalen undurchsichtigen Körper CD, wie z. B. auf ein dünnes Drahtstück oder auf ein Haar; so bildet sich auf beiden Seiten des Schattenraumes eine Reihe von hellen und dunklen Streifen, die auf ähnliche Weise entstehen, wie die oben betrachteten bei der Beugung des Lichtes an der Kante eines Schirmes von unbestimmter Breite. Aber außerdem sieht man im inneren Raum des Schattens helle mit dunklen wechselnde Streifen, welche durch Interferenz der von den beiden Seiten des schmalen Körpers herkommenden Strahlen erzeugt werden. — Um das Entstehen dieser inneren Fransen einzusehen, sei innerhalb des Schattenraumes P ein Punkt, dessen Schwingung in Folge der Einwirkungen der beiden Wellenstücke CG und DE bestimmt werden soll. Die von dem Bogen CG herrührende resultirende Bewegung kann man sich füglich mit der Wirkung übereinstim-

Fig. 179.



mend denken, welche von einem nahe an C liegenden Punkt n herkommt. Desgleichen wird die aus dem Wellenstücke DE hervorgehende Wirkung der Bewegung gleichgeltend sein, welche in einem nahe an D befindlichen Punkte r ihren Ausgangspunkt hat. Der Punkt P wird daher hell oder dunkel erscheinen, je nachdem der Unterschied rP — nP eine gerade oder eine ungerade Anzahl von halben Wellenlängen beträgt. Die Mitte des Schattens wird einem Maximum der Helligkeit angehören, weil daselbst der Unterschied der Wege gleich Null ist. — Wird die Wellenlänge kleiner, so werden die Streifen schmäler. Im weißen Lichte ist die Mitte eine glänzend weiße Lichtlinie, an welche sich Farbenstreifen anschließen, welche ihre rothe Seite nach außen kehren. — Ist der auffangende Schirm weit genug vom beugenden Körper entfernt, so wird die resultirende Schwingung vom Gangunterschied der Randstrahlen abhängen. — Hält man das an dem einen Rande vorübergehende Licht auf, so werden die inneren Fransen verschwinden, weil alsdann keine Interferenz mehr möglich ist; immer wird jedoch noch etwas Licht von dem nicht zurückgehaltenen Wellenstücke in den Schattenraum gelangen. — In dem Falle, daß der beugende Körper sehr schmal ist, werden die äußeren Streifen, welche das eine Wellenstück hervorbringt, durch den Einfluß des andern Wellenstückes dergestalt modificirt, daß sie nicht mehr leicht zu erkennen sind.

Fällt das Licht durch eine hinreichend kleine runde Oeffnung auf einen auf einer Glasplatte befestigten kreisförmigen undurchsichtigen Schirm von 1 bis 2 Millimeter im Durchmesser, so erscheint die Mitte des Schattens eben so hell erleuchtet, wie wenn der Schirm durchsichtig wäre. Um Rechenschaft von dieser Erscheinung zu geben, denken wir uns mit Fresnel die einfallende Wellenfläche vom Umfange des runden Schirmes ab in eine große Menge kleiner concentrischer Ringe von gleicher Oberfläche getheilt, deren entsprechende nach dem Mittelpunkt des Schattens hingesendete Strahlen um eine halbe Wellenlänge verschieden sind. Es läßt sich dann annehmen, daß die von einem Ringe herkommenden Strahlen völlig vernichtet werden durch die Hälfte der Strahlen der zwei ihm angrenzenden Ringe, den äußersten Ring und

den am Rande des Schirmes liegenden ausgenommen, welche beide die Hälfte ihrer Wirkung behalten. Da die Strahlen des äußersten Ringes wegen ihrer großen Schiefe als Null betrachtet werden können, so bleibt nur die Wirkung der dem den Rand berührenden Ringe angehörigen Strahlen übrig. Dieser Ring hat aber die nämliche Oberfläche wie der kleine runde Schirm; ferner haben die Strahlen, welche er nach dem Mittelpunkt des Schattens sendet, beinahe die nämliche Intensität wie diejenigen, welche von dem kleinen centralen Kreis ausgehen würden. Es wird folglich die Mitte des Schattens des runden Schirms eben so stark erleuchtet sein, als wenn kein Schirm vorhanden wäre.

Bei der Reflection des Lichtes von schmalen spiegelnden Streifen findet die Beugung statt, wie wenn das Licht durch eine schmale dem Streifen an Ausdehnung gleiche Spaltöffnung gegangen wäre. Bei zwei oder mehreren parallelen und schmalen reflectirenden Streifen, die man im Sonnenlichte betrachtet, wird man deßhalb Beugungsfarben wahrnehmen, wie bei einem Stabgitter. Dergleichen durch Reflection des Lichtes erzeugte Beugungserscheinungen gewahren wir an allen Körpern, deren glatte Oberflächen durch feine Furchen durchschnitten sind. Daraus erklärt sich das lebhafte Farbenspiel der sogenannten Barton'schen Irisknöpfe, welche aus polirtem, in kleine Felder getheiltem Metall bestehen und so ein höchst feines Reflectionsgitter bilden. — Hierher gehört auch das bekannte Farbenspiel der Perlmutter, deren Oberfläche mikroskopischen Untersuchungen zufolge sehr viele, feine, regelmäßige Furchen besitzt. — Diese irisirende Eigenschaft kann man anderen weichen Substanzen, wie feinem Siegellack, arabischem Gummi, Wachs, Leim mittheilen, indem man Perlmutter, Irisknöpfe darauf abdrückt, was beweist, daß die Beugungsfarben nur von der Beschaffenheit der Oberfläche abhängen. — Zu den Erscheinungen der Beugung reflectirter Strahlen gehört das Farbenspiel an den Flügeldecken mancher Insecten, die mit gefurchten Schuppen bedeckt sind; der schillernde Glanz der Vogelfedern; das Schillern abgestandener Gläser, vieler Färbestoffe und dergleichen mehr.

Aus der Beugung des Lichtes erklären sich auch die sogenannten Höfe, d. h. jene farbige Ringe, von denen zuweilen die Sonne, der Mond und die Sterne der ersten Größe umgeben erscheinen. Man unterscheidet zweierlei Höfe, große und kleine. Der Halbmesser der kleinen Höfe beträgt nur wenige Grade, sie befinden sich deßhalb in der Nähe der Gestirne. Zuweilen sieht man die Ringe nicht vollständig, sondern blos einzelne Stücke von denselben. Wegen der blendenden

Helle der Sonne sind die Sonnenhöfe schwerer zu erkennen als die Mondhöfe; man nimmt die ersteren aber auch wahr, wenn man das Bild der Sonne im ruhigen Wasser oder in einem auf der Rückseite geschwärzten Glasspiegel betrachtet. — Da die Höfe nur sichtbar sind, wenn die Luft mit leichten Dünsten erfüllt ist, so mußte man wohl bald auf den Gedanken kommen, die Ursache des Phänomens in der Beugung der Lichtstrahlen zu suchen, die an den Rändern der in der Atmosphäre schwebenden Dunstkügelchen vorbeigehen. Diese Erklärung findet darin ihre Bestätigung, daß man die Sonne und den Mond mit einem kleinen Hofe umgeben sieht, wenn man sie durch ein leicht angehauchtes Glas betrachtet; ferner darin, daß in einem Zimmer, in welchem viel Dunstbläschen in der Luft schweben, um die Flamme einer brennenden Kerze ein Kranz oder Hof sich zeigt. — Die großen Höfe sind ziemlich weit von der Sonne und dem Mond abstehende Ringe, deren Halbmesser 22^0 beträgt; manchmal sieht man noch einen zweiten farbigen Lichtring in doppelt so großer Entfernung vom Centralkörper, in seltenen Fällen sogar noch einen dritten. Frauenhofer erklärt die Entstehung des ersten Ringes dieser Höfe aus der Brechung des Lichtes in feinen Eiskrystallen, die in der Gestalt von sechsseitigen und dreiseitigen Prismen in der Atmosphäre schweben. Dergleichen Eiskrystalle kann man an heiteren Wintertagen häufig wahrnehmen und in der That erscheinen die großen Höfe am häufigsten zur Winterzeit. Die Bildung des zweiten Ringes erklärt Frauenhofer aus der Brechung der Lichtstrahlen in Eiskrystallen, welche die Gestalt von sechsseitigen Prismen mit pyramidaler Zuspitzung haben. — Mit diesen Höfen treten manchmal zugleich andere durch das Gestirn gehende weiße Kreise auf; die Stellen, an denen diese weißen Kreise die Höfe durchschneiden, erscheinen von vorzüglicher Helligkeit und werden Nebensonne oder Nebenmonde genannt, je nachdem die Sonne oder der Mond den leuchtenden Körper abgibt. Bei manchen Erscheinungen dieser Art wurden auch helle Bögen wahrgenommen, welche die Höfe von außen berührten. Die Nebensonnen und Nebenmonde haben nicht selten vom Gestirn abgewendete lange weiße Streifen, und sind bisweilen mit dem Gestirne durch ein lichtes Kreuz verbunden. Man bemerkte auch schon beim Sonnenaufgange oder Sonnenuntergange Nebensonnen in einer lichten von der Sonne vertical aufwärts steigenden Säule. Daß die hier in Rede stehenden Phänomene zum Theil von der Beugung des Lichtes an Dunstkügelchen oder horizontal liegenden Schneenadeln herrühren, findet darin seine Bestätigung, daß, wenn man durch ein Gitter, welches aus horizontalen nahe aneinander liegenden und gleichweit abstehenden Fäden besteht, nach der aufgehenden oder untergehenden Sonne sieht, man

ganz genau das Phänomen der lichten verticalen Säule erblickt, die sich zuweilen in der Atmosphäre darbietet. — Auch eine dem horizontalen Ringe analoge Erscheinung brachte Frauenhofer künstlich hervor. Radirt man nämlich auf einem mit Goldblättchen belegten Glase parallele, aber ungleich weit von einander abstehenden Linie und sieht durch dieses Glas bei verticaler Stellung der Linien auf die Sonne, so erblickt man zu beiden Seiten derselben einen horizontalen weißen Lichtstreifen, der so breit ist wie der scheinbare Durchmesser der Sonne und so lang als das Glas. Sieht man die Sonne durch ein Glas an, auf welchem gerade von einem Punkte ausgehende Linien gezogen sind, so erblickt man bei gehöriger Neigung des Glases einen vollständigen weißen Kreis, welcher eine horizontale Lage hat: die Beugung der Lichtstrahlen hat hier in horizontaler Richtung stattgefunden. Können auch in verticaler Richtung einige Lichtstrahlen gebeugt werden, so bemerkt man auch einen verticalen Lichtstreifen vom leuchtenden Körper aus, so daß derselbe mit einem Kreuze erscheint.

3. Von den Farben dünner Blättchen.

Eine besondere Klasse von Farbenerscheinungen nimmt man an allen durchsichtigen Körpern wahr, wenn sie nur hinlänglich dünn sind. Dergleichen Farbenerscheinungen zeigen sich in den Sprüngen zerbrochener Gläser, zwischen den abgespalteten Blättchen von Krystallen, in den dünnen Oxydschichten, die sich auf polirten Metallstücken in Folge der Wirkung der Wärme bilden, an dünnen Schichten von Wasser oder einer andern Flüssigkeit, womit man eine dunkle Unterlage bedeckt. — Diese Erscheinungen haben das Eigenthümliche, daß in jeder Substanz sich die Farben ändern mit der Dicke der Schichten und mit der Schiefe der Richtung, unter welcher man sie betrachtet; sie verschwinden aber immer, wenn die Schichten zu dünn oder zu dick sind. Man sieht dies recht deutlich bei den Seifenblasen, die nichts anders als dünne Wasserhäutchen sind: anfänglich sehen sie ganz weiß aus, wenn sie aber größer und damit dünner geworden, zeigen sie lebhafte Farben, welche sich mit Verminderung der Dicke der Wände beständig ändern. Aehnliche Farben gewahrt man, wenn ein Tropfen Terpentinöl sich auf einer Wasserfläche ausbreitet, mithin die Dicke der Terpentinschichte mehr und mehr vermindert wird.

Diese Farben zeigen sich in Form von Ringen, wenn auf ein Planglas oder auf eine Hohllinse von einem großen Krümmungshalbmesser eine schwach sphärisch gekrümmte Sammellinse gelegt wird. Die zwischen den Gläsern befindliche Luft ist die farbengebende Schichte, welche in gleichen Entfernungen vom Berührungspunkte die nämliche

Dicke hat. Es entstehen nun concentrische farbige Ringe, deren Menge von dem Unterschiede der Krümmungen beider Gläser abhängt; ist dieser bedeutend, so wächst die Dicke der Schichte zu rasch, weßhalb schon in einer geringen Entfernung vom Berührungspunkte die Farbenringe verschwinden. — Die Gläser dieses von Newton erdachten Apparates, welcher deßhalb auch Newtons Farbenglas heißt, werden in eine Fassung so eingeschlossen, daß sie mittelst Schrauben mehr oder minder aneinander gedrückt werden können. Auch kann man dem Farbenglase eine solche Einrichtung geben, daß der Raum zwischen beiden Gläsern luftleer oder mit einer farblosen Flüssigkeit angefüllt werden kann.

Werden durch einen gewissen Grad des Druckes beide Gläser in einige Berührung gebracht, so sieht man bei weißer Beleuchtung im reflectirten Lichte einen mehr oder weniger großen schwarzen Centralfleck, um welchen mehrere concentrische gefärbte Ringe gruppirt sind. Die Farbenfolge der reflectirten Newton'schen Ringe, von der Mitte ausgehend, ist folgende:

1. Ordnung: Schwarz, Bläulich, Weiß, Gelb, Orange, Roth.
2. Ordnung: Violet, Blau, Grün, Gelb, Orange, Roth.
3. Ordnung: Purpur, Blau, Grün, Gelb, Roth, Bläulichroth.
4. Ordnung: Bläulichgrün, Gelblichgrün, Roth.

Die nachfolgenden Ringe sind abwechselnd blaßgrün und blaßroth; sie werden immer schwächer, so daß sie vom Weiß nicht mehr leicht zu unterscheiden sind. — Vermehrt man allmählig den Abstand beider Gläser, so verschwindet zuerst der schwarze Centralfleck und an seiner Stelle erscheint der erste farbige Ring; hierauf verschwindet dieser Ring, indem er durch den zweiten ersetzt wird und so fort, bis zuletzt alle Ringe verschwinden. Bei Annäherung der Gläser kommt ein Ring nach dem andern zuerst in der Mitte als ein Scheibchen zum Vorschein, worauf er sich mehr und mehr erweitert, bis endlich der schwarze Fleck sich wieder zeigt. Die Farbe an einer bestimmten Stelle hängt demnach blos von dem Abstande der Oberflächen beider Gläser ab, vorausgesetzt, daß man sie immer unter derselben schiefen Richtung betrachtet.

Hält man das Farbenglas gegen das Sonnenlicht, daß in das Auge nur durchgelassene Strahlen gelangen können, so sieht man ebenfalls Farbenringe. Diese durchgelassenen Ringe sind jedoch sehr viel matter als die reflectirten, weßhalb man in ihnen weniger Farbennüancen zu unterscheiden vermag. Die Farbenfolge der durchgelassenen Ringe ist folgende:

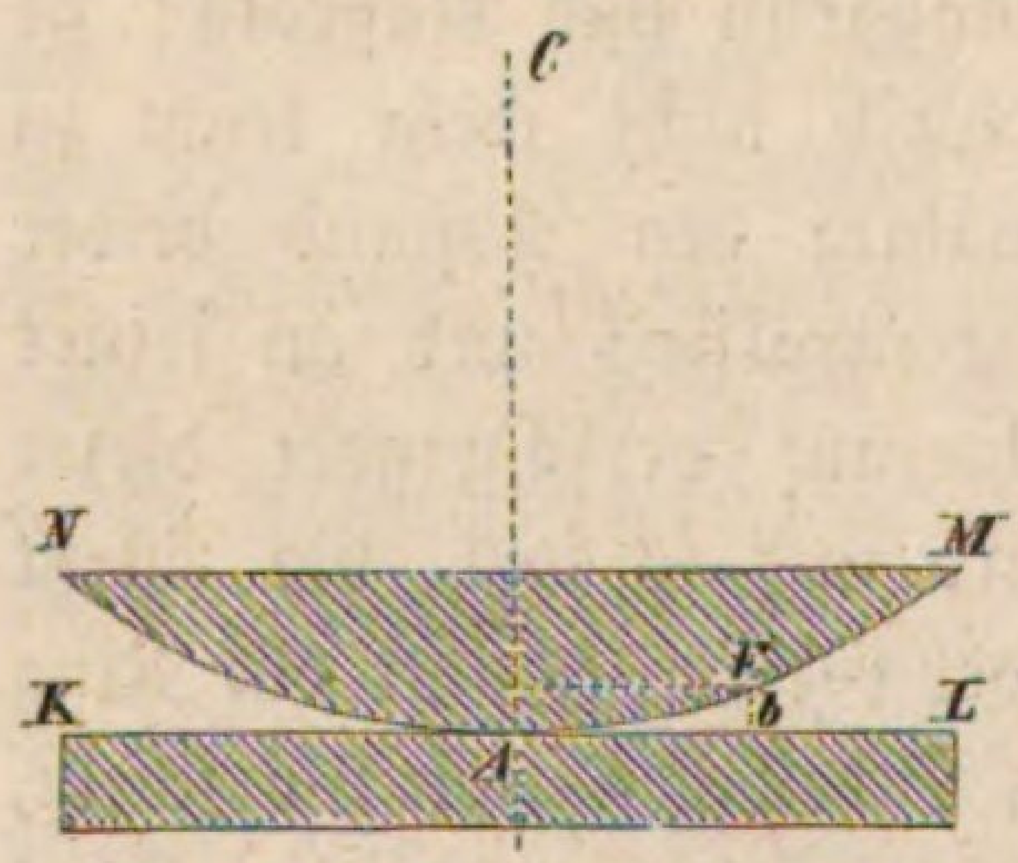
1. Ordnung: Weiß, Gelblich, Schwarz, Violet, Blau.
2. Ordnung: Weiß, Gelb, Roth, Violet.

3. Ordnung: Grün, Gelb, Roth.
4. Ordnung: Roth, Grün.

Die Farben im durchgelassenen Lichte sind mithin complementär zu denjenigen, welche man an denselben Stellen im reflectirten Lichte wahrnimmt.

Um die in Rede stehende Erscheinung in ihrer größten Einfachheit hervorzubringen, erleuchtete Newton das Farbenglas mit homogenem Lichte. Er sah alsdann sowohl im reflectirten als im durchgelassenen Lichte eine beträchtliche Anzahl heller, durch dunkle Zwischenräume von einander getrennter Ringe, deren Farbe mit der des auffallenden Lichtes übereinstimmte. — Diese Ringe schienen desto schmäler zu werden, je weiter sie sich vom Mittelpunkt entfernen. — An der Stelle, an welcher sich im reflectirten Lichte ein farbiger Ring zeigte, erschien im durchgelassenen ein dunkler und umgekehrt. — Wurden die Gläser mehr oder minder aneinander gedrückt, so ging der Centralfleck verschiedenemal aus dem Hellen ins Dunkle und umgekehrt aus dem Dunklen ins Helle über. — Der Ring, welcher den Centralfleck umgibt, wenn derselbe dunkel ist und die Gläser sich berühren, heißt der erste Farbenring, der darauf folgende der zweite und so fort.

Fig. 180.



Um die jedem einzelnen Ringe entsprechende Dicke der Luftschichte auszumitteln, sei r (Fig. 180) der Krümmungshalbmesser der convexen Linse MN, A ihr Berührungspunkt mit dem Planglase KL; $Ab = y$ der Halbmesser eines Ringes, welchem bei senkrechter Richtung der Strahlen die Dicke der Luftschichte $bE = x$ entspricht. Man hat alsdann $y^2 = x(2r - x)$ oder $y^2 = 2rx$, weil x sehr klein gegen 2r ist. Die Quadrate der Halbmesser der farbigen und dunklen Ringe verhalten sich also wie die Dicken der ihnen entsprechenden Luftschichten. — Mißt man die Durchmesser der farbigen und dunklen Ringe mit dem Zirkel, nachdem die Gläser dergestalt aneinander gedrückt sind, daß sie sich berühren; so findet man, daß im reflectirten Lichte die Quadrate der Halbmesser der hellen Ringe sich wie die ungeraden Zahlen 1, 3, 5, 7 . . ., dagegen die der dunklen Ringe sich wie die geraden Zahlen 0, 2, 4, 6 . . . verhalten. — Bezeichnet demnach c die Dicke der Schichte bei dem ersten Farbenringe, so sind 3c, 5c, 7c, 9c . . . die Dicken für die folgenden Farbenringe, und 0, 2c, 4c, 6c . . . die Dicken für die aufeinander folgenden dunklen Ringe. — Im durchgelassenen Lichte findet bei den

Farbenringen das nämliche Verhältniß statt wie bei den dunklen Ringen im reflectirten Lichte.

Um zur Kenntniß des Werthes von c zu gelangen, braucht man nur, während man das Auge möglichst senkrecht über dem Farbenglas hält, den Radius y irgend eines Ringes genau zu messen und hierauf den Werth von x mittelst einer Relation $x = \frac{y^2}{2r}$ zu berechnen. Wenn die dem Halbmesser y entsprechende Dicke x gefunden ist, läßt sich der Werth von c leicht ermitteln. Newton legte zu diesem Behufe eine gleichseitige Convexlinse von 2,1176 Meter Brennweite aus einer Glasmasse, deren Brechungsverhältniß $\frac{17}{11}$ war, auf ein Planglas und maß mit großer Sorgfalt den Durchmesser des fünften dunklen Ringes, während das Licht, welches die Grenze zwischen Orange und Gelb bildete, auf den Apparat auffiel. Er fand jenen Durchmesser 5,132 Millim. groß; folglich die Dicke x der Luftschichte gleich 0,001427 Millimeter. Da diese Dicke nach den oben angegebenen Gesetzen 10mal größer ist als die dem ersten Farbenringe entsprechende, so ist c = 0,0001427 Millim. Durch Anwendung desselben Verfahrens auf die übrigen Farben ergibt sich für die Dicke der Luftschichte, welche dem ersten Farbenringe entspricht, folge Tafel:

Farbe.	Dicke der Luftschichte in Milliontel Millimetern.
Aeußerstes Roth	161,15
Orangeroth	148,95
Gelborange	142,70
Grüngelb	133,01
Blaugrün	122,97
Indigo	114,64
Violet	109,80
Aeußerstes Violet.	101,51.

Fällt weißes Licht auf das Farbenglas, so bildet jede Strahlengattung ihr Ringsystem, wie wenn wir sie allein vor uns hätten. Der schwarze Centralfleck scheint mit einem bläulichen Ring umgeben, weil der violette und blaue Ring der Mitte am nächsten liegen. An jenen bläulichen Ring schließt sich an ein weißer, weil nunmehr die hellen Ringe von allen Farbengattungen übereinander fallen. Diesem weißen Ring folgt ein gelber, aus der theilweisen Uebereinanderlegung eines grünen, gelben, orangen und rothen Ringes hervorgehender. An den gelben Ring reiht sich an ein orangefarbiger, der von einem rothen Ringe umschlossen ist, weil das Orange sich nicht so weit als das Roth sich erstreckt. — In ähnlicher Weise entstehen die übrigen auf einander

folgenden verschiedenfarbigen Ringe: an manchen Stellen fallen die hellen dem minder brechbaren Lichte angehörigen Ringe auf die dunklen Ringe der brechbarsten Strahlen, an andern Stellen die hellen Ringe verschiedener Strahlengattungen mehr oder weniger über einander: wir sehen deßhalb Abwechselungen von hellen Ringen minder brechbaren Lichtes und helle Ringe von mannigfachen Farbennüancen, wie es wegen der Verschiedenheit der Breite und der Durchmesser der einzelnen Farbenringe geschehen muß. — Wir sehen wie gesagt gleichzeitig an derselben Stelle das, was wir nacheinander sehen würden, wenn wir das Spectrum durch Drehung des Prismas über das Farbenglas sich fortbewegen ließen. Denn betrachten wir die zusammengesetzte Erscheinung durch ein homogen rothes Glas, so sehen wir wieder an der nämlichen Stelle ganz dieselben Abwechselungen heller und dunkler Ringe wie bei einer rothen Beleuchtung.

In Folge des oben angeführten Gesetzes, daß die Quadrate der Halbmesser der aufeinander folgenden hellen Ringe sich wie die ungeraden Zahlen 1, 3, 5, 7 . . . verhalten, müssen die Ringe immer näher aneinander rücken, je weiter sie sich vom Mittelpunkte entfernen. Denn bezeichnet man mit 1 den Durchmesser des ersten hellen Ringes einer beliebigen homogenen Farbe, so werden die Abstände der einzelnen hellen Ringe von einander sein:

$$\sqrt{3} - 1; \ \sqrt{5} - \sqrt{3}; \ \sqrt{7} - \sqrt{5}; \ \sqrt{9} - \sqrt{7} \ldots;$$

oder $$0{,}73205; \ 0{,}50402; \ 0{,}40968; \ 0{,}35425 \ldots$$

Die Größe der Ringe hängt ab von dem Neigungswinkel der ins Auge gelangenden Strahlen. Die Ringe erscheinen am kleinsten für senkrechtes Einfallen und werden größer bei schiefer Incidenz. Newton fand durch seine Messungen, daß wenn x die Dicke ist, bei welcher unter senkrechtem Einfallen eine bestimmte Farbe im weißen Lichte erscheint, dieselbe Farbe bei schiefem Einfallen da sich zeigt, wo die Dicke z gleich $x \sec u$ ist, wenn $\sin u = \frac{106\,n + 1}{107\,n} \sin \varepsilon$ gewonnen wird, in welchem Ausdrucke n das relative Brechungsverhältniß und ε den Einfallswinkel bezeichnet, in dem der Strahl aus dem dünneren Mittel in das dichtere übergeht.

Bringt man zwischen die beiden Gläser des Newton'schen Apparates ein stärker brechendes Mittel, z. B. Wasser oder Oel, so findet man, daß die Farbenringe hinsichtlich ihrer Durchmesser ganz dasselbe Gesetz befolgen wie bei der Luft; nur sind die Durchmesser der Ringe desto mehr zusammengezogen, je größer die Brechbarkeit der zwischen den Gläsern enthaltenen Flüssigkeit ist. Durch genauge Messungen fand

Newton, daß die Dicken verschiedener Flüssigkeiten, bei denen eine bestimmte Farbe erscheint, im umgekehrten Verhältnisse ihrer Brechungsverhältnisse stehen. Man braucht also nur die Dicke der Luftschichte für eine gegebene Farbe durch das Brechungsverhältniß eines andern Mittels hinsichtlich der Luft zu dividiren, um die jener Farbe entsprechende Dicke des neuen Mittels zu erhalten. — Außerdem fand Newton, daß das für die Ausdehnung der Ringe unter schiefer Incidenz oben ausgesprochene Gesetz jederzeit stattfindet, welches auch das zwischen die Gläser gebrachte Mittel sein mochte.

Um die hier in Rede stehenden Erscheinungen zu erklären, stellte Newton seine Theorie von den Anwandlungen der leichteren Zurückwerfung und des leichteren Durchgangs auf. Das Licht gelangt nämlich in abwechselnd periodisch wiederkehrende Zustände, in Folge deren es in das Innere eines Körpers einzudringen oder von ihm reflectirt zu werden vermag. — Die Zeiten, in denen diese Anwandlungen oder Dispositionen wiederkehren, sind bei den verschiedenen Strahlengattungen verschieden, am längsten für rothe, am kürzesten für violette Strahlen. Das Maximum der Anwandlung des leichteren Durchgangs erreicht Licht bei der Dicke des Mittels 0, 2c, 4c... und jenes der Anwandlung der leichteren Zurückwerfung bei der Dicke c, 3c, 5c .... — Bei schiefer Incidenz des Lichtes sind die Längen c der Anwandlungen größer als bei dem senkrechten Einfallen. — Bei verschiedenen Mitteln steht die Länge der Anwandlung im verkehrten Verhältniß mit dem Brechungsverhältniß. Diese Theorie ist eine getreue Darstellung der Thatsachen: denn dieselben nöthigen uns dem Lichte periodisch wiederkehrende gleichartige Zustände zuzuschreiben, wie sie denn uns auch weiter nöthigen anzunehmen, daß zwischen dieser Wiederkehr und der Empfindung einer bestimmten Farbe irgend welcher Zusammenhang obwalten müsse.

Wir wollen nun sehen, wie die Undulationstheorie die Farbenerscheinungen dünner Blättchen erklärt. Wir kehren deßhalb zu dem Phänomen der Farbenringe zurück und betrachten zuerst den einfachen Fall, wo das Auge die vom Farbenglas reflectirten homogenen Lichtstrahlen unter senkrechter Richtung oder in einer wenig davon verschiedenen Richtung erhält. Es sei für dieses homogene Licht die Wellenlänge in der Luft gleich λ und x die Dicke der dem betrachteten Punkte entsprechenden Luftschichte. Der an der zweiten Fläche der Luftschichte reflectirte Strahl hat einen um $2x$ längeren Weg zurückgelegt als der an der ersten Fläche zurückgeworfenen. Außerdem besteht noch ein anderer Unterschied zwischen diesen beiden Strahlen, nämlich der, daß der an der ersten Fläche innerhalb des Glases, mithin von einem stärker

brechenden Mittel in ein schwächer brechendes reflectirt ist, während der andere außerhalb des untern Glases, mithin von einem schwächer brechenden Mittel in ein stärker brechendes zurückgeworfen wird: für die beiden zum Interferenzpunkte gelangenden Strahlen bringt die erwähnte Entgegengesetztheit dieselbe Wirkung hervor, wie wenn der Gangunterschied 2x um eine halbe Undulationslänge oder um $\frac{\lambda}{2}$ größer geworden wäre. Die beiden interferirenden Strahlen werden mithin in einer völligen Uebereinstimmung der Vibrationsbewegungen sein oder der betrachtete Punkt hell erscheinen, wenn

$$2x + \frac{\lambda}{2} = \frac{2m\lambda}{2} \text{ oder } x = (2m - 1)\frac{\lambda}{4} \text{ ist;}$$

dagegen werden die beiden Strahlen im vollkommenen Widerstreit sich befinden oder der entsprechende Punkt dunkel sich zeigen, wenn

$$2x + \frac{\lambda}{2} = (2m + 1)\frac{\lambda}{2} \text{ oder } x = 2m\frac{\lambda}{4},$$

wo in dem einen wie in dem andern Falle m eine ganze Zahl bedeutet. Hieraus folgt, daß die Dicken der Luftschichten, welche den hellsten Punkten der Farbenringe entsprechen, sich wie die Zahlen 1, 3, 5 ... verhalten, dagegen die Dicken der Schichten, an denen die dunkelsten Punkte der Ringe auftreten, in dem Verhältniß der Zahlen 0, 2, 4 ... stehen.

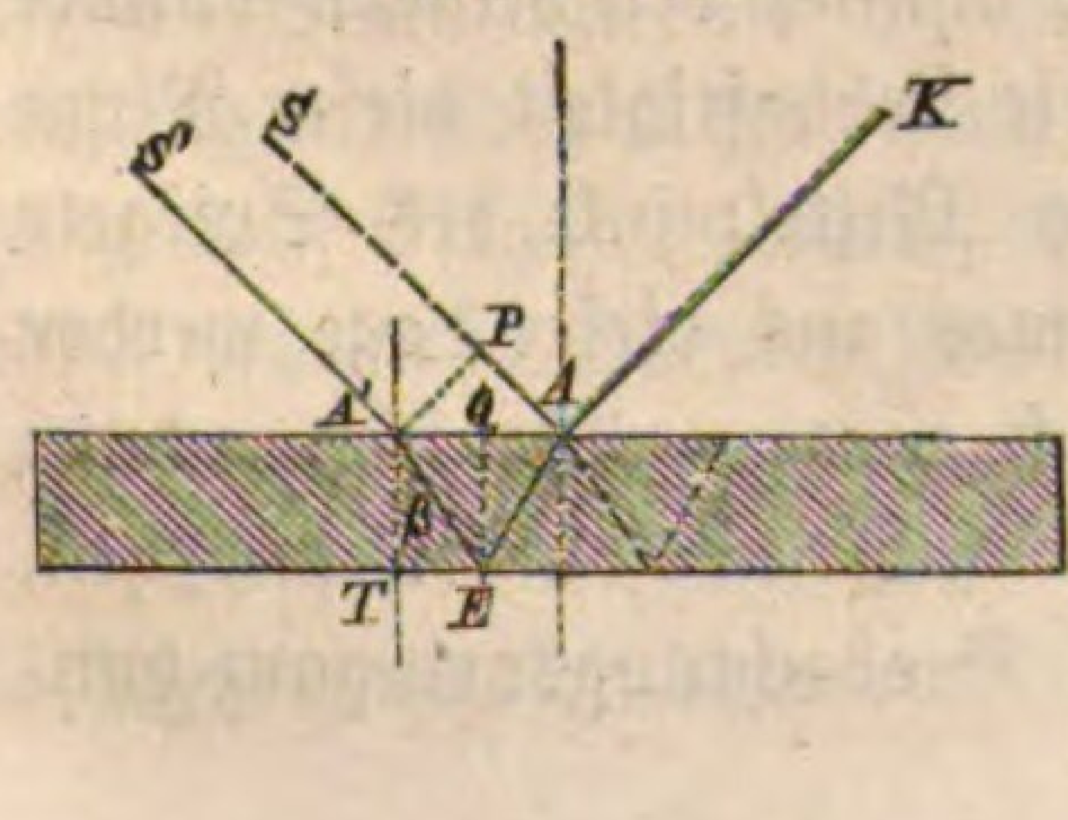
Aus dieser Erklärung ergibt sich: daß die Wellenlänge das Vierfache der Länge beträgt, welche Newton Länge der Anwandlungen des Lichts genannt hat. Wenn man demnach die für die verschiedenen Farben oben angegebenen Längen der Anwandlungen mit 4 multiplicirt, so wird man die entsprechenden Undulationslängen erhalten, wie dies in der That der Fall ist. Durch eine derartige Identität der Zahlenresultate, welche zuerst Young bemerkt hat, sind wir also berechtigt, das Phänomen der Farben an dünnen Blättchen, wie die Erscheinung der Diffraction als ein einfaches Ergebniß der Interferenz des Lichtes anzusehen. — Aus dieser Erklärung folgt von selbst weiter, daß die Dicke bei der nämlichen Substanz von einer Farbe zur andern nach der Undulationslänge sich ändern, mithin für das rothe Licht am größten und für das violette am kleinsten sein muß. — Ferner erhellet aus dieser Erklärung, da die Lichtundulationen in der Luft zu denen in einer andern Substanz in dem Verhältnisse verkürzt werden, in welchem der Sinus des Einfallswinkels zu dem Sinus des Brechungswinkels steht, wenn das Licht aus der Luft in jene andere Substanz übergeht, daß die Dicken der beiden Schichten, welche in der Luft und in gedachter Substanz derselben Ringe reflectiren, sich verhalten wie der Sinus des

Einfallswinkels zu dem Sinus des Brechungswinkels bei dem Uebergange des Lichtes aus der Luft in jene zweite Substanz. — Die Vorstellung der periodischen Anwandlungen des Lichtes, welche als Gegensätze in Bezug auf Spiegelung und Brechung gelten, wäre demnach gänzlich zu verlassen, zumal ähnliche Erscheinungen auch zu Tage treten, wenn die zusammentreffenden Lichtmengen entweder beide gespiegelt oder beide gebrochen sind, mithin von einer Anwandlung des leichteren Durchgangs und der leichteren Zurückwerfung nicht die Rede sein kann.

Für das Auge, welches die in senkrechter Richtung hindurchgehenden Strahlen erhält, hat der innerhalb der Luftschichte zweimal reflectirte Strahl einen um 2x längeren Weg zurückgelegt als der direct hindurchgegangene. Da beide Reflectionen beim Uebergange aus dem weniger dichten in das dichtere Mittel sich zugetragen haben, mithin gleichsam eine Totalverzögerung von einer ganzen Wellenlänge sich ergeben hat; so wird letztere Verzögerung ohne Einfluß auf das Ergebniß der Interferenz bleiben, welches so nur von dem Gangunterschied 2x abhängig ist. Die Oscillationsgeschwindigkeiten sind daher übereinstimmend, wenn $2x = 2m\frac{\lambda}{2}$ oder $x = 2m\frac{\lambda}{4}$; dagegen einander entgegengesetzt, wenn $2x = (2m+1)\frac{\lambda}{2}$ oder $x = (2m+1)\frac{\lambda}{4}$. Die Dicken der den im durchgelassenen Lichte entstehenden hellen Ringen zugehörigen Luftschichten verhalten sich also wie die Zahlen 0, 2, 4, 6 ... und die den dunklen Ringen entsprechenden wie die Zahlen 1, 3, 5, 7 .... — Im reflectirten Lichte sind die Farben der Ringe recht lebhaft, weil die interferirenden Strahlenbündel hinsichtlich der Intensität wenig von einander verschieden sind; dagegen erscheinen die Farben der Ringe im durchgelassenen Lichte sehr blaß, weil die beiden interferirenden Lichtbündel eine große Intensitätsverschiedenheit besitzen, indem das direct durchgegangene Bündel bedeutend intensiver ist als das andere, welches zwei Reflectionen erfahren hat.

Auch von der bei schiefer Incidenz stattfindenden Vergrößerung der Farbenringe gibt diese Theorie hinlängliche Rechenschaft, wie folgende einfache Betrachtung zeigt. Es seien SA und S′A′ (Fig. 181) zwei in schiefer Richtung auf das Farbenglas fallende parallele Strahlen. Von dem Strahl SA wird ein Theil nach der Richtung AK reflectirt, während von dem anderen Strahl S′A′ ein Theil in A′ eine Brechung erfährt, der dann zum Theil durch Reflection die Richtung EA erhält und in A abermals eine Theilung er-

Fig. 181.



leidet, indem ein Theil aus der Luft in Glas in der Richtung AK übertritt und mit dem andern in dieser Richtung gehenden zur Interferenz kommt. Ist nun A'P senkrecht auf SA gezogen und sind λ' und λ die Wellenlängen des angewandten Lichtes in dem Glase und in der Luft, so drückt die Größe $\frac{A'E + EA}{\lambda} - \frac{AP}{\lambda'} + \frac{1}{2}$ die Anzahl der Undulationen aus, um welche der zweite reflectirte Strahl gegen den ersten zurück ist, da wegen des Einflusses der Reflection an dem zweiten Glase eine halbe Undulation hinzugefügt werden muß. Es ist aber $EA = A'E = \frac{x}{\cos\beta}$, wo x die Dicke QE der Luftschichte und β den Brechungswinkel TA'E bezeichnet. Ferner ist $PA = 2x \tang\beta \sin\varepsilon$, wenn der entsprechende Einfallswinkel durch ε dargestellt wird. Hiernach ergibt sich für den fraglichen Unterschied in der Anzahl der Undulationen der Ausdruck: $\frac{2x}{\cos\beta}\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{\sin\varepsilon \sin\beta}{\lambda'}\right) + \frac{1}{2}$, oder, wenn man in Erwägung nimmt, daß $\lambda = \lambda' \frac{\sin\varepsilon}{\sin\beta}$, der Ausdruck: $\frac{2x\cos\beta}{\lambda} + \frac{1}{2}$. Der Gangunterschied der bei der Reflection zur Interferenz kommenden Strahlen beträgt mithin $2x\cos\beta + \frac{\lambda}{2}$. Soll sich dieser Unterschied nicht ändern, wenn die Schiefe der Strahlen vermehrt wird, mithin $\cos\beta$ abnimmt; so muß x größer werden, folglich auch der entsprechende Ring.

4. Farbenerscheinungen dicker Platten.

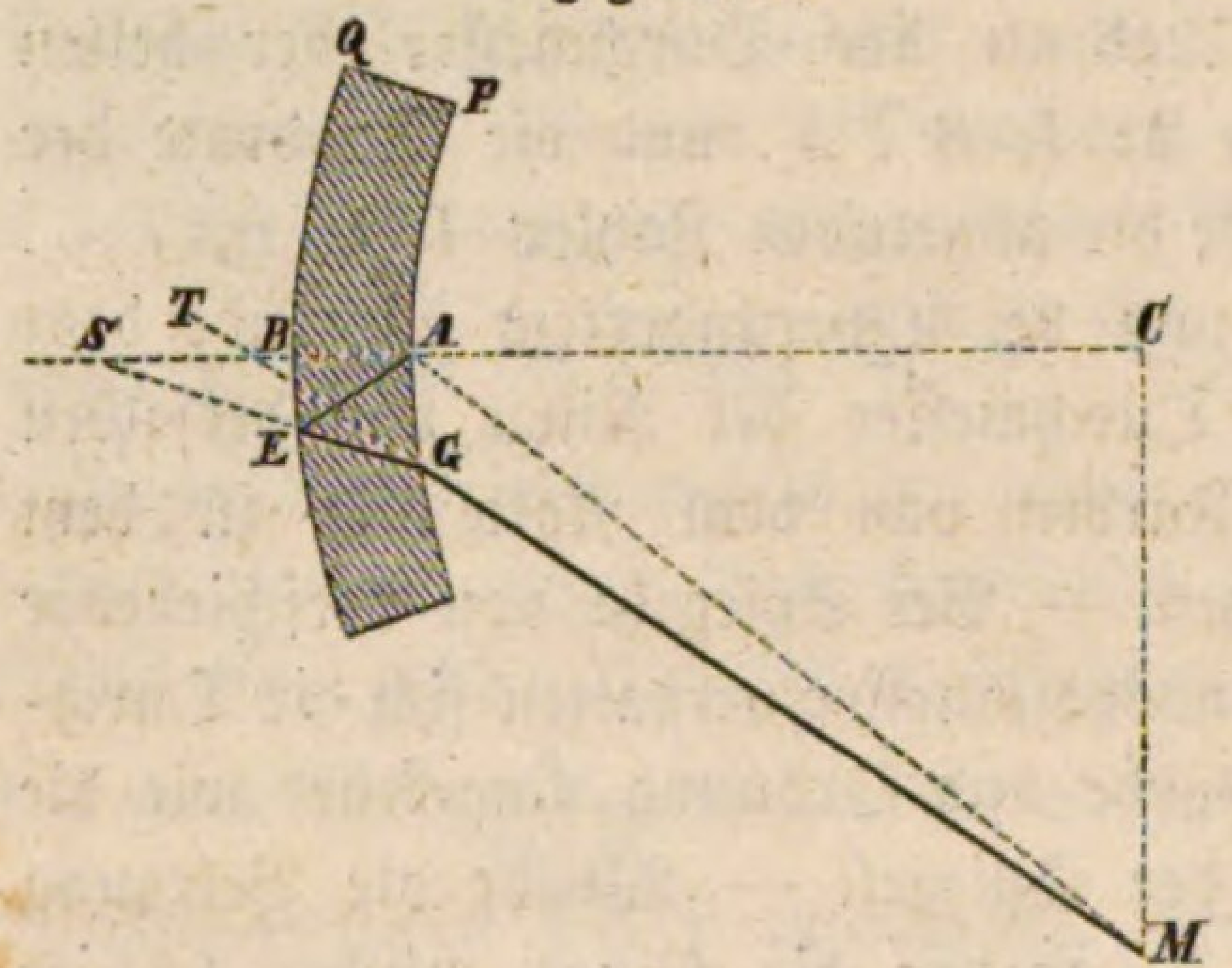
Unter gewissen Umständen lassen sich auch Farbenerscheinungen durch dicke Platten von undurchsichtigen Mitteln hervorbringen. Den ersten darüber angestellten Versuch verdanken wir wieder dem Scharfsinn Newtons. Er ließ nämlich einen Sonnenstrahl durch eine kleine runde Oeffnung in ein dunkles Zimmer auf einen sphärischen Glasspiegel fallen, dessen Rückseite belegt war. Indem er dann in den Mittelpunkt des Spiegels einen weißen Schirm von weißem Papier hielt, der mit einer kreisförmigen Oeffnung versehen war, dergestalt, daß der Strahl hindurch und wieder zurückgehen konnte, bemerkte er auf dem Schirm eine Reihe farbiger Ringe, ähnlich den Ringen dünner Blättchen bei hindurchgelassenem Lichte. Die Lebhaftigkeit dieser Ringe ist am größten, wenn der Schirm genau im Mittelpunkt des Spiegels sich befindet; mit der Entfernung des Schirmes aus dieser Lage werden die Ringe schwächer und verschwinden endlich ganz. — Bei Anwendung eines homogenen Lichtes sind die Ringe abwechselnd dunkel und hell, ohne irgend eine andere Nüance: wenn der Beobachtungsort ganz dun-

kel ist, kann man deren 10 bis 15 zählen. — Für irgend ein homogenes Licht verhalten sich die Quadrate der Durchmesser der hellen Ringe wie die geraden Zahlen 0, 2, 4, 6 . . . und die Quadrate der Durchmesser der dunklen Ringe wie die ungeraden Zahlen 1, 3, 5, 7 . . . — Bei dem nämlichen Spiegel und bei unverändertem Abstande desselben vom Schirm nehmen die Durchmesser der Ringe von derselben Ordnung für die verschiedenen Farben von dem Roth bis zu dem Violet ab wie bei dünnen Blättchen. — Bei Spiegeln von verschiedener Dicke, aber von einerlei Krümmungshalbmesser verhalten sich die Durchmesser der Ringe von derselben Farbe und Ordnung umgekehrt wie die Quadratwurzeln aus den Dicken der Spiegel. — Wurde die Belegung von der Rückseite weggenommen, so waren die Ringe minder lebhaft und verschwanden gänzlich, wenn man die Rückseite des Spiegels mit einer Schichte Terpentinöl bedeckte. Daraus geht hervor, daß die hintere Seite des Spiegels mit der vordern bei der Erzeugung der Ringe wirksam ist.

Aehnliche Erscheinungen zeigen sich, wenn man statt des Glasspiegels einen Metallspiegel anwendet und vor seine reflectirende Oberfläche in einiger Entfernung eine halbdurchsichtige Platte von irgend einer Substanz bringt: die Dicke des Spiegels wird hier durch die zwischen der durchsichtigen Platte und der concaven Fläche des Spiegels liegende Luftschichte ersetzt. — Herschel brachte die Ringe dadurch hervor, daß er vor dem Metallspiegel ein feines Pulver in die Luft streute und das zurückgeworfene Licht auf einem Schirm auffing. — Pouillet bediente sich zur Hervorbringung der in Rede stehenden Erscheinungen eines concaven Metallspiegels, vor den ein durchbrochener undurchsichtiger Schirm gestellt war, so daß die einfallenden wie die zurückgeworfenen Lichtstrahlen durchgehen konnten. — Newton suchte die durch Glasspiegel hervorgebrachten Erscheinungen aus den Anwandlungen leichterer Zurückwerfung und leichteren Durchganges des von der ersten Fläche des Glases nach allen Richtungen hin zerstreuten Lichtes zu erklären. Biot dehnte diese Erklärung auf die durch Metallspiegel erzeugten Farben aus, wobei er jedoch zu sehr verwickelten und unwahrscheinlichen Hypothesen seine Zuflucht zu nehmen gezwungen war. Dagegen erklärt die Undulationstheorie die Erscheinung durch Interferenz derjenigen beiden Theile vom Licht, welche beim Durchgang und Zurückgang des Strahles durch die brechende Fläche zerstreut werden. Die dabei erhaltene Formel stimmt genau mit Newtons Messungen überein.

Es sei PA (Fig. 182) die Vorderfläche, QB die Hinterfläche des Spiegels, welcher dem von C herkommenden homogenen Lichtstrahle CA

Fig. 182.



senkrecht entgegen gehalten wird. Ein Theil dieses Strahles geht in A hindurch und wird in B wiederum nach A hin reflectirt, von wo aus er dann nach allen Richtungen hin zerstreut wird. Außerdem verhält sich der Punkt A wie ein Lichtpunkt, weßhalb durch Reflection von der Fläche QB ein Bild desselben etwa in S entsteht, dergestalt, daß der Strahl AE nach der Reflection in E die Richtung EG annimmt, welche rückwärts verlängert die Linie AB in S trifft. Nach der Brechung in G ändert der Strahl abermals seine Richtung, so daß er nach M geht und seine Verlängerung die Achse des Spiegels im Punkte T schneidet, welches so ein Bild des Punktes A darstellen wird. Der außerhalb der Richtung des direct durchgegangenen Strahls CA befindliche Punkt M wird demnach gleichzeitig von zwei Wellensystemen angeregt, von denen das eine seinen Mittelpunkt in A und das andere solchen in T hat. Die Intensität des Punktes M wird daher in Folge der Interferenz von dem Gangunterschied δ, welcher $= TA + AM - TM$ ist, abhängen. Da sämmtliche Strahlen rings um C einerlei Lage haben, so werden die Punkte, in denen die Gangunterschiede, mithin auch die Intensitäten einander gleich sind, in concentrischen Kreisen liegen, deren Mittelpunkt C ist. Der Ort der dunklen wie der hellen Ringe wird durch die Relation $\delta = \frac{m\lambda}{2}$ bestimmt; für die ersteren ist nämlich m eine ungerade und für die zweiten eine gerade Zahl. Bezeichnen wir AT durch x, AC durch r, und CM durch y; so haben wir $\delta = \frac{m\lambda}{2} = x + \sqrt{r^2 + y^2} - \sqrt{(x+r)^2 + y^2}$; woraus annäherungsweise entspringt: $y = \sqrt{m}\sqrt{\frac{\lambda}{x} \cdot r\,(x+r)}$. Die Durchmesser der abwechselnd dunklen und hellen Ringe verhalten sich demnach wie die Quadratwurzeln der Zahlen 0, 1, 2, 3, 4 .... — Ferner verhalten sich die Durchmesser eines Ringes von derselben Ordnung in verschiedenem homogenen Lichte wie die Quadratwurzeln aus den Wellenlängen. — Ist c die Dicke des Spiegels, so haben wir, da S der zu A gehörige Bildpunkt ist, wenn wir den Halbmesser der Rückseite gleich r + c setzen, nach den Gesetzen der Reflection, abgesehen vom Zeichen:

$SB = \frac{r+c}{r-c} \cdot c$; woraus $SA = a = \frac{2rc}{r-c}$. Hieraus entspringt nach den Gesetzen der Brechung, wenn wir von der auf der Seite 369 aufgestellten Formel $x = \frac{nar}{(n-1)a-r}$ Gebrauch machen, in welcher $\frac{1}{n}$ statt n gesetzt werden muß: $AT = x = \frac{2rc}{2c - n(r+c)}$; oder für eine geringe Dicke: $x = \frac{2c}{n}$. Wir bekommen hiernach für den Werth des Durchmessers 2y der Ringe folgenden Ausdruck:

$$2y = 2r\sqrt{m} \cdot \sqrt{\frac{n}{2} \cdot \frac{\lambda}{c}}:$$

die Durchmesser verhalten sich in diesem Falle direct wie die Quadratwurzel aus dem Brechungsverhältniß und umgekehrt wie die Quadratwurzel aus der Spiegeldicke.

Verwandten Ursprungs mit dieser Erscheinung sind verschiedene andere, von denen bloß einige Beispiele angeführt werden mögen. Legt man eine parallelflächige Glasplatte von mehreren Millimetern Dicke auf eine polirte Metallplatte, zu welcher sie fast parallel ist; so sieht man durch die Glasplatte auf der Metallplatte das zurückgeworfene Bild einer Oeffnung in dem Fensterladen der dunklen Kammer. Dieses Bild erscheint mehr oder weniger mit Farbennüancen, die in der Interferenz der direct hindurch gegangenen und der reflectirten Lichtstrahlen ihren Grund haben. — Betrachtet man durch zwei vollkommen gleichdicke Glasplatten, die unter einem sehr kleinen Winkel gegeneinander geneigt sind, die Oeffnung in dem Fensterladen einer dunklen Kammer; so erblickt man außer dem directen ungefärbten Bilde der Oeffnung noch mehrere Seitenbilder, in denen sich Farbenstreifen zeigen. Das ins Auge kommende Licht besteht bei diesem Versuche aus solchen Strahlen, welche durch die vier Flächen der beiden Platten gebrochen wurden, dann aus solchen Strahlen, welche vor ihrem Austritte aus der letzten Fläche eine größere oder geringere Anzahl Reflectionen zwischen den vier Flächen erlitten haben. Je größer diese Zahl der inneren Reflectionen ist, desto lichtschwächer werden die Bilder ausfallen, bei denen dergleichen reflectirten Strahlen wirksam sind. — Hierher dürften auch jene farbigen Streifen gehören, welche man wahrnimmt, wenn man das Bild einer Kerze in einem ebenen Glasspiegel betrachtet, während die Kerze in geringer Entfernung vor das Auge gehalten wird, so daß die einfallenden und zurückgeworfenen Strahlen einen kleinen Winkel mit einander machen. Deßgleichen die farbigen Fransen, welche man im Tageslichte bemerkt, wenn man zwei geblasene Glasschichten aufeinander legt und welche man bei ihnen einzeln genommen nicht sieht. — Alle diese Erscheinungen bedürfen wie die Phänomene der

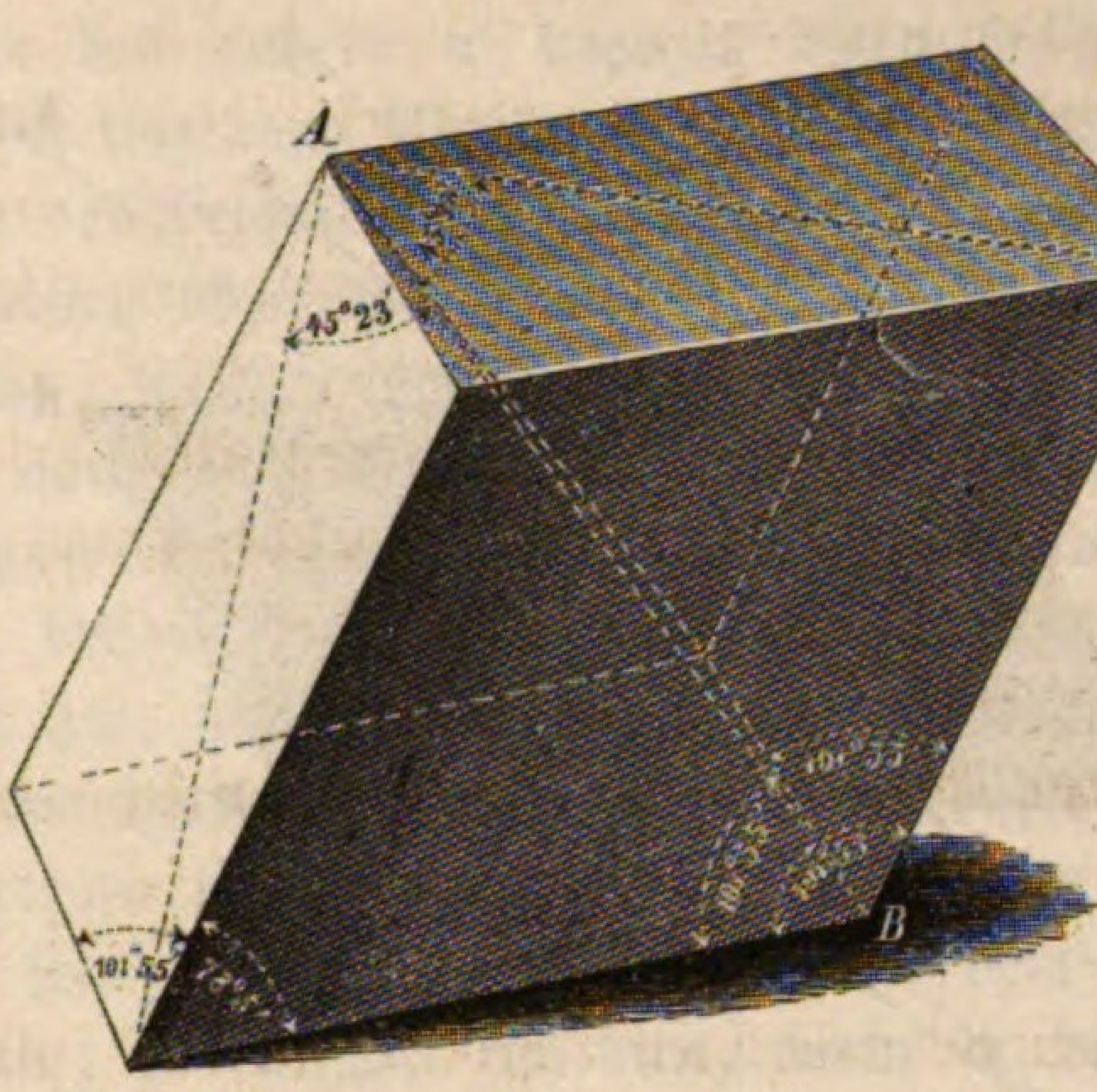
dünnen Blättchen, die verschiedenen Diffractionserscheinungen, die Reflectionsgesetze und Refractionsgesetze zu ihrer Erklärung nur der Länge einer Lichtwelle in jedem Medium, die ihrerseits eine unmittelbare Folge der Wellentheorie ist. So läge denn in allen Theilen der Wissenschaft klar zu Tage ein einfacher, inniger Zusammenhang, in welchem das untrügliche Kennzeichen der Wahrheit besteht. In einem noch höheren Grade zeigt sich diese Harmonie in den interessanten Erscheinungen der Polarisation und der doppelten Brechung, welche nunmehr den Gegenstand unserer Betrachtungen abgeben sollen.

III. Von der doppelten Brechung des Lichtes.

1. Einachsige Krystalle. Positive und negative Krystalle.

Unter den festen durchsichtigen Körpern gibt es solche, welche die bemerkenswerthe Eigenschaft haben, einen auf sie einfallenden Lichtstrahl im Allgemeinen in zwei nach verschiedenen Richtungen sich fortpflanzende Strahlen zu zertheilen und somit die Gegenstände doppelt zu zeigen. Man nennt dergleichen durchsichtige Körper doppelt brechende, und die Art, wie sich ein Lichtstrahl bei seinem Eintritt in einen doppelt brechenden Körper in zwei andere spaltet, die doppelte Brechung dieses Körpers. Am auffallendsten zeigt sich die Trennung der beiden Lichtstrahlen an dem kohlensauren Kalk oder isländischen Doppelspath, welcher schon im siebenzehnten Jahrhundert von Bartholin in Kopenhagen als ein doppelt brechender Körper erkannt wurde. Um die Natur der Doppelbrechung näher kennen zu lernen, wollen wir der leichteren Uebersicht der Erscheinungen wegen zunächst bloß dieses Mineral betrachten und hernach zu andern doppelt brechenden Körpern übergehen. Der Kalkspath, welcher in Island in großen und durchsichtigen Krystallen vorkommt, zeigt sich in mannigfaltiger Gestalt; besonders häufig ist das Rhomboeder (Fig. 183), welches von sechs rhombischen Flächen begrenzt wird. An demselben kommen zwei gegenüberliegende Ecken A und B vor, deren jede von drei gleichen stumpfen Kantenwinkeln von 101° 55′ gebildet wird, mithin an den übrigen sechs Ecken sich ein stumpfer Winkel von 101° 55′ und zwei einander gleiche spitze Winkel von 78° 5′ vorfinden. Die Gerade, welche die zwei stumpfen Ecken verbindet und gegen jede der sechs Flächen um einen Winkel von 45° 23′ geneigt ist, ist die Hauptachse des Krystalls. Eine Richtung, welche zu dieser Achse parallel läuft, heißt eine optische Achse; und eine Ebene, welche auf einer natürlichen oder durch Abschleifen erzeugten künstlichen Fläche eines Doppelspaths senkrecht steht und zugleich die optische Achse in sich enthält, ein Hauptschnitt des

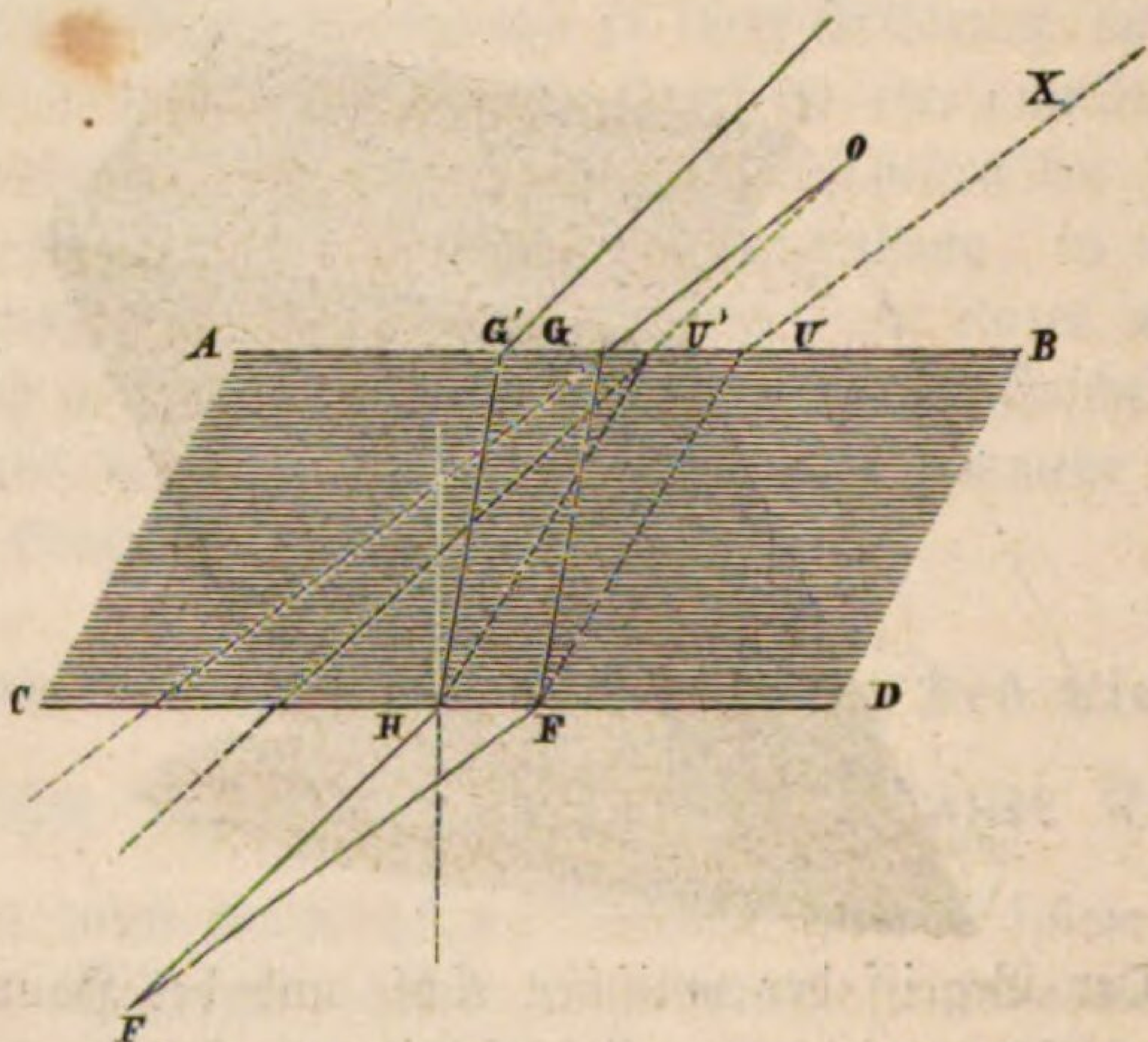
Fig. 183.



Krystalls. Der Begriff der optischen Achse und des Hauptschnittes ist, wie die Folge lehren wird, von Wichtigkeit und findet auch bei andern doppelt brechenden Körpern Anwendung.

Von dem Dasein der doppelten Brechung werden uns folgende einfache Thatsachen überzeugen: Man lege ein Kalkspathrhomboeder auf ein Blatt weißen Papiers, worauf ein schwarzer Punkt gezeichnet ist. Wenn man durch den Krystall diesen Punkt betrachtet, so sieht man von demselben zwei von einander getrennte Bilder, deren eines unbeweglich bleibt, während das andere sich dreht, sobald der Krystall um eine verticale Achse gedreht wird. — Man bedecke ferner die eine Fläche eines Doppelspaths mit Papier, worin eine kleine Oeffnung ist. Läßt man durch diese Oeffnung einen Lichtstrahl auf den Krystall fallen, so wird man bemerken, daß der Strahl bei seinem Eintritt in den Krystall sich in zwei Strahlen spaltet. — Recht deutlich stellt sich diese Erscheinung dar, wenn man einen Lichtstrahl durch ein Heliostat ins dunkle Zimmer senkrecht auf eine Kalkspathfläche fallen läßt. Die beiden gesonderten Strahlen können durch erregten Staub oder Rauch sichtbar gemacht werden. Fängt man die austretenden Strahlen auf einem Schirm auf, so nimmt man in der Richtung des einfallenden Lichtes ein Bild wahr, außerdem ihm zur Seite aber noch ein zweites gleich intensives, welches um das erste sich bewegt, wenn der Krystall um das einfallende Strahlenbündel gedreht wird. — Man halte einen Doppelspath nahe ans Auge und sehe nach einem Punkt, so daß man denselben doppelt wahrnimmt. Führt man dann ein Stückchen Papier längs der untern Fläche des Doppelspaths hin, so wird das vom Rande des Papiers weiter abliegende Bild zuerst verschwinden. Um diese Erscheinung zu erklären, sei A B C D (Fig. 184) ein Doppelspath;

Fig. 184.



E ein leuchtender Punkt. Ein Theil FG des einfallenden Strahles EF gelangt in das Auge, während ein anders gebrochener Antheil FUX dieses Strahls für dasselbe verloren geht; dafür empfängt es von einem zweiten einfallenden Strahl EH den gebrochenen Antheil HU', während der anders gebrochene Theil HG' nicht in das Auge kommt. Dasselbe sieht daher den Punkt E zweimal, nämlich in den Verlängerungen von OG und OU'. Das von dem Strahl EF herrührende Bild wird mithin weiter von D entfernt erscheinen als das durch den Strahl EH entstandene. Da die beiden gebrochenen Strahlenbündel GF und HU' im Innern des Doppelspaths einander durchkreuzen, so muß beim Vorüberführen des Papiers an demselben das am weitesten abstehende Bild zuerst verdeckt erscheinen.

Um die Gesetze aufzufinden, nach denen die Doppelbrechung im Kalkspath vor sich geht, muß man daraus Prisma schneiden, deren brechende Kante entweder der Achse des Krystalls parallel ist oder irgend eine andere Lage gegen sie hat. In dem Fall, daß die brechende Kante des Prismas der Achse parallel ist, findet man mit Hülfe der Formel: $n = \frac{\sin\left(\frac{k+\gamma}{2}\right)}{\sin\frac{\gamma}{2}}$, wo γ der brechende Winkel des Prismas und k die kleinste Abweichung bezeichnet, für das eine Bild $n = 1{,}654$ und für das andere $n' = 1{,}483$. In diesem Falle bewegen sich beide Strahlen in einer auf der Achse des Krystalls senkrechten Ebene. — Hat die brechende Kante irgend eine andere Lage gegen diese Achse als

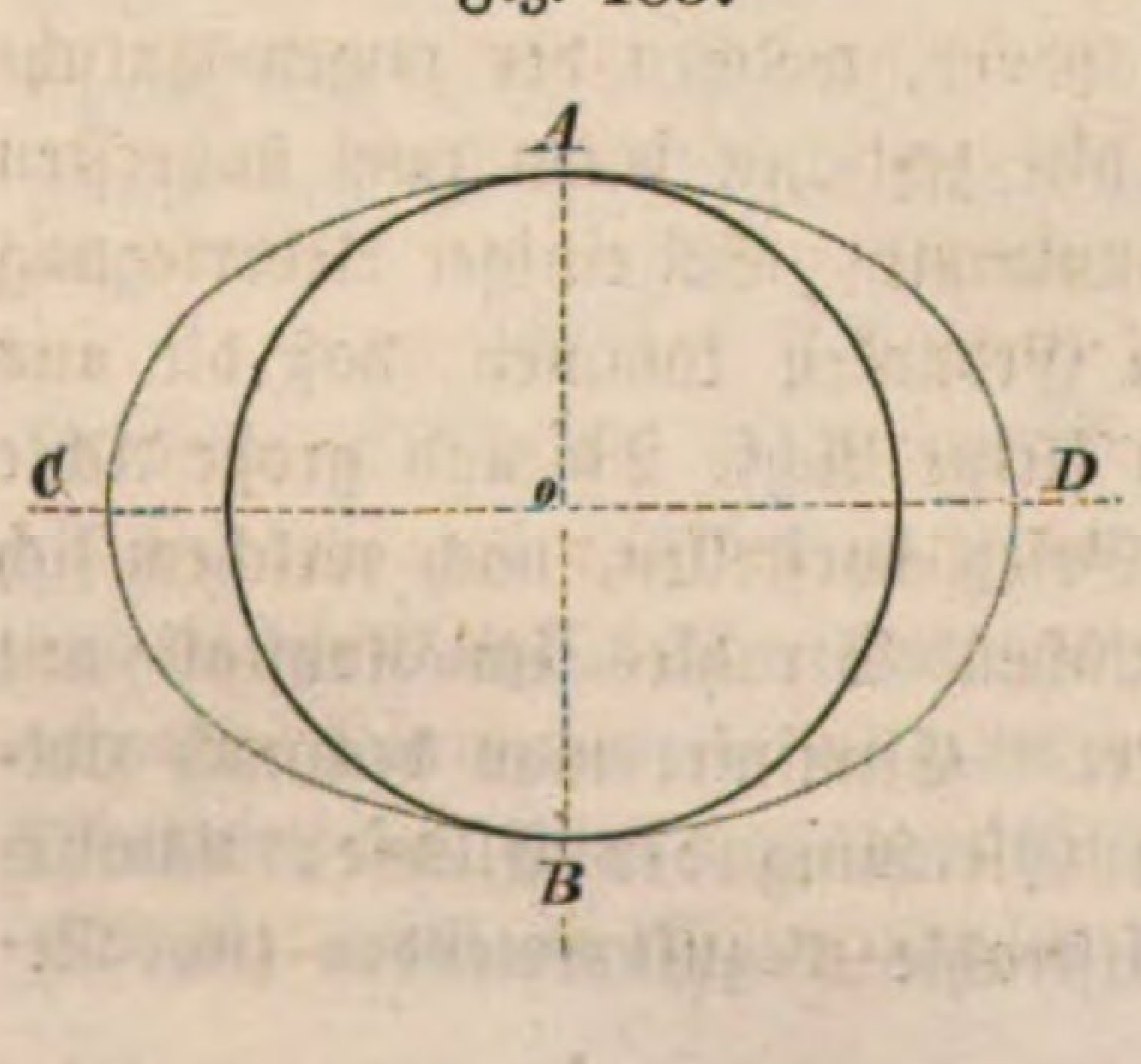
die eben besprochene, so findet man für den einen Strahl abermals $n = 1{,}654$; für den andern n' dagegen einen zwischen den Grenzen 1,654 und 1,483 liegenden Werth, der mit der Richtung des Strahles gegen die Achse des Krystalls sich ändert. — Der erste Strahl, welcher jederzeit am meisten abgelenkt ist, liefert stets das nämliche Brechungsverhältniß 1,654, welche Lage er auch gegen die Achse haben mag: er richtet sich ganz nach dem gewöhnlichen Brechungsgesetz, weßhalb man ihn den gewöhnlichen oder ordinären Strahl nennt. -- Der zweite Strahl, dessen Brechungsverhältniß veränderlich ist und seinen kleinsten Werth hat, wenn er den Kalkspath senkrecht zur Achse durchläuft, befolgt ein anderes Gesetz: er heißt deßwegen der ungewöhnliche oder extraordinäre Strahl. In einem besonderen Falle stimmt jedoch sein Brechungsverhältniß mit dem des gewöhnlichen Strahles überein; es ereignet sich dies, wenn er den Krystall in der Richtung der optischen Achse durchläuft: in diesem Falle spaltet sich der einfallende Lichtstrahl nicht in zwei andere und die Doppelbrechung zeigt sich nicht.

Aus dem Gesagten geht offenbar hervor, daß der gewöhnliche Strahl den Krystall nach allen Richtungen mit einerlei Geschwindigkeit durchläuft, nämlich mit der Geschwindigkeit gleich $\frac{1}{1{,}654} = 0{,}6045 = b$, wenn die Geschwindigkeit des Lichtes in der Luft als Einheit genommen wird, weil die Geschwindigkeiten sich umgekehrt wie die zugehörigen Brechungsverhältnisse verhalten. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des ungewöhnlichen Strahles ändert sich aber mit der Neigung gegen die optische Achse, ist aber immer größer als die des gewöhnlichen Strahles, da letzterer stärker gebrochen wird. In der Richtung der Achse ist seine Fortpflanzungsgeschwindigkeit dieselbe wie die des gewöhnlichen Strahles, nämlich $= b$; dagegen erreicht sie in einer auf der Achse senkrechten Richtung ihren größten Werth, der gleich $\frac{1}{1{,}483} = 0{,}6742 = a$ ist, während sie mit dem Winkel φ sich ändert, welchen der ungewöhnliche Strahl mit der Achse bildet, und so alle zwischen jenen zwei äußersten Grenzen b und a liegenden Werthe annimmt. Bei einiger Ueberlegung mußte man daher wohl bald auf den Gedanken kommen, daß die aus dem Mittelpunkte einer Ellipse, deren kleine Achse 2b und große Achse 2a ist, ausgehenden Leitstrahlen das Gesetz darstellen, nach welchem sich die Geschwindigkeit des außergewöhnlichen Strahles im Krystall mit seiner Neigung gegen die Achse ändert. Eliminirt man demnach zwischen der auf ihre Achsen bezogenen Gleichung der Ellipse, nämlich $a^2 y^2 + b^2 x^2 = a^2 b^2$ und den dem Leitstrahle u' zukommenden zwei Re-

lationen $u'^2 = y^2 + x^2$ und $x = u' \sin \varphi$, wo φ den Winkel bezeichnet, welchen derselbe mit der kleinen Achse macht; so wird die daraus resultirende Gleichung $u'^2 = b^2 + (a^2 - b^2) \sin^2 \varphi$ die Geschwindigkeit u' des ungewöhnlichen Strahles in einer Richtung, die mit der optischen Achse den Winkel φ bildet, darstellen, wenn b (0,6045) und a (0,6742) zugleich die Geschwindigkeiten der Lichtfortpflanzung im Sinne der Achse des Doppelspaths und nach einer darauf senkrechten Richtung angeben, die Geschwindigkeit des Lichtes in der Luft = 1 gesetzt.

Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des gewöhnlichen Strahles ist nach allen Richtungen eine und dieselbe, nämlich gleich b (0,6045); seine Wellenfläche muß daher eine Kugel sein. Den ungewöhnlichen Strahlen muß aber eine andere Wellenfläche zukommen, weil sich die Fortpflanzungsgeschwindigkeit dergleichen Strahlen mit dem Winkel derselben gegen die Achse ändert. In der Richtung der optischen Achse fallen der gewöhnliche und der ungewöhnliche Strahl zusammen, was zur Folge hat, daß diejenigen Punkte, in denen die Kugelfläche der gewöhnlichen Strahlen die optische Achse schneidet, auch der Wellenfläche der ungewöhnlichen Strahlen angehören müssen. Für jede andere Richtung ist die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der ungewöhnlichen Strahlen aber größer als die der gewöhnlichen; daraus geht hervor, daß die Kugelfläche der letzteren von der Wellenfläche der ersteren ganz eingehüllt ist und beide Flächen nur an den Endpunkten der optischen Achse einander berühren. In allen zur Achse senkrechten Richtungen ist die Geschwindigkeit des ungewöhnlichen unveränderlich und erreicht ihren größten Werth; es muß daher eine durch den Kugelmittelpunkt zur optischen Achse senkrecht gelegte Schnittebene die Kugelfläche der gewöhnlichen Strahlen und die Wellenfläche der ungewöhnlichen in Kreisen schneiden, deren Mittelpunkte zusammenfallen und deren Halbmesser in dem Verhältniß der Geschwindigkeiten der Lichtfortpflanzung in der Richtung der Achse und in einer darauf senkrechten Richtung zu einander stehen, d. h. in dem Verhältniß von b (0,6045) zu a (0,6742). — Denken wir uns demnach ein Rotationsellipsoid construirt, dessen Umdrehungsachse in die optische Achse AB (Fig. 185) fällt und an Größe gleich der doppelten Geschwindigkeit der Lichtfortpflanzung im Sinne der Achse des Doppelspaths, mithin

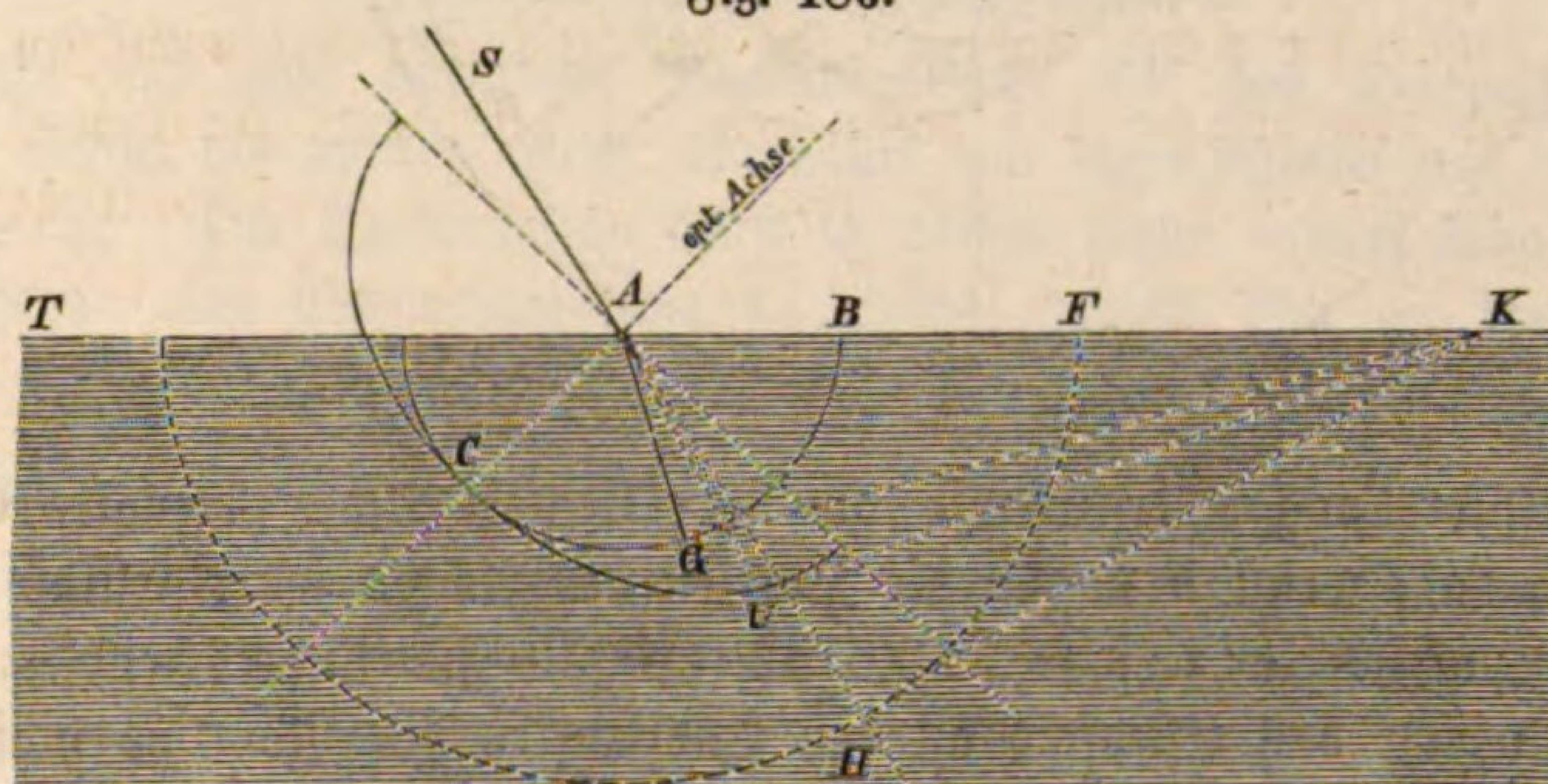
Fig. 185.



gleich $2 \times 0{,}6045$ und dessen Aequatorialdurchmesser CD gleich ist der doppelten Geschwindigkeit der Lichtfortpflanzung im Sinne nach einer auf der Achse senkrechten Richtung, mithin gleich $2 \times 0{,}6742$, die Geschwindigkeit des Lichtes in der Luft gleich 1 gesetzt; so wird dieses abgeplattete Ellipsoid die Wellenfläche der ungewöhnlichen Strahlen ein Kalkspath darstellen. Die Rotationsachse des Ellipsoids stimmt mit dem Durchmesser der Kugelfläche der gewöhnlichen Strahlen überein, so daß letztere das Ellipsoid an den Endpunkten der Rotationsachse von innen berührt.

Um die Richtungen der beiden gebrochenen Strahlen im Doppelspath zu bestimmen, hat Huyghens folgende Construction angegeben. Wir wollen zuerst den einfacheren Fall betrachten, in welchem die Einfallsebene des Strahles SA (Fig. 186) zugleich ein Hauptschnitt des

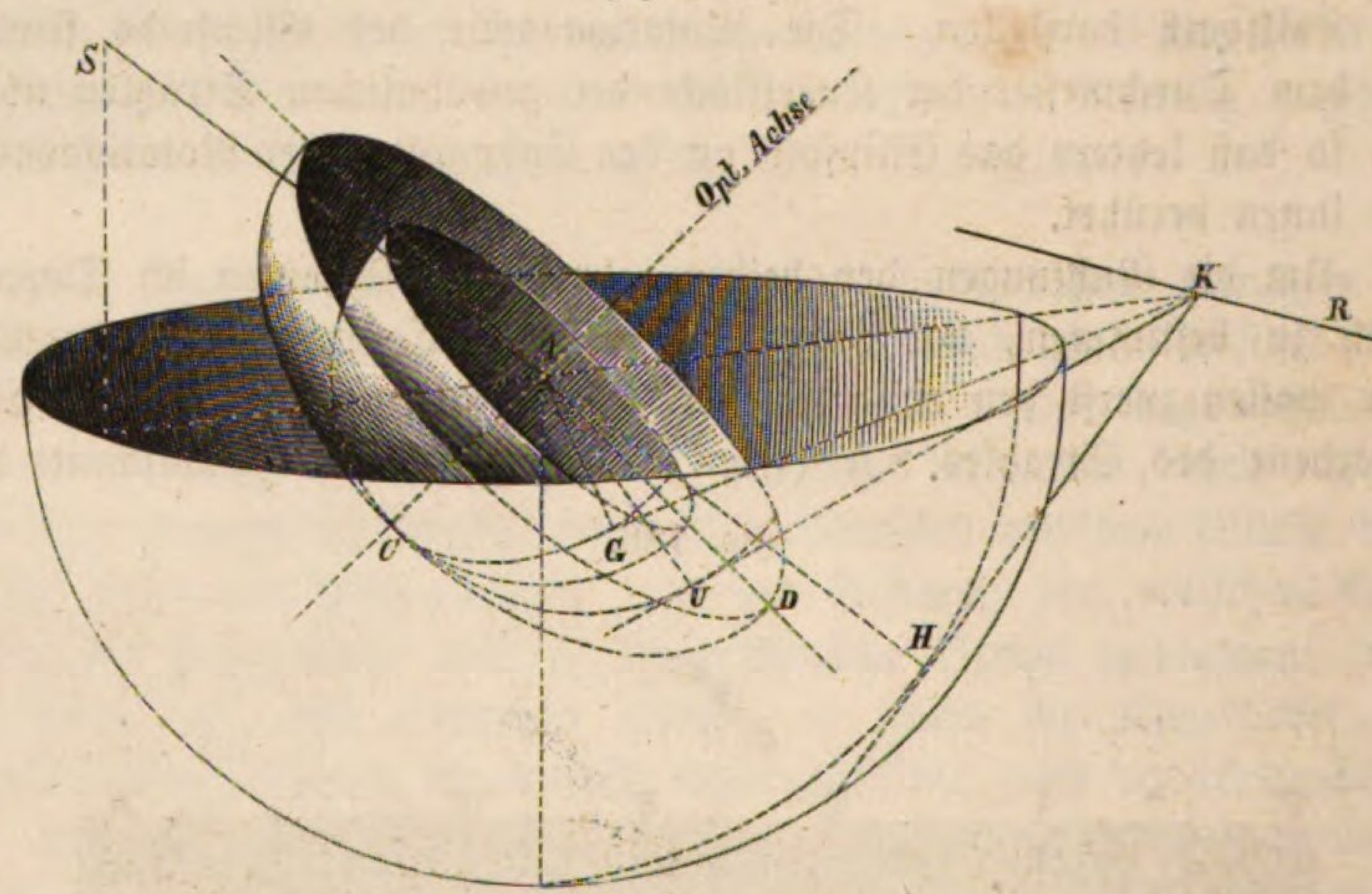
Fig. 186.



Krystalls ist. Man beschreibe in dieser Ebene aus A als Mittelpunkt mit einem beliebigen Radius AF einen Halbkreis, construire zugleich eine Ellipse, deren Mittelpunkt in A liegt, deren kleinere Achse mit der optischen Achse AC und größere Achse mit der auf AC Senkrechten AD zusammenfällt, und wähle die Dimensionen dieser halben Achsen AC und AD so, daß die Proportion $AC : AD : AF = 0{,}6045 : 0{,}6742 : 1$ besteht. Man verlängere hierauf die Richtung des einfallenden Strahles SA, bis sie den Halbkreis in H schneidet, ziehe dann an denselben die Tangente HK und aus dem Durchschnittspunkte K der letzteren mit der verlängerten AF die Berührungslinie KU an die Ellipse. Die durch den Punkt A und den Berührungspunkt U dieser Tangente gezogene Gerade AU wird die Richtung des zum einfallenden Strahle SA gehörenden ungewöhnlichen Strahles angeben. Die Richtung des gewöhnlichen Strahles erhält man, wenn man aus A mit dem Halbmesser AC einen Halbkreis beschreibt und aus K an ihn eine Tangente KG legt: die Gerade AG, welche den Berührungspunkt G mit dem Ein-

fallspunkt A verbindet, bestimmt dann die Richtung des gewöhnlich gebrochenen Strahles. — Liegt die Einfallsebene nicht in einem Hauptschnitte, so beschreibe man aus dem Einfallspunkte A als Mittelpunkt mit einem beliebigen Radius r (Fig. 186 a) eine Halbkugel; ferner ein

Fig. 186 a.

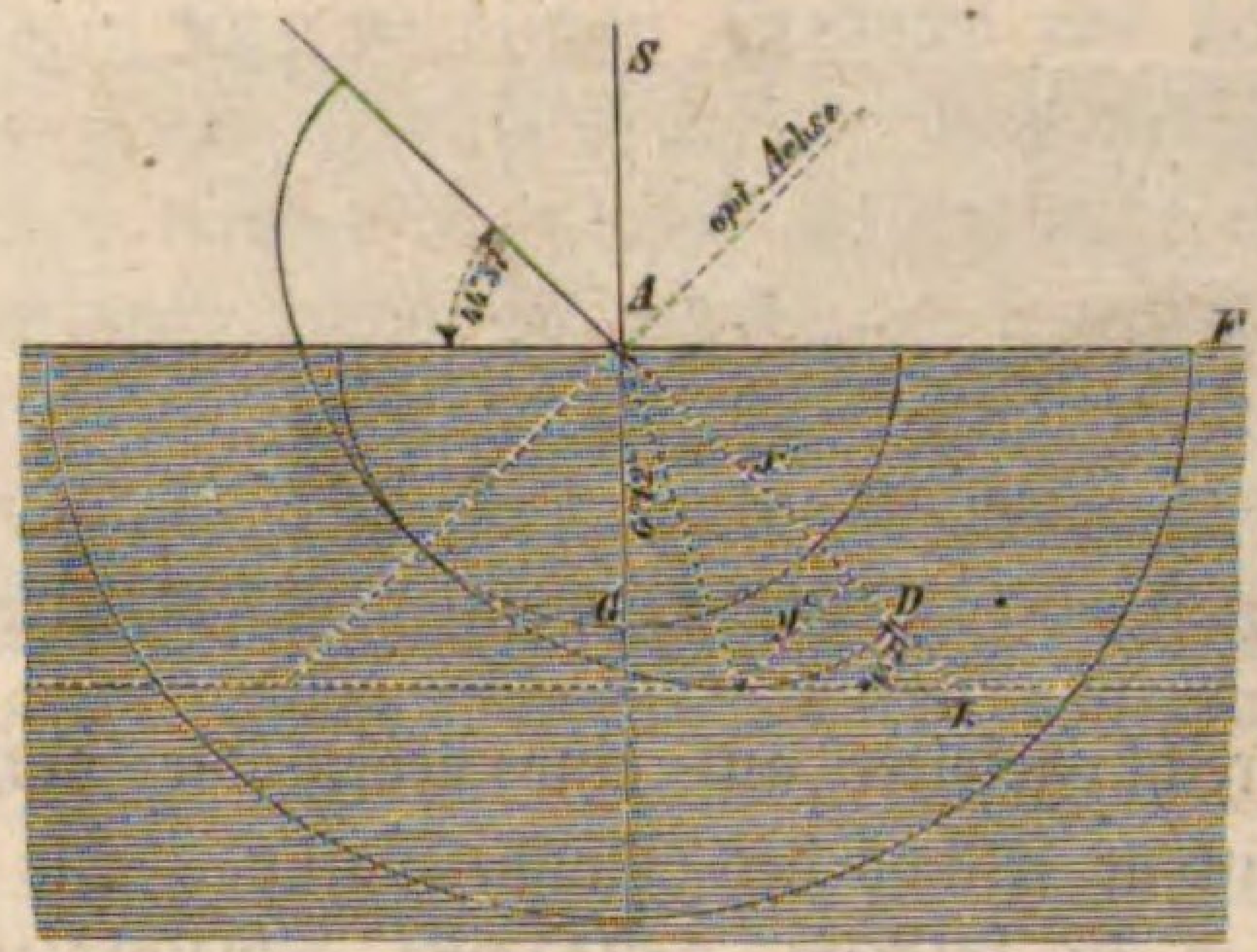


durch Umdrehung einer Ellipse um ihre kleinere Achse erzeugtes Ellipsoid, so daß, wenn b und a die Hälften der Achsen jener Ellipse sind, die Proportion $r : a : b = 1 : 0{,}6742 : 0{,}6045$ stattfindet; endlich eine Kugel, welche das Ellipsoid an den Endpunkten der Rotationsachse berührt. Hierauf verlängere man die Richtung des einfallenden Strahles bis sie die erste Halbkugel in H trifft; lege dann zu dem so erhaltenen Durchschnittspunkt H eine Berührungsebene an die Halbkugel und suche die Durchschnittslinie KR gedachter Ebene mit der Grenzfläche des Doppelspaths, in welcher der Einfallspunkt A liegt. Durch diese Durchschnittslinie KR lege man weiter eine Berührungsebene an das Ellipsoid und eine Berührungsebene an die ihm eingeschriebene Kugel und verbinde endlich die beiden Berührungspunkte U und G des Ellipsoids und der Kugel mit dem Einfallspunkte A: die Gerade AU wird so die Richtung des ungewöhnlich und die Gerade AG die Richtung des gewöhnlich gebrochenen Strahles angeben.

Aus dieser Construction, welche man bald als eine Verallgemeinerung des früher für die gewöhnliche Brechung des Lichtes mitgetheilten Verfahrens erkennen wird, geht hervor, daß der ungewöhnliche gebrochene Strahl in den meisten Fällen aus der Einfallsebene heraustritt und schon deßwegen das Gesetz der einfachen Brechung verläßt. Als Anwendung dieser Construction mögen noch folgende specielle Fälle

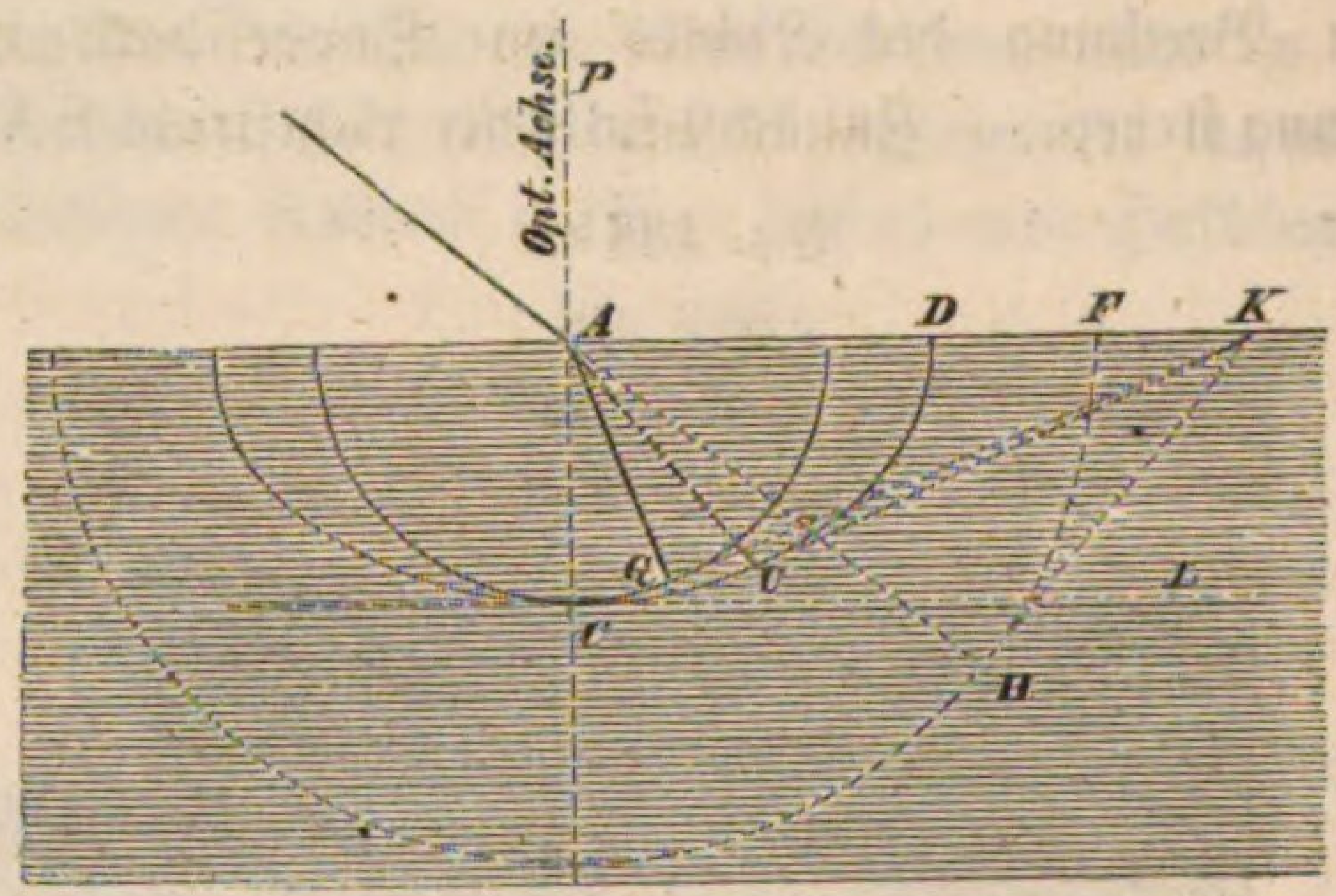
dienen, deren Ergebnisse mit den beobachteten Eigenthümlichkeiten der ungewöhnlichen Brechung des Lichtes im Doppelspath in genauester Uebereinstimmung stehen. — Zunächst falle der Lichtstrahl SA (Fig. 186b)

Fig. 186b.



senkrecht auf eine natürliche Theilungsfläche AF des Doppelspaths, gegen welche die optische Achse überhaupt um einen Winkel von 45° 23′ geneigt ist. Die Construction läuft in diesem Falle darauf hinaus, an die Ellipse eine Berührungslinie zu ziehen, welche eine zu der Linie AF parallele Richtung hat. Ist mithin LU gedachte Berührungslinie, so besteht abgesehen vom Zeichen die Relation: $\frac{b^2 x'}{a^2 y'} = \text{tang}\, 44^0\, 37'$, in welcher x′ y′ die Coordinaten des Berührungspunktes U bezeichnen, wenn man erwägt, daß beim Gebrauch der auf die Achsen bezogenen Gleichung der Ellipse: $a^2 y^2 + b^2 x^2 = a^2 b^2$ die Gleichung der Berührungslinie die Form: $a^2 y y' + b^2 x x' = a^2 b^2$ hat. Aus der Relation $\frac{b^2 x'}{a^2 y'} = \text{tang}\, 44^0\, 37'$ entspringt nun $\frac{y'}{x'} = \frac{b^2}{a^2 . \text{tang}\, 44^0 37'} = \text{tang}\, UAL$; d. h. Winkel $UAD = 39^0\, 11'$; folglich Winkel $GAU = 90^0 - 39^0\, 11' - - 44^0\, 37' = 6^0\, 12'$. Der ungewöhnlich gebrochene Strahl wird also von dem in unveränderter Richtung fortgehenden gewöhnlichen Strahl um 6° 12′ an der Austrittsfläche abgelenkt erscheinen, mit demselben aber in dem durch den Einfallspunkt geführten Hauptschnitte liegen. — Es stehe zweitens die Einfallsebene senkrecht zur optischen Achse. In diesem Falle wird das Ellipsoid von der Einfallsebene in einem Kreise geschnitten, dessen Halbmesser der größern Halbachse der das Ellipsoid erzeugenden Ellipse gleich ist und der die Lage des ungewöhnlichen Strahles bestimmende Berührungspunkt verbleibt stets in der Einfallsebene. Der außergewöhnlich gebrochene Strahl befolgt demnach hier ganz das Gesetz der einfachen Brechung, nur weicht sein Brechungsverhältniß 1 : 0,6742 am meisten von jenem 1 : 0,6045 des gewöhnlich gebrochenen Strahles ab. — Es werde drittens der Lichtstrahl PA

Fig. 186 c.

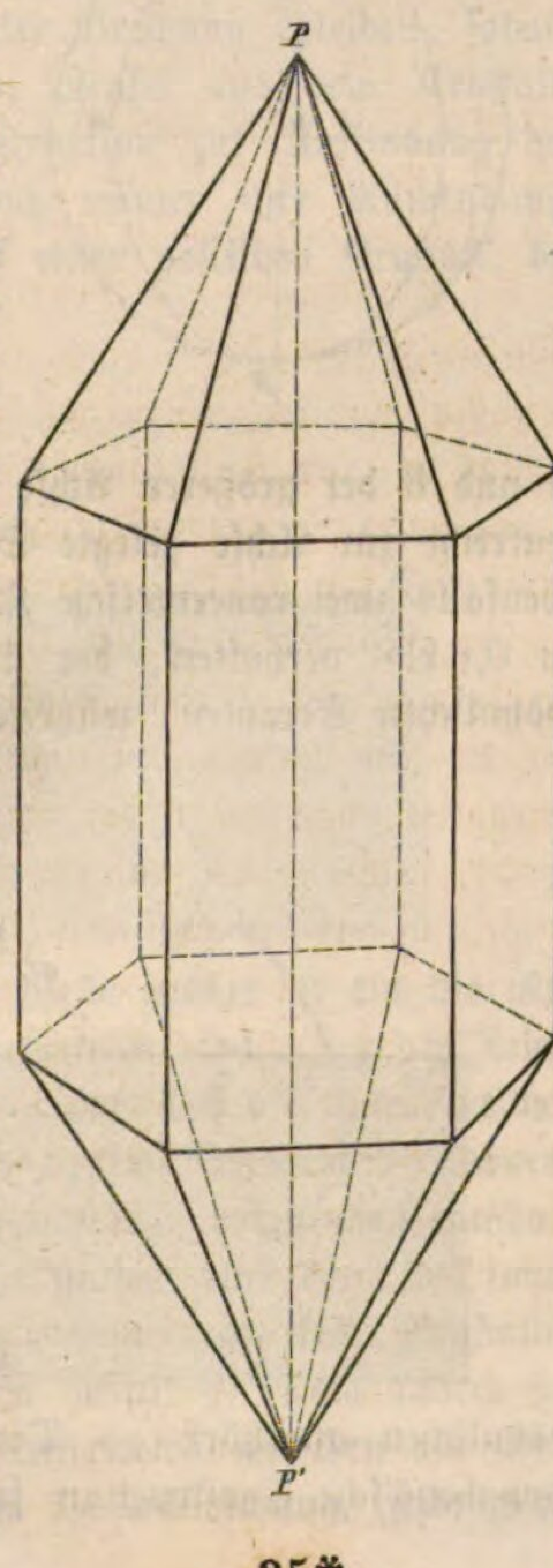


(Fig. 186 c) senkrecht geleitet auf eine gegen die optische Achse AC rechtwinklig geschliffene Fläche des Doppelspaths. Die Ellipse und der innere Kreis haben in solchem Falle eine gemeinschaftliche Tangente CL, woraus hervorgeht, daß der parallel zur Achse einfallende Strahl PA weder in zwei Bündel gespalten, noch überhaupt gebrochen wird. — Allein ein schief auf eine derartige Schnittfläche auffallender Lichtstrahl SA erleidet die doppelte Brechung, wobei der ungewöhnliche Strahl AU in der Einfallsebene verbleibt, weil dieselbe jederzeit mit einem Hauptschnitte zusammenfällt.

Auf ähnliche Weise wie im Doppelspath erfolgt die Brechung des Lichtes in allen krystallisirten Körpern, welche zum tetragonalen oder hexagonalen Krystallsystem gehören. Beide Systeme haben eine Achse, die sich durch ihre Größe von den übrigen untereinander gleichen Achsen absondert und als Mittellinie darstellt, um welche die Theilchen in symmetrischer Ordnung gelagert sind. Alle dahin gehörigen Krystalle spalten den einfallenden Lichtstrahl im Allgemeinen in zwei besondere Strahlen, von denen der eine dem gewöhnlichen Brechungsgesetze gehorcht, während der andere dasselbe nur dann befolgt, wenn die Einfallsebene auf der optischen Achse senkrecht steht: die letztere Achse stimmt jederzeit mit der krystallographischen Hauptachse überein. Man nennt derlei Krystalle optisch einachsige und unterscheidet zwei Klassen. Bei der einen, als deren Repräsentant der Doppelspath gelten kann, ist das Brechungsverhältniß des gewöhnlichen Strahles größer als der des ungewöhnlichen. Sie werden negative genannt, weil man sich vorstellen kann, als bestände das Brechungsverhältniß für den ungewöhnlichen Strahl aus dem Brechungsverhältniß des gewöhnlichen Strahles weniger einem mit der Neigung der Strahlen gegen die Achse veränderlichen Antheil: sie heißen auch abstoßende oder repulsive, weil man glaubte, es würde der ungewöhnlich gebrochene Strahl

durch eine gewisse Kraft von der Achse gleichsam weggetrieben. — Bei Körpern der zweiten Klasse, zu denen der Bergkrystall gehört, ist das Brechungsverhältniß des gewöhnlichen Strahles kleiner als das des ungewöhnlichen. Man nennt sie positive, weil bei ihnen das Brechungsverhältniß des ungewöhnlichen Strahles aus dem Brechungsverhältniß des gewöhnlichen Strahles mehr einem veränderlichen Antheil bestehend angesehen werden kann: sie heißen auch anziehende oder attractive, weil man dachte als würde der ungewöhnliche Strahl gewissermaßen zur Achse hingetrieben. — Die Klasse der optisch negativen Krystalle ist zahlreicher als die der optisch positiven; zu den ersteren gehören Kalkspath, Turmalin, Beryll, Saphir, Rubin, Smaragd, Honigstein, salpetersaures Natron; zu der andern gehören Quarz, Zirkon, essigsaures Kalkkupfer, Eis.

Fig. 187.



Um den Unterschied des Verhaltens zwischen den negativen und positiven Krystallen mehr hervorzuheben, wollen wir die Erscheinungen bei dem Bergkrystall näher ins Auge fassen. Der Bergkrystall erscheint häufig als Combination eines sechsseitigen Prismas und einer doppelten sechsseitigen Pyramide (Fig. 187). Durch die Scheitel P und P' der beiden Pyramiden geht die krystallographische Hauptachse, zu welcher die optische Achse parallel liegt. — Schleift man nun aus einer solchen natürlichen sechsseitigen Säule eines Bergkrystalls ein Prisma, dessen brechende Kante der Achse parallel ist und läßt einen Lichtstrahl auf eine Fläche des Prismas fallen; so findet man 1,548 und 1,558 für die Brechungsverhältnisse der beiden Strahlen. — Für ein anders geschliffenes Prisma, dessen brechende Kante nicht der Achse parallel ist, ergibt sich für den einen Strahl wieder 1,548, für den zweiten aber ein zwischen 1,548 und 1,658 liegender Werth, der mithin größer ist als das Brechungsverhältniß des gewöhnlichen Strahles. — Im Bergkrystall ist also die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des gewöhnlichen Strahles die größere,

nämlich, wenn die Geschwindigkeit des Lichtes in der Luft als Einheit genommen wird, gleich $\frac{1}{1,548} = 0,6459 = a$. In der Richtung der Achse durchläuft der ungewöhnliche Strahl den Krystall mit derselben Geschwindigkeit wie der gewöhnliche, die hier ihr Maximum erreicht, während sie in jeder zur Achse senkrechten Richtung in ihrem Minimum sich befindet, das gleich $\frac{1}{1,558} = 0,6418 = b$ ist.

Das Gesetz, nach welchem sich die Geschwindigkeit u' des ungewöhnlichen Strahles im Krystall mit seiner Richtung ändert, wird durch eine Ellipse dargestellt (Fig. 188), deren große Halbachse $AO = 0,6459 = a$ und kleine Halbachse $CO = 0,6418 = b$ ist, oder durch die Formel: $u'^2 = a^2 + (b^2 - a^2) \sin^2 \varphi$, wo φ den Winkel bezeichnet, welchen der ungewöhnliche Strahl mit der Achse bildet. — Denkt man sich diese Ellipse um ihre größere Achse AB umgedreht, so entsteht ein gestrecktes Rotationsellipsoid als Wellenoberfläche der außergewöhnlichen Strahlen im Bergkrystall. Die Kugelfläche der gewöhnlichen Strahlen umhüllt das Ellipsoid gänzlich, dasselbe nur in den Punkten A und B der größeren Achse berührend. — Ein durch den Mittelpunkt senkrecht zur Achse gelegte Schnittebene liefert für beide Wellenflächen ebenfalls zwei concentrische Kreise, deren Halbmesser sich wie 0,6459 zu 0,6418 verhalten; der äußere entspricht der Wellenfläche der gewöhnlichen Strahlen, während der innere der Wellenfläche der unge-

Fig. 188.

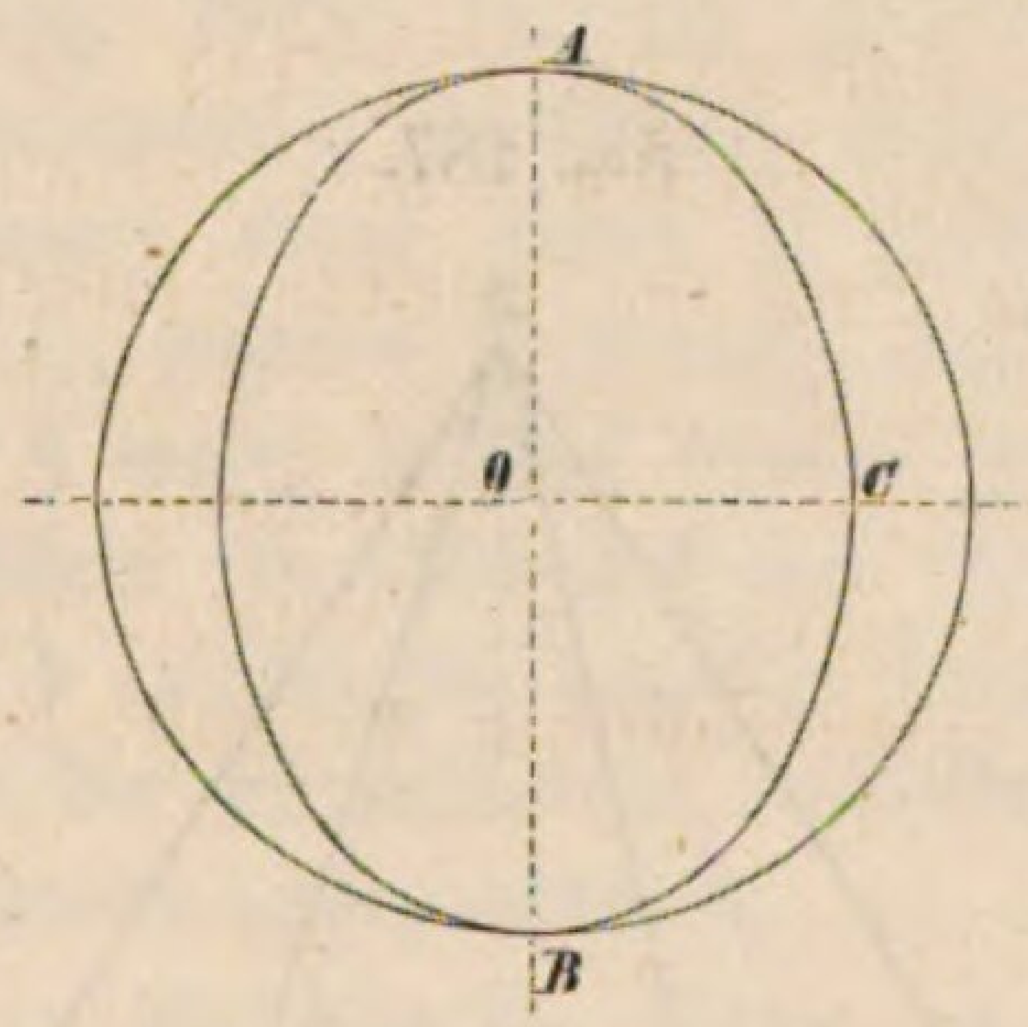
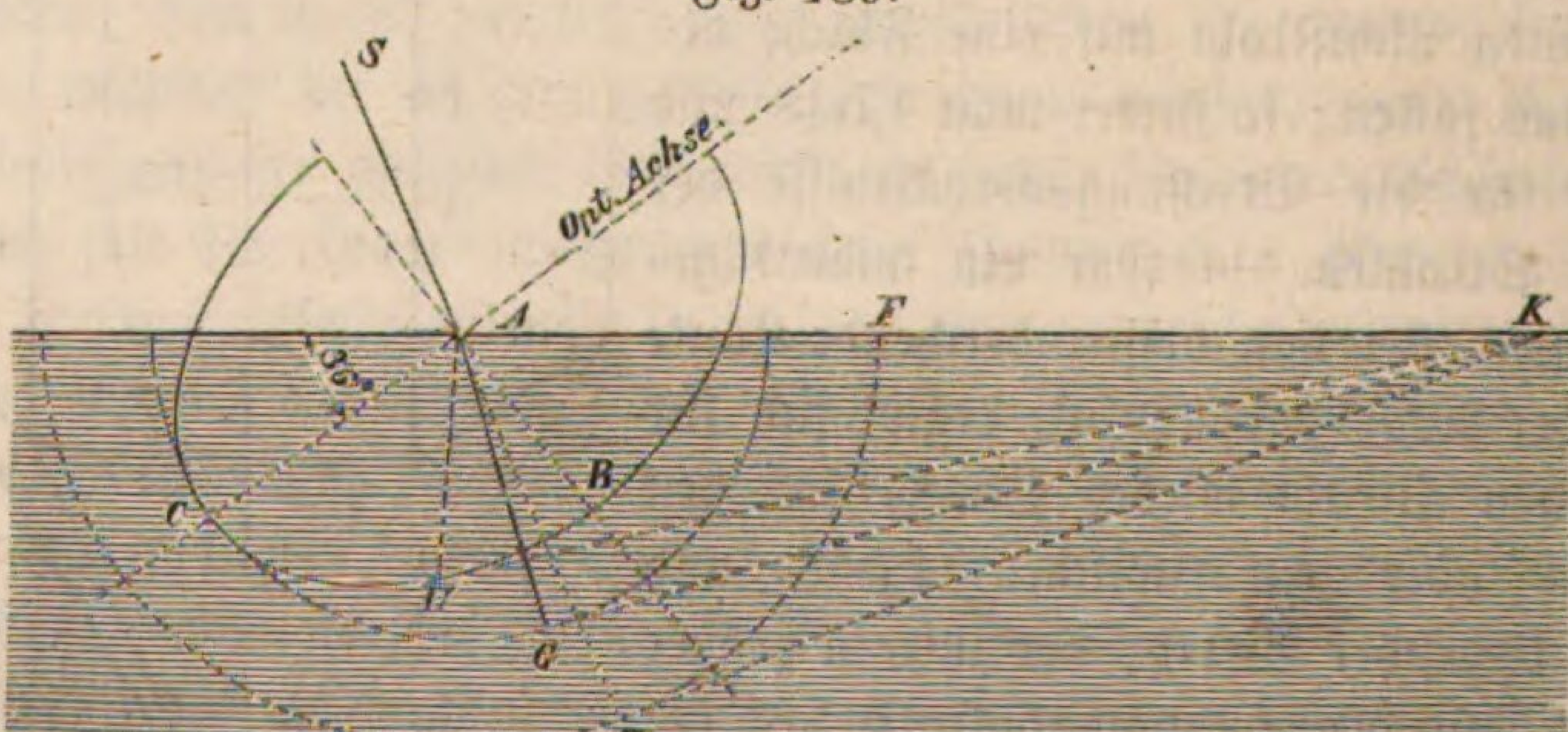


Fig. 189.

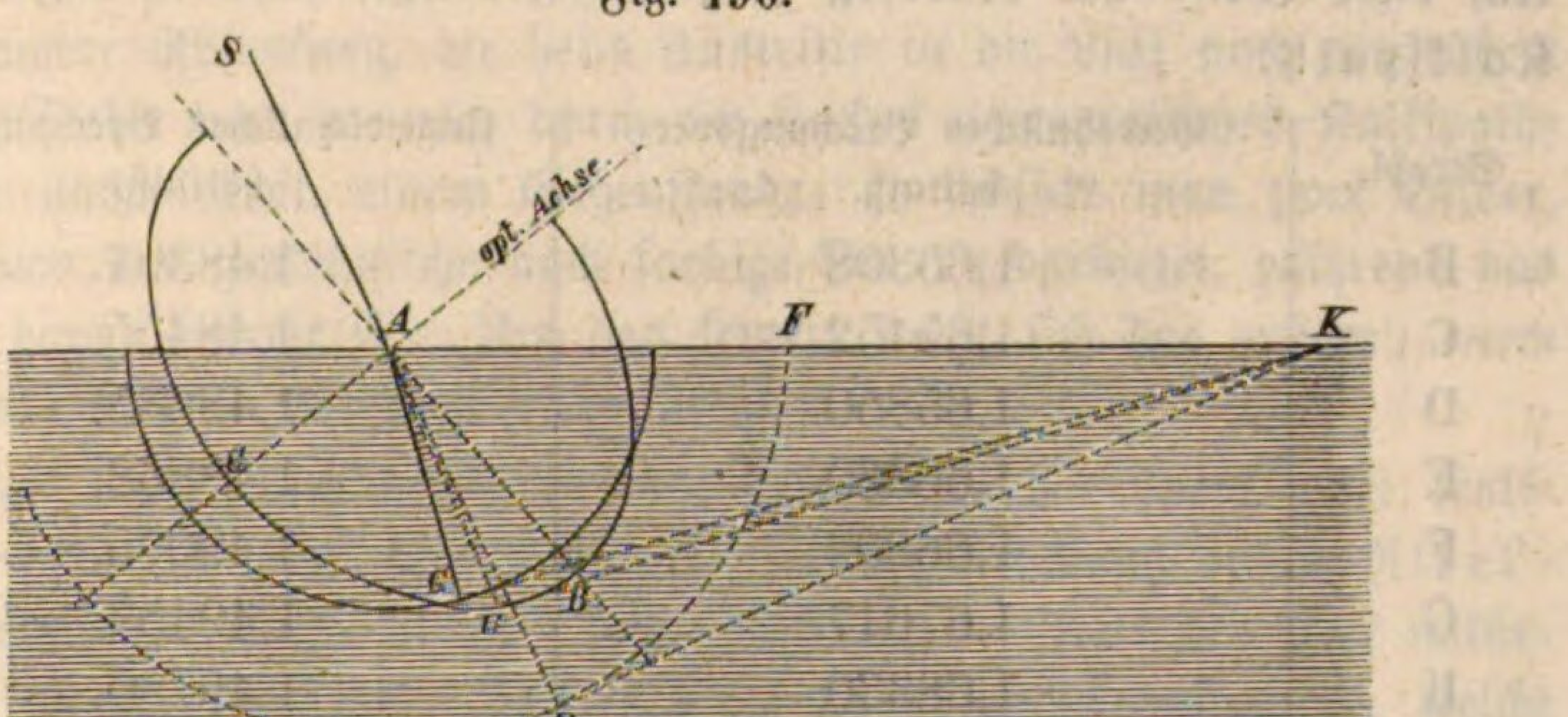


wöhnlichen angehört. — Die Zeichnung der Figur 189 enthält die Huyghens'sche Construction für den in einer Hauptschnittsebene schief

einfallenden Lichtstrahl SA. Der außergewöhnliche Strahl AU liegt hier der optischen Achse näher als der gewöhnliche AG, dagegen bei dem Kalkspathe das Umgekehrte der Fall ist.

Die Dimensionen der Ellipse, durch deren Rotation die Wellenfläche des außergewöhnlichen Strahles entsteht, ändern sich mit der materiellen Beschaffenheit des Krystalles; bei den negativen ist es die kleinere, bei den positiven die größere Achse der Ellipse, welche als Umdrehungsachse des Ellipsoids erscheint. Meistens berühren sich die Wellensphäre und das Wellenellipsoid an den Endpunkten der Rotationsachse; indeß gibt es auch Krystalle, bei denen diese zwei Wellen ganz von einander getrennt sind. Ein derartiger Fall gibt sich dadurch zu erkennen, daß ein in den Krystall parallel mit dessen Achse auf eine senkrecht gegen dieselbe geschnittene Fläche eintretender Lichtstrahl aus zwei in der nämlichen Richtung ungleich schnell fortschreitenden Strahlen zusammengesetzt ist, welche die doppelte Brechung erleiden, sobald sie an einer zweiten Fläche unter schiefem Winkel aus dem Krystalle heraustreten. — Die Huyghens'sche Construction zur Auffindung der Richtungen beider Strahlen behält jedoch immer ihre Anwendung. Die Zeichnung (Fig. 190) bezieht sich auf einen positiven Krystall, bei

Fig. 190.



welchem der Durchmesser der sphärischen Welle größer ist als die Rotationsachse des demselben zugehörigen Wellenellipsoids. In der Zeichnung haben die Buchstaben dieselbe Bedeutung wie die ihnen gleichen in der Figur 189. — Bei den meisten doppelt brechenden Körpern werden die zwei Strahlen zu wenig von einander gesondert, weßhalb an ihnen die doppelte Brechung nicht leicht zu bemerken ist. Um solche zur deutlichen Wahrnehmung zu bringen, muß man den Krystallen künstliche, gegen die Achse geneigte Flächen geben. — Auch ändert sich bei einem und demselben Krystalle der Unterschied zwischen den Brechungsverhältnissen für die beiden durch Doppelbrechung gesonderten

Strahlen mit der Temperatur, wie aus den Untersuchungen hervorgeht, welche Rudberg über die doppelte Brechung im Kalkspath und Bergkrystall bei höheren Temperaturen angestellt hat. Das außergewöhnliche Brechungsverhältniß ändert sich nämlich mit steigender Temperatur merklicher als das gewöhnliche, so daß beide Brechungsverhältnisse einander näher rücken, wenn die Temperatur wächst.

Bemerkt muß noch werden, daß die Brechungsverhältnisse n und n' des gewöhnlichen und ungewöhnlichen Strahles für jede Farbe sich ändern und daß die oben angeführten Werthe sich auf die gelben Strahlen beziehen, welche in die Mitte des Spectrums fallen. Mit Hülfe eines Prismas, dessen Kante der optischen Achse parallel lag und dessen Flächen genau eben waren, hat Rudberg für den negativen Kalkspath und den positiven Bergkrystall nach der früher auseinandergesetzten Methode für die einzelnen Frauenhofer'schen Linien der vorhandenen Spectra das Minimum der Ablenkung k bestimmt und hierauf das entsprechende Brechungsverhältniß n nach der Formel $n = \frac{\sin \frac{1}{2}(k+\gamma)}{\sin \frac{\gamma}{2}}$ berechnet, in welcher γ den brechenden Winkel des Prismas bezeichnet. Auf diese Weise hat Rudberg folgende Resultate erhalten. Für den Kalkspath:

Strahl.	Gewöhnliches Brechungsverhältniß.	Ungewöhnliches Brechungsverhältniß.
B	1,65308	1,48391.
C	1,65452	1,48455.
D	1,65850	1,48635.
E	1,66360	1,48868.
F	1,66802	1,49075.
G	1,67617	1,49453.
H	1,68330	1,49780.

Für den Bergkrystall:

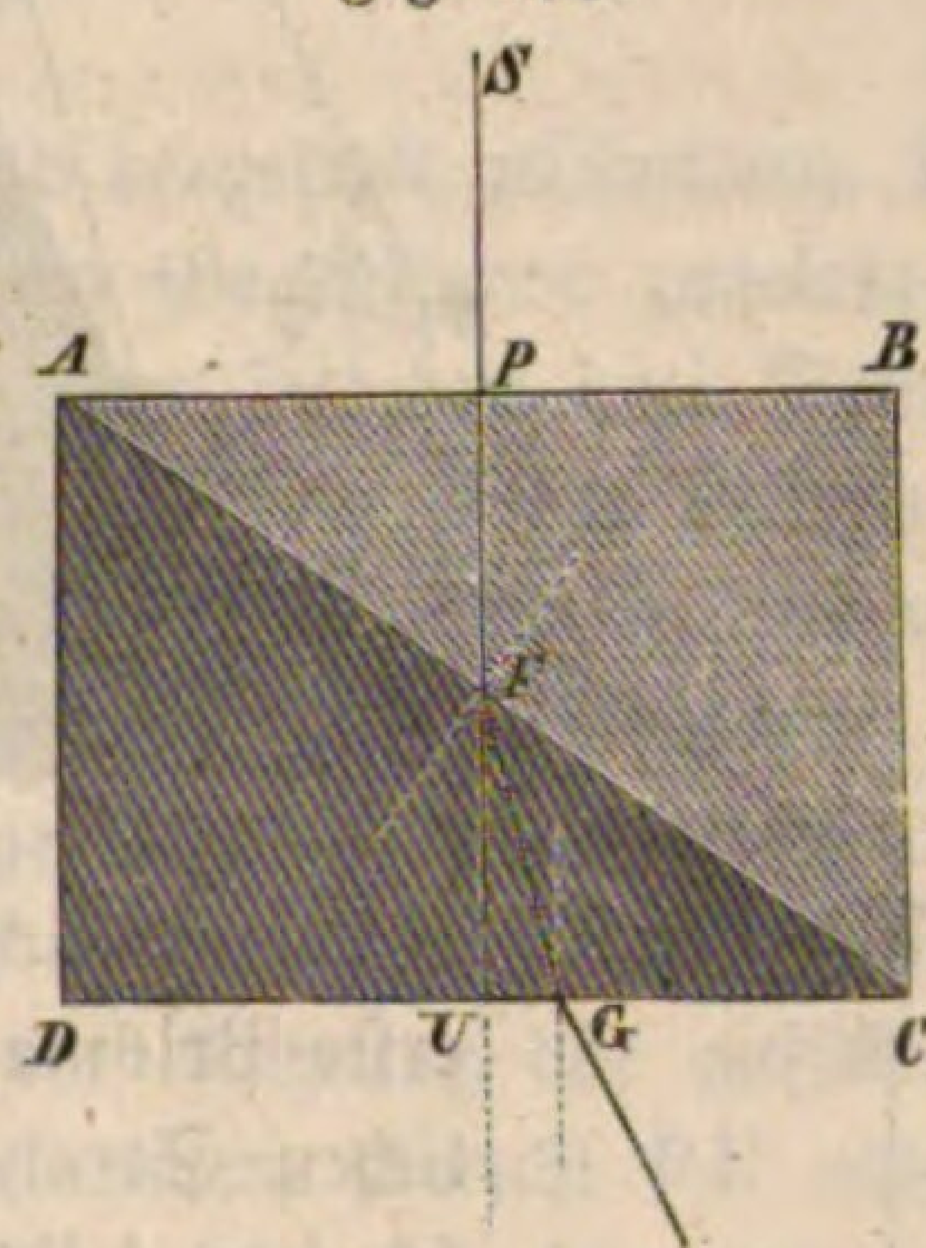
Strahl.	Gewöhnliches Brechungsverhältniß.	Ungewöhnliches Brechungsverhältniß.
B	1,549070	1,54990.
C	1,54181	1,55085.
D	1,54418	1,55328.
E	1,54711	1,55631.
F	1,54965	1,55894.
G	1,55425	1,56365.
H	1,55817	1,56772.

Aus der vergleichenden Zusammenstellung dieser Werthe ergibt sich,

daß in einer und derselben doppeltbrechenden Substanz der Unterschied zwischen den beiden Brechungsverhältnissen vom rothen bis zum violetten Strahl fortwährend zunimmt.

Man hat ein Kalkspathprisma ABC (Fig. 191), dessen Kanten der optischen Achse parallel sind, mittelst Canadabalsams mit einem ganz gleichen Glasprisma ADC zusammengekittet. Durch diese Combination erhält man ein achromatisches Kalkspathprisma. Fällt nämlich ein Strahl SP senkrecht auf die Fläche AB des Kalkspaths auf, so geht der außergewöhnliche Strahl FU ohne merkliche Ablenkung und wenn das einfallende Licht nicht homogen ist, ohne merkliche Dispersion durch beide Prisma hindurch, weil das Brechungsverhältniß des Glases jenem des ungewöhnlichen Strahles ziemlich gleich ist. Dagegen erfährt der gewöhnliche Strahl FG, welcher ein stärkeres Brechungsverhältniß als das Glas besitzt, eine bedeutendere Ablenkung, die beim Austritte in die Luft noch vergrößert wird. Sieht man demnach durch ein solches achromatisches Kalkspathprisma nach irgend einem Gegenstande, so erblickt man zwei Bilder, von denen das gewöhnliche noch farbige Säume darbietet, während das andere davon befreit ist. Um das letztere dreht sich das erstere, wenn man das Prisma vor dem Auge dreht.

Fig. 191.



Auf eine sinnreiche Weise hat der Engländer Nicol zwei Kalkspathprisma mit einander combinirt. Die Herstellung dieses Nicol'schen Prismas geschieht auf folgende Weise. Statt der zwei natürlichen Flächen AB, DC (Fig. 192) eines Kalkspathrhomboeders, welche mit den stumpfen Kanten K einen Winkel von 71° bilden, schleife man ein Paar Andere, die wie jene auf dem Schnitt ABCD senkrecht stehen, aber mit den Kanten K Winkel von 68° machen. Hierauf theilt man den Krystall durch eine Ebene, die auf dem Schnitt ABCD und den angeschliffenen Flächen senkrecht steht, in zwei Theile; polirt dann die beiden Schnittflächen wohl und kittet endlich mit Canadabalsam die beiden Theile in ihrer ursprünglichen Lage wieder zusammen. Ein so hergestelltes Prisma wird mittelst Kork in eine passende Metallhülse gefaßt, dergestalt, daß eine der angeschliffenen Flächen dem einfallenden Lichte zugekehrt ist. — Fig. 192a stellt einen durch die Kanten gelegten Hauptschnitt eines Nicol'schen Prismas dar. Der in diesem Schnitt

Fig. 192.

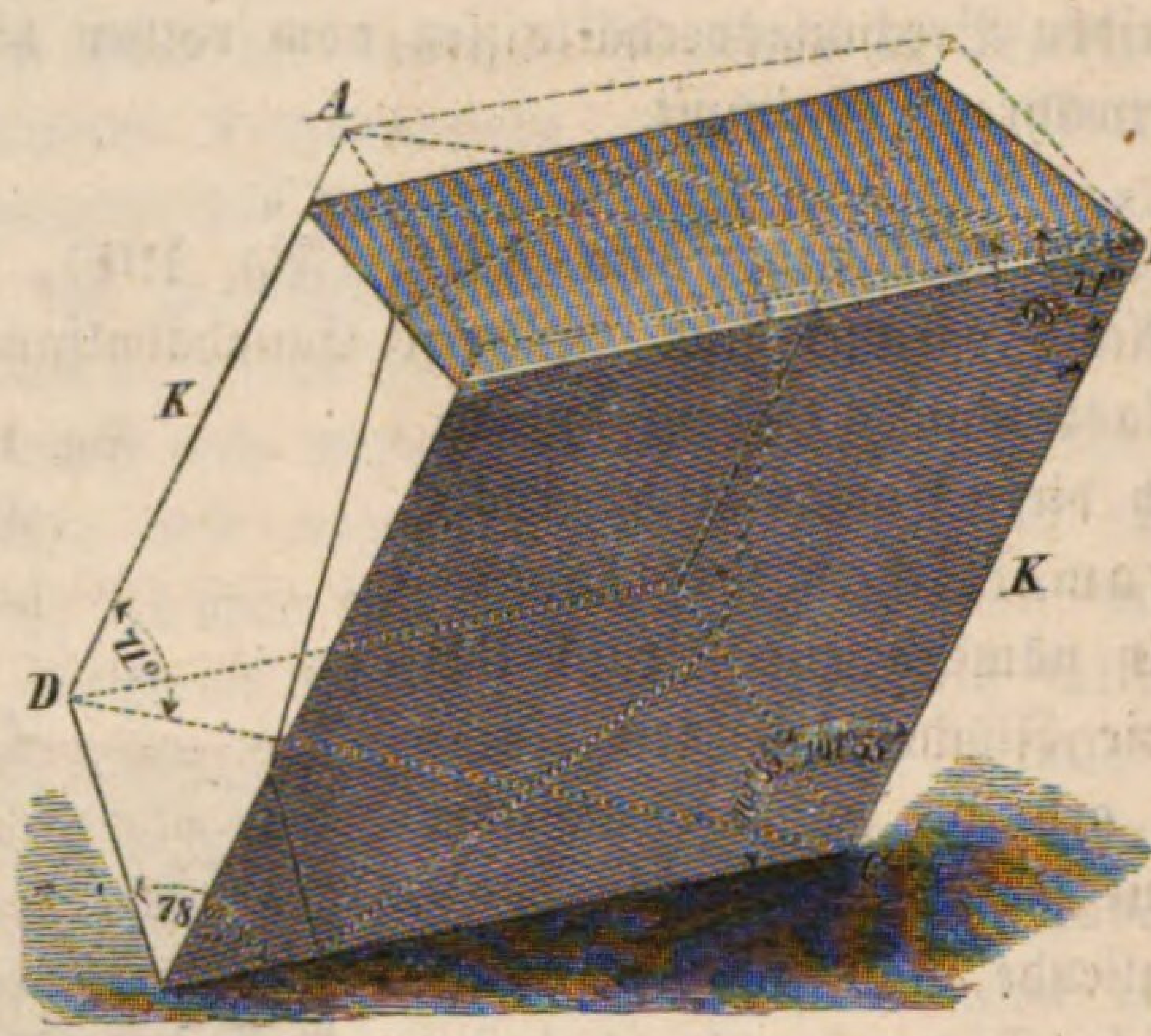
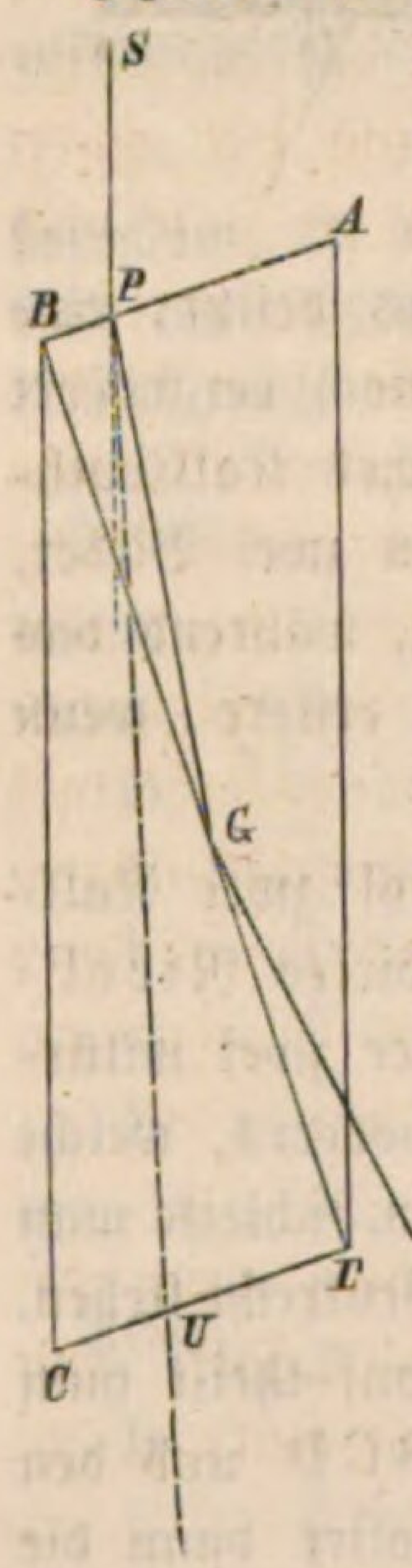


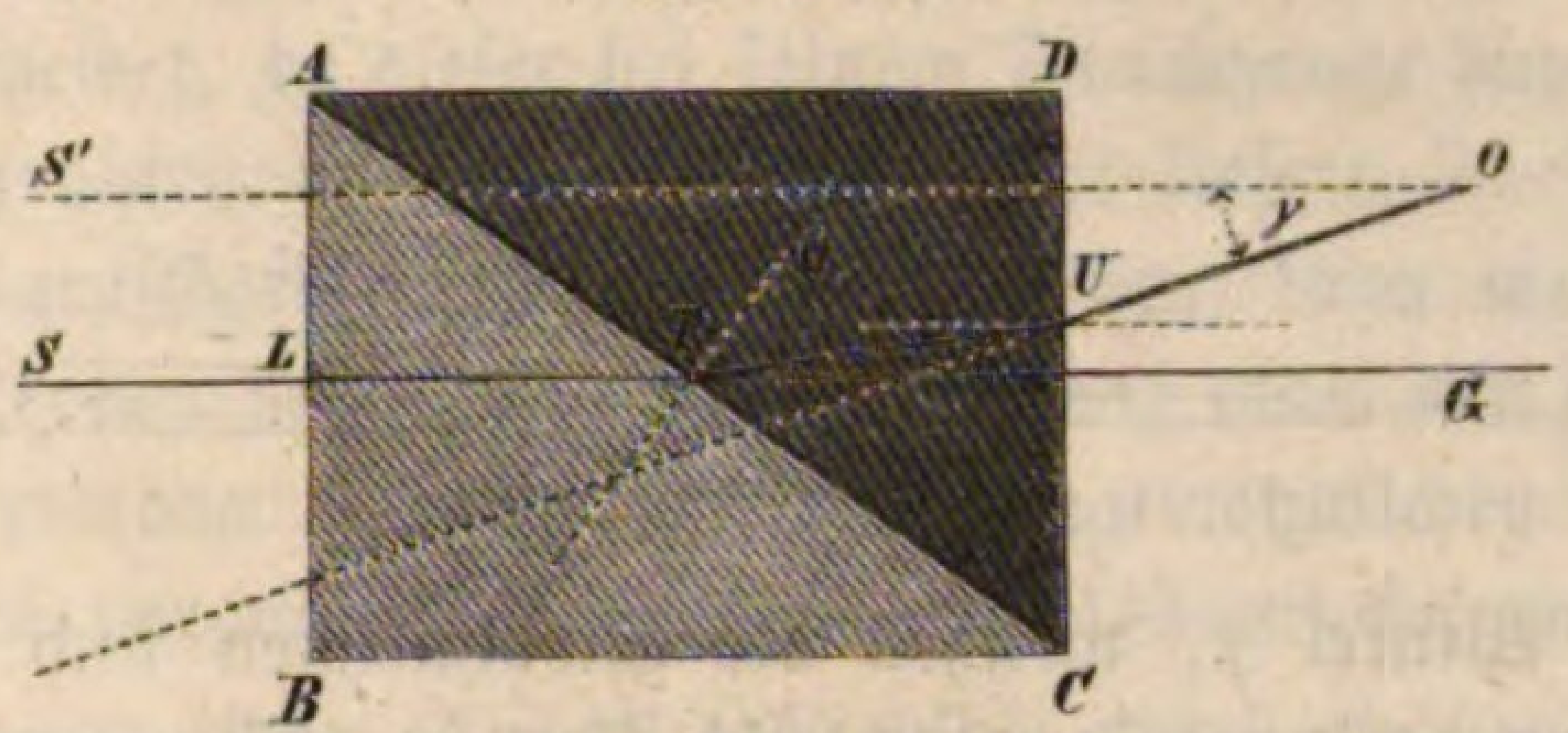
Fig. 192 a.



liegende Lichtstrahl SP wird beim Eindringen in das erste Prisma in einen ordentlichen PG und außerordentlichen Strahl PU zerspalten, die beide in dem Hauptschnitte ABCD verbleiben. Der ordentliche Strahl PG erleidet die stärkere Ablenkung und an der trennenden Balsamschichte die totale Reflection. Das Brechungsverhältniß des Balsams ist nämlich 1,54 und jenes des ordentlichen Strahles 1,65; mithin der Balsam optisch dünner als der Kalkspath, weßhalb beim Uebergange aus diesem in jenen die totale Reflection eintritt, wenn der Einfallswinkel wenigstens 68° beträgt. Um diesen Werth zu erhalten, darf der einfallende Strahl sich nicht über gewisse Grenzen hinaus von der Achse des Prismas entfernen. Der ordentliche dringt also nicht in das zweite Prisma ein, sondern wird nach den Wänden des ersten gänzlich zurückgeworfen und von denselben, welche mit einem schwarzen Pigmente überzogen sind, verschluckt. — Der außergewöhnliche Strahl, dessen Brechungsverhältniß kleiner als das des Balsams ist, durchdringt die Balsamschichte und gelangt in das zweite Prisma, welches er in der Richtung des einfallenden Strahles verläßt.

Von der doppelten Brechung hat der Franzose Rochon eine sinnreiche Anwendung gemacht, indem er zwei doppeltbrechende Prisma zu einer Mikrometer Vorrichtung combinirte. — Das **Mikrometer von Rochon** besteht aus zwei gleichen dreiseitigen Prismen ABC und ACD (Fig. 193) von Bergkrystall, die zu einem rechtwinkligen Parallelepiped

Fig. 193.



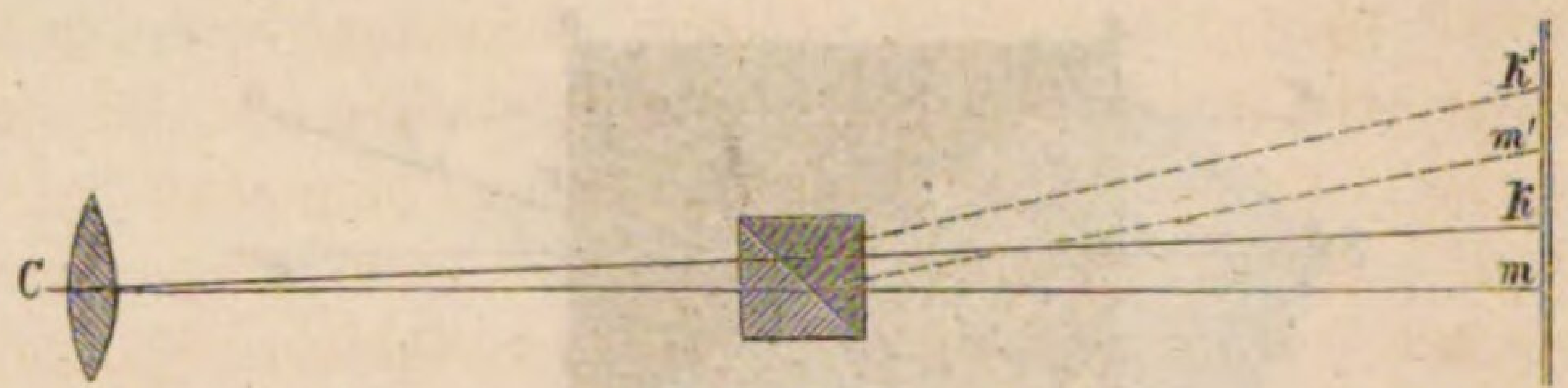
aneinander gekittet sind. Diese Prismen sind dergestalt geschnitten, daß die optische Achse bei dem ersten auf der dem Gegenstande zugekehrten Fläche AB senkrecht steht, in dem zweiten aber mit den drei Seitenflächen parallel läuft. Fällt ein Lichtstrahl SL von einem entfernten Objecte S senkrecht auf die Fläche AB, so geht er ungebrochen und ungetheilt durch das erste Prisma, wird aber an der den Prismen gemeinsamen Fläche AC in zwei Strahlen gesondert. Der gewöhnlich gebrochene Strahl schreitet ohne Aenderung seiner Richtung fort und tritt an der Hinterfläche CD parallel mit der Richtung des auffallenden Strahles heraus. Der ungewöhnlich gebrochene Strahl PU nähert sich dem Einfallslothe PQ und wird beim Eindringen in die Luft nach der Richtung QUO abgelenkt, indem er sich von der Normale entfernt. Das in O befindliche Auge sieht daher das ungewöhnliche Bild in der Richtung OU und das gewöhnliche Bild in der ungeänderten Richtung OS' an dem Orte, wo es auch ohne das Instrument sich gezeigt hätte. Der Winkel S'OU, den die beiden austretenden Strahlen miteinander machen, läßt sich leicht ermitteln. Denn bezeichnet man den brechenden Winkel des Prismas BAC = ACD mit A, das Brechungsverhältniß für den gewöhnlichen Strahl mit n und das für den ungewöhnlichen mit n', ferner den Brechungswinkel an der Fläche AC mit β und jenen an der Austrittsfläche DC mit γ; so bestehen folgende zwei Gleichungen:

$$\frac{\sin A}{\sin \beta} = \frac{n'}{n} \text{ und } \frac{\sin (A - \beta)}{\sin \gamma} = \frac{1}{n'}$$

aus denen der Winkel $\gamma = S'OU$ berechnet werden kann, wenn der brechende Winkel A gegeben ist, da $n' = 1{,}558$ und $n = 1{,}548$. Für $A = 30^0$; 40^0; 50^0; 60^0 sind diese Werthe γ beziehungsweise gleich: 19'30''; 28'20''; 40'; 57'40''.

Ein solches Doppelprisma wird zwischen das Objectiv C eines Fernrohrs und dessen Brennpunkt gebracht. Dadurch entstehen von einem fernen Gegenstande zwei Bilder km und k'm' (Fig. 193a), von dem das erstere mit demjenigen übereinstimmt, welches das Fernrohr ohne Doppelprisma liefern würde und das zweite durch die außergewöhnlichen Strahlen erzeugte mehr oder weniger von dem andern

Fig. 193 a.



absteht. Der Winkel γ, welchen die gewöhnlichen und ungewöhnlichen Strahlen mit einander bilden, bleibt für ein bestimmtes Prisma constant; daher wird die Entfernung jener Bilder wachsen, wenn man das Prisma von dem Schirme oder dem Ocular entfernt; dagegen die Entfernung der Bilder abnehmen, wenn man das Prisma dem Schirme oder dem Ocular nähert. Man kann leicht dem Prisma eine solche Lage geben, in welcher die beiden Bilder einander berühren und diese Lage ist es, welche zur Beobachtung gewählt wird. Bezeichnet x in diesem Falle die Entfernung des Prismas von dem Bilde, so hat man die Relation: $x \tan \gamma = km$. Ferner besteht zwischen dem Winkel $KCM = \varphi$, welcher dem Winkel gleich kommt, unter dem der Gegenstand ohne Fernrohr erscheint, und der Brennweite des Objectivs, die Gleichung: $f \tan \varphi = km$; aus deren Verbindung mit der vorhergehenden entspringt: $\tan \varphi = x \cdot \frac{\tan \gamma}{f}$. Da f für ein bestimmtes Fernrohr und γ für ein bestimmtes Prisma bekannt sind, so sieht man, daß die Tangente des Gesichtswinkels oder der scheinbaren Größe des Gegenstandes der Entfernung x des Prismas von dem Brennpunkte des Objectivs proportional ist. Bei dem Gebrauche wird die Verschiebung des Prismas durch gezahntes Rad und Stange bewirkt und die in Rede stehende Entfernung an einer außen am Fernrohr angebrachten Theilung abgelesen.

2. Polarisation durch Doppelbrechung. — Geradlinig, kreisförmig, elliptisch polarisirtes Licht.

Die beiden gebrochenen Strahlen, in welche sich ein directer auf einen doppeltbrechenden Krystall fallender Sonnenstrahl zertheilt, haben gleiche Intensität. Anders verhält es sich aber, wenn man die beiden aus einem solchen Krystall tretenden Strahlen durch einen zweiten ebenfalls doppeltbrechenden Krystall gehen läßt. Es treten nämlich aus dem zweiten Krystalle vier Lichtstrahlen heraus, welche aber im Allgemeinen verschiedene Helligkeit besitzen. Oder mit anderen Worten betrachtet man einen Gegenstand durch solche zwei aufeinandergelegte Krystalle, so sieht man von demselben im Allgemeinen vier Bilder von ungleicher Intensität. Das durch einen doppeltbrechenden Krystall gegangene Licht

hat also eine Eigenschaft erhalten, die es wesentlich von einem directen Strahle unterscheidet, da dieser bei seinem Durchgange durch den Krystall immer zwei Strahlen von gleicher Intensität liefert. — Um diese charakterisirende Eigenschaft näher kennen zu lernen, kann man den zweiten Krystall so weit von dem ersten entfernen, daß man mit dem aus demselben heraustretenden gewöhnlichen oder ungewöhnlichen Strahl besonders zu operiren vermag. Es ergeben sich alsdann folgende Thatsachen:

1) Der gewöhnliche Strahl des ersten Krystalles wird im zweiten ganz gewöhnlich und der ungewöhnliche Strahl des ersten Krystalls ebenfalls im zweiten ganz ungewöhnlich gebrochen, wenn die Hauptschnitte der beiden Krystalle einander parallel sind.

2) Wenn die beiden Hauptschnitte auf einander senkrecht stehen, wird der gewöhnliche Strahl des ersten Krystalles im zweiten ganz ungewöhnlich und der ungewöhnliche Strahl ganz gewöhnlich gebrochen.

3) Wenn die beiden Hauptschnitte um 45° gegen einander geneigt sind, wird der gewöhnliche wie der ungewöhnliche Strahl des ersten Krystalles in dem zweiten in zwei Strahlen von gleicher Intensität getheilt.

4) Bei jeder andern Neigung der Hauptschnitte gegen einander, gibt jeder Strahl des ersten Krystalles im zweiten zwei Strahlen von verschiedener Intensität.

Bei Versuchen dieser Art kann man auch achromatisirte Kalkspathprismen oder Prismen von Bergkrystall gebrauchen. Die beiden Strahlen werden durch dergleichen Prismen mehr oder weniger von einander getrennt, was ein Mittel abgibt, jeden einzelnen Strahl für sich leichter beobachten zu können. Ein sehr geeigner Apparat um das Verhalten eines einzigen durch Doppelbrechung gewonnenen Strahles besser zu analisiren und die Verwirrung zu vermeiden, welche durch Uebereinandergreifen der von den beiden Strahlen herrührenden Erscheinungen entstehen kann, ist das Nicol'sche Prisma, insofern es den gewöhnlichen Strahl total reflectirt und blos den außerordentlichen Strahl durchläßt. Betrachtet man nämlich die beiden Bilder eines Kalkspathprismas oder eines Prismas von Bergkrystall durch ein Nicolsches Prisma, so wird man bei einer bestimmten Lage desselben nur ein Bild in voller Helligkeit wahrnehmen; bei geringer Drehung des Nicol's erscheint noch ein zweites Bild aber schwach, seine Helligkeit wächst mit dem Grade der Drehung des Nicol's, während das andere Bild matter wird. Nach einer Drehung von 90° verschwindet das erste Bild und das zweite erscheint in größter Helligkeit. Nach einer abermaligen Drehung von 90° verschwindet das letztere und das erste zeigt sich hell.

Mit den eben besprochenen verwandte Erscheinungen bieten die Turmaline dar, welche in länglichen Säulen krystallisiren. Die der Länge der Säule parallele Richtung gibt die Achse des Krystalls. Eine sehr dünne Turmalinplatte liefert zwei Bilder; bei zunehmender Dicke wird aber eines derselben, nämlich das gewöhnliche, immer matter bis es endlich ganz verschwindet. Das Verlöschen dieses Bildes erfolgt am schnellsten in den gelben Turmalinen, welche aber selten sind. Darauf kommen bezüglich auf die in Rede stehende Wirkung die braunen, dann die grünen brasilianischen, welche am häufigsten zu optischen Zwecken gebraucht werden, da man sie am leichtesten in hinlänglicher Größe erhalten kann; am wenigsten leisten die blauen Turmaline. — Eine hinreichend dicke Turmalinplatte absorbirt also den gewöhnlichen Strahl und läßt nur den ungewöhnlichen durch, bringt mithin eine dem Nicol'schen Prisma vollkommen analoge Wirkung hervor. Man steckt dergleichen parallel zur Achse geschnittene Turmalinplatten in Korkringe und faßt sie in passende Metallhülsen, damit, wenn eine Platte festgehalten wird, die andere in ihrer Ebene herumgedreht werden kann. — Legt man nun zwei solche Platten dergestalt auf einander, daß ihre Achsen parallel sind; so lassen sie das einfallende directe Licht eben so gut hindurch wie eine Platte, welche an Dicke jener der beiden Platten zusammengenommen gleich kommt. Dreht man aber die eine Platte in ihrer Ebene, ohne die Lage der andern zu ändern; so wird das durchgelassene Licht immer schwächer, bis es bei einer Drehung von 90° gänzlich erloschen ist. Bei einer abermaligen Drehung von 90° verschwindet es wieder und verschwindet abermals bei einer weiteren Drehung von 90°. — Um zwei solcher Platten bequemer handhaben zu können, wird ein Messingdraht in die Form einer Zange gebogen. Die beiden Enden des Drahtes laufen in Ringe aus, in deren jedem eine drehbare Hülse sich befindet, in welche eine Turmalinplatte gefaßt ist. Durch die Federkraft des Drahtes werden die beiden Hülsen sanft aneinander gedrückt, so daß der Apparat in jeder beliebigen Lage vor die Augen gebracht werden kann.

Diese eigenthümliche Modification, derzufolge jeder der beiden durch doppelte Brechung entstandenen Strahlen sich vom directen Lichte unterscheidet, nennt man P o l a r i s a t i o n des Lichtes und den auf diese Weise modificirten Strahl einen p o l a r i s i r t e n. Die eben angeführten Versuche zeigen in der That, daß es nicht gleichgültig ist, welche Seite der aus doppelter Brechung hervorgegangene Strahl dem Hauptschnitte eines andern doppelt brechenden Körpers zuwendet, indem der Erfolg der Brechung sich mit der Lage dieses Hauptschnittes gegen den eintretenden Strahl ändert. Die beiden durch Doppelbrechung des directen

Lichtes erzeugten Strahlen haben darum im Vergleich zu letzterem nicht ringsum auf allen Seiten dieselbe Eigenschaft. Man nahm anfänglich an, daß die Lichttheilchen wie kleine Magnete mit zwei Polen versehen seien, welche in einem durch Doppelbrechung entstandenen Strahle übereinstimmende Stellungen erlangt hätten, während sie in einem directen Strahle alle möglichen Richtungen besäßen: dieser Vorstellungsweise haben wir die Entstehung des Wortes Polarisation zuzuschreiben. — Der gewöhnliche wie der ungewöhnliche Strahl, in welche sich ein directer Lichtstrahl in einem doppeltbrechenden Körper spaltet, zeigen im Allgemeinen einerlei Verhalten; nur sind sie dadurch von einander unterschieden, daß die mit gleichnamiger Eigenschaft begabten Seiten des einen und des andern Strahles nicht nach derselben Gegend gekehrt sind, sondern um 90° von einander abstehen. Die beiden durch Doppelbrechung hervorgehenden Strahlen sind also polarisirte und zwar entgegengesetzt polarisirte. — Um die verschiedenen Seiten eines polarisirten Lichtstrahles gehörig unterscheiden zu können, ist man übereingekommen, sie auf eine bestimmte durch jeden solchen Lichtstrahl gelegte Ebene zu betrachten; diese heißt die Polarisationsebene des Strahles. Es wird angenommen, daß bei dem in einem Doppelspathe gewöhnlich gebrochenen Strahle die Polarisationsebene mit dem Hauptschnitte des Krystalls zusammenfällt, die Polarisationsebene des ungewöhnlich gebrochenen Strahles aber gegen den Hauptschnitt senkrecht steht. Man sagt deßhalb auch, der ordentlich gebrochene Strahl sei im Hauptschnitte, der außerordentlich gebrochene Strahl aber sei senkrecht gegen den Hauptschnitt polarisirt. — Eine parallel zur Achse geschnittene Turmalinplatte absorbirt den gewöhnlich gebrochenen, nach der Achse polarisirten Strahl und läßt den ungewöhnlich gebrochenen senkrecht gegen die Achse polarisirten ungeschwächt hindurch. Eine solche Turmalinplatte ist daher für einfallendes bereits polarisirtes Licht undurchsichtig, wenn dessen Polarisationsebene zu der Achse der Platte parallel liegt; dagegen ist dieselbe für einen derartigen Strahl völlig durchsichtig, wenn die Achse auf seiner Polarisationsebene senkrecht steht.

Eine parallel zur Krystallachse geschnittene Turmalinplatte gibt ein treffliches Mittel an die Hand, um in einer bestimmten Richtung polarisirtes Licht sich zu verschaffen, oder auch um zu prüfen, ob ein in das Auge gelangender Lichtstrahl polarisirt sei und welche Lage dessen Polarisationsebene habe. Aendert sich nämlich beim Drehen der vor das Auge gehaltenen Platte die Intensität des Lichtes und verschwindet es einmal vollständig, so ist dasselbe polarisirt und seine Polarisationsebene stimmt mit der durch den Strahl und durch die Achse der Tur-

malinplatte gelegten Ebene in der Lage überein, bei welcher dieser Strahl gänzlich erloschen ist. — Zeigt das Licht beim Drehen der Platte blos Abwechselungen der Helligkeit, ohne dabei einmal vollkommen zu verschwinden, so ist das Licht theilweise polarisirt; dagegen ist es unpolarisirt, wenn es bei dem Drehen keine Aenderung in der Intensität zu erkennen gibt: ein solches Licht wird öfters auch gewöhnliches oder gemeines oder natürliches oder directes Licht genannt, für welche Benennungen wir ein- für allemal den Ausdruck unpolarisirtes Licht gebrauchen wollen. — Die Turmalinzange kann durch ein Nicol'sches Prisma ersetzt werden, welches vor der ersteren den Vorzug hat, daß es vollkommen farblos ist, mithin die Erscheinungen in größerer Reinheit darstellt. Ein Nicol'sches Prisma läßt also auffallendes, bereits polarisirtes Licht ohne Schwächung seiner Helligkeit blos hindurchgehen, wenn dessen Polarisationsebene senkrecht auf dem Hauptschnitte des Prismas steht. — Jede Vorrichtung, wodurch sich einerseits polarisirtes Licht verschaffen und anderseits dasselbe weiter prüfen läßt, wird Polarisationsapparat genannt: ein derartiger Apparat besteht demnach aus zwei Theilen, einem polarisirenden Theil oder Polariseur, welcher das einfallende Licht polarisirt, und einem analysirenden Theil oder Analyseur, der den Unterschied nachweist, welcher dieses Licht von dem unpolarisirten charakterisirt. Dergleichen einfache Polarisationsapparate sind also die Combinationen von zwei Turmalinplatten oder zwei Nicol'schen Prismen, deren eines als Polarisationsmittel und das andere als Zerlegungsmittel benützt wird. Anderweitige Polarisationsapparate werden wir in der Folge kennen lernen, wenn von den übrigen Mitteln die Rede sein wird, durch welche die Polarisation zu Stande kommt.

Man nehme ein achromatisches Kalkspathprisma zur Hand, dessen brechende Kante zur optischen Achse parallel läuft, und betrachte damit irgend einen Gegenstand, etwa einen weißen Papierstreifen oder eine Kerzenflamme. Man erblickt von dem Gegenstande zwei deutlich getrennte Bilder, von denen das gefärbte der gewöhnlichen und das ungefärbte der ungewöhnlichen Brechung des Lichtes entspricht. Bringt man nun eine Turmalinplatte zwischen das Prisma und das Auge, so verschwindet das gewöhnliche Bild, wenn die Achse des Turmalinplättchens parallel mit der Kante des Prismas, folglich parallel mit der Achse des Doppelspaths gehalten wird. Dreht man das Turmalinplättchen um 90°, so erscheint dieses Bild wieder, dagegen ist jetzt das ungewöhnliche verschwunden. — Nun läßt aber ein Turmalinplättchen nur solches polarisirtes Licht hindurch, dessen Polarisationsebene senkrecht auf seiner Achse steht: es sind demnach die Strahlen, welche das

ungewöhnliche Licht geben, im Doppelspath senkrecht gegen den Hauptschnitt, die Strahlen hingegen, denen das gewöhnliche Bild angehört, im Hauptschnitte polarisirt; eine Folgerung, welche mit dem oben Gesagten aufs Vollkommenste übereinstimmt. — Aehnliche Resultate ergeben sich für alle übrigen doppeltbrechende einachsigen Krystalle, wenn man die beiden Bilder mittelst einer Turmalinplatte untersucht; wodurch der Ausdruck, die beiden durch Doppeltbrechung erzeugten Strahlen entgegengesetzt polarisirte zu nennen, vollkommen gerechtfertigt erscheint.

Betrachtet man das Licht als Schwingungen der Aethertheilchen, so kommt man bei einiger Ueberlegung wohl bald auf den Gedanken, daß die Schwingungen in einem polarisirten Strahle in einer Ebene vor sich gehen und geradlinig sind. Ein solcher Strahl mag ein geradlinig polarisirter heißen, und die Ebene, in welcher die Schwingungen vollzogen werden, die Schwingungsebene oder Vibrationsebene. Da sich bei dem polarisirten Lichte eine bestimmte Polarisationsebene, keine solche Ebene aber im unpolarisirten Lichte nachweisen läßt; so dürfte dieß wohl nichts anderes heißen, als wechsele im unpolarisirten Lichte die Schwingungsrichtung von Augenblick zu Augenblick, so daß innerhalb einer gewissen Zeit die Schwingungen nach allen möglichen Richtungen erfolgen. Der Vorgang der Polarisation bei den doppeltbrechenden Körpern bestände folglich nach dieser Ansicht ganz einfach in der Zerlegung der Schwingungen in zwei aufeinander rechtwinkligen Richtungen und in der daraus entspringenden Trennung der so entstandenen beiden Wellensysteme. — Die erste dieser von Fresnel ausgesprochenen Ansichten hat Dove durch den Versuch bestätigt. Er ließ nämlich die Strahlen einer Lampe durch ein mit großer aber gleichförmiger Geschwindigkeit rotirendes Nicol'sches Prisma parallel der Drehungsachse gehen, wodurch also die Polarisationsebene der einzelnen Strahlen bei einer Umdrehung des Prismas alle möglichen Richtungen erhielten. Das austretende Licht zeigte bei näherer Prüfung ein dem unpolarisirten Lichte analoges Verhalten: denn es gab durch ein doppeltbrechendes Prisma untersucht bei langsamer Drehung desselben stets Bilder von gleicher Intensität. — Von dem wirklichen Vorhandensein der Polarisation in dem hier zur Anwendung gekommenen Lichte konnte man sich überzeugen, wenn man die Dauer des Lichtes so verkürzte, daß die Polarisationsebene während jener Dauer nur einen kleinen Kreisbogen durchlief. Wurde in der That das Licht der Lampe durch den Funken einer sich selbst entladenden Leydener Flasche ersetzt, um den im Dunkeln rotirenden Nicol nur für einen Augenblick zu beleuchten und die Rotation in scheinbare Ruhe zu verwandeln; so erkannte man das herausfahrende Licht als polarisirtes. — Das theilweise po-

larisirte Licht ist hiernach als ein Gemenge von polarisirtem und unpolarisirtem Lichte zu betrachten: ein solches Licht verhält sich weder wie polarisirtes noch wie unpolarisirtes; je mehr aber der eine Theil den andern überwiegt, desto mehr wird die resultirende Wirkung der Wirkung nahe kommen, welche jener hervorragende Theil für sich hervorbringt.

Die Schwingungen bei einem geradlinig polarisirten Strahle können entweder longitudinal wie Luftwellen oder transversal wie Wasserwellen sein. Bei der ersten Annahme, wenn die Schwingungen in der Richtung der Strahlen geschähen, läßt sich nicht gut einsehen, warum dergleichen Schwingungen nicht eben so leicht durch zwei gegeneinander rechtwinklig gekreuzte Turmalinplatten gehen sollten als durch zwei solcher Platten, deren Achsen eine parallele Lage zu einander haben. Es bleiben daher nur die transversalen Schwingungen übrig, welche Lichtempfindungen hervorzurufen vermögen. — Die Schwingungsebene des durch eine Turmalinplatte polarisirten Strahles ist zu der krystallographischen Achse der Turmalinplatte parallel: denn es läßt sich sonst wieder schwer erklären, warum der polarisirte Strahl nicht eben so gut durch die zweite Platte dringen sollte bei der gekreuzten wie bei der parallelen Lage. So wären wir denn zu dem Resultate gekommen, von dem in einem optisch einachsigen Krystall erzeugten ungewöhnlichen Strahle auszusagen, daß die Schwingungsrichtung des letzteren mit dem Hauptschnitt parallel läuft. — Da die beiden durch Doppelbrechung des unpolarisirten Lichtes hervorgehenden Strahlen im Allgemeinen ein ähnliches Verhalten zeigen, nur ihre mit derselben Eigenschaft begabten Seiten um 90° differiren; so liegt wieder der Gedanke nahe, den in einem optisch einachsigen Krystall erzeugten gewöhnlichen Strahl sich als solchen vorzustellen, bei welchem die Schwingungsrichtung senkrecht zum Hauptschnitt steht. — Diese Bestimmungen hinsichtlich der Schwingungsrichtung in den durch Doppelbrechung erhaltenen polarisirten Strahlen stehen in dem genauesten Zusammenhange, so daß die Richtigkeit der einen die Richtigkeit der andern nach sich zieht. Ihre völlige Uebereinstimmung mit den verschiedenartigsten Erscheinungen berechtigt uns, sie als den getreuen Ausdruck eines wirklichen Vorganges in der Natur anzusehen.

Zu welchen einfachen Ergebnissen, die mit der Erfahrung im vollkommensten Einklange stehen, diese Vorstellungsweise führt, werden folgende leichte Betrachtungen zeigen. — Es falle ein geradlinig polarisirter Lichtstrahl auf ein Kalkspathprisma, dessen Hauptschnitt eine beliebige Neigung φ gegen die Polarisationsebene des einfallenden Strahles

besitzt. Denkt man sich die Schwingung des letzteren bei seinem Eintritt in das Prisma in zwei rechtwinklige Schwingungen zerlegt, wovon die eine parallel zu dem Hauptschnitt, die andere senkrecht gegen ihn gerichtet ist; so werden $c \cos \varphi$ und $c \sin \varphi$ Schwingungsintensitäten der beiden Schwingungen sein, wenn c die Schwingungsintensität des einfallenden Strahles bezeichnet. Daraus ergibt sich: $c^2 \cos^2 \varphi + c^2 \sin^2 \varphi = c^2$, d. h. die Summe der Intensitäten der beiden hindurchgegangenen Lichtstrahlen ist gleich der Intensität des einfallenden Lichtstrahles, vorausgesetzt, daß kein Licht bei der Reflection und durch Absorption verloren geht. — Setzt man die Intensität des einfallenden Strahles $= 1$, so erhält man für die Intensität U des ungewöhnlichen Strahles, dessen Schwingungen zu dem Hauptschnitte parallel sind: $U = \sin^2 \varphi$, und für die Intensität G des gewöhnlichen Strahles, bei welchem die Schwingungen senkrecht gegen den Hauptschnitt gerichtet sind: $G = \cos^2 \varphi$. — Für $\varphi = 0$ erlischt der ungewöhnliche Lichtstrahl, während der gewöhnliche seine größte Intensität $= 1$ hat. — Für $\varphi = 90^0$ erlischt der gewöhnliche Strahl und der ungewöhnliche besitzt seine größte Intensität. — Für $\varphi = 45^0$ sind die Intensitäten beider Strahlen einander gleich; ist jener Winkel kleiner als 45^0, so ist der ordentlich gebrochene Strahl der intensivere; dagegen ist der ungewöhnliche Strahl der stärkere, wenn gedachter Winkel größer als 45^0 wird. — Dieses Gesetz über die Vertheilung des polarisirten Lichtes hat zuerst Malus aufgestellt, weßhalb es das Malus'sche Gesetz heißt.

Ein unpolarisirter Lichtstrahl von der Intensität $= 1$ läßt sich als die Zusammensetzung zweier entgegengesetzt polarisirter Lichtstrahlen betrachten, deren jeder die Intensität $= \frac{1}{2}$ hat. Läßt man nämlich einen unpolarisirten Strahl auf ein doppelt brechendes Prisma fallen, dessen Hauptschnitt mit der Polarisationsebene der einen Hälfte einen Winkel φ, folglich mit der Polarisationsebene der zweiten Hälfte einen Winkel $= 90 - \varphi$ bildet; so erhält man in dem Prisma für die erste Hälfte zwei Strahlen, einen gewöhnlichen von der Intensität $\frac{\cos^2 \varphi}{2}$; und einen ungewöhnlichen von der Intensität $\frac{\sin^2 \varphi}{2}$; desgleichen für die zweite Hälfte zwei Strahlen, einen gewöhnlichen von der Intensität $\cos^2 \frac{(90^0 - \varphi)}{2} = \frac{\sin^2 \varphi}{2}$; und einen ungewöhnlichen von der Intensität $\sin^2 \frac{(90^0 - \varphi)}{2} = \frac{\cos^2 \varphi}{2}$. Demnach ist die Summe der Intensitäten der beiden gewöhnlichen Bilder $= \frac{\cos^2 \varphi}{2} + \frac{\sin^2 \varphi}{2} = \frac{1}{2}$; und die Summe der Intensitäten der beiden ungewöhnlichen Bilder $= \frac{\sin^2 \varphi}{2} + \frac{\cos^2 \varphi}{2} = \frac{1}{2}$;

d. h. die zwei Bilder haben stets gleiche Intensitäten bei jeder Lage des Hauptschnittes des doppeltbrechenden Prismas, worin gerade der Character des unpolarisirten Lichtes besteht.

Combinirt man zwei doppeltbrechende Prismen miteinander, so erhält man im Allgemeinen vier Bilder, indem jeder aus dem ersten Prisma austretende Strahl in dem zweiten Prisma eine abermalige Doppelbrechung erleidet. Der gewöhnliche Strahl G theilt sich in die zwei Strahlen Gg und Gu, deren Intensitäten beziehungsweise $\frac{\cos^2 \varphi}{2}$ und $\frac{\sin^2 \varphi}{2}$ sind, wenn φ der Winkel ist, welchen die Hauptschnitte beider Prismen miteinander machen; desgleichen spaltet sich der ungewöhnliche Strahl U in die zwei Strahlen Ug und Uu, deren Intensitäten respective durch $\frac{\sin^2 \varphi}{2}$ und $\frac{\cos^2 \varphi}{2}$ ausgedrückt werden. — Ist nun $\varphi = 0$, so wird $Gg = \frac{1}{2} = Uu$; dagegen $Gu = 0 = Ug$: es bleiben mithin dann blos zwei Bilder übrig und zwar wird der gewöhnliche Strahl im zweiten Prisma gewöhnlich und der ungewöhnliche darin ungewöhnlich gebrochen. — Für $\varphi = 90^0$ wird $Gg = 0 = Uu$ und $Gu = \frac{1}{2} = Ug$: d. h. man erhält abermals zwei Bilder, diesmal erfährt aber der gewöhnliche Strahl im zweiten Prisma die ungewöhnliche und der ungewöhnliche Strahl darin die gewöhnliche Brechung. — Für $\varphi = 45^0$ wird $Gg = \frac{1}{4} = Uu = Gu = Ug$; d. h. man bekommt vier Bilder, welche gleiche Helligkeit besitzen. — Für die übrigen gegenseitigen Lagen der beiden Hauptschnitte gibt es vier Bilder, von denen zwei die beiden anderen an Intensität übertreffen.

Legt man ein zugeschnittenes Turmalinplättchen auf ein Kalkspathprisma, so werden die Intensitäten der beiden Bilder, wenn 1 die Intensität des einfallenden Lichtes ist und die Absorption bei dem Durchgange durch die Krystalle unberücksichtigt bleibt, durch $Gu = \frac{\sin^2 \varphi}{2}$ und $Uu = \frac{\cos^2 \varphi}{2}$ ausgedrückt, wo φ den Winkel bezeichnet, welchen die Hauptschnitte der Krystalle miteinander einschließen. — Für $\varphi = 0$ und $\varphi = 90^0$ erhält man nur ein einziges Bild, das in dem einen wie in dem andern Falle einerlei Helligkeit besitzt: der Unterschied zwischen jenen zwei Bildern besteht nur darin, daß das erstere von dem gewöhnlich gebrochenen Strahl im Prisma und das zweite von dem darin ungewöhnlich gebrochenen Strahle herrührt. — Legt man zwei zugeschnittene Turmalinplättchen aufeinander, so werden, wenn 1 die Intensität des einfallenden Lichtes ist, die Veränderungen der Intensität des aus dem zweiten Plättchen ausfahrenden Lichtes durch die Formel $Uu = \frac{\cos^2 \varphi}{2}$ dargestellt, da der aus dem ersten Plättchen austretende

ungewöhnlich gebrochene und polarisirte Strahl im zweiten Plättchen nur auf die ungewöhnliche Weise gebrochen wird. Die Intensität des durch das zweite Plättchen durchgelassenen Lichtes nimmt desto mehr ab, je größer der Winkel φ wird, den die beiden Achsen einschließen und wird Null, wenn dieser Winkel ein rechter ist.

Wir wollen nun untersuchen, welche gegenseitige Einwirkung polarisirte Lichtstrahlen aufeinander ausüben, wobei die Theorie uns als Führerin dienen mag, ihr Ausspruch aber stets mit der Erfahrung zusammengehalten werden soll. — Zwei polarisirte Lichtstrahlen, deren Polarisationsebenen parallel sind, werden bei ihrem Zusammentreffen genau dieselben Erfolge zu Stande bringen, wie sie unter den nämlichen Umständen bei unpolarisirtem Lichte stattfinden. Dergleichen Strahlen werden sich mithin an dem Orte ihres Zusammentreffens verstärken, wenn der eine Strahl dem andern um ein gerades Vielfache einer halben Wellenlänge vorangeeilt ist; dagegen sich tilgen, wenn der eine Strahl hinter dem andern um ein ungerades Vielfache einer halben Wellenlänge zurücksteht. — Die Vibrationsintensität C der zusammengesetzten Schwingung, welche in der nämlichen Richtung wie bei den Componenten vor sich geht, wird im Allgemeinen durch den Ausdruck: $C = \sqrt{c^2 + c'^2 + 2\,c\,c' \cos \frac{2\pi\delta}{T}}$ dargestellt, wo c und c′ die Schwingungsintensitäten der zwei übereinstimmend polarisirten Strahlen und $\frac{2\pi\delta}{T}$ ihre Phasendifferenz bezeichnen. — Bilden die Polarisationsebenen der beiden interferirenden Strahlen einen Winkel φ miteinander, so können sich dieselben nicht mehr gänzlich vernichten, selbst wenn sie auch in einer solchen Phasendifferenz zusammentreffen, daß sie sich vollständig aufheben müßten, wenn sie unpolarisirt wären. Diese Bemerkung ist von Wichtigkeit, indem sie zur Entdeckung einer eigenthümlichen Lichtbewegung führte und das Experiment hervorrufen half, durch welches die Richtigkeit von transversalen Lichtschwingungen definitiv entschieden ward. Die einzelnen hier vorkommenden Fälle näher ins Auge zu fassen dürfte deßhalb ganz an seinem Orte sein. Ist der Phasenunterschied der beiden interferirenden Strahlen Null, deren Vibrationsintensitäten ein für allemal c und c′ sein mögen; so ist die resultirende Bewegung eine geradlinige. Die Lage der Bahn wird gefunden, wenn man auf den Richtungen der Componenten die Schwingungsintensität c und c′ aufträgt und damit ein Parallelogramm construirt: die Diagonale dieses Parallelogrammes wird die gesuchte Bahn darstellen, so daß die Intensität C^2 des resultirenden geradlinig polarisirten Strahles zum Ausdruck hat: $C^2 = c^2 + c'^2 + 2\,c\,c' \cos \varphi$. Das Minimum $C^2 = c^2 + c'^2$ findet statt wenn $\varphi = 90^0$ ist, d. h. wenn

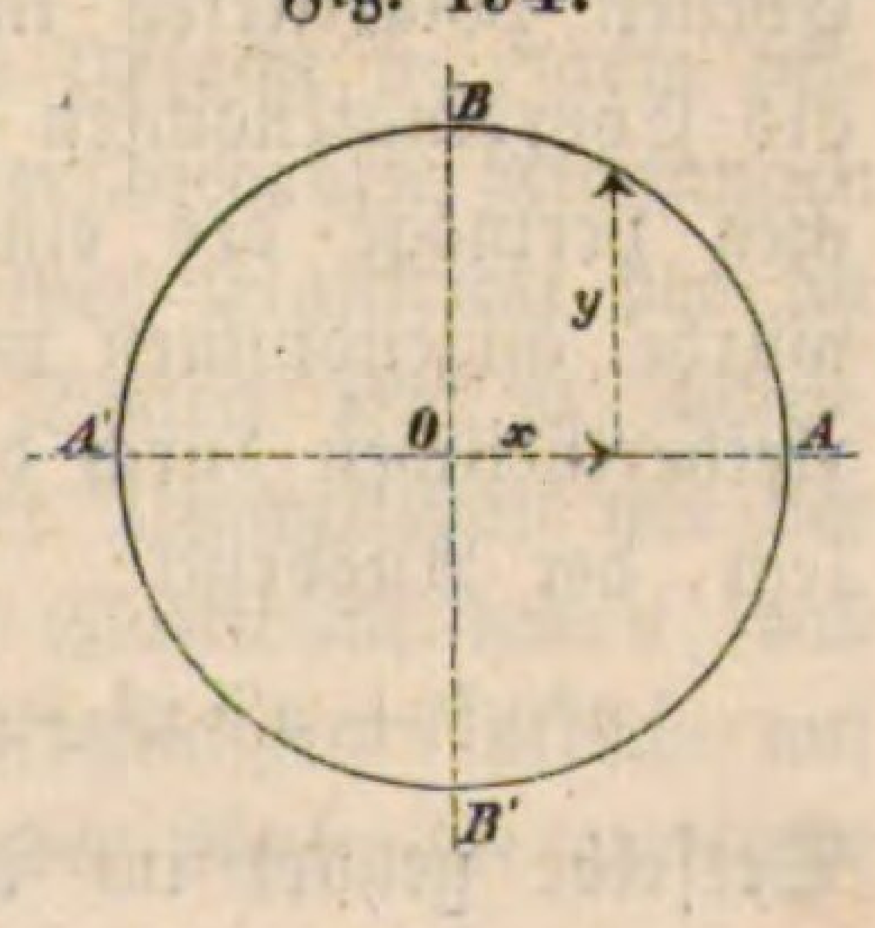
die Polarisationsebenen der interferirenden Strahlen senkrecht zu einander stehen; dagegen tritt das Maximum $C^2 = (c + c')^2$ ein, wenn die Polarisationsebenen zusammenfallen. — Beträgt der Phasenunterschied der beiden zusammentreffenden Strahlen eine halbe Schwingungsdauer, so entsteht abermals geradlinig polarisirtes Licht; seine Schwingungsrichtung erfolgt aber im zweiten und vierten Quadranten, während jene des vorhin erhaltenen polarisirten Lichtes im ersten und dritten Quadranten liegt. — Die Intensität C^2 des resultirenden Strahles hat zum Ausdruck: $C^2 = c^2 + c'^2 - 2cc' \cos \varphi$; sie erreicht ihr Maximum $C^2 = c^2 + c'^2$, wenn $\varphi = 90^0$; und ihr Minimum $C^2 = (c - c')^2$ für $\varphi = 0$. Sobald folglich die Polarisationsebenen der beiden interferirenden Strahlen einen Winkel einschließen, geht die Schwächung des Lichtes nicht mehr bis zur Vernichtung und beträgt um so weniger, je größer jener Winkel ist, dergestalt, daß das Interferenzphänomen selbst im entsprechenden Grade an Deutlichkeit verliert.

Zur Begründung dieser wichtigen Thatsache werden folgende zwei von Fresnel und Arago zuerst angestellten Versuche dienen. — Man lasse wie bei den Beugungsversuchen die von einer leuchtenden Linie kommenden Strahlen auf zwei in einem Metallschirme befindliche enge, der Lichtlinie parallele Spalten auffallen: es entsteht so das jeder Spalte entsprechende Beugungsphänomen und außerdem erscheinen in der Mitte des Gesichtsfeldes Interferenzen, welche durch Einwirkung der von beiden Spalten herrührenden Strahlen entstanden sind. Im Wesentlichen wird an der Erscheinung nichts geändert, wenn man vor jede Spalte ein der Krystallachse parallel geschnittenes Turmalinplättchen von einerlei Dicke so anbringt, daß die Achsen beider Turmalinplatten parallel sind. Dreht man aber das eine Plättchen, so nimmt die Deutlichkeit der letzterwähnten Interferenzstreifen mehr und mehr ab und die Wahrnehmbarkeit derselben fällt ganz hinweg, wenn die Achsen der Plättchen einen rechten Winkel miteinander machen, mithin die Polarisationsebenen der aus den Plättchen austretenden Strahlen senkrecht aufeinander stehen. — Man nehme statt der Turmalinplättchen zwei gleich dicke der Krystallachse parallel geschnittene Bergkrystallplatten. Jede dieser Platten vor eine der Spaltöffnungen gebracht, liefert zwei entgegengesetzt polarisirte Strahlen, welche bei der einen Platte durch G und U, bei der anderen durch G' und U' dargestellt sein mögen. Sind die Achsen der beiden Platten parallel zu einander, so interferiren sich blos G und G', ferner U und U'; denn G und U', desgleichen G' und U können keinen gegenseitigen Einfluß aufeinander ausüben, weil ihre Polarisationsrichtungen senkrecht aufeinander stehen. Da in dem vorliegenden Fall das Interferenzphänomen von Lichtstrahlen herrührt,

welche in den beiden Krystallplatten die nämliche Brechungsart erlitten haben, also mit gleichen Geschwindigkeiten fortgegangen sind; so wird das Phänomen in der Mitte des Gesichtsfeldes sich zeigen, welche gleichen zurückgelegten Wegen entspricht. — Haben die Achsen der Platten eine geneigte Lage gegeneinander, so kommen noch die Interferenzen von G mit U′ und von U mit G′ hinzu. Die ihnen zugehörigen Fransengruppen werden auf beiden Seiten der oben erwähnten mittleren Fransengruppe zum Vorschein kommen, weil sie von Strahlen herstammen, welche in den beiden Platten verschiedene Brechungen erfahren haben. — Stehen endlich die Achsen der Platten senkrecht zu einander, so werden die Lichtstrahlen gleichen Namens senkrecht aufeinander polarisirt sein, was zur Folge hat, daß nunmehr die mittlere Fransengruppe verschwindet, dagegen jetzt die Seitenspectra ihre größte Stärke erreichen, weil die interferirenden Strahlen parallel zu einander polarisirt sind. — Aus diesen Versuchen geht klar hervor, daß die Fähigkeit polarisirter Lichtstrahlen durch Interferenz Modificationen zu bewirken, wie unpolarisirtes Licht in dem Maße zu- oder abnimmt, in welchem sich ihre Polarisationsebenen dem Parallelismus nähern oder davon entfernen, gerade wie die Theorie es aussagt.

Stehen die Polarisationsebenen der beiden interferirenden Strahlen senkrecht aufeinander, sind ferner die Amplituden a und a′ der Seitenstrahlen sich gleich und beträgt ihr Gangunterschied ein Viertel oder drei Viertel einer Wellenlänge, so erhält man, wenn die Richtungen der Bewegung, welche das Theilchen vermöge des einen und des andern Strahles allein machen würde, zu Coordinatenachsen angenommen werden: $x^2 + y^2 = a^2$ für die Gleichung der Bahn, welche dasselbe durch das Zusammenwirken der beiden geradlinig polarisirten Strahlen beschreibt. Die Gleichung drückt einen Kreis mit dem Halbmesser a aus. Einen solchen Strahl, dessen Theilchen gleiche Kreise beschreiben, nennt man einen circular oder kreisförmig polarisirten, im Gegensatz zu dem linear oder geradlinig polarisirten, bei welchem die Theilchen in geradlinigen Bahnen schwingen. Ein kreisförmig polarisirter Strahl kann also entstanden angesehen werden aus dem Zusammenwirken zweier rechtwinklig aufeinander polarisirten Strahlen von gleicher Intensität, deren einer dem andern um $1/4\,\lambda$ oder $3/4\,\lambda$ voraus ist. — Für beide Fälle bleibt der Kreis derselbe; nur erfolgt für den einen die Schwingung von der Linken gegen die Rechte und für den andern von der Rechten gegen die Linke. — Um dies deutlicher einzusehen,

Fig. 194.



seien A A′ und B B′ (Fig. 194) die Bahnen des Theilchens O für die zwei Seitenstrahlen, $OA = OB = a$ die positiven Amplituden, O die Ruhelage des Theilchens. Die Elongation x des Theilchens nach der Richtung O A ist zu einer gewissen Zeit $= a \sin \frac{2\pi t}{T}$ und die Elongation y desselben nach der Richtung O B in dem nämlichen Augenblicke $= a \sin \frac{2\pi}{T}\left(t + \frac{T}{4}\right) = a \cos \frac{2\pi t}{T}$, da die Phasenzeiten der beiden Seitenstrahlen um ein Viertel der Schwingungsdauer differiren.

Für $t = 0$ wird $x = 0$ und $y = a$; das Theilchen ist also in B;
für $t = \frac{T}{4}$ wird $x = a$ und $y = 0$; das Theilchen befindet sich dann in A;
für $t = \frac{T}{2}$ wird $x = 0$ und $y = -a$; das Theilchen ist zur Zeit in B′;
für $t = \frac{3T}{4}$ wird $x = -a$ und $y = 0$; das Theilchen befindet sich in diesem Augenblick in A′. In diesem Falle bewegt sich das Theilchen in der ersten Hälfte seiner Kreisbahn von der Linken gegen die Rechte wie der Zeiger einer Uhr; weßhalb ein solcher Strahl ein rechts circular polarisirter genannt wird. — In dem zweiten Fall haben wir $x = a \sin \frac{2\pi t}{T}$ und $y = a \sin \frac{2\pi}{T}\left(t + \frac{3T}{4}\right) = -a \cos \frac{2\pi t}{T}$.
Für $t = 0$ wird $x = 0$ und $y = -a$; das Theilchen ist also in B′;
für $t = \frac{T}{4}$ wird $x = a$ und $y = 0$; das Theilchen befindet sich in A;
für $t = \frac{T}{2}$ wird $x = 0$ und $y = a$; das Theilchen ist dann in B;
für $t = \frac{3T}{4}$ wird $x = -a$ und $y = 0$; das Theilchen ist in diesem Moment in A′. In dem zweiten Fall durchläuft mithin das Theilchen die erste Bahnhälfte von der Rechten gegen die Linke, folglich die zweite von der Linken gegen die Rechte; ein derartiger Strahl heißt deßhalb ein links circular polarisirter.

Bezeichnet $\frac{2\pi\delta}{T}$ den Phasenunterschied der beiden in verschiedenen Ebenen polarisirten interferirenden Lichtstrahlen, so ergibt sich, wenn als Coordinatenachsen die Richtungen der Bewegung, welche das Theilchen vermöge des einen oder des andern Strahles allein vollenden würde, angenommen werden, für die Gleichung der Bahn, welche das Aetherteilchen durch das Zusammenwirken der beiden Strahlen zurücklegt, der Ausdruck:

$$a^2 y^2 + a'^2 x^2 - 2 a a' x y \cos \frac{2\pi\delta}{T} = a^2 a'^2 \sin^2\left(\frac{2\pi\delta}{T}\right).$$

Derselbe gehört im Allgemeinen einer Ellipse an, deren Achsen nicht

mit den Ausschlagsrichtungen zusammenfallen. Einen solchen Strahl, bei welchem die Theilchen gleiche Ellipsen beschreiben, nennt man einen elliptisch polarisirten. — Beträgt der Phasenunterschied ein Viertel oder drei Viertel einer Schwingungsdauer, so verwandelt sich die vorstehende Gleichung in: $a^2 y^2 + a'^2 x^2 = a^2 a'^2$. Diese gehört abermals einer Ellipse an, bei welcher zwei conjugirte Durchmesser mit den Ausschlagsrichtungen der zwei interferirenden Strahlen zusammenfallen. Diese conjugirte Durchmesser gehen in die Achsen der Ellipse über, wenn außerdem die Polarisationsebenen der interferirenden Strahlen senkrecht aufeinander stehen. — Auch hier können die Aethertheilchen ihre auf der Richtung des Strahles senkrechten elliptischen Bahnen in zweierlei entgegengesetztem Sinne durchlaufen; weßhalb man einen Unterschied zwischen rechts und links elliptisch polarisirtem Lichte macht. Bei dem rechts polarisirten Lichte durchläuft das Theilchen die erste Bahnhälfte wie der Zeiger einer Uhr von der Linken gegen die Rechte, bei dem links polarisirten erfolgt jene Bewegung nach der gerade entgegengesetzten Richtung. — Aus der Interferenz geradlinig polarisirter Lichtstrahlen sehen wir unter Umständen nicht blos geradlinig polarisirtes, sondern auch circular oder elliptisch polarisirtes Licht hervorgehen. Ob der eine oder der andere Fall stattfindet, hängt ab einerseits von dem Gangunterschied der interferirenden Strahlen und anderseits von dem Winkel, den ihre Polarisationsebenen miteinander bilden. Auch kommt dieser Winkel bei der Beurtheilung der resultirenden Intensität in Betracht, während bei der Intensität unpolarisirten oder in einerlei Ebene linearpolarisirten Lichtes der Gangunterschied der Strahlen allein einen Einfluß auf die resultirende Intensität ausübt. Das circular und elliptisch polarisirte Licht, welches letztere das erstere und das linearpolarisirte als besondere Fälle in sich begreift, wird in einem späteren Kapitel den Gegenstand unserer Untersuchung abgeben.

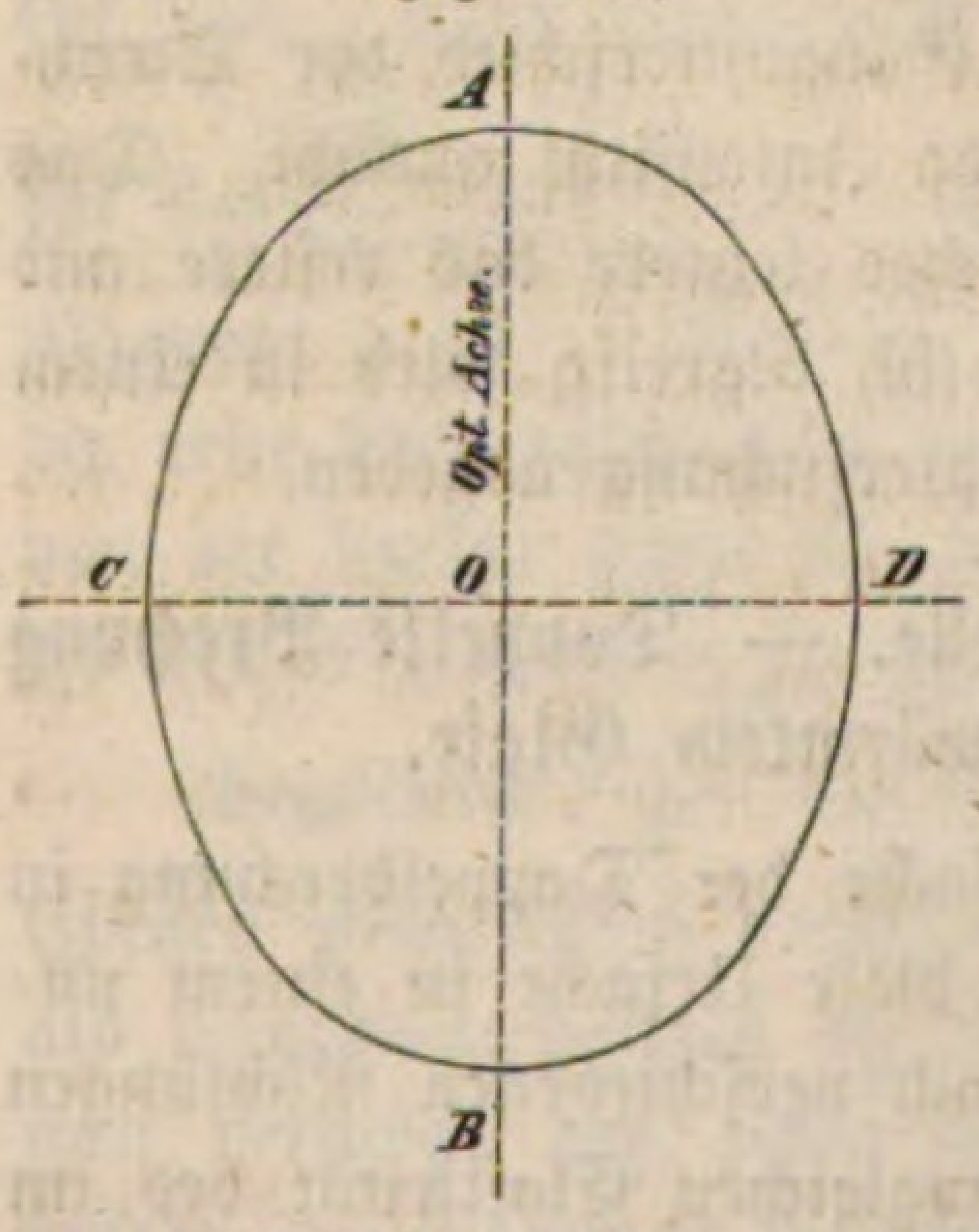
3. Elasticitätsfläche der einachsigen Krystalle. — Doppelte Brechung in zusammengedrücktem oder erwärmtem Glase.

Fragen wir nach der eigentlichen Ursache der Doppelbrechung in den Krystallen, so liegt der Gedanke nahe, diese Ursache in einem ungleichen Baue des durchsichtigen Körpers nach verschiedenen Richtungen hin und in einer daraus entspringenden ungleichen Elasticität des im Körper befindlichen Aethers nach verschiedenen Seiten hin zu suchen. Schon in der Akustik haben wir gesehen, daß der Doppelspath wie der Bergkrystall nicht nach allen Richtungen einerlei Elasticität haben, daß bei beiden Körpern die Elasticität nach allen Richtungen senkrecht auf die Achse dieselbe ist, bei dem Doppelspath in der Achse die geringste

Elasticität, dagegen bei dem Bergkrystall in der Achse die größte Elasticität sich vorfindet. Es wird darum wohl nicht gewagt erscheinen, für die Theilchen des Aetherfluidums ebenfalls anzunehmen, was für die Theile jener Körper thatsächlich nachgewiesen ist. Die Lichtfortpflanzung wird nach dieser Ansicht also von der in der Schwingungsrichtung entwickelten Elasticität des Aethers abhängen, mithin desto schneller sein, je größer die Elasticität des Aethers in der Richtung der Vibration ist. Kennt man demnach bei einem doppeltbrechenden Körper die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes nach verschiedenen Richtungen hin, so wird sich daraus das Gesetz der Elasticität des Aethers nach jenen Richtungen entnehmen lassen. Die Fläche, welche das Gesetz darstellt, nach welchem sich die Elasticität des Aethers nach den verschiedenen Richtungen in einem Körper ändert, nennt Fresnel die *Elasticitätsfläche* des Körpers, die von der *Wellenfläche* wohl zu unterscheiden ist.

Wir betrachten zunächst die Elasticitätsfläche der einachsigen negativen Krystalle. Bei dieser Klasse von Körpern ist die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes in der Richtung der optischen Achse am kleinsten, mithin die Elasticität des Aethers ein Minimum nach allen Richtungen, welche auf der optischen Achse senkrecht stehen. Dagegen ist die Elasticität des Aethers in der optischen Achse ein Maximum, weil das Licht in dem zur Achse senkrechten Schnitte sich mit der größten Geschwindigkeit fortpflanzt. Stellt daher A B (Fig. 195) die Elasticität des Aethers in der Richtung der optischen Achse eines negativen Krystalls dar, ferner C D die Elasticität rechtwinklig zur optischen Achse; so wird das Rotationsellipsoid, welches durch Umdrehung der Ellipse, deren große Achse AB und kleine Achse CD ist, um die Achse AB entsteht, das Gesetz der Elasticitätsänderung des Aethers für alle Richtungen im Raume angeben.

Fig. 195.



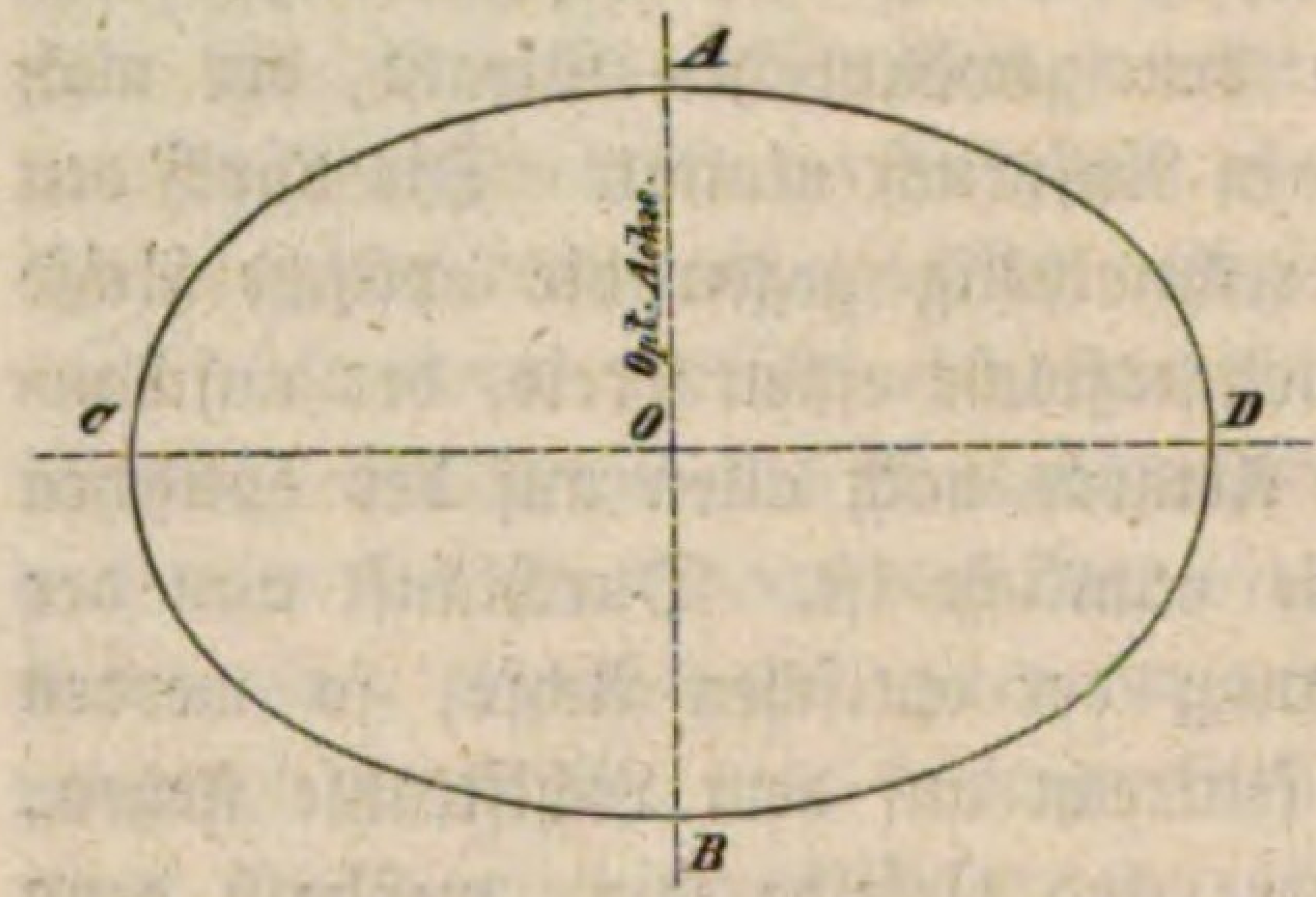
Jede durch die optische Achse gelegte Ebene schneidet die Elasticitätsfläche in einer Ellipse, deren Achsen mit den Achsen des Ellipsoids zusammenfallen. Wenn nun ein Lichtstrahl senkrecht zu einer solchen Schnittebene, mithin auch senkrecht zur optischen Achse durch den Krystall hindurch geht; so werden die Schwingungen, welche parallel zu A B erfolgen, sich schneller fortpflanzen als die Schwingungen, welche parallel zu C D vor sich gehen. Erstere erzeugen den ungewöhn-

lichen Strahl, der senkrecht zur Achse seine größte Geschwindigkeit erreicht, letztere hingegen begründen den gewöhnlichen Strahl, der nach allen Seiten hin gleiche Elasticität in Anspruch nimmt. Die durch den Mittelpunkt der Elasticitätsfläche rechtwinklig gegen die optische Achse gelegte Ebene erzeugt an der Elasticitätsfläche einen Kreis, der anschaulich macht, daß die Elasticität des Aethers nach allen auf der optischen Achse rechtwinkligen Richtungen die nämliche ist. Durchläuft nun der Strahl den Krystall in der Richtung der optischen Achse, so werden für alle Vibrationen, die immer senkrecht auf dem Lichtstrahle stehen, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit eine und dieselbe sein, weßhalb denn auch in einem solchen Falle sich keine Doppelbrechung mehr zeigen wird.

Jede andere durch den Mittelpunkt der Elasticitätsfläche beliebig gelegte Ebene schneidet diese Fläche in einer Ellipse, deren kleinere Achse an Größe der Achse CD gleich kommt und sich zugleich in der auf der optischen Achse AB rechtwinklig stehenden Ebene befindet, und deren größere Achse einem Durchmesser der Erzeugungsellipse gleich ist, welcher eine zwischen den Längen von AB und CD liegende Größe hat. Wenn nun ein Lichtstrahl senkrecht zu der Ebene eines solchen elliptischen Schnittes den Krystall durchläuft, so zerfallen die von jenem Strahle herrührenden Vibrationen in zweierlei Vibrationen, nämlich einmal in Schwingungen, die der kleinen Achse des elliptischen Schnittes parallel sind, folglich auf der optischen Achse senkrecht stehen und so den gewöhnlichen Strahl erzeugen; dann in Schwingungen, welche zu der großen Achse des elliptischen Schnittes parallel sind, d. h. in einer Richtung vor sich gehen, welche mit der optischen Achse einen gewissen Winkel einschließt. Bei den einachsigen negativen Krystallen ändert sich aber die Elasticität des Aethers in den Richtungen zwischen der optischen Achse und der darauf senkrechten Geraden von einem Maximum bis zu einem Minimum; was zur nothwendigen Folge hat, daß die zweite Gattung von Schwingungen mit einer andern Geschwindigkeit als die erste weiter getragen wird. Auf diese Weise entsteht dann der ungewöhnliche Strahl, der nach verschiedenen Richtungen gegen die optische Achse verschiedene Elasticitäten weckt und sich deßhalb nach verschiedenen Richtungen ungleich schnell fortpflanzt.

Bei den einachsigen positiven Krystallen herrscht in der Richtung der optischen Achse die geringste, in der zu ihr senkrechten Richtung die größte Elasticität. Stellt daher AB (Fig. 196) die Größe der Elasticität in der Richtung der optischen Achse und CD die in der darauf senkrechten Richtung dar, so verzeichne man wieder eine Ellipse mit diesen Achsen und lasse dieselbe um AB als Achse sich drehen: das

Fig. 196.



dadurch entstandene abgeplattete Rotationsellipsoid wird die Elasticitätsfläche der einachsig positiven Krystalle vorstellen. — Gelangt nun ein Lichtstrahl auf einen derartigen doppelt brechenden Krystall, so wird er darin ebenfalls zwei rechtwinklige Schwingungen veranlassen, solche die senkrecht auf der optischen Achse stehen, und andere, welche im Hauptschnitte stattfinden. Erstere erzeugen den gewöhnlichen Strahl, der in den positiven Krystallen sich schneller fortpflanzt als der ungewöhnliche Strahl, der von der zweiten Art von Schwingungen herrührt und dessen Geschwindigkeit mithin auch Brechungsverhältniß, außerdem mit dem Einfallswinkel sich ändert, in Folge der besonderen Elasticität des im Innern des Krystalls verbreiteten ätherischen Fluidums.

Unkrystallisirte Körper, wie Glas, tropfbare Flüssigkeiten und Gase, ebenso Krystalle des regulären Systems, d. h. solche Krystalle, welche drei aufeinander rechtwinklige und gleichwerthige Achsen besitzen, geben keine Doppelbilder. Doch bewirken dergleichen Körper, wie Glas, ferner viele vegetabilische und animalische Substanzen, ebenfalls die doppelte Brechung, wenn sie nach einer Seite einem starken Druck ausgesetzt werden oder erhitzt und dann schnell abgekühlt worden sind. Diese neuen Thatsachen können gewissermaßen als Beleg dienen, daß die Gruppirungsweise der Massentheilchen eines Körpers nicht ohne Einfluß auf das Aetherfluidum ist, welches in dem Innern des Körpers sich vorfindet. Dergestalt sind wir gleichsam genöthigt, eine durch jene Gruppirungsweise bedingte Anordnung der Aethertheilchen anzunehmen, in Folge derer die letzteren Theilchen sich in einer Richtung leichter als in einer andern verschieben lassen. — Wenn man eine quadratische Platte von dickem Spiegelglase mittelst einer eisernen Presse nach einer Richtung mäßig zusammendrückt, so sieht man eine vorgehaltene Nadelspitze deutlich doppelt. — Fresnel legte vier gleiche rechtwinklige Glasprismen mit ihrer Hypothenusenfläche auf eine Horizontalebene nebeneinander. Nachdem er diese Prismen aneinander befestigt hatte, drückte er sie mittelst eines schicklich angebrachten Schraubstockes stark zusammen und während er sie in diesem gepreßten Zustande erhielt, fügte er noch drei andere rechtwinklige Prismen und zwei Prismen mit Winkeln von 45° hinzu, um ein vollständiges längliches Parallelepiped

zu bilden. Sah er nun durch dieses von Prismen zusammengesetzte Parallelepiped nach einem um ein Meter entfernt liegenden Lichtpunkte, so erblickte er zwei Bilder, die um ein Millimeter von einander abstanden. Im vorliegenden Falle rührt die doppelte Brechung von der ungleichen Elasticität des Aethers in den zusammengedrückten und in den nicht zusammengedrückten Prismen her.

Was hier durch Pressung hervortrat, das ließ sich auch mit einer ähnlichen Zusammensetzung von ausgekühlten mit ungekühlten abwechselnden Glasprismen bewirken. Erhitzt man ein Glas auf die Weise, daß die Wärme sich von einer der begrenzenden Flächen aus allmählig in das Innere verbreitet, so zeigen sich analoge Erscheinungen. Die Doppelbrechung ist aber vorübergehend und verschwindet, sobald der Körper überall gleichmäßig erhitzt ist; dasselbe ereignet sich bei dem gleichmäßigen Abkühlen. Geschieht aber Letzteres ungleich, so fixirt sich der Spannungsunterschied in den Massentheilchen und das Glas erhält eine bleibende doppelte Structur. Es ist dies z. B. der Fall bei einem Glascylinder, wenn man ihn bis zum Rothglühen erhitzt und dann mit seiner Cylinderfläche auf einer kalten Metallplatte hin- und herrollt, bis er kalt geworden ist. Ueber die hier besprochenen Phänomene werden wir Weiteres mittheilen, wenn von den Farbenerscheinungen die Rede sein wird, zu denen die doppeltbrechenden Körper im polarisirten Lichte Veranlassung geben. — Wie innig übrigens die Wirkung krystallisirter Substanzen auf das Licht mit der durch die Krystallisation bedingten Gruppirungsweise ihrer Theilchen zusammenhängt, geht auch daraus hervor, daß, wenn durch Temperaturerhöhung die rhomboedrische Form des Kalkspaths der Würfelform des regulären Systems näher gebracht wird, der Unterschied hinsichtlich der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes nach verschiedenen Richtungen hin mehr und mehr abnimmt.

4. Optisch zweiachsige Krystalle. — Die Fresnel'sche Fläche. — Optische Constanten. — Die conische Brechung.

Alle Krystalle, welche zu den drei letzten Krystallsystemen, mithin zu dem rhombischen oder dem monoklinischen oder dem triklinischen Systeme gehören, sind optisch zweiachsig, d. h. es gibt in ihnen zwei Richtungen, in denen der einfallende Lichtstrahl nicht in zwei andere Strahlen getheilt wird. Die drei genannten Systeme stimmen darin überein, daß in ihnen keine gleichgroßen Achsen vorkommen. — Bei näherer Untersuchung der hierher gehörigen Krystalle fand Fresnel, daß keiner der beiden Lichtstrahlen, welche durch die Theilung des ein-

fallenden Strahles entstehen, dem Gesetze der gewöhnlichen Brechung unterworfen ist; beide sind ungewöhnlich gebrochen. — Der Winkel der beiden optischen Achsen, d. h. der Winkel der zwei Richtungen, in denen ein Strahl sich fortpflanzen kann, ohne die Doppelbrechung zu erleiden, ändert sich von Krystall zu Krystall. In welchen weiten Grenzen dieser Winkel sich bewegt, wird man aus nachstehender Tabelle ersehen:

Namen der Krystalle.	Winkel der optischen Achsen.
Kohlensaures Bleioxyd	5° 15′.
Salpetersaures Kali	5° 20′.
Glimmer (gewisse Arten)	6°.
Talk	7° 24′.
Arragonit	18° 18′.
Glimmer (gewisse Arten)	25°.
Anhydrit	28° 7′.
Borax	28° 42′.
Glimmer (gewisse Arten)	30° bis 36°.
Schwerspath	37° 42′.
Salpetersaures Zinkoxyd	40°.
Glimmer	45°.
Schwefelsaures Ammoniak	49° 42′.
Zucker	50°.
Phosphorsaures Natron	55° 20′.
Gyps	60°.
Feldspath	64°.
Topas	65°.
Kohlensaures Natron	70°.
Weinsteinsaures Kalinatron	80°.
Chlorsaures Kali	82°.
Salzsaures Kupfer	84° 30′.
Peridot	87° 56′.
Schwefelsaures Eisenoxydul	90°.

Diejenige Linie, welche den spitzen Winkel der beiden optischen Achsen halbirt, heißt Mittellinie; die Linie, welche zu ihr senkrecht steht und den supplementaren stumpfen Winkel halbirt, Supplementarlinie; die Linie endlich, welche senkrecht auf der Ebene der optischen Achsen steht, Perpendicularlinie.

Die Gesetze der doppelten Brechung bei den optisch zweiachsigen Krystallen sind viel verwickelter als bei den optisch einachsigen, weil jedes der beiden gebrochenen Bündel seine eigenen Gesetze befolgt. Indessen sind doch die drei durch je zwei der eben erwähnten drei Linien gelegten Ebenen von solcher Beschaffenheit, daß die innen liegenden

Strahlen wenigstens ein Bündel liefern, das der gewöhnlichen Brechung unterworfen ist. — Schneidet man nämlich zunächst aus dem zweiachsigen Krystall ein Prisma, bei welchem die Kante des brechenden Mittels der Mittellinie parallel ist; so findet man, wenn die Einfallsebene senkrecht auf der Kante des Prismas steht, daß das eine Bündel ganz nach dem Descartes'schen Gesetze gebrochen wird, während das zweite Bündel ein mit der Lage des Strahles veränderliches Brechungsverhältniß besitzt. Der eine Strahl durchläuft folglich in dieser Ebene den Krystall nach allen Richtungen mit einer constanten Geschwindigkeit $= \frac{1}{n}$, wenn n das hier entsprechende constante Brechungsverhältniß ist. — Man schneide ferner aus dem betreffenden zweiachsigen Krystall ein Prisma, bei welchem die Kante des brechenden Winkels der Supplementarlinie parallel ist. Es erleidet alsdann das Bündel, welches vorhin auf ungewöhnliche Weise gebrochen wurde, die gewöhnliche Brechung, während das andere Bündel seinerseits jetzt ungewöhnlich gebrochen wird. Mithin hat der Strahl, welcher vorhin eine veränderliche Geschwindigkeit besaß, jetzt eine constante Geschwindigkeit $= \frac{1}{n'}$, wenn n' das hier stattfindende constante Brechungsverhältniß bezeichnet. — Man schneide endlich aus dem Stoffe, um den es sich handelt, ein Prisma, bei welchem die Kante des brechenden Winkels der Perpendicularlinie parallel ist. Das Brechungsverhältniß des Strahles, das im zweiten Falle ganz nach dem Descartes'schen Gesetz gebrochen wird, ist hier abermals constant. Der Strahl durchläuft mithin den Krystall nun mit einer constanten Geschwindigkeit $= \frac{1}{n''}$, wenn n'' das hierher gehörige constante Brechungsverhältniß bezeichnet.

Für die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten u, u' der beiden gebrochenen Strahlen hat Fresnel folgende allgemeine Formel angegeben:

$$u^2 = b^2 + (a^2 - b^2) \sin^2 \tfrac{1}{2} (\varphi - \Psi),$$
$$u'^2 = b^2 + (a^2 - b^2) \sin^2 \tfrac{1}{2} (\varphi + \Psi);$$

wo a die für alle Durchgangsrichtungen constante Geschwindigkeit des einen Strahles in der auf der Mittellinie senkrechten Ebene bezeichnet; b die für alle Durchgangsrichtungen constante Geschwindigkeit in der auf der Supplementarlinie senkrechten Ebene ausdrückt; ferner φ und Ψ die Winkel sind, welche die Strahlen mit den optischen Achsen machen. Setzen wir $\varphi = \Psi$, in welchem Falle die beiden Achsen sich auf eine einzige reduciren; so verwandeln sich die zwei vorhergehenden Formeln in:

$$u^2 = b^2 \text{ und } u'^2 = b^2 + (a^2 - b^2) \sin^2 \varphi,$$

welche den Geschwindigkeiten der gebrochenen Strahlen bei den einachsigen Krystallen angehören. Die Geschwindigkeit u, welche im All=

gemeinen von dem Unterschiede der beiden Winkel φ, Ψ abhängt, entspricht folglich derjenigen, die bei den einachsigen die gewöhnliche genannt wurde; die andere Geschwindigkeit u' dagegen, welche von der Summe jener Winkel abhängig ist, gehört der sogenannten ungewöhnlichen Brechung an. — Nehmen wir an, daß der einfallende Strahl in der auf der Mittellinie senkrechten Ebene liegt, so ist $\varphi + \Psi = 180^0$; wodurch unsere Formeln in: $u^2 = b^2 + (a^2 - b^2) \cos^2 \varphi$ und $u'^2 = a^2$ übergehen. Der eine Strahl hat folglich nach allen Richtungen in gedachter Ebene eine constante Geschwindigkeit; dagegen ist die Geschwindigkeit des andern Strahles veränderlich und hat für den Fall, daß $a > b$ zum Minimum den Werth b und zum Maximum den Werth $\sqrt{b^2 + (a^2 - b^2) \sin^2 \frac{\gamma}{2}}$, worin γ den Winkel der optischen Achsen bezeichnet. Für $a < b$ vertauschen das Minimum und das Maximum ihre Rollen. — Für die in der auf der Supplementarlinie senkrechten und zugleich durch die Mittellinie gehenden Ebene liegenden Strahlen wird $\varphi = \Psi$. Daraus entspringt $u^2 = b^2$ und $u'^2 = b^2 + (a^2 - b^2) \sin^2 \varphi$. Der eine Strahl behält also nach allen Richtungen in der angenommenen Ebene einerlei Geschwindigkeit; die Geschwindigkeit des andern Strahles ist aber veränderlich und hat, wenn $a > b$ ist, zum Maximum den Werth a und zum Minimum den Werth $\sqrt{b^2 + (a^2 - b^2) \sin^2 \frac{1}{2} \gamma}$, wo γ wieder den Winkel der optischen Achsen bedeutet. Das Maximum wird zum Minimum und umgekehrt, wenn $b > a$ ist. — Für die Strahlen, deren Einfallsebene mit der Ebene der optischen Achse zusammenfällt, hat man $\varphi = \Psi + \gamma$, wo γ immer den Winkel der optischen Achsen darstellt. Daraus ergibt sich:

$$u^2 = b^2 + (a^2 - b^2) \sin^2 \frac{\gamma}{2} \text{ und } u'^2 = b^2 + (a^2 - b^2) \sin^2 \left(\Psi + \frac{\gamma}{2}\right).$$

Die Geschwindigkeit u ist alsdann abermals constant; dagegen ist die Geschwindigkeit u' wieder veränderlich: sie erreicht für $a > b$ ihr Minimum b, wenn $\Psi = -\frac{\gamma}{2}$, und ihr Maximum a, wenn $\Psi = 90 - \frac{\gamma}{2}$. Für $a < b$ vertauschen das Minimum und das Maximum wieder ihre Rollen. — Sind also die drei constanten Geschwindigkeiten a, b, c für ein zweiachsiges Mittel bekannt, von denen die erstere a den Strahlen zukommt, welche in den auf der Mittellinie senkrechten Einfallsebene liegen, die zweite b den Strahlen angehört, welche in der auf der Supplementarlinie senkrechten Einfallsebene sich befinden, die dritte c den Strahlen entspricht, welche in der auf der Perpendicularlinie senkrechten Ebene enthalten sind; so kann der Winkel γ zwischen den optischen Achsen ebenfalls als bekannt angesehen werden. Denn vermöge der oben angeführten Relation:

$c^2 = b^2 + (a^2 - b^2) \sin^2 \frac{\gamma}{2}$ haben wir $\tang \frac{\gamma}{2} = \sqrt{\frac{c^2 - b^2}{a^2 - c^2}}$. — Durch Subtraction der beiden Fresnel'schen Formeln erhält man: $u'^2 - u^2 = (a^2 - b^2) \sin \varphi \sin \Psi$; d. h. für jedes Paar Strahlen, welche beim inneren Durchgange die nämliche Richtung verfolgen, ist der Unterschied der Quadrate ihrer Geschwindigkeiten proportional dem Produkt aus den Sinus der Winkel, welche die gemeinsame Richtung mit jeder der beiden Achsen bildet; ein Gesetz, das Biot und Brewster in der Erfahrung aufgefunden hatten, bevor Fresnel seine allgemeine Formeln für die doppelte Brechung in den zweiachsigen aufgestellt hatte. — Die vollständige Uebereinstimmung der aus den Fresnel'schen Formeln hergeleiteten Resultate mit den Thatsachen berechtigt uns, jene Formeln als eine getreue Darstellung der Gesetze der Lichtbewegung bei den zweiachsigen Krystallen anzunehmen.

Fresnel hat auch den einfachen Grund von diesen Gesetzen angegeben, der bloß in der Verschiedenheit der Elasticität des Aethers nach verschiedenen Richtungen zu suchen ist. Er nahm an, daß diese Elasticität in den optisch zweiachsigen Krystallen nach drei aufeinander senkrechten Richtungen, den sogenannten Elasticitätsachsen, ungleich seien. Es stellen also OX, OY, OZ (Fig. 197) diese Elasticitätsachsen in einem Punkte O des krystallisirten Mittels dar; ferner sei a die Geschwindigkeit, mit welcher sich in der Ebene YOZ die Verrückung des Theilchens O nach der Richtung OX fortpflanzt; b die Geschwindigkeit, mit welcher sich die Bewegung des Theilchens O in der Ebene ZOX nach der Richtung OY weiter trägt; c die Geschwindigkeit, mit welcher die Vibration des Theilchens O in der Ebene XOZ nach OZ fortschreitet. Es läßt sich annehmen, ohne dadurch die Folgerungen im Allgemeinen in irgend welcher Weise zu beschränken, daß von jenen drei Geschwindigkeiten, welche die Hauptgeschwindigkeiten heißen mögen, a die größte, c die kleinste und b die mittlere ist: es wird bei dieser Annahme OX die Achse der größten Elasticität, OZ die der kleinsten und OY die der mittleren sein. — Denkt man sich nun über gedachte drei rechtwinklig aufeinander stehenden Richtungen ein Ellipsoid mit drei ungleichen Achsen construirt, der-

Fig. 197.

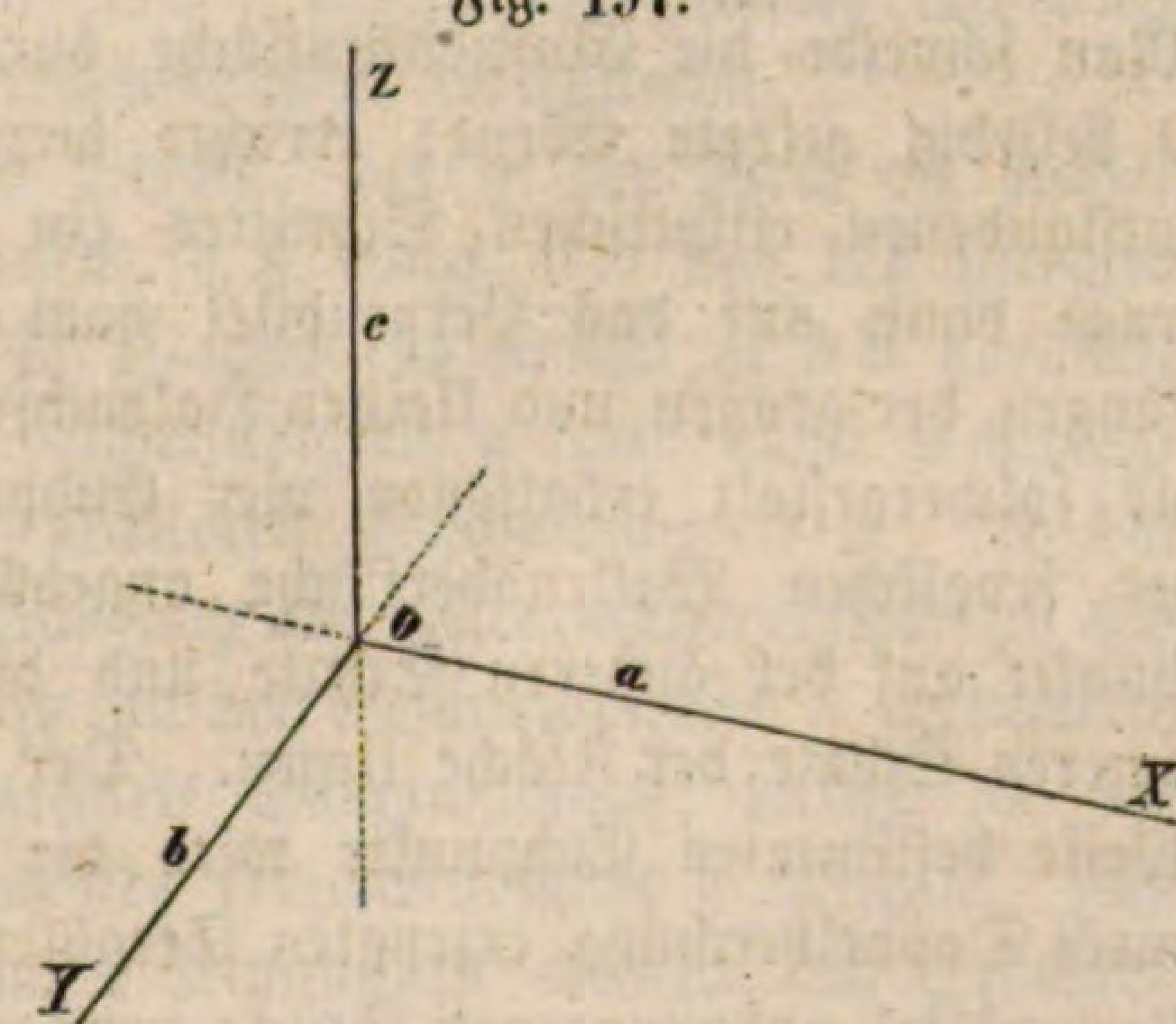
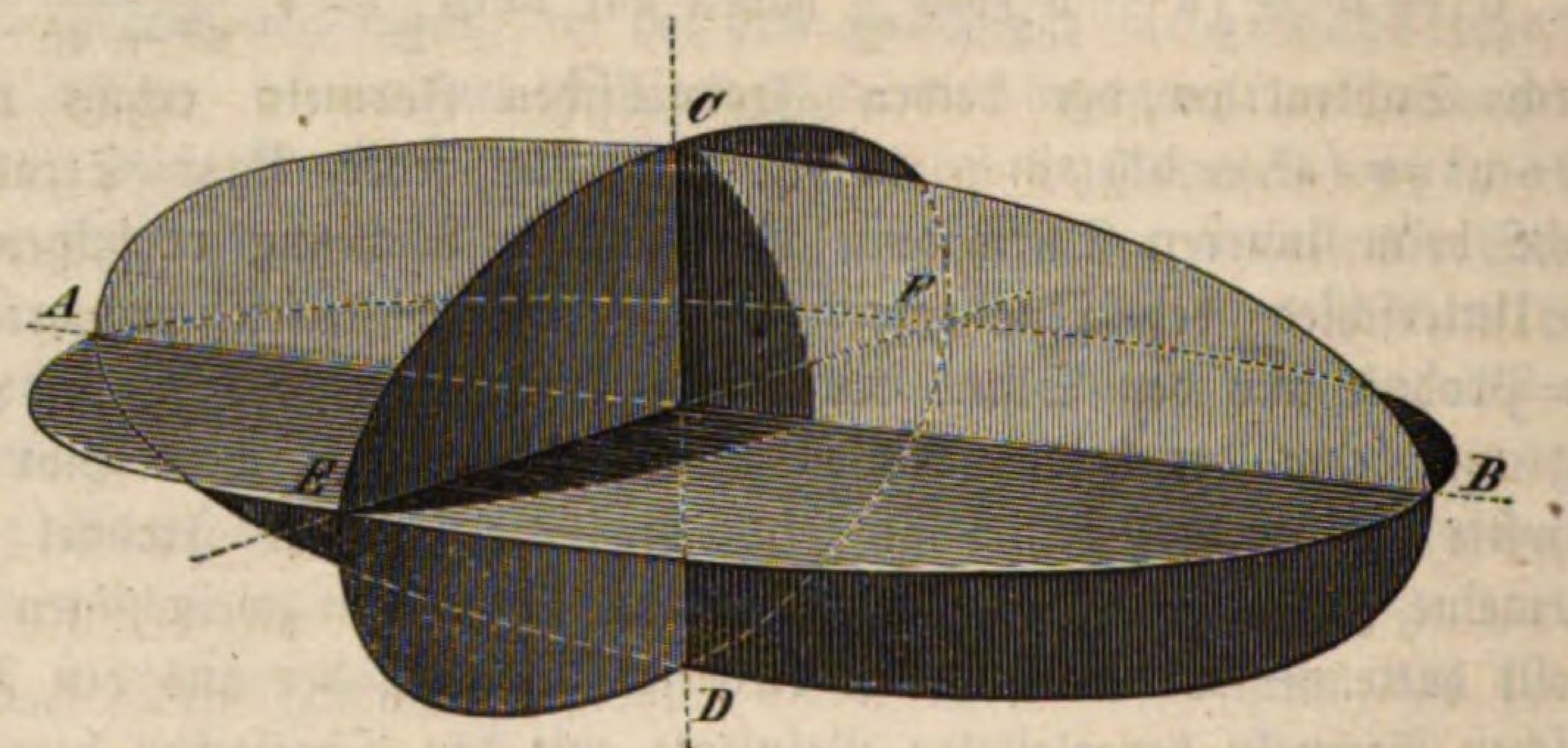


Fig. 198.



gestalt, daß die größere davon $AB = 2a$ (Fig. 198), die kleinere $CD = 2c$ und die mittlere $EF = 2b$ ist; so wird dieses Ellipsoid die Elasticitätsfläche zweiachsiger Krystalle darstellen, gerade so wie das Rotationsellipsoid die Elasticitätsfläche einachsiger Krystalle vorstellt. — Mit Hülfe der Elasticitätsfläche können wir jetzt die Gesetze der Fortpflanzung der Strahlen ableiten, in ähnlicher Weise, wie dies mit der Elasticitätsfläche einachsiger geschehen ist, und damit zugleich eine Vorstellung von der Wellenoberfläche zweiachsiger Krystalle erhalten. Die von Fresnel zu diesem Behufe aufgestellte Regel lautet folgendermaßen: Man schneide die Elasticitätsfläche durch eine durch ihren Mittelpunkt O beliebig gelegte Ebene; errichte hierauf in der Mitte des dadurch entstandenen elliptischen Schnittes ein Perpendikel auf dessen Ebene; trage dann auf das Perpendikel vom Mittelpunkt aus beiderseits die Längen der großen und kleinen Halbachse besagten elliptischen Schnittes: die solchergestalt erhaltenen vier Endpunkte des Perpendikels werden der fraglichen Wellenoberfläche angehören, indem die zwei äußeren Punkte auf der äußeren Schale und die zwei inneren Punkte auf der inneren Schale der Fläche liegen. Der geometrische Ort aller auf diese Weise bestimmten Endpunkte wird die Wellenoberfläche für die beiden durch Doppelbrechung erzeugten Strahlen sein und die beiden auf jedem Perpendikel aufgetragenen Stücke werden die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten der beiden Strahlen nach dieser Richtung vorstellen. — Wir wollen jetzt sehen, mit welchen Geschwindigkeiten sich die Strahlen durch den Krystall innerhalb der Ebenen fortpflanzen, welche durch je zwei Achsen des Ellipsoids gelegt werden können, oder mit anderen Worten die Durchschnitte der Wellenoberfläche mit jenen Ebenen oder die sogenannten drei Hauptschnitte bestimmen.

Wir betrachten zuerst den Strahl in der durch die Achsen der größten und mittleren Elasticität, d. h. durch AB und EF gelegten

Ebene. Der in der Richtung AB sich fortpflanzende Strahl erzeugt zweierlei Vibrationen, solche welche parallel zu OC geschehen und mit der kleinsten im Krystall vorkommenden Geschwindigkeit c fortschreiten; und andere, welche mit der mittleren Geschwindigkeit b nach der Richtung OE weiter getragen werden. Bei dem in der Richtung EF anlangenden Strahl erfolgen die Schwingungen wieder parallel zu OC, die mit der Geschwindigkeit c fortgehen, und dann parallel zu OA, die mit der größten Geschwindigkeit a sich fortpflanzen. Für jeden andern zwischen den Achsen AB und EF liegenden Strahl geschehen die Vibrationen abermals parallel zu OC, welche mit der kleinsten Geschwindigkeit c fortschreiten, und außerdem solche, welche senkrecht auf der Richtung OC stehen und mit einer Geschwindigkeit weiter gehen, die kleiner als die größte und größer als die mittlere b ist. Beschreibt man daher in der angenommenen Ebene um O einen Kreis mit dem Halbmesser c und dann eine Ellipse, deren Halbachsen a und b sind; so wird man die Durchschnitte der Wellenoberfläche mit der durch die größte und mittlere Elasticitätsachse gelegten Ebene erhalten. Der Kreis wird hier von der Ellipse gänzlich eingeschlossen. Ein Strahl, der in dem Hauptschnitt der größten und der mittleren Elasticität durch den Krystall geht, theilt sich demnach in zwei Theile, deren einer nach allen Richtungen gleiche Geschwindigkeit c besitzt, und anderer mit einer von der Richtung abhängigen Geschwindigkeit fortschreitet.

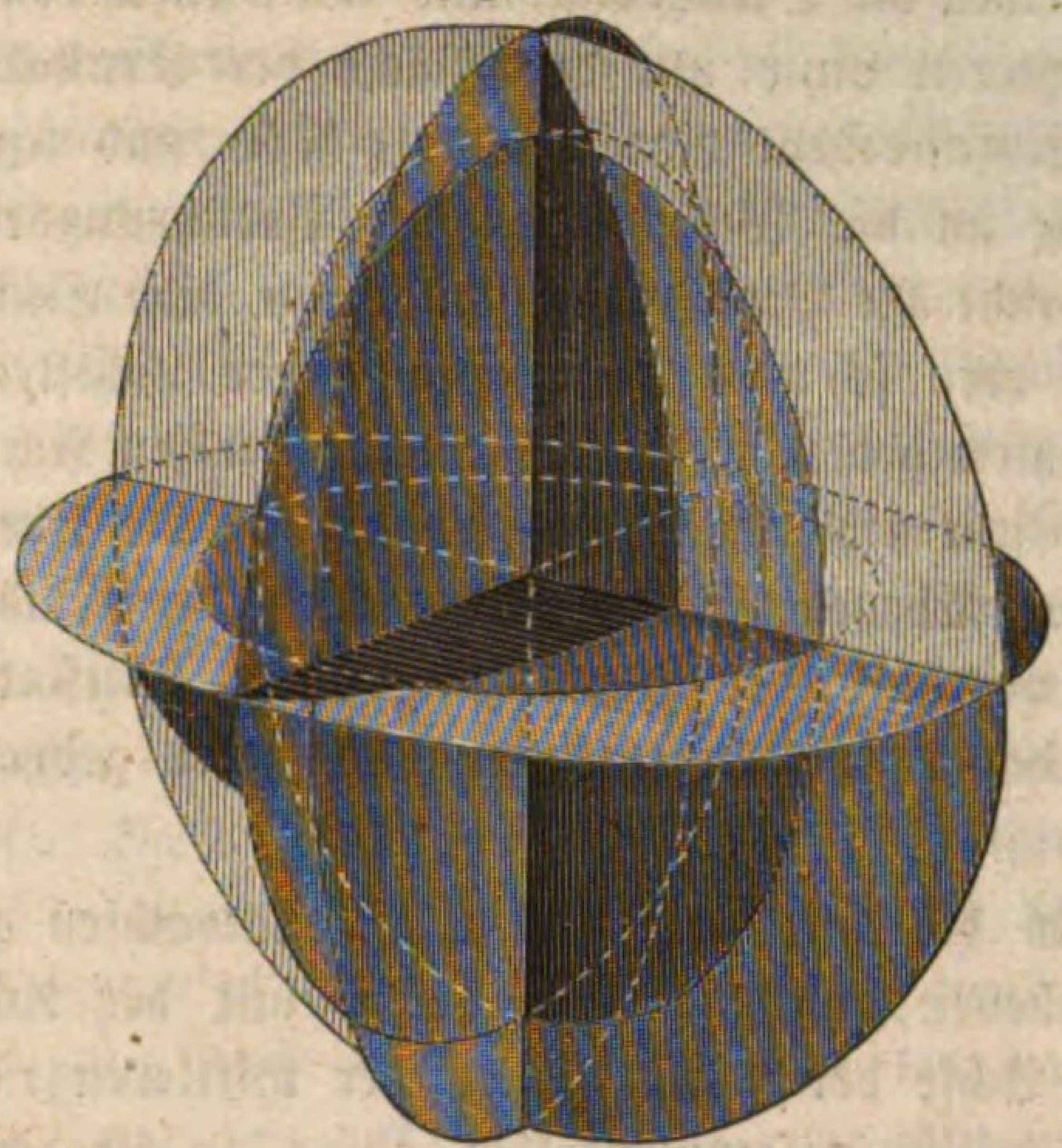
Wir betrachten zweitens den Strahl, der in der durch die Achsen der kleinsten und mittleren Elasticität, d. h. durch CD und EF gelegten Ebene liegt. In der Richtung CD pflanzen sich einmal zu AB parallele Schwingungen mit der größten Geschwindigkeit a fort; dann Schwingungen parallel zu EF mit der mittleren Geschwindigkeit b. In der Richtung EF geschieht die Fortpflanzung einerseits wieder durch zu AB parallele Schwingungen, welche sich mit der Geschwindigkeit a verbreiten, und anderseits durch zu CD parallele Schwingungen, welche die der kleinsten Elasticitätsachse entsprechende Geschwindigkeit c besitzen. Für die zwischen CD und EF liegenden Richtungen können sich Strahlen fortpflanzen, bei denen die zu AB parallele Schwingungen den Krystall mit der Geschwindigkeit a durchwandern; überdies auch Strahlen, bei denen die Vibrationen senkrecht auf AB stehen und mit einer Geschwindigkeit fortgehen, die kleiner als b und größer als c ist. Beschreibt man also wieder um O einen Kreis mit dem Halbmesser a und ferner eine Ellipse mit den Halbachsen b und c, so bekommt man den Hauptschnitt der Wellenfläche mit der durch die Achsen der kleinsten und mittleren Elasticität gelegten Ebene. Die Ellipse wird aber jetzt von dem Kreise eingeschlossen. Ein Strahl, welcher in der durch die Achsen

der kleinsten und mittleren Elasticität gelegten Ebene den Krystall durchläuft, zerspaltet sich daher in zwei Strahlen, deren einer sich darin nach allen Richtungen mit der constanten Geschwindigkeit a fortpflanzt, der andere aber eine zwischen den Grenzen b und c liegende und mit der Richtung veränderliche Geschwindigkeit besitzt.

Wir betrachten noch die in der Ebene der größten und kleinsten Elasticitätsachse befindlichen Strahlen. Hier können sich einmal Strahlen fortpflanzen, deren Schwingungen der Achse der mittleren Elasticität parallel sind und nach allen Seiten mit einer dieser Achse entsprechenden Geschwindigkeit b fortgehen; dann Strahlen, deren Vibrationen senkrecht auf gedachter Achse stehen und mit einer zwischen a und c liegenden Geschwindigkeit den Krystall durchlaufen. Beschreibt man folglich abermals um O einen Kreis mit dem Halbmesser b, ferner eine Ellipse mit den Halbachsen a und c; so bekommt man die Durchschnitte der Wellenoberfläche mit einer durch die Achsen der größten und der kleinsten Elasticität gelegten Ebene. Im vorliegenden Falle schneiden sich Kreis und Ellipse in vier Punkten. Die in der Ebene der kleinsten und der größten Elasticitätsachse liegenden Strahlen zerspalten sich folglich in zwei Theile, von denen der eine mit einer constanten Geschwindigkeit b fortschreitet, der andere aber mit einer veränderlichen zwischen den Grenzen a und b enthaltenen Geschwindigkeit.

Die Wellenoberfläche der zweiachsigen Krystalle oder die Fresnel'sche Fläche hat das Ansehen eines ellipsoidischen Körpers, der in der Richtung zusammengedrückt erscheint, in welcher die entsprechende Elasticitätsfläche ausgedehnt ist und umgekehrt, so daß die große Achse der Fresnel'schen Fläche mit der kleinen Achse der Elasticitätsfläche zusammenfällt und umgekehrt. Außerdem bietet die Fresnel'sche Fläche noch zwei sich diametral gegenüberliegende Vertiefungen dar, die in conische Spitzen auslaufen und an den Stellen liegen, in denen sich Kreis und Ellipse schneiden. — Die Figur 199 gewährt eine perspectivische Ansicht der drei Hauptschnitte der Wellenoberfläche. Um zu einer klaren Anschauung dieser Fläche zu gelangen, ist es gut, ihre Hauptschnitte nebst einigen anderen Schnitten in geeignetem Maßstabe aus Pappdeckel auszuschneiden und in der gehörigen Weise aneinander zu fügen. Wie wir bei Anfertigung unseres in Pappe ausgeführten Modells zu Werke gegangen sind, wird aus folgender kurzen Angabe erhellen. Wollte man die Achsenverhältnisse bei der Ausführung des Modells für die Wellenfläche so wählen, wie solche in der Wirklichkeit vorkommen; so würden die charakteristischen Eigenschaften der Fläche am Modelle nicht deutlich genug hervortreten. Wir nahmen deßhalb zu den drei Halbachsen des Modells beziehungsweise die Größen von 20 Centimeter,

Fig. 199.



18 Centimeter und 15 Centimeter an. Hierauf berechneten wir mittelst der Gleichung der Wellenfläche, welche in dem vorliegenden Falle folgende ist: $(x^2 + y^2 + z^2)(400\,x^2 + 324\,y^2 + 225\,z^2) - 219600\,x^2 - 202500\,y^2 - 162900\,z^2 + 29160000 = 0$ die mit der Ebene XZ parallelen Schnitte. Wir setzten zu diesem Behuf successive für y die Werthe 0, 1, 2, 3, ... 16, 17 in die vorige Gleichung, wodurch wir die um 1 Centimeter von einander abstehenden Durchschnitte erhielten. Hierauf wurden Schichten von Pappe, deren Dicke 1 Cent. betrug, nach diesen Durchschnitten angefertigt. Nachdem jene Schichten in der richtigen Ordnung aufeinander geleimt und die vorspringenden Kanten weggenommen waren, fiel das Modell in ziemlich guter Form aus.

Mit den Richtungen der optischen Achsen eines zweiachsigen Krystalles ist die Lage seiner Elasticitätsachsen gegeben, da die Richtungen derselben mit denen der Mittellinie, der Supplementarlinie und der Perpendicularlinie bezüglich zusammenfallen. Zugleich ist die Größe der Elasticitätsachsen als bekannt anzusehen, wenn die Hauptgeschwindigkeiten a, b, c des Lichtes nach den Richtungen jener Achsen in Zahlen bestimmt sind. Dergestalt kann also angenommen werden, daß die Wellenoberfläche des Krystalls construirt werden könne. Will man nun für einen einfallenden Strahl die Richtungen der beiden gebrochenen Strahlen in einem optisch zweiachsigen Krystall graphisch bestimmen, so beschreibe man in der Einfallsebene mit einem der Einheit gleichen Halbmesser einen Halbkreis; verlängere hierauf den einfallenden Strahl, bis er diesen Halbkreis trifft und lege durch den Durchschnitts-

37*

punkt H an denselben die Berührungslinie HK; durch den Durchschnittspunkt K der letzteren Linie mit der Fläche des Krystalls errichte man ferner auf die Einfallsebene eine Normale KR; und lege endlich durch gedachte Normale an die Wellenfläche eine Berührungsebene. Die geraden Linien, welche die Berührungspunkte mit dem Einfallspunkte verbinden, werden eben so viele dem einfallenden Lichtstrahle zugehörige gebrochene Strahlen geben. Im Allgemeinen lassen sich durch eine bestimmte gerade Linie vier Berührungsebenen an die Fresnel'sche Fläche legen; zwei jener Ebenen sind aber der Aufgabe fremd, weil für sie die Berührung oberhalb der Begrenzungsfläche stattfindet. Die Construction wird daher im Allgemeinen blos zwei gebrochene Strahlen liefern.

Wählen wir die durch die drei Elasticitätsachsen gelegten Ebenen zu Coordinatenebenen, wo die Achse der x mit der Achse der größten Elasticität, die Achse der y mit jener der mittleren, die Achse der z mit der der kleinsten zusammenfallen mag; so ist die Gleichung des Ellipsoids oder der Elasticitätsfläche der optisch zweiachsigen Mittel von der Form:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} - 1 = 0,$$

worin a, b, c die Hauptgeschwindigkeiten des Mittels wie oben bezeichnen. Mittelst dieser Gleichung einerseits und mit Hülfe des Satzes anderseits, in Folge dessen die Halbachsen des diametralen Schnittes der Elasticitätsfläche die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten der beiden gebrochenen Strahlen darstellen, welche dem einfallenden Strahle entsprechen, dessen Richtung durch das durch den Mittelpunkt gefällte Perpendikel angegeben wird, läßt sich die Gleichung der Fresnel'schen Fläche herleiten. In Bezug auf das gewählte Coordinatensystem entspringt daraus für die Fresnel'sche Fläche folgende Gleichung:

$$(x^2 + y^2 + z^2)(a^2 x^2 + b^2 y^2 + c^2 z^2) - a^2(b^2 + c^2) x^2 -$$
$$- b^2(a^2 + c^2) y^2 - c^2(a^2 + b^2) z^2 + a^2 b^2 c^2 = 0.$$

Machen wir in der letzteren Gleichung nach und nach $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$; so finden wir wie oben, daß die Hauptschnitte ein Kreis und eine Ellipse sind, welche zu Gleichungen haben:

für die Ebene yz . . . $z^2 + y^2 - a^2 = 0$, $b^2 y^2 + c^2 z^2 - b^2 c^2 = 0$;
für die Ebene xz . . . $x^2 + z^2 - b^2 = 0$, $a^2 x^2 + c^2 z^2 - a^2 c^2 = 0$;
für die Ebene yx . . . $x^2 + y^2 - c^2 = 0$, $a^2 x^2 + b^2 y^2 - a^2 b^2 = 0$.

Für die Durchschnitte der Elasticitätsfläche mit den drei Coordinatenebenen erhalten wir:

in der Ebene yz: $c^2 y^2 + b^2 z^2 - b^2 c^2 = 0$;

in der Ebene xz: $c^2 x^2 + a^2 z^2 - a^2 c^2 = 0$;

in der Ebene xy: $b^2 x^2 + a^2 y^2 - a^2 b^2 = 0$.

Aus der vergleichenden Zusammenstellung dieser Resultate ergibt sich:

1) daß der elliptische Schnitt in der Wellenfläche derselbe ist wie in der Elasticitätsfläche; nur fällt die große Achse des einen Schnittes mit der kleinen Achse des andern zusammen und umgekehrt;

2) daß der Kreisschnitt zum Durchmesser diejenige Achse der Elasticitätsfläche hat, welche senkrecht auf der Ebene des Kreisschnitts steht.

Für b = c erhält die Gleichung der Wellenfläche folgende Form: $(x^2 + y^2 + z^2 - b^2)(a^2 x^2 + b^2 (y^2 + z^2) - a^2 b^2) = 0$. Die Wellenfläche besteht dann aus einer Kugelfläche und aus einem Rotationsellipsoid. Dieser Fall findet bei den doppelt brechenden einachsigen Krystallen statt. — Für b = a = c verwandelt sich die Gleichung der Wellenfläche in: $x^2 + y^2 + z^2 - a^2 = 0$, welche einer Kugelfläche angehört. Der letztere Fall ereignet sich, wenn die Fortpflanzung der Wellenbewegung nach allen Seiten mit der nämlichen Geschwindigkeit erfolgt, wie es bei unkrystallisirten Substanzen und den Krystallen des regulären Systems geschieht. So schließt denn das Fresnel'sche Gesetz das von Huyghens und das von Descartes als besondere Fälle in sich; d. h. es verwandelt sich in die letzteren, wenn von den drei aufeinander rechtwinkligen Elasticitätsachsen zuerst zwei und dann alle drei an Größe gleich werden.

Um also alle Bewegungsgesetze der beiden gebrochenen Strahlen in einem optisch zweiachsigen Krystall zu bestimmen, kommt es zunächst darauf an, die Hauptgeschwindigkeiten a, b, c, d. h. die Geschwindigkeiten nach den drei Elasticitätsachsen zu ermitteln, oder mit andern Worten die Brechungsverhältnisse $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}$ aufzufinden, welche diesen Geschwindigkeiten entsprechen und welche die **Hauptbrechungsverhältnisse** oder die **optischen Constanten** zweiachsiger Krystalle genannt werden. Man wird deßhalb aus dem Krystall drei Prismen schneiden, deren brechenden Kanten bezüglich zu den drei Elasticitätsachsen parallel sind und hierauf in Bezug auf die ordentlich gebrochenen Strahlen in diesen Prismen ganz auf ähnliche Weise verfahren wie bei einfach brechenden Mitteln. Damit man bei dieser Methode es blos mit dem nach dem Descartes'schen Gesetze gebrochenen Strahle zu thun habe, kann man sich einer Turmalinplatte bedienen, deren Achse der Kante des betreffenden Prismas parallel liegt: denn bekanntlich läßt eine solche Platte nur dasjenige polarisirte Licht hindurch, dessen Vibrationen parallel zu seiner Achse geschehen. — Der schwedische Physiker Rudberg hat dieses Verfahren auf den Arragonit und den farb-

losen Topas angewandt und die diesen Substanzen zugehörigen Brechungsverhältnisse für die sieben Frauenhofer'schen Linien B, C, D, E, F, G, H des Farbenspectrums mit großer Sorgfalt bestimmt. Die von ihm gefundenen Resultate sind hier unten zusammengestellt:

Hauptbrechungsverhältnisse für den Arragonit.

Strahl.	$\frac{1}{a}$	$\frac{1}{b}$	$\frac{1}{c}$
B	1,52749	1,67631	1,68061
C	1,528820	1,67779	1,68203
D	1,53013	1,68157	1,68589
E	1,53264	1,68634	1,69084
F	1,53479	1,69053	1,69515
G	1,53882	1,69836	1,70318
H	1,54226	1,70509	1,71011

Hauptbrechungsverhältnisse für den farblosen Topas.

Strahl.	$\frac{1}{a}$	$\frac{1}{b}$	$\frac{1}{c}$
B	1,60840	1,61049	1,61791
C	1,60935	1,61144	1,61880
D	1,61161	1,61375	1,62109
E	1,61452	1,61668	1,62408
F	1,61701	1,61914	1,62662
G	1,62154	1,62365	1,63123
H	1,62539	1,62745	1,63506

Zu bemerken ist, daß bei dem Arragonit die erste Reihe der oben angeführten Brechungsverhältnisse, nämlich die Reihe der kleinsten Werthe jener Verhältnisse dem Prisma angehörte, dessen brechende Kante der Mittellinie parallel war; dagegen die dritte Reihe, welche die größten Werthe enthielt, dem Prisma entsprach, dessen brechende Kante der Supplementarlinie parallel lag. Bei dem farblosen Topas trat der entgegengesetzte Fall ein, indem man die erste oder die Reihe der kleinsten Brechungsverhältnisse mit dem Prisma erhielt, dessen Kante der Supplementarlinie parallel lief; hingegen die dritte oder die Reihe der größten Brechungsverhältnisse bei dem Prisma fand, dessen Kante der Mittellinie parallel war. Es zeigt sich also hinsichtlich des optischen Verhaltens zwischen dem Arragonit und dem farblosen Topas ein Unterschied, auf welchen wir bald wieder zurückkommen werden. — Die von Rudberg bestimmten Brechungsverhältnisse des Arragonits und des farblosen Topas zeigen, daß ebenfalls für die optisch zweiachsigen Krystalle die Doppelbrechung für verschiedenfarbige Strahlen verschieden ist

und zwar desto stärker, je größer die einfache Brechbarkeit der Farbe oder je kürzer die Undulationslänge derselben ist. — Auch hat Rudberg gefunden, daß der Winkel zwischen den optischen Achsen im Arragonit vom violetten bis zum rothen Ende des Spectrums fortwährend wächst, im farblosen Topas aber der umgekehrte Fall eintritt. — Ferner fand er, daß der Winkel zwischen den optischen Achsen für gleichfarbiges Licht mit der Temperatur sich ändert.

Was nun die Lage der beiden optischen Achsen bei den zweiachsigen Krystallen überhaupt anlangt, so hat man bis jetzt noch kein Gesetz aufgefunden, wonach diese Lage von den krystallographischen Achsen in allen Fällen abhängig gemacht werden könnte, wie es bei den einachsigen Krystallen der Fall ist. Einige Beispiele mögen dies erläutern. Wir betrachten zuerst vier verschiedene Krystalle aus dem rhombischen System, das drei aufeinander senkrechte Achsen aufweist, die sämmtlich an Größe verschieden sind. Von den drei ungleichen Achsen wird eine, gewöhnlich die größere als Hauptachse gewählt, wobei denn die beiden anderen Achsen zu sogenannten Nebenachsen werden. — Bei dem Topas und dem Arragonit fällt die Mittellinie mit der Hauptachse und die Ebene der optischen Achsen mit der durch die Hauptachse und die größere Nebenachse gelegten Ebene zusammen. — Bei dem Schwerspath und dem Weißbleierz steht die Ebene der optischen Achsen senkrecht auf der Hauptachse und die Mittellinie coincidirt mit der kleineren Nebenachse. Diese Beispiele und andere zeigen, daß bei den Krystallen, welche zu dem rhombischen Systeme gehören, die optischen Achsen in eine durch zwei krystallographische Achsen gelegte Ebene zu liegen kommen.

Wir nehmen einige Beispiele aus dem monoklinischen Systeme, bei welchem eine Achse senkrecht auf den zwei andern steht, die sich unter spitzem Winkel schneiden. Die erstere Achse heißt die symmetrische Achse und die Ebene der beiden andern Achsen die symmetrische Ebene. Die Ebene der optischen Achsen steht hier entweder auf der symmetrischen Ebene senkrecht oder fällt mit dieser Ebene zusammen. Ersteres ereignet sich z. B. beim Borax und bei der Weinsäure, das Andere z. B. beim Zucker und bei der schwefelsauren Magnesia. — Für die Krystalle des triklinischen Systems endlich, dessen drei untereinander ungleiche Achsen alle drei schief gegeneinander geneigt sind, ist man bis jetzt noch nicht dahin gelangt, einen Zusammenhang zwischen der Lage der optischen Achsen und jener der krystallographischen Achsen nachzuweisen. Bei dem Kupfervitriol fällt die eine optische Achse in die Richtung der einen krystallographischen Achse und die Ebene der optischen Achsen steht fast senkrecht auf einer der Säulenflächen des Krystalls. Bei dem doppelt chromsauren Kali steht die Ebene der opti-

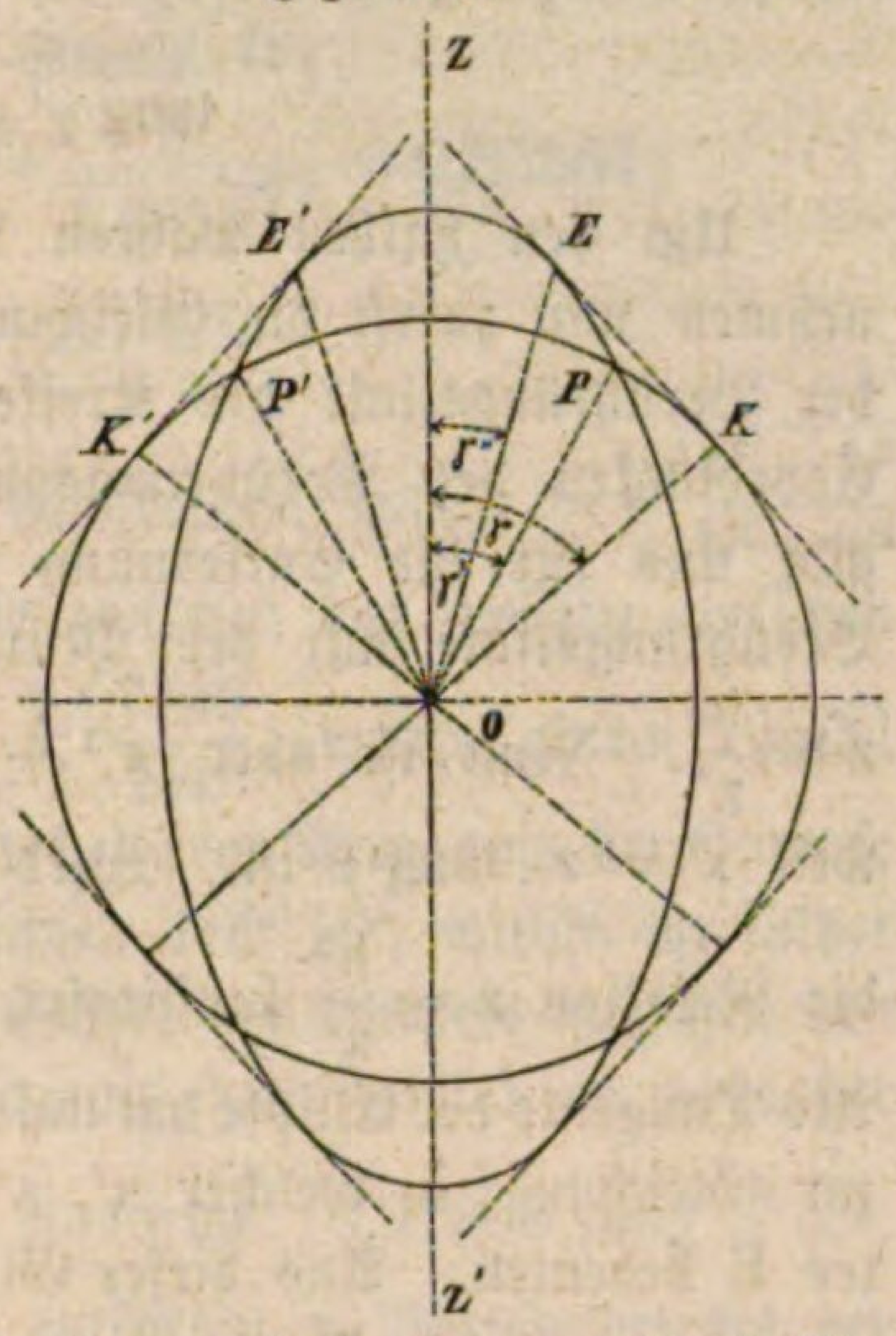
schen Achsen fast senkrecht auf den Säulenkanten des Krystalls. — Diejenigen Leser, welche sich eine klare Anschauung von der Verschiedenheit der Lage der optisch zweiachsigen Krystalle verschaffen wollen, glauben wir auf die schöne Sammlung von optischen Krystallmodellen aufmerksam machen zu dürfen, die der geschickte Mechanikus Fessel zu Cöln anfertigt. Auf jedem einzelnen dieser mit vieler Sachkenntniß ausgearbeiteten Modelle ist alles Bemerkenswerthe schriftlich angeführt und die Lage der optischen Achsen durch Stahlstifte angegeben.

Wir müssen hier auf den Unterschied aufmerksam machen, welcher zwischen der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtstrahles und der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der ebenen Wellen in den doppeltbrechenden Mitteln besteht. Nach der vorhin angeführten Construction wird die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Strahles durch die Verbindungslinie des Einfallspunktes mit dem aufgefundenen Berührungspunkt, d. h. durch den Lichtstrahl der Wellenoberfläche angegeben. Dagegen wird, da die gebrochenen ebenen Wellen sich parallel zur Berührungsebene im Krystall verbreiten, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit dieser Wellen durch ein vom Einfallspunkt auf die Berührungsebene gefälltes Perpendikel dargestellt. Bei den Kugelwellen stehen die nach dem Berührungspunkt gezogenen Leitstrahlen senkrecht auf der Berührungsebene, was bei den elliptischen Wellen sich nur in einzelnen Fällen ereignet; der Werth des Leitstrahles ist deßhalb von dem Werth des erwähnten Perpendikels verschieden. Daher kommt es denn, daß die Geschwindigkeiten, womit sich in zweiachsigen Krystallen die Strahlen nach verschiedenen Richtungen fortpflanzen, nicht mit den Geschwindigkeiten zusammenfallen, womit die auf den Strahlen senkrecht stehenden Wellenebenen fortschreiten.

Die optische Achse eines doppelt brechenden Krystalls ist diejenige Richtung, nach welcher sich die ebenen Wellen mit der nämlichen Geschwindigkeit verbreiten; jene Achse wird daher auf der Berührungsebene, welche den beiden Theilen der Wellenoberfläche gemeinsam angehört, senkrecht stehen. Man findet die Richtung der fraglichen Achse in einem zweiachsigen Krystalle, wenn man an den Kreis und die Ellipse, welche die durch die Achsen der größten und kleinsten Elasticität gelegte Ebene als Schnitte liefert, eine gemeinschaftliche Tangente KE (Fig. 201) legt und von O aus eine Senkrechte OK auf diese Tangente zieht. Die Senkrechte, welche mit dem Radius OK zusammenfällt und verlängert auf der diametral gegenüberliegenden gemeinsamen Tangente jene beiden Schnitte ebenfalls senkrecht steht, wird die Richtung der einen optischen Achse angeben. Das von O aus auf die zwei anderen

jenen Schnitten gemeinschaftlichen Tangenten, welche wieder diametral gegenüber liegen und parallel zu einander laufen, gefällte Perpendikel wird die Richtung der zweiten optischen Achse bezeichnen. Die ebenen Wellen, welche den in den Richtungen des Leitstrahls OE und des Radius OK liegenden beiden Strahlen angehören, gehen folglich mit gleicher Geschwindigkeit durch den Krystall.

Fig. 200.



Der Punkt P, in welchem Kreis und Ellipse einander schneiden, gehört beiden Theilen der Wellenoberfläche an; in der Richtung des Leitstrahls OP können deßhalb zwei Strahlen mit gleicher Geschwindigkeit fortschreiten, von denen die Schwingungen des einen rechtwinklig zu jenen des andern stehen. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der ihnen entsprechenden Wellen wird aber nicht die nämliche sein, weil die in P an Kreis und Ellipse gelegten Berührungslinien nicht zusammenfallen, mithin die von O aus auf diese Linien gefällten Perpendikel nicht einander gleich sind. Wegen dieser bemerkenswerthen Eigenschaften heißen die Richtungen OP und OP' die scheinbar optischen Achsen oder die optischen Achsen für Strahlen im Gegensatz zu den wahren optischen Achsen OK und OK' oder den optischen Achsen für Wellen.

Es sollen nun die Winkel berechnet werden, welche die elliptischen Leitstrahlen OP, OE und der Radius OK mit der Achse OZ oder mit der Mittellinie einschließen. Um den halben scheinbaren Achsenwinkel $POZ = \gamma'$ zu bestimmen, nehmen wir die drei Gleichungen: $x^2 + z^2 = b^2$, $a^2 x^2 + c^2 z^2 = a^2 c^2$ und $z \,.\, \operatorname{tang} \gamma' = x$ zu Hülfe. Die erstere gehört dem Kreisschnitte, die zweite dem elliptischen Schnitte, die dritte der geraden Linie OP an. Für den Punkt P finden diese drei Gleichungen gleichzeitig statt. Führen wir mithin den Werth von x aus der dritten in die beiden ersteren ein, so verwandelt sich dieselbe in: $z^2 (1 + \operatorname{tang}^2 \gamma') = b^2$ und $z^2 (a^2 \operatorname{tang}^2 \gamma' + c^2) = a^2 c^2$, aus welchen durch Division entspringt:

$$\frac{1 + \operatorname{tang}^2 \gamma'}{a^2 \operatorname{tang}^2 \gamma' + c^2} = \frac{b^2}{a^2 c^2}.$$

Diese Gleichung in Bezug auf $\tang \gamma'$ aufgelöst liefert den Werth:

$$\tang \gamma' = \frac{c}{a} \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{b^2 - c^2}}.$$

Um den halben wahren Achsenwinkel $KOZ = \gamma$ zu bestimmen, nehmen wir zuerst die Gleichung $zz' + xx' = b^2$ zur Hand, welche der Berührungslinie des Kreises angehört und in welcher x', z' die Coordinaten des Berührungspunktes K bezeichnen. Diese Gleichung gibt uns für die Entfernung $OZ = z$ des Durchschnittspunktes der Berührungslinie mit der Mittellinie von dem Punkte O den Werth $z = \frac{b^2}{z'}$. Nun ist aber $z'^2 + x'^2 = b^2$ oder $z'^2 (1 + \tang^2 \gamma) = b^2$, weil $x' = z \,.\, \tang \gamma$ ist. Wird der Werth von $z' = \frac{b}{\sqrt{1 + \tang^2 \gamma}}$ in die Relation $z = \frac{b^2}{z'}$ substituirt, so bekommt man $z = b \,.\, \sqrt{1 + \tang^2 \gamma}$. Als Tangente der Ellipse hat unsere Linie aber auch $a^2 x x' + c^2 z z' = a^2 c^2$ zur Gleichung, in welcher x', z' die Coordinaten des Berührungspunktes E bedeuten. Aus dieser Gleichung erwächst für die nämliche Größe z der Werth $z = \frac{a^2}{z'}$. Nun ist $a^2 x'^2 + c^2 z'^2 = a^2 c^2$, welche Gleichung vermöge der Relation $\tang \gamma = \frac{a^2 x'}{c^2 z'}$ sich in $z'^2 (c^2 \tang^2 \gamma + a^2) = a^4$ verwandelt. Wird der daraus entnommene Werth von

$$z' = \frac{a^2}{\sqrt{a^2 + c^2 \tang^2 \gamma}}$$

in die Relation $z = \frac{a^2}{z'}$ eingeführt; so bekommt man $z = \sqrt{a^2 + c^2 \tang^2 \gamma}$. Indem wir die beiden Werthe von z einander gleich setzen, erhalten wir $a^2 + c^2 \tang^2 \gamma = b^2 (1 + \tang^2 \gamma)$; aus welcher entspringt:

$$\tang \gamma = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{b^2 - c^2}}.$$

Um endlich den Winkel $EOZ = \gamma''$ zu finden, erwägen wir einmal, daß $z' \tang \gamma'' = x'$ ist, worin z' und x' wieder die Coordinaten des Berührungspunktes E bedeuten; ferner daß $\tang \gamma = \frac{a^2 x'}{c^2 z'}$. Aus der Verbindung dieser beiden Gleichungen ergibt sich:

$$\tang \gamma'' = \frac{c^2}{a^2} \tang \gamma = \frac{c^2}{a^2} \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{b^2 - c^2}}.$$

Die Ausdrücke für die Tangenten der drei Winkel γ, γ' und γ'' sind demnach, wie wir sehen, nur durch die Factoren $\frac{c}{a}$, $\frac{c^2}{a^2}$ von einander verschieden. Der Unterschied zwischen jenen Winkeln wird in den meisten Fällen unbedeutend sein, da die Factoren $\frac{c}{a}$, $\frac{c^2}{a^2}$ in den Krystallen größtentheils der Einheit sehr nahe kommen.

Nach den von Rudberg mit großer Sorgfalt angestellten Messungen haben wir bei dem Arragonit für den Strahl D;

$$a^2 = \frac{1}{1{,}53013^2} = 0{,}42713; \quad b^2 = \frac{1}{1{,}68157^2} = 0{,}35364;$$

$$c^2 = \frac{1}{1{,}68589^2} = 0{,}35183.$$

Mittelst dieser Werthe ergibt sich nach der Formel $\tang \gamma = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{b^2 - c^2}}$ für die Tangente der Hälfte des Winkels zwischen den wahren optischen Achsen bei dem Arragonit die Größe $\sqrt{\frac{7349}{180}}$, welche einem Winkel von 81° 5′ entspricht. Demnach beträgt bei dem Arragonit der stumpfe Winkel zwischen den wahren optischen Achsen 162° 10′, mithin ihr spitzer Winkel 17° 50′. — Die Tangente der Hälfte des Winkels zwischen den scheinbaren optischen Achsen beim Arragonit hat folglich vermöge der Relation $\tang \gamma' = \frac{c}{a}\sqrt{\frac{a^2 - b^2}{b^2 - c^2}}$ zum Ausdruck: 0,91802 tang 8° 55′, welcher einem Winkel von etwa 8° 13′ entspricht. Mithin beträgt der Unterschied zwischen den beiden Achsenwinkel bei dem Arragonit ohngefähr 1° 4′. — Bei dem farblosen Topas haben wir für den Strahl D:

$$a^2 = \frac{1}{1{,}61161^2} = 0{,}38502; \quad b^2 = \frac{1}{1{,}61375^2} = 0{,}38399;$$

$$c^2 = \frac{1}{1{,}62109^2} = 0{,}38053.$$

Mit Hülfe der vorstehenden Werthe finden wir den wahren Achsenwinkel bei dem farblosen Topas gleich 57° 4′. Für diesen Krystall ist das Verhältniß $\frac{c}{a} = 0{,}9941$; folglich die Tangente des halben Winkels der scheinbaren optischen Achsen = 0,9941 tang 28° 32′, woraus ein Winkel von 28° 23′ erwächst. Hiernach beläuft sich der Unterschied zwischen dem wahren und scheinbaren Achsenwinkel für den farblosen Topas etwa auf 18′. — Da die nach der von Fresnel aufgestellten Theorie berechneten Achsenwinkel mit den gemessenen so genau übereinstimmen, als man es hier nur erwarten kann, so dürfen wir annehmen, daß die fragliche Theorie mit der Natur im vollkommensten Einklange steht.

Lassen wir die mittlere Achse b der Elasticität der größten Achse a der Elasticität gleich werden, so geht die Gleichung der Elasticitätsfläche in folgende über:

$$c^2 (x^2 + y^2)^2 + a^2 z^2 - a^2 c^2 = 0,$$

welche einem abgeplatteten Rotationsellipsoid angehört, dessen Rotationsachse in die Achse der z fällt. Die Elasticitätsfläche zweiachsiger Mittel wird folglich der Elasticitätsfläche optisch einachsig negativer Mittel desto

ähnlicher werden, je weniger a und b von einander abweichen oder je spitzer der Winkel der optischen Achsen ist, welcher von der Achse der kleinsten Elasticität halbirt wird. Ein zweiachsiges Mittel wird darum ein sogenanntes negatives sein, wenn die Mittellinie in die kleinste Achse der Elasticitätsfläche fällt. Zu den negativen zweiachsigen Krystallen gehören: Arragonit, Weißbleierz, Zucker, Kupfervitriol, Glimmer, schwefelsaure Magnesia, Feldspath, Weinsäure. Lassen wir dagegen die mittlere Achse b der Elasticität der kleinsten Achse c der Elasticität gleich werden, so verwandelt sich die Gleichung der Elasticitätsfläche in nachstehende:

$$c^2 x^2 + a^2 (y^2 + z^2) - a^2 c^2 = 0,$$

welche einem verlängerten Umdrehungsellipsoid zukommt, dessen Rotationsachse in die Achse der x fällt. Die Elasticitätsfläche zweiachsiger Mittel wird also mit der Elasticitätsfläche optisch einachsiger positiver Mittel desto größere Aehnlichkeit haben, je weniger b und c von einander verschieden sind oder je näher die optischen Achsen der Achse der größten Elasticität näher rücken. Ein zweiachsiges Mittel wird deßhalb positiv sein, wenn die Mittellinie in die größte Elasticitätsachse zu liegen kommt. — Zu den positiven zweiachsigen Krystallen gehören: Topas, Schwerspath, Seignettesalz, Borax, doppelt chromsaures Kali, essigsaures Kupferoxyd, Gyps, schwefelsaures Kali.

Durch eine genauere Untersuchung der Natur der Wellenoberfläche zweiachsiger Krystalle hat Hamilton gefunden, daß für diese Fläche an jedem der Punkte P (Fig. 200), wo Kreis und Ellipse einander schneiden und sie eine trichterförmige Vertiefung besitzt, sich unendlich viele Berührungsebenen legen lassen, welche einen Tangentialkegel bilden. Wenn demnach ein Strahl in der Richtung OP der scheinbaren optischen Achsen den Krystall durchläuft, so wird er sich beim Austritt aus demselben nicht mehr in zwei Strahlen theilen, sondern in einen Strahlenkegel öffnen, weil jeder gedachter Berührungsebenen ein anderer austretender Strahl entspricht, Hamilton nannte diese Art conischer Brechung die äußere conische Refraction. Dem englischen Physiker Lloyd ist es gelungen, die aus der Fresnel'schen Fläche abgeleitete merkwürdige Eigenschaft, zufolge derer ein einzelner Lichtstrahl sich in einen Strahlenkegel aufzulösen vermag, durch den Versuch zu bestätigen. — Lloyd nahm zu seinen Versuchen eine senkrecht zur Mittellinie geschliffene Arragonitplatte. In diesem Krystall schließen die Richtungen der gleichen Strahlengeschwindigkeit einen Winkel von beinahe 20° mit einander ein; die Oberfläche der Platte bildet folglich mit jenen Richtungen einen Winkel von 80°. Hierauf legte Lloyd auf jede der zwei Austrittsflächen

der Strahlen ein dünnes mit einer feinen Oeffnung versehenes Metallplättchen dergestalt, daß die Verbindungslinie der beiden Oeffnungen mit einer Richtung der scheinbaren optischen Achsen zusammenfiel. Ließ er jetzt durch eine der beiden Oeffnungen einen Lichtstrahl eintreten und in der angegebenen Richtung durch den Krystall hindurchgehen, so erblickte er in der That auf der andern Seite, wie es die Theorie forderte, einen glänzenden Lichtring. Die Oeffnung des heraustretenden Lichtkegels ist in allen Fällen nur gering und beträgt beim Arragonit etwa 3°. — Fing man die austretenden Strahlen auf einem Schirm auf, so erweiterte sich der Lichtring, je weiter der Schirm von dem Krystall abstand, zum Beweise, daß die Strahlen einem Kegel angehörten.

Neben der äußeren conischen Brechung hat Hamilton aus der Theorie noch eine zweite ähnliche Erscheinung nachgewiesen, welche er die innere conische Refraction nannte. Die den beiden Theilen der Fresnel'schen Fläche gemeinsame Berührungsebene KE (Fig. 200), welche rechtwinklig auf einer der optischen Achsen OK steht, wird wegen der trichterförmigen Vertiefung bei den Punkten P die Fläche nicht blos in den Punkten K und E berühren, sondern in unendlich vielen Punkten, die zusammen einen Berührungskreis bilden. Zu der ebenen Welle KE gehören folglich nicht allein die beiden Strahlen OK und OE, sondern unzählig viele, welche zusammen einen Kegel ausmachen, dessen Basis jener Berührungskreis ist und dessen Spitze der Mittelpunkt der Wellenoberfläche ist. Gelangt dieser innerhalb des Krystalls liegende Strahlenkegel, dessen Strahlen sämmtlich einerlei Geschwindigkeit annehmen, an die zweite Begrenzungsfläche des Krystalls; so wird er sich zu einem hohlen Strahlencylinder gestalten, indem die Strahlen zu einander und dem einfallenden parallel heraustreten. — Lloyd hat die innere conische Brechung gleichfalls durch den Versuch bestätigt. Er nahm zu diesem Behuf eine zu einer der beiden optischen Achsen senkrecht geschnittene Arragonitplatte, deren Gegenflächen er mit Staniolblättchen belegte, in denen eine feine Oeffnung sich befand. Indem er dann durch eine kleine Oeffnung eines Schirmes einen von einer entfernten Lichtquelle herkommenden Strahl unter solchem Winkel in die Oeffnung des einen Stanniolblättchen eindringen ließ, daß der gebrochene Strahl in die Richtung der optischen Achse kam, erblickte er auf der andern Seite, wenn die Oeffnung auf der Austrittsfläche die richtige Lage hatte, einen kleinen hellen Lichtring. Wurden die austretenden Strahlen auf einem Schirm aufgefangen, so bildeten sie auf demselben einen hellen Ring, dessen Größe aber bei Verrückung des Schirmes unverändert blieb; was den Beweis liefert, daß der Ring der Durchschnitt eines Cylinders war.

Nachdem über die Richtung und die Geschwindigkeit der Strahlen und Wellen in zweiachsigen Mitteln das Erforderliche mitgetheilt worden ist, wollen wir noch ein Paar Worte über die hier stattfindenden Polarisationsverhältnisse sagen, obschon an einer und der andern Stelle angedeutet wurde, daß die beiden ungewöhnlich gebrochenen Strahlen geradlinig und senkrecht auf einander polarisirt wären. Um dies mit größerer Bestimmtheit nachzuweisen, lasse man durch eine hinlänglich dicke Arragonitplatte, welche von einem Paar paralleler Flächen begrenzt ist, ein dünnes Lichtbündel durchgehen, was dadurch bewirkt wird, daß man die eine Fläche der möglichst dicken Platte mit einem Stanniolblättchen bedeckt, in welchem eine feine Oeffnung sich befindet, und nun auf diese ein intensives Strahlenbündel auffallen läßt. Werden dann die aus der Krystallplatte austretenden Strahlen auf einem weißen Schirm aufgefangen, so erblickt man auf letzterem zwei Bilder der Oeffnung. Bringt man noch zwischen Krystall und Schirm einen Doppelspath, so bemerkt man bei Drehung des letzteren ein abwechselndes Verschwinden und Wiedererscheinen des einen oder des andern Bildes, was auf eine geradlinige Polarisation der beiden Strahlen hinweist. — Deutlicher nimmt man die Doppelbrechung subjectiv wahr, wenn man die mit dem Stanniolblättchen bedeckte Seite des Krystalls gegen die Lichtquelle kehrt und durch den Krystall nach der Oeffnung sieht. Schaltet man zwischen das Auge und den Krystall ein Nicol'sches Prisma ein, so findet man, wenn bei einer bestimmten Lage des letzteren das eine Bild das Maximum, das andere das Minimum von Helligkeit zeigt, daß bei einer Drehung um 90^0 des Prismas die beiden Bilder in Betreff ihrer Lichtstärke die Rolle gewechselt haben.

Untersucht man den Polarisationszustand der zwei zueinander gehörigen gebrochenen Strahlen, welche die drei Prismen liefern, mit deren Hülfe die drei Hauptbrechungsverhältnisse für ein optisch zweiachsiges Mittel bestimmt werden; so ergeben sich dergleichen Strahlen als zwei aufeinander rechtwinklig polarisirte Strahlen zu erkennen. Die Polarisationsebene desjenigen Strahles, welcher dem constanten Brechungsverhältniß entspricht, ist allemal senkrecht auf der Kante des Prismas, während die Polarisationsebene des außergewöhnlichen Strahles mit einer durch diese Kante gehenden Ebene zusammenfällt, was mit dem Vorgange bei den einachsigen Krystallen im vollkommensten Einklange steht. — Um die Lage der Polarisationsebenen der beiden im Allgemeinen ungewöhnlich gebrochenen Strahlen anzugeben, denke man sich für einen einfallenden Strahl durch die Elasticitätsfläche die entsprechende diametrale Ebene gelegt: die beiden Achsen des elliptischen Schnittes werden die Richtungen der Vibrationen für die beiden auf

ungewöhnliche Weise gebrochenen Strahlen anzeigen. Denkt man sich nun durch den Mittelpunkt der Elasticitätsfläche zwei Ebenen senkrecht gegen jene zwei Achsen gelegt, so werden gedachte zwei Ebenen beziehungsweise mit den Polarisationsebenen der beiden ungewöhnlich gebrochenen Strahlen zusammenfallen, da unter Polarisationsebene immer diejenige Ebene verstanden wird, welche senkrecht auf der Richtung der Lichtschwingungen steht.

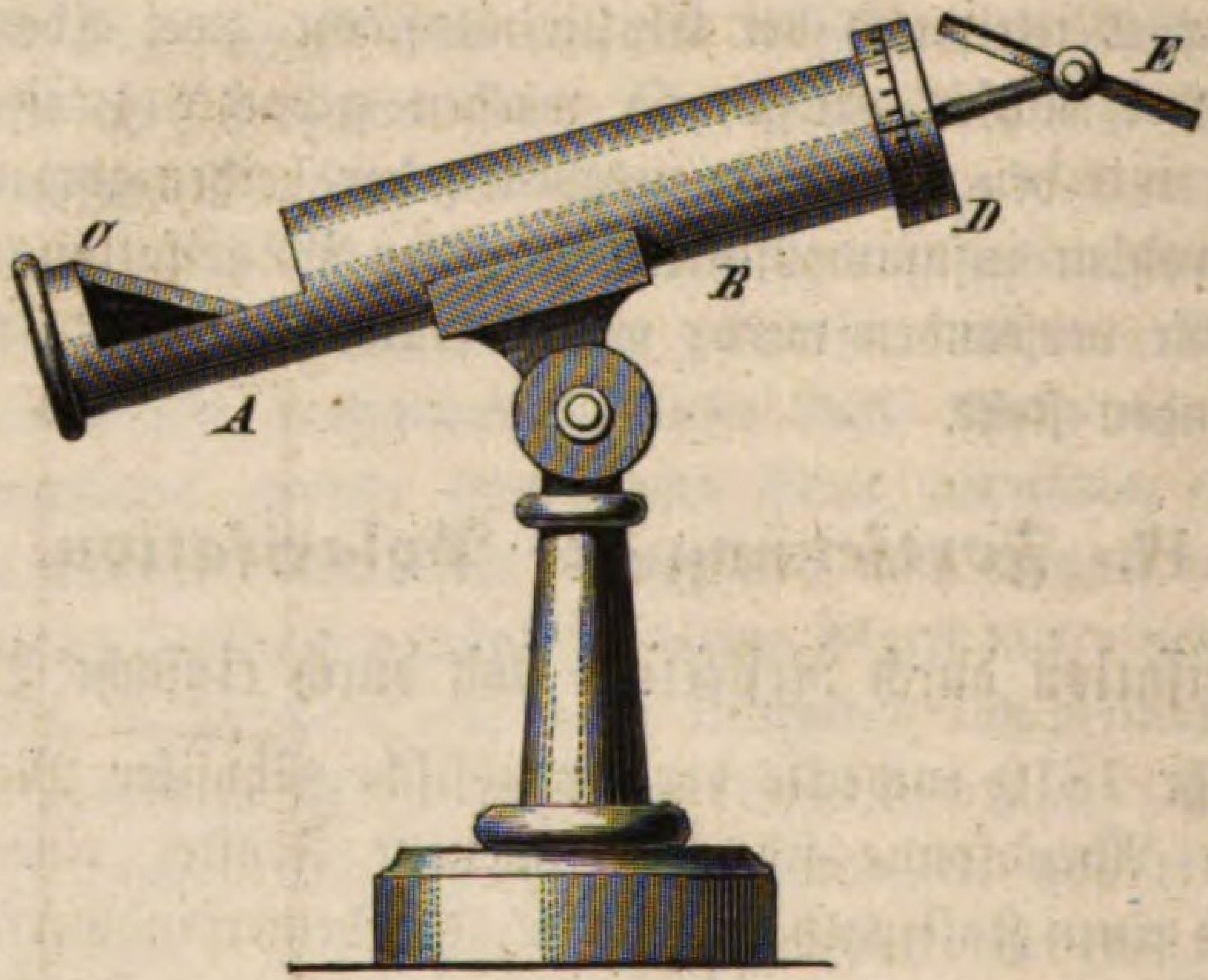
IV. Fortsetzung der Polarisation.

1. Polarisation durch Reflection und durch einfache Brechung.

Im Jahr 1810 entdeckte der französische Physiker Malus, als er das von der Abendsonne scharf beschienene Fenster eines entfernten Hauses durch einen Kalkspath betrachtete, die bemerkenswerthe Thatsache, daß bei der Drehung des Kalkspaths das von dem Fenster reflectirte Licht verschiedene Grade von Intensität annahm, mithin dieses Licht die nämliche Modification erlangt hatte, wie in dem Huyghens'schen Versuche das durch einen doppelt brechenden Körper gegangene. Dieselben Aenderungen wurden wahrgenommen, wenn man den von einer Glasfläche unter einem bestimmten Winkel reflectirten Lichtstrahl mittelst einer Glasplatte unter dem nämlichen Winkel einer zweiten Zurückwerfung unterwarf: denn, indem man die Glasplatte um den einfallenden Strahl sich drehen ließ, gab das zweimal reflectirte Licht verschiedene Grade der Intensität zu erkennen. Dasselbe erreichte das Maximum der Helligkeit, wenn die zweite Reflectionsebene mit der ersten Reflectionsebene zusammenfiel, und verschwand gänzlich, wenn die beiden Reflectionsebenen senkrecht zu einander waren. Um diesen Erscheinungen weiter nachgehen und die dahin einschlagenden Versuche mit Leichtigkeit und Genauigkeit anstellen zu können, hat man verschiedene Apparate erdacht, von denen bloß zwei hier näher beschrieben werden sollen.

Der von Biot angewandte Polarisationsapparat besteht aus einem inwendig geschwärzten Rohr AB (Fig. 201), welches auf einer verticalen Säule ruht, gegen die es alle Neigungen annehmen kann. An dem einen Ende A des Rohrs ist ein auf der Rückseite geschwärzter Spiegel C dergestalt befestigt, daß er mit der Achse des Rohrs einen Winkel von 35°25′ macht. Die geschwärzte Rückseite dient zur Abhaltung der fremden Strahlen, welche durch das Glas hindurchgehen könnten und so mit den zurückgeworfenen Strahlen sich vermischen würden, um deren ungetrübte Beobachtung es sich handelt. Treffen unter solchen Maßregeln die Lichtstrahlen den Spiegel unter dem Neigungswinkel von 35°25′ oder was auf eins herauskommt unter dem Einfallswinkel

Fig. 201.

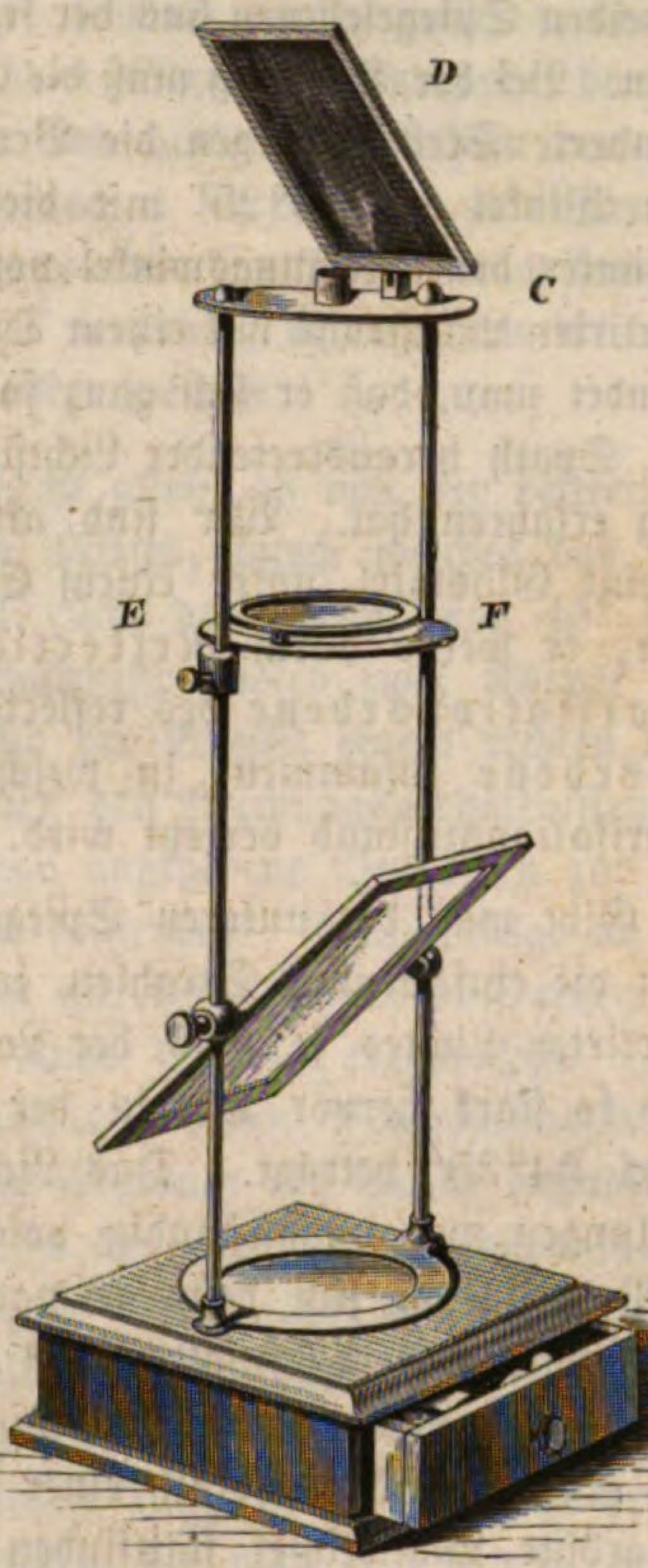


von 54° 35′, so werden die reflectirten Strahlen in der Richtung der Achse durch das Rohr gehen. An dem zweiten Ende B des Rohrs befindet sich nun ein genau eingepaßter Ring D, welcher sich in einer zur Achse des Rohrs senkrechten Ebene herumdrehen läßt. Der Ring trägt einen zweiten auf der Rückseite geschwärzten Spiegel E, welcher ebenfalls mit der Achse des Rohrs einen Winkel von 35° 25′ bildet. Durch Drehung des Ringes kann man alsdann den zweiten Spiegel in alle mögliche Lagen zu dem erstern bringen.

Ein von Nörremberg angegebener und sorgfältig in Messing ausgeführter Polarisationsapparat, dessen wir uns vorzugsweise bei unseren Versuchen bedienten, ist folgender. Auf einem Kästchen von Holz, welches mit einer Schieblade zur Aufbewahrung verschiedener kleiner Apparate versehen ist, stehen einander gegenüber zwei runde Stäbe, zwischen denen ein Rähmchen A B (Fig. 202), das eine Platte von geschliffenem Glase trägt, sich auf- und abwärts schieben und mittelst Klemmschrauben befestigen läßt. Das Rähmchen sammt Glasplatte ist vermittelst zweier Zapfen um eine horizontale Achse drehbar, so daß die Glasplatte jede beliebige Neigung gegen den Horizont erhalten kann. Gewöhnlich wird die Glasplatte in einer solchen Lage festgestellt, daß die Ebene der Platte einen Winkel von 35° 25′ mit der Verticalen einschließt. Fällt bei dieser Stellung der Glasplatte ein Lichtstrahl a b unter dem Neigungswinkel von 35° 25′ auf die Platte, so wird er polarisirt und zum Theil vertical abwärts in der Richtung b c reflectirt. — Auf dem Kästchen befindet sich nun ein horizontal liegender gewöhnlicher Planspiegel, welcher den in der Richtung b c anlangenden Strahl ohne Aenderung seines Polarisationszustandes in der Richtung c b ver-

tical aufwärts zurückwirft. Der Strahl geht größtentheils durch die polarisirende Glasplatte hindurch und gelangt zum oberen Theil des Apparates, wo er dann mittelst einer passenden Vorrichtung, des analysirenden Bestandtheiles des Polarisationsapparates, näher untersucht wird, während der übrige reflectirte Antheil nicht weiter in Betracht kommt. — Zwischen den beiden oberen Enden der Stäbe ist ein mit einer Kreistheilung versehener Ring angebracht; der Nullpunkt liegt in der durch einen Durchmesser gelegten Verticalebene, welche mit der Reflectionsebene der polarisirenden Glastafel zusammenfällt. In dem getheilten Ring ist eine Messingscheibe drehbar, an welche eine geschwärzte Spiegelplatte CD so angeschraubt werden kann, daß sie einen Winkel von 35° 25′ mit der Verticalen macht. Das Tischchen EF besteht aus einem messingenen Ringe und einer Glasplatte, die unter verschiedenen Winkeln gegen den Horizont geneigt werden können. Eine verschiebbare Linse dient zu verschiedenen Versuchen, von denen später die Rede sein wird, und kann, wenn sie nicht gebraucht wird, auf die Seite geschoben werden. — Statt der analysirenden Spiegelplatte CD lassen sich auch andere Analyseurs, wie ein achromatisches Kalkspathprisma, ein Nicol'sches Prisma oder eine Turmalinplatte gebrauchen, welche Apparate in die in der Mitte der Messingscheibe befindliche kurze Hülse eingesetzt werden.

Fig. 202.



Welchen Apparat man auch übrigens zur Anwendung bringen mag, immerhin wird man die nämlichen Erscheinungen wahrnehmen. Von der oberen Spiegelebene wird am meisten Licht zurückgeworfen, wenn die beiden Spiegelebenen parallel zu einander sind, am wenigsten, wenn sie einen rechten Winkel miteinander machen. Die Menge des reflectirten Lichtes nimmt successive ab, während die beiden Spiegelebenen aus der

parallelen Lage in die senkrechte übergehen, und nimmt stetig zu, während die beiden Spiegelebenen aus der senkrechten Lage in die parallele zurückkehren. Bei der Drehung muß die Ebene des Zerlegungsspiegels eine unveränderte Stellung gegen die Verticale behalten, d. h. in allen Lagen einen Winkel von 35° 25′ mit dieser Linie machen. — Analysirt man den unter dem Neigungswinkel von 35° 25′ von der unteren Glastafel reflectirten Lichtstrahl mit einem Doppelspath oder einer Turmalinplatte, so findet man, daß er sich ganz so verhält wie ein aus einem isländischen Spath heraustretender Lichtstrahl, der darin die gewöhnliche Brechung erfahren hat. Wir sind also berechtigt, von einem Lichtstrahl, der eine Glastafel unter einem Einfallswinkel von 54° 35′ trifft, zu sagen, er werde durch Reflection vollständig polarisirt. Die Polarisationsebene des reflectirten Strahles fällt mit der Reflectionsebene zusammen, in welcher der Strahl in den vollständigen Polarisationszustand versetzt wird.

Gibt man der unteren Spiegelebene irgend eine andere Stellung gegen die einfallenden Strahlen, so tritt der Wechsel in der Menge des reflectirten Lichtes je nach der Lage der beiden Reflectionsebenen niemals so stark hervor wie in der Stellung, bei welcher der Einfallswinkel 54° 35′ beträgt. Das Licht wird demnach bei jenen anderen Stellungen nur unvollständig polarisirt, in der Weise, daß der Grad der Polarisation sich desto geringer herausstellt, je größer der Unterschied zwischen dem Einfallswinkel und dem Winkel vollkommener Polarisation ist. Man nennt den Winkel, unter welchem das einfallende Licht gegen das Einfallsloth einer Spiegelebene geneigt sein muß, wenn der größte Lichtwechsel stattfinden soll, den Polarisationswinkel der Substanz, aus welcher die Spiegelebene besteht. Jede das Licht einfach brechende Substanz hat ihren bestimmten Polarisationswinkel; er beträgt für Glas 54° 35′, für Wasser 53°, für Obsidian 57°, für Diamant 77°. Brewster hat entdeckt, daß der Polarisationswinkel stets derjenige Winkel ist, für welchen der reflectirte Strahl auf dem gebrochenen senkrecht steht. Mittelst dieses Gesetzes läßt sich der Polarisationswinkel A eines Körpers aus dem bekannten Brechungsverhältnisse n desselben herleiten, weil man hat: $\tan A = \frac{1}{n}$.

Da das Brechungsverhältniß für verschiedenfarbige Strahlen verschieden ist, so wird für eine und dieselbe Substanz jede einzelne Farbengattung ihren eigenen Polarisationswinkel haben. Es kann deßhalb das bei einem bestimmten Einfallswinkel auffallende weiße Licht durch Reflection nicht vollständig polarisirt werden, mithin sich auch nicht der Reflection an der analysirenden Spiegelebene vollkommen entziehen.

Darum erscheint das von einer weißen Wolke kommende Licht nach der Reflection auf dem Zerlegungsspiegel schwach purpurroth, wenn der Polarisationswinkel den intensiven gelben Strahlen angehört: denn in diesem Falle sind die äußersten rothen und violetten Strahlen der vollkommenen Polarisation entgangen, weßwegen sie von der analysirenden Spiegelebene theilweise zurückgeworfen werden. — Unter Polarisationswinkel ist demnach derjenige Winkel zu verstehen, bei welchem die mittleren Farbenstrahlen vollständig polarisirt werden.

Der Polarisationswinkel hängt nicht allein ab von der reflectirenden Substanz, sondern auch von dem Mittel, durch welches das Licht auf dieselbe gelangt. Jener Winkel rückt der Größe von 45^0 desto näher, je weniger die Brechungsverhältnisse dieser zwei Körper von einander abweichen, dagegen nähert sich der Winkel einem rechten desto mehr, je größer der Unterschied zwischen den Brechungsverhältnissen der beiden Mittel ist. — Das von Arago angegebene Verfahren zur Bestimmung des Polarisationswinkels ist folgendes. Man bringe an eine verticale Wand eine horizontale Scala an, deren Theile von einem gewissen Standpunkte aus der Größe eines Grades entsprechen. Dies vorausgesetzt, befestige man die Substanz, deren Polarisationswinkel bestimmt werden soll, an einer in dem Centrum der Scala befindlichen Achse; stelle dann an einem Theilstriche der Scala eine Kerzenflamme auf und richte die fragliche Substanz so lange, bis das directe Bild und das von ihr zurückgeworfene gleich hoch erscheinen: im letzteren Falle wird die reflectirende Ebene eine verticale Lage haben. Hierauf drehe man die Substanz um die verticale Achse und folge dem reflectirten Bilde mit einem Turmalinplättchen, bis man jene Stelle erreicht hat, bei welcher das Plättchen kein Licht mehr durchläßt. Der Theil der Scala, welcher zwischen der Kerze und dem reflectirten Bilde in der Richtung der Bewegung des letzteren liegt, gibt den doppelten Polarisationswinkel an. Bringt die Substanz keine vollständige Polarisation zu Stande, so wird man wenigstens eine Stellung erhalten, in welcher das reflectirte Bild die geringste Lichtstärke besitzt.

Die Lichtmenge, welche selbst bei dem Polarisationswinkel unpolarisirt bleibt, wird desto beträchtlicher ausfallen, je größer das Brechungsvermögen oder das Zerstreuungsvermögen bei den Körpern ist. Im ersten Fall, wo der polarisirende Körper, wie z. B. der Diamant, ein starkes Brechungsvermögen besitzt, ist der Polarisationswinkel groß, mit der Größe des Einfallswinkels wächst aber auch die Menge des reflectirten Lichtes. Im zweiten Falle, wo die polarisirende Substanz, wie z. B. der Schwefelkohlenstoff ein großes Zerstreuungsvermögen hat,

sind die äußersten Strahlen, welche von den mittleren Strahlen stark abweichen, unvollkommen polarisirt, wenn die letzteren vollständig polarisirt werden; der Zerlegungsspiegel wird also die äußersten Strahlen wieder in reichlicher Menge zurücksenden, während die mittleren der Reflection sich entziehen.

Fällt ein Lichtstrahl unter dem Polarisationswinkel auf eine Glasplatte mit parallelen Flächen, so erweist sich das durch die Platte hindurchgegangene Licht zum Theil als polarisirtes. Die Polarisation wird entschiedener, wenn man das auffallende Licht durch mehrere mit einander parallele und durch kleine Zwischenräume von einander getrennte Platten unter dem Polarisationswinkel hindurchgehen läßt. Die Eigenschaft einer Anzahl von parallelen Glasplatten das durch sie gegangene Licht der vollständigen Polarisation näher zu bringen, findet nicht blos für den Polarisationswinkel, sondern auch für jeden andern Winkel statt; nur muß man in solchen Fällen eine größere Anzahl von Glasplatten nehmen. Der Hergang gestaltet sich hierbei gerade so, als ob bei jeder Brechung ein Theil des hindurchgegangenen unpolarisirt gebliebenen Lichtes polarisirt würde und durch seinen Hinzutritt zu dem aus den vorangegangenen Brechungen gewonnenen polarisirten Lichtes die Menge des mit dieser Eigenschaft begabten Lichtes steigerte im Vergleich zu der Menge desjenigen Lichtes, das eine derartige Eigenschaft noch nicht besitzt. Auf solche Weise kommt es denn, daß bei einer hinreichenden Anzahl von übereinander gelegten Platten das unpolarisirt gebliebene Licht keinen bemerkbaren Einfluß dem Lichte gegenüber mehr äußert, welches die Eigenschaft der Polarisation erlangt hat.

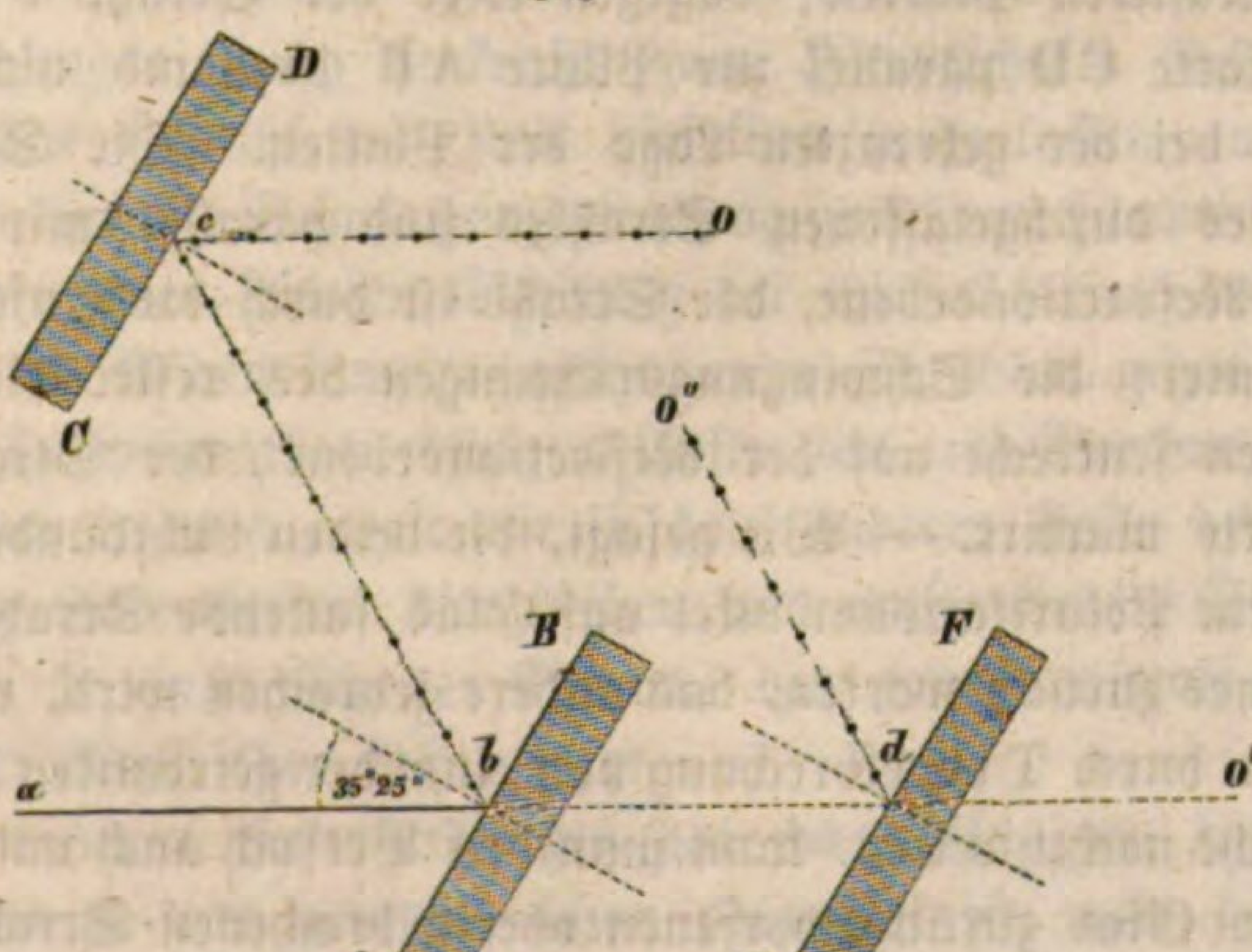
Das durch Reflection polarisirte Licht wird, wofern es unter dem Polarisationswinkel auf den Zerlegungsspiegel auffällt, in größter Menge zurückgeworfen, wenn die zweite Reflectionsebene parallel zu der ersten ist, und in geringster Menge, wenn die zweite Reflectionsebene senkrecht auf der ersten steht. Das durch Brechung polarisirte Licht dagegen wird, wofern es unter dem Polarisationswinkel auf den Zerlegungsspiegel auffällt, in geringster Menge zurückgeworfen, wenn die Reflectionsebene zur Refractionsebene parallel ist, und in größter Menge, wenn diese beiden Ebenen senkrecht aufeinander stehen. Das durch Brechung polarisirte Licht verhält sich mithin gerade so wie das durch Reflection polarisirte, wenn bei gleichem einfallenden Lichtstrahle die Refractionsebene senkrecht auf der Reflectionsebene steht; oder mit anderen Worten die durch Reflection und Refraction erzeugten polarisirten Lichtstrahlen charakterisiren sich als solche, deren Polarisationsebenen senkrecht zu einander stehen. — Unter der Annahme, daß die Schwing-

ungsrichtung senkrecht auf der Polarisationsebene stehe, wird folglich bei dem durch Reflection polarisirten Lichte die Schwingungsrichtung senkrecht zur Reflectionsebene sein; dagegen die Schwingungsrichtung des durch einfache Brechung polarisirten Lichtes zu der Brechungsebene parallel laufen.

Ein System von Glasplatten kann ebenfalls als Analyseur für den Polarisationsapparat dienen. Die Glasplatten werden zu diesem Behuf in ein Rähmchen von Messing oder Holz gefaßt, das von zwei kleinen Pfeilern getragen wird. Gebraucht man eine solche Glasplattensäule als Analyseur auf dem Polarisationsapparat, so wird beim Hindurchsehen durch die Glassäule das Gesichtsfeld am lebhaftesten erscheinen, wenn die Refractionsebene der Säule mit der Reflectionsebene der unteren Spiegelplatte einen rechten Winkel bildet. Dagegen wird beim Durchsehen durch die Glastafeln das Gesichtsfeld sich am dunkelsten zeigen, wenn die Refractionsebene der Säule mit der Reflectionsebene der polarisirenden Spiegelplatte zusammenfällt. Auch hier erreicht das durchgelassene Licht während einer vollen Umdrehung der Glassäule zweimal das Minimum und zweimal das Maximum.

Um die hier besprochenen Erscheinungen des durch Reflection und Refraction erzeugten polarisirten Lichtes mehreren Personen zugleich zu zeigen, leite man mittelst des Heliostats einen Sonnenstrahl in das dunkle Zimmer und lasse ihn unter einem Winkel von 35° 25′ auf eine starke Glastafel AB (Fig. 203) oder auf ein System mehrerer auf-

Fig. 203.

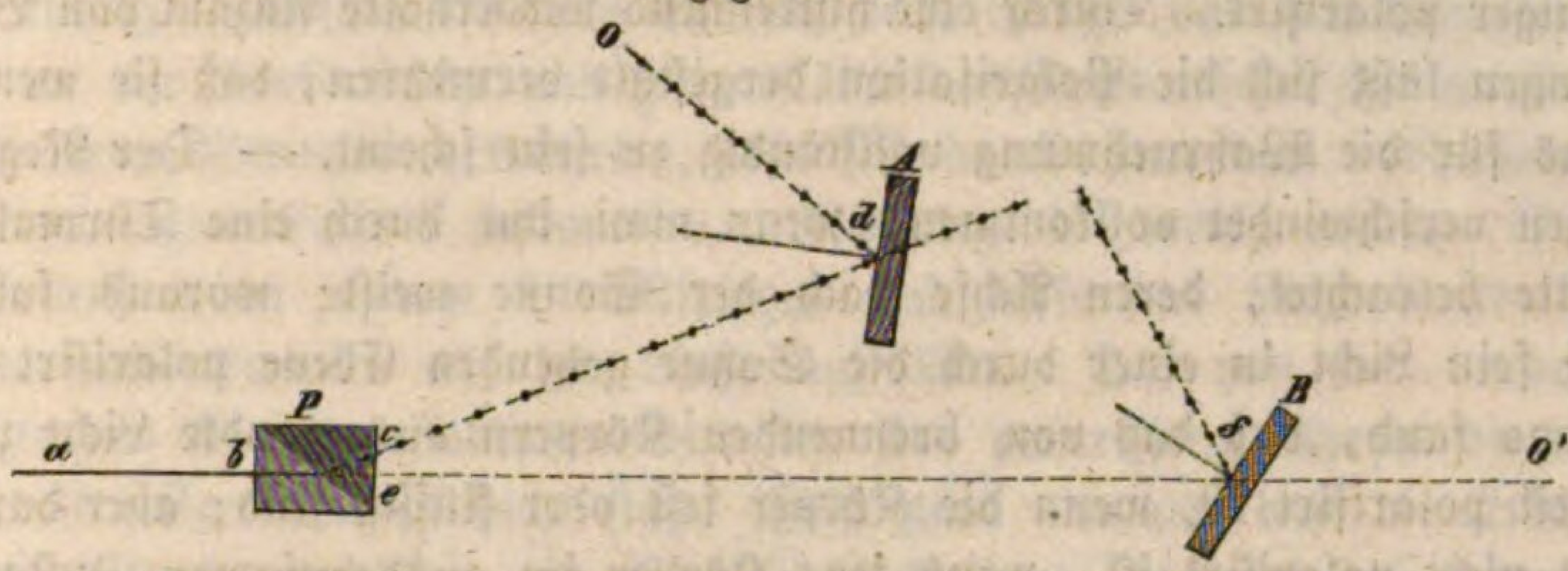


einander geschichteten Glasplättchen fallen. Der Lichtstrahl ab theilt sich an der Platte in zwei Bündel, von denen das eine die Platte in der

Richtung bd verläßt und das andere in der Richtung bc reflectirt wird. Läßt man jetzt diesen reflectirten Strahl bc auf eine zur Platte AB parallel gestellte zweite Platte CD fallen, so bemerkt man, daß er an derselben in der Richtung cO größtentheils zurückgeworfen wird und nur sehr wenig Licht durch jene Platte CD gegangen ist. Indem man hierauf die Platte CD um den Strahl bc bei unveränderter Neigung gegen denselben dreht, wird die Intensität des von der Platte reflectirten Lichtes mehr und mehr abnehmen, in dem Maße, als der Drehungswinkel wächst, und ihren kleinsten Werth erreichen, wenn dieser Winkel ein rechter geworden ist, oder die Platten AB und CD eine gekreuzte Lage zu einander haben. Bei der Drehung in den folgenden drei Quadranten wird dieselbe allmählige Abnahme und darauf folgende Zunahme der Lichtstärke wiederkehren. — Fängt man das zweite Bündel bd ebenfalls auf einer dritten Glasplatte EF auf, welche eine parallele Lage mit der Platte AB hat; so nimmt man wahr, daß der Strahl in der Richtung dO′ die Platte EF verläßt und nur ein geringer Theil reflectirt wird. Dreht man jetzt die Platte EF um den Strahl bd als Achse in ihrer Ebene, wobei sie stets zur Platte AB parallel bleibt, so wird die Intensität des in der Richtung dO″ zurückgeworfenen Lichtes mehr und mehr zunehmen, in dem Grade man EF in dem einen oder andern Sinne dreht und ihr Maximum erreichen, wenn sich EF um 90° gegen seine erste Lage gedreht hat. Bei der weiteren Drehung stellen sich ganz ähnliche Erscheinungen dar. Der Strahl bd wird also zurückgeworfen bei gekreuzten Platten und zum großen Theil durchgelassen bei parallelen Platten; dagegen wird der Strahl bc reflectirt, wenn die Platte CD parallel zur Platte AB ist, und nicht mehr zurückgeworfen bei der gekreuzten Lage der Platten. Die Schwingungsrichtungen des durchgelassenen Strahles sind parallel mit der Reflections- oder Refractionsebene, der Strahl ist durch die einfach punktirte Linie angedeutet; die Schwingungsrichtungen des reflectirten Strahles dagegen stehen senkrecht auf der Reflectionsebene, der Strahl ist durch stärkere Punkte markirt. — Wie gesagt, die beiden Lichtbündel, in welche der unter dem Polarisationswinkel auf Glas fallende Strahl sich spaltet und deren eines zurückgeworfen, das andere gebrochen wird, verhalten sich wie die beiden durch Doppelbrechung von einander getrennten Theile. Um diese Thatsache nachzuweisen, kann man den Versuch auch umkehren, d. h. statt den vom Glas zurückgeworfenen oder gebrochenen Strahl auf einen Doppelspath zu leiten, die schon im Doppelspath gesonderten Bündel auf eine Glasplatte auffallen lassen. Um die fragliche Erscheinung mehreren Personen auf einmal deutlich zu zeigen, leite man einen Lichtstrahl mittelst des Heliostats in ein dunkles Zimmer und lasse ihn

durch ein achromatisches Doppelspathprisma hindurchgehen. Der Strahl a b (Fig. 204) wird in dem Prisma P in zwei stark divergirende

Fig. 204.



Bündel c d und e f zerlegt, dergestalt, daß man das eine auf die Glasplatte A und das andere auf die Glasplatte B leiten kann. Der gewöhnlich gebrochene Strahl c d wird beim Auffallen auf die Glasplatte A unter dem Polarisationswinkel daselbst zurückgeworfen, wenn die Einfallsebene des Strahles auf Glas mit dem Hauptschnitte des Krystalls parallel ist, dagegen nicht zurückgeworfen, sondern durchgelassen, wenn jene beiden Ebenen aufeinander senkrecht stehen. Mit dem ungewöhnlich gebrochenen Strahl e f findet das Gegentheil statt. Er wird nämlich bei seinem Auffallen unter dem Polarisationswinkel auf Glas von letzterem durchgelassen, wenn die beiden genannten Ebenen parallel zu einander laufen, und zum großen Theil zurückgeworfen, wenn diese Ebenen rechtwinklig zu einander sind. — Die auf dem gewöhnlichen Strahl c d aufgetragenen Punkte sollen andeuten, daß bei demselben die Schwingungsrichtung senkrecht zum Hauptschnitt steht; auf dem ungewöhnlichen Strahl e f sind dieselben weggelassen, was anzeigen soll, daß bei ihm die Schwingungsrichtung mit dem Hauptschnitt parallel läuft. — Bei einer schiefen Stellung der Einfallsebene des einen oder des andern der beiden doppelt gebrochenen Strahlen gegen den Hauptschnitt des Doppelspathes erfolgen Reflection und Brechung gleichzeitig, dergestalt, daß in dem einen wie in dem anderen Falle der Unterschied zwischen den Intensitäten der beiden neu entstandenen Strahlen desto größer wird, je mehr sich der Winkel, den genannte zwei Ebenen einschließen, der Null oder 90° nähert.

Bei genaueren Untersuchungen hat man gefunden, daß das meiste Licht, welches zu uns gelangt, schon polarisirt ist, wie das von einer Wasserfläche, einem Schieferdache, von Fenstern, Tischen u. s. w. zurückgeworfene Licht. Ja fast alle spiegelnden Oberflächen vermögen das Licht unter einem bestimmten Einfallswinkel vollständig zu polarisiren; Metalle und andere das Licht stark brechende Körper bringen jedoch nur

eine theilweise Polarisation zu Stande. — Nicht bloß beim Durchgange durch mehrere parallele Glasplatten, sondern auch beim Durchgange durch Achat, Perlmutter und andere Körper wird das Licht mehr oder weniger polarisirt. Durch eine hinreichend wiederholte Anzahl von Brechungen läßt sich die Polarisation dergestalt vermehren, daß sie wenigstens für die Wahrnehmung vollständig zu sein scheint. — Der Regenbogen verschwindet vollkommen, wenn man ihn durch eine Turmalinplatte betrachtet, deren Achse nach der Sonne weist; woraus folgt, daß sein Licht in einer durch die Sonne gehenden Ebene polarisirt ist. Arago fand, daß das von brennenden Körpern ausgesandte Licht zum Theil polarisirt ist, wenn die Körper fest oder flüssig sind; aber durchaus nicht polarisirt ist, wenn jene Körper im ausdehnsamen Zustande sich befinden.

Betrachtet man einen Fixstern durch ein achromatisches Kalkspathprisma, so haben die beiden Bilder stets einerlei Lichtstärke, welche Lage man dem Prisma auch geben mag: daraus geht hervor, daß das Licht der Fixsterne nicht polarisirt ist. Dagegen erweist sich das Licht der Kometen, der Planeten und des Mondes als polarisirtes; woraus sich ergibt, daß diese Körper nur mit erborgtem Glanze leuchten. Die Sonne zeigt keine Spur von Polarisation des Lichtes, was uns zu dem Schlusse berechtigt, den eigentlichen Kern der Sonne von einer Gasatmosphäre umgeben uns zu denken. — Das von dem blauen Himmelsgewölbe reflectirte Licht ist in einer durch die Sonne gehenden Ebene stark polarisirt; auch das von einer Wolke durchgelassene Licht gibt in einiger Entfernung davon einen merklichen Grad von Polarisation zu erkennen.

Den blendenden Glanz des von der Oberfläche des Wassers stark reflectirten Lichtes vermögen wir auf die Dauer nicht zu ertragen. Wir nehmen ein Nicol'sches Prisma zur Hand und drehen es so, daß sein Hauptschnitt senkrecht zur Zurückwerfungsebene steht: durch das Prisma betrachtet verschwindet das reflectirte Sonnenlicht, weil es polarisirt ist, während das aus dem Innern des Wassers kommende unpolarisirte Licht durch das Prisma geht. — Der Glanz der Bilder in Bildergallerien berührt uns oft sehr unangenehm; er läßt sich beseitigen, wenn wir zwei solcher Prismen zu einer Brille verbinden.

Betrachtet man ein auf einem Metallspiegel liegendes Glas mit bloßem Auge, so erscheint die Farbe nicht sehr lebhaft, weil das von der Vorderfläche des Glases zurückgeworfene Licht den Eindruck des von der Hinterfläche herkommenden farbigen Lichtes schwächt. Sieht man aber das farbige Glas unter dem Polarisationswinkel durch ein vor das Auge gehaltenes Nicol'sches Prisma, so zeigt sich die Farbe

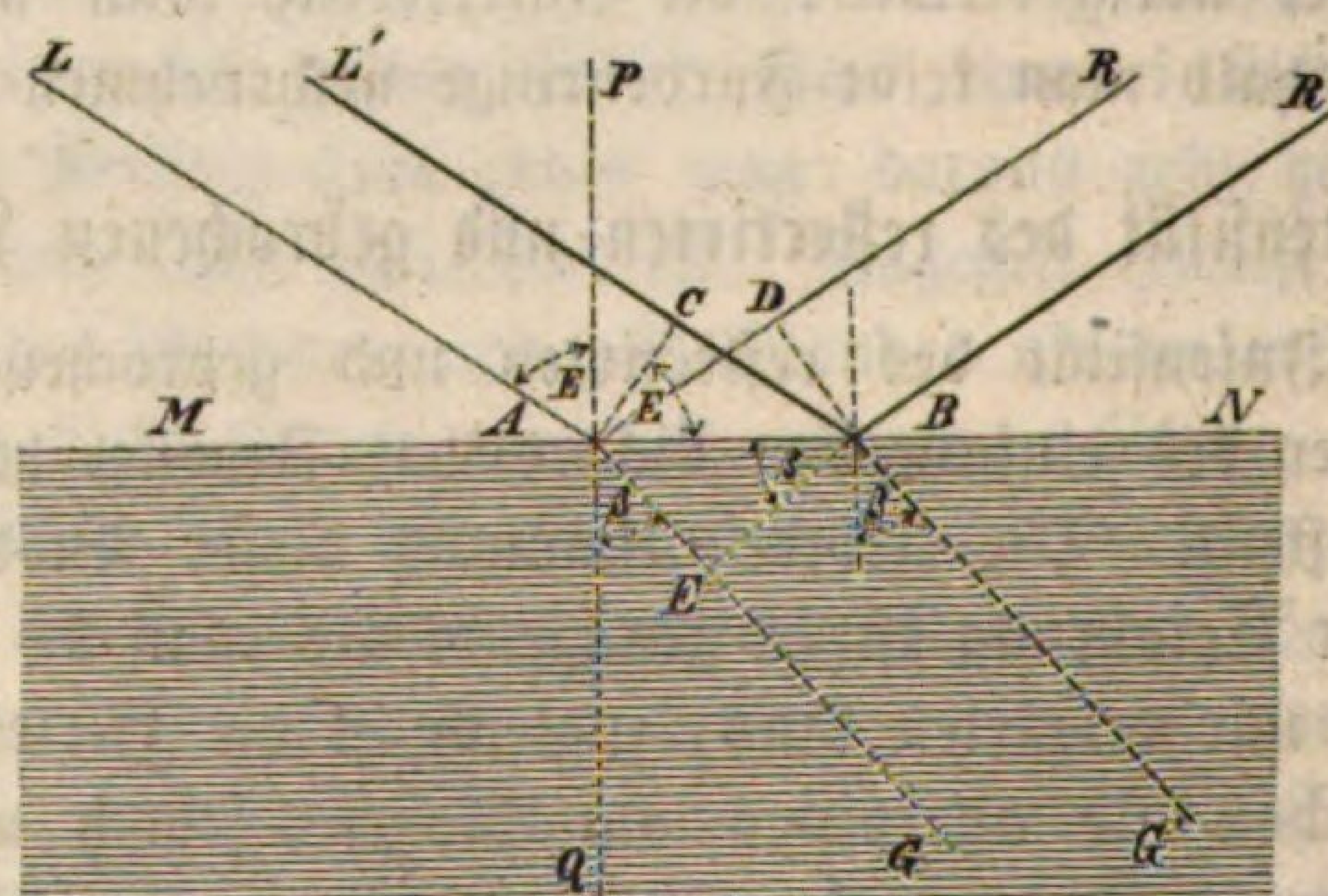
des Glases in voller Intensität, weil das von der Vorderfläche zurückgeworfene Licht von dem Prisma nicht durchgelassen wird. — Daß die zu seiner Zeit gegebene Erklärung der Newton'schen Farbenringe die richtige gewesen, insofern nämlich diese Ringe von der Interferenz der an der Vorderfläche und Hinterfläche des Newton'schen Farbenglases reflectirten Strahlen herrührten, läßt sich durch einen dem vorhergehenden analogen Versuch nachweisen. Man lege die wenig convexe Glaslinse auf einen ebenen Metallspiegel und lasse das Licht unter dem Polarisationswinkel auf die Linse auffallen. Die von der vorderen Seite des Glases reflectirten Strahlen sind polarisirt, während die vom Metall reflectirten es nicht sind. Hält man nun vor das die Erscheinung betrachtende Auge ein Nicol'sches Prisma, so wird bei gehöriger Stellung das polarisirte Licht zum Verschwinden kommen, das unpolarisirte Licht aber übrig bleiben: die Interferenz kann also nicht mehr stattfinden, weshalb man keine Farbenringe wahrnehmen wird.

2) Intensität des reflectirten und gebrochenen Lichtes.

Für die Intensität des reflectirten und gebrochenen Lichtes im Vergleich zu der des einfallenden Lichtes hat Fresnel bemerkenswerthe Formeln aufgestellt. Die Uebereinstimmung dieser Ausdrücke mit den Ergebnissen der Erfahrung ist so genügend, als man es bei dergleichen Beobachtungen nur erwarten kann; zugleich ist die Herleitung gedachter Formeln, obschon sie allerdings auf bloßen, jedoch wahrscheinlichen Voraussetzungen beruht, von der Art, daß sie mehr oder minder das Gepräge der Modificationen an sich zu tragen scheint, wie solche bei der Zurückwerfung und der Brechung des Lichtes in unkrystallisirten Substanzen stattfinden dürften: weßhalb es gerechtfertigt erscheint, wenn wir uns etwas ausführlicher mit jenen Formeln hier beschäftigen. Betrachten wir zunächst einen durch Reflection entstandenen vollkommen polarisirten Strahl, der unter dem Polarisationswinkel eine Spiegelebene trifft. Macht die Einfallsebene mit der Polarisationsebene einen Winkel φ, so läßt sich die ursprüngliche geradlinige Schwingung in zwei Seitenschwingungen zerlegen, deren Schwingungsintensitäten $c \cos \varphi$ und $c \sin \varphi$ sind. Die Intensität des reflectirten Strahles wird hiernach durch $c^2 \cos^2 \varphi$ und jene des durchgelassenen Strahles durch $c^2 \sin^2 \varphi$ ausgedrückt werden, so daß die Intensitäten dieser beiden Strahlen zusammengenommen der Intensität des einfallenden Strahles gleichkommen, welchen Winkel die Einfallsebene mit der Polarisationsebene auch einschließen mag. — Für den durch Brechung erzeugten polarisirten Strahl behalten die beiden Formeln ebenfalls ihre Gültigkeit; nur darf nicht vergessen werden, daß die Polarisationsebene eines derartigen Strahles stets zu jener des

durch Reflection hervorgerufenen senkrecht steht. — Die nämlichen Ausdrücke gelten auch für die Intensität der zwei Strahlenbündel, in welche ein polarisirter Strahl in einem doppeltbrechenden Körper gespalten wird, so daß sich $c^2 \cos^2 \varphi$ auf den gewöhnlich gebrochenen und $c^2 \sin^2 \varphi$ auf den ungewöhnlich gebrochenen Antheil bezieht, wobei ε den Winkel bezeichnet, den der Hauptschnitt des Krystalls mit der Polarisationsebene bildet. — Fällt ein polarisirter Strahl nicht unter dem Polarisationswinkel auf die Oberfläche einer unkrystallisirten Substanz, so ist der Ausdruck für die Intensität des reflectirten und durchgelassenen Strahles von dem vorhergehenden verschieden. Um zu dem fraglichen Ausdrucke zu gelangen, stellen wir mit Fresnel folgende Betrachtungen an. Es sei MN (Fig. 205) die Trennungsfläche beider

Fig. 205.



Mittel; ferner seien LA, L'B zwei parallele einfallende Lichtstrahlen, denen die beiden reflectirten Strahlen AR, BR' und die beiden gebrochenen Strahlen AG, B'G' entsprechen. Wenn man auf BL', AR, AG bezüglich die Senkrechten AC, BD, BE fällt, so liegt die erstere in der einfallenden Lichtwelle und die beiden letzteren respective auf der in A reflectirten und gebrochenen Welle. Es kommt nun darauf an, die Verhältnisse der Intensität der nach den Richtungen LA, AR, AG fortschreitenden Schwingungen zu ermitteln. Bei einem derartigen Verlauf wird der Bewegungszustand der in dem Raume ABC befindlichen Aethertheilchen auf die in den Räumen ADB und ABE vorhandenen übertragen. In Folge des Reflectionsgesetzes ist der Raum ABC gleich dem Raume ADB; der Raum ACB verhält sich aber zu dem Raume AEB wie das Produkt AC.CB zu dem Produkt AE.EB oder wie $\sin \varepsilon . \cos \varepsilon : \sin \beta \cos \beta$, wenn wir den Einfallswinkel LAP mit ε und den zugehörigen Brechungswinkel QAG mit β bezeichnen. Sind jetzt δ und δ' die Dichtigkeiten des Aethers in den beiden Mitteln, so verhalten sich die in den Räumen ABC, ABE enthaltenen Aether-

massen wie $\delta . \sin \varepsilon . \cos \varepsilon : \delta' \sin \beta . \cos \beta$. Wird angenommen, daß bei der Mittheilung der schwingenden Bewegung das Princip der Erhaltung lebendiger Kräfte Bestand hat, d. h. das Produkt der Masse mit dem Quadrat ihrer Geschwindigkeit durch die Mittheilung der Bewegung ungeändert bleibt, so haben wir, wenn c, x, y die Schwingungsintensitäten im einfallenden, reflectirten und im gebrochenen Strahle bezeichnen, die Gleichung:

$$c^2 . \delta . \sin \varepsilon . \cos \varepsilon = x^2 . \delta . \sin \varepsilon . \cos \varepsilon + y^2 . \delta' . \sin \beta . \cos \beta,$$

oder $$(c^2 - x^2)\, \delta . \sin \varepsilon . \cos \varepsilon = y^2 . \delta . \sin \beta . \cos \beta.$$

Wird ferner angenommen, daß die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten des Lichtes in beiden Medien sich verkehrt wie die Quadratwurzeln der Dichtigkeiten des Aethers verhalten und dabei erwogen, daß diese Geschwindigkeiten in dem Verhältnisse von $\sin \varepsilon : \sin \beta$ zu einander stehen; so haben wir: $\sin \varepsilon : \sin \beta = \frac{1}{\sqrt{\delta}} : \frac{1}{\sqrt{\delta'}}$, oder $\delta . \sin^2 \varepsilon = \delta' . \sin^2 \beta$. Aus der Division der vorhergehenden Gleichung durch die letztere ergibt sich endlich: $(c^2 - x^2) \cos \varepsilon . \sin \beta = y^2 . \sin \varepsilon . \cos \beta$.

Dies vorausgeschickt betrachten wir zunächst den Fall, in welchem das einfallende Licht in der Einfallsebene polarisirt ist, mithin die Schwingungen senkrecht gegen diese Ebene, folglich parallel mit der Trennungsfläche beider Medien erfolgen. Angenommen, daß die Oscillationsgeschwindigkeit des einfallenden Strahles sich in jene des reflectirten und gebrochenen zerlegt, bekommen wir die Relation: $c = x + y$, oder $c - x = y$. Indem wir hierauf die obige Gleichung durch letztere dividiren, erhalten wir:

$$(c + x) \cos \varepsilon . \sin \beta = (c - x) \sin \varepsilon . \cos \beta;$$

woraus $$x = c . \frac{\sin (\varepsilon - \beta)}{\sin (\varepsilon + \beta)}.$$

Nimmt man die Intensität des nach der Einfallsebene polarisirten Lichtes als Einheit an, so wird die des reflectirten Lichtes durch: $x^2 = \frac{\sin^2 (\varepsilon - \beta)}{\sin^2 (\varepsilon + \beta)}$ ausgedrückt werden. — Wird der Winkel β mittelst der Relation $\sin \beta = \frac{1}{n} \sin \varepsilon$ eliminirt, wo n das Brechungsverhältniß bezeichnet, so erhält man den Ausdruck:

$$x^2 = \left\{ \frac{\sqrt{n^2 - \sin^2 \varepsilon} - \cos \varepsilon}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \varepsilon} + \cos \varepsilon} \right\}^2.$$

Derselbe erreicht an der Grenze $\varepsilon = 0$ sein Minimum, welches gleich $\left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2$ ist; und sein Maximum gleich der Einheit für $\varepsilon = 90^0$. — Die Menge des reflectirten Lichtes wächst also fortwährend, wenn der Einfallswinkel von 0^0 bis 90^0 zunimmt.

Wir betrachten zweitens den Fall, in welchem das einfallende Licht senkrecht gegen die Einfallsebene polarisirt ist, d. h. die Vibrationen parallel dieser Ebene und jederzeit senkrecht gegen die einfallenden, zurückgeworfenen und gebrochenen Strahlen geschehen. Denkt man sich jede dieser drei Schwingungen in zwei Componenten zerlegt, wovon die eine zu der Einfallsebene parallel, die andere senkrecht dagegen ist; und nimmt ferner wieder an, daß die parallele Componente $c \cos \varepsilon$ des einfallenden Strahles den parallelen Componenten $x \cos \varepsilon$ und $y \cos \beta$ des reflectirten und gebrochenen Strahles gleich kommt; so hat man: $(c - x) \cos \varepsilon = y \cos \beta$. Dividirt man mit dieser Gleichung in die oben gefundene: $(c^2 - x^2) \cos \varepsilon \sin \beta = y^2 \sin \varepsilon . \cos \beta$; so erhält man: $(c + x) \sin \beta = y \sin \varepsilon$. Durch die Elimination von y entspringt daraus: $(c + x) \sin \beta \cos \beta = (c - x) \sin \varepsilon \cos \varepsilon$, woraus

$$x = c . \frac{\sin \varepsilon \cos \varepsilon - \sin \beta \cos \beta}{\sin \varepsilon \cos \varepsilon + \sin \beta \cos \beta} = c . \frac{\sin 2\varepsilon - \sin 2\beta}{\sin 2\varepsilon - \sin 2\beta} = c . \frac{\operatorname{tang}(\varepsilon - \beta)}{\operatorname{tang}(\varepsilon + \beta)}.$$

Wenn die Intensität des senkrecht gegen die Einfallsebene polarisirten Lichtes zur Einheit angenommen wird, so hat jene des reflectirten Lichtes zum Ausdruck: $x^2 = \frac{\operatorname{tang}^2(\varepsilon - \beta)}{\operatorname{tang}^2(\varepsilon + \beta)}$. — Die Intensität des reflectirten Lichtes ist Null, wenn $\varepsilon + \beta = 90^0$ beträgt; und in der That wird das senkrecht gegen die Einfallsebene polarisirte Licht gar nicht zurückgeworfen, wenn es unter dem Polarisationswinkel einfällt, d. h. der reflectirte Strahl auf dem gebrochenen senkrecht steht. — Eliminirt man wieder den Winkel β mittelst der Formel $\sin \beta = \frac{1}{n} \sin \varepsilon$ aus der Gleichung $x^2 = \left(\frac{\sin \varepsilon \cos \varepsilon - \sin \beta \cos \beta}{\sin \varepsilon \cos \varepsilon + \sin \beta \cos \beta}\right)^2$; so erhält man für die Intensität des reflectirten Lichtes auch den Ausdruck:

$$x^2 = \left\{\frac{\sqrt{n^2 - \sin^2 \varepsilon} - n^2 \cos \varepsilon}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \varepsilon} + n^2 \cos \varepsilon}\right\}^2.$$

Es verwandelt sich für $\varepsilon = 0^0$ in $\left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2$ und für $\varepsilon = 90^0$ in die Einheit; und reducirt sich auf Null, wenn $\sqrt{n^2 - \sin^2 \varepsilon} = n^2 \cos \varepsilon$, oder $\operatorname{tang} \varepsilon = \frac{1}{n}$ ist.

Das Licht sei weder parallel noch senkrecht gegen die Einfallsebene polarisirt, sondern seine Polarisationsebene bilde mit jener Ebene einen Winkel φ. Die Vibrationen, welche senkrecht gegen die Polarisationsebene geschehen, lassen sich in zwei Componenten zerlegen, deren eine der Zurückwerfsebene parallel ist und die andere auf dieser Ebene senkrecht steht. Wenn man die Vibrationsintensität der einfallenden Welle

wieder zur Einheit nimmt, so wird $\sin\varphi$ die auf der Einfallsebene senkrechte Componente und $\cos\varphi$ die dieser Ebene parallele Componente sein. Auf die erste Componente muß man die Formel $\frac{\operatorname{tang}(\varepsilon-\beta)}{\operatorname{tang}(\varepsilon+\beta)}$ und auf die zweite die Formel $\frac{\sin(\varepsilon-\beta)}{\sin(\varepsilon+\beta)}$ anwenden, wenn man die Vibrationsintensitäten des reflectirten Lichtes erhalten will. Für die Componente in der Einfallsebene bekommt man so: $\cos\varphi \,.\, \frac{\sin(\varepsilon-\beta)}{\sin(\varepsilon+\beta)}$, und für die darauf senkrechte Componente: $\sin\varphi \,.\, \frac{\operatorname{tang}(\varepsilon-\beta)}{\operatorname{tang}(\varepsilon+\beta)}$; deren Resultante ist:

$$x = \sqrt{\cos^2\varphi \,.\, \frac{\sin^2(\varepsilon-\beta)}{\sin^2(\varepsilon+\beta)} + \sin^2\varphi \frac{\operatorname{tang}^2(\varepsilon-\beta)}{\operatorname{tang}^2(\varepsilon+\beta)}};$$

so daß die Intensität des reflectirten Lichtes durch

$$x^2 = \sin^2\varphi \,.\, \frac{\operatorname{tang}^2(\varepsilon-\beta)}{\operatorname{tang}^2(\varepsilon+\beta)} + \cos^2\varphi \,.\, \frac{\sin^2(\varepsilon-\beta)}{\sin^2(\varepsilon+\beta)}$$

ausgedrückt wird. — Für $\varphi = 90^0$ und $\varepsilon + \beta = 90^0$ gibt die Formel $x^2 = 0$, was der Erfahrung gemäß ist. Für $\varphi = 0^0$ und $2 + \beta = 90^0$ liefert die Formel $x^2 = 1$, was wieder mit der Erfahrung übereinstimmt.

Mit Hülfe der vorhergehenden Formeln läßt sich auch die Intensität des von unpolarisirtem Lichte durch Reflection an der Grenzfläche einer einfachen Substanz entstandenen Lichtstrahles berechnen. Denn man kann sich ein derartiges Licht stets aus zwei Bündeln bestehend denken, deren eines in der Einfallsebene und das andere senkrecht gegen die Einfallsebene polarisirt ist und deren jedes die halbe Intensität des einfallenden Strahles hat. Besitzt das unpolarisirte Licht die Intensität 1, so hat jeder seiner zwei Bestandtheile die Intensität $\frac{1}{2}$. Dieselben liefern bei der Reflection zwei Lichtmengen, welche beziehungsweise gleich $\frac{1}{2} \frac{\sin^2(\varepsilon-\beta)}{\sin^2(\varepsilon+\beta)}$ und $\frac{1}{2} \,.\, \frac{\operatorname{tang}^2(\varepsilon-\beta)}{\operatorname{tang}^2(\varepsilon+\beta)}$ sind und deren Summe die Intensität des zurückgeworfenen Lichtes ausdrückt. — Ist das einfallende Licht 1 nur zum Theil polarisirt, besteht es mithin aus einer Quantität k polarisirten und aus einer Quantität $1 - k$ unpolarisirten Lichtes; so wird die Intensität des reflectirten Antheils des ersteren sein:

$$k \,.\, \frac{\sin^2(\varepsilon-\beta)}{\sin^2(\varepsilon+\beta)} \cos^2\varphi + k \frac{\operatorname{tang}^2(\varepsilon-\beta)}{\operatorname{tang}^2(\varepsilon+\beta)} \,.\, \sin^2\varphi;$$

und der reflectirte Antheil des zweiten sein:

$$\frac{1-k}{2} \left\{ \frac{\sin^2(\varepsilon-\beta)}{\sin^2(\varepsilon+\beta)} + \frac{\operatorname{tang}^2(\varepsilon-\beta)}{\operatorname{tang}^2(\varepsilon+\beta)} \right\};$$

folglich der gesammte reflectirte Antheil sein:

$$\frac{\sin^2(\varepsilon-\beta)}{\sin^2(\varepsilon+\beta)} \,.\, \frac{1 + k\cos^2\varphi}{2} + \frac{\operatorname{tang}^2(\varepsilon-\beta)}{\operatorname{tang}^2(\varepsilon+\beta)} \,.\, \frac{1 - k\cos 2\varphi}{2}.$$

Die nachstehenden vier Formeln gelten für gebrochenes Licht, die Intensität des einfallenden Lichtes immer als Einheit angenommen. Im Falle, daß das einfallende Licht nach der Brechungsebene polarisirt ist, hat die Intensität y^2 des gebrochenen Lichtes zum Ausdrucke: $y^2 = 1 - \frac{\sin^2(\varepsilon - \beta)}{\sin^2(\varepsilon + \beta)}$. — Im Falle, daß das einfallende Licht senkrecht auf der Brechungsebene polarisirt ist, hat das gebrochene Licht eine Intensität $y^2 = 1 - \frac{\operatorname{tang}^2(\varepsilon - \beta)}{\operatorname{tang}^2(\varepsilon + \beta)}$. — Ein unpolarisirter Lichtstrahl von der Intensität 1 liefert bei der Brechung ein nach der Brechungsebene polarisirtes Lichtbündel von der Intensität

$$y^2 = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{\sin^2(\varepsilon - \beta)}{\sin^2(\varepsilon + \beta)}\right);$$

und ein senkrecht gegen die Brechungsebene polarisirtes Lichtbündel von der Intensität $y'^2 = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{\operatorname{tang}^2(\varepsilon - \beta)}{\operatorname{tang}^2(\varepsilon + \beta)}\right)$.

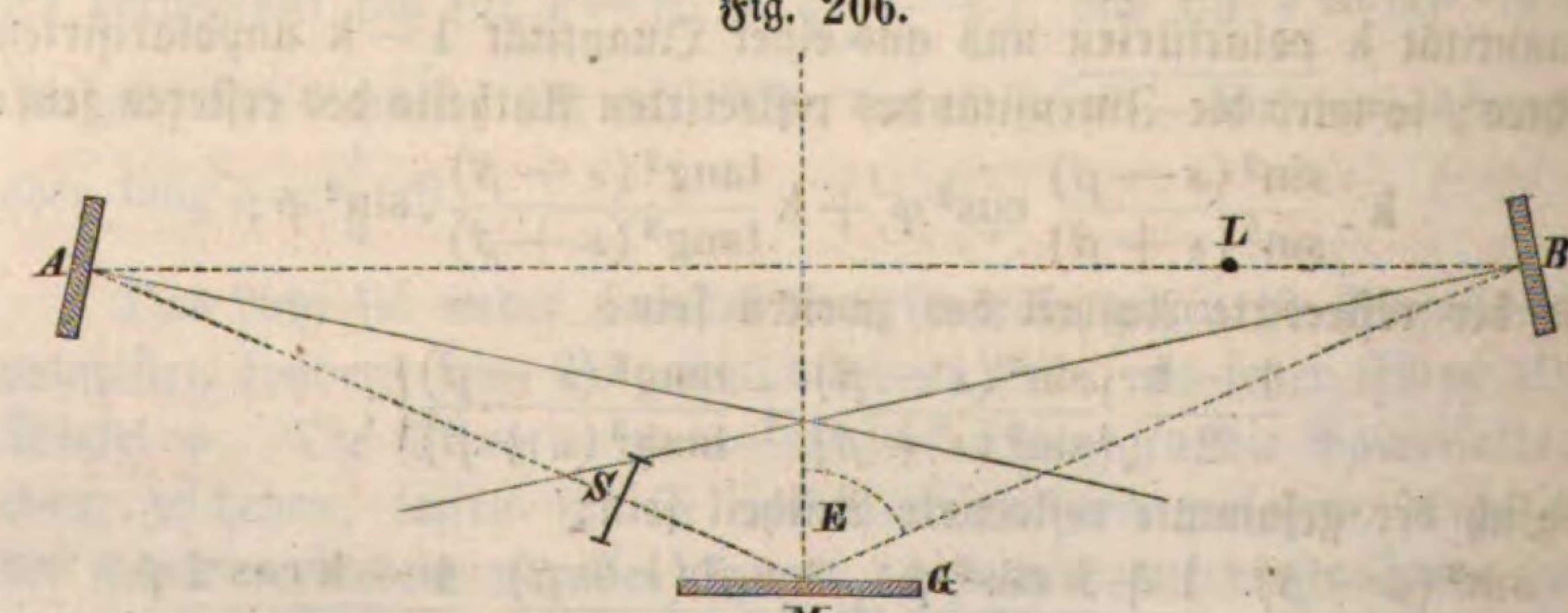
Weil $\frac{\sin^2(\varepsilon - \beta)}{\sin^2(\varepsilon + \beta)} = \frac{\operatorname{tang}^2(\varepsilon - \beta)}{\operatorname{tang}^2(\varepsilon + \beta)} \cdot \frac{\cos^2(\varepsilon - \beta)}{\cos^2(\varepsilon + \beta)}$ und $\frac{\cos^2(\varepsilon - \beta)}{\cos^2(\varepsilon + \beta)}$ größer als die Einheit ist, muß y'^2 größer als y^2 sein. Die Differenz $y'^2 - y^2$ gibt die Quantität des in dem gebrochenen Lichtbündel enthaltenen polarisirten Lichtes an, dessen Polarisationsebene senkrecht auf der Einfallsebene steht; was mit der Erfahrung vollkommen übereinstimmt.

Um die für die Intensität J des zurückgeworfenen unpolarisirten Lichtes oben mitgetheilte Formel

$$J = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sin^2(\varepsilon - \beta)}{\sin^2(\varepsilon + \beta)} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\operatorname{tang}^2(\varepsilon - \beta)}{\operatorname{tang}^2(\varepsilon + \beta)},$$

wobei die Intensität des einfallenden Lichtes gleich 1 gesetzt ist, durch Versuche zu prüfen, wendeten wir in Ermangelung eines besseren Photometers dasselbe Verfahren an, welches wir bei der Prüfung über die Abnahme der Lichtstärke beim Durchgange durch ein durchsichtiges Mittel eingehalten haben. — Fig. 206 gibt die Art und Weise an,

Fig. 206.



wie dabei verfahren wurde. In L befand sich die Lichtquelle, deren Strahlen auf die beiden Spiegel A und B fielen, die so aufgestellt waren, daß die von ihnen reflectirten Strahlen AM und BM mit AB ein gleichschenkliges Dreieck bildeten. Hierauf ward in M eine Glasplatte in solcher Lage angebracht, daß der von B herkommende Strahl BM nach A zurückgeworfen wurde. Ein geölter Papierschirm ward in S aufgestellt, um auf beiden Seiten gleich beleuchtet zu werden. Bei verschiedenen Einfallswinkeln ε, welche abnahmen, wenn die Glasplatte von der Linie AB weiter abstand, mußte der Schirm an verschiedene Stellen gerückt werden, insofern man stets auf beiden Seiten des Schirmes gleiche Beleuchtung hervorbringen wollte. Setzt man nun die Wegstrecke $LAS = a$ und die Wegstrecke $LBMS = b$, bezeichnet man ferner die Intensität des von B ausgesendeten Lichtes, nachdem es in M eine zweite Reflection erlitten hat, mit J und die Intensität des von A herkommenden Lichtes mit 1; so hat man $J = \frac{b^2}{a^2}$, wenn auf beiden Seiten des Schirmes eine gleich starke Erleuchtung zu Stande gekommen ist. — Bevor wir zur Vergleichung der Ergebnisse unserer Versuche mit der Theorie schreiten, müssen wir jedoch vorerst bemerken, daß zu der an der ersten Fläche der Glasplatte reflectirten Lichtmenge noch die Gesammtsumme der durch unendliche viele Reflectionen an der zweiten Fläche der Platte erzeugten Lichtmengen hinzukommt. Die Intensität $x^2 = \frac{1}{2}\left\{\frac{\sin^2(\varepsilon-\beta)}{\sin^2(\varepsilon+\beta)} + \frac{\tan^2(\varepsilon-\beta)}{\tan^2(\varepsilon+\beta)}\right\}$ wird mithin um den Betrag sämmtlicher dadurch hervorgegangenen Schwingungsintensitäten vermehrt werden müssen, wenn es sich darum handelt, die wirkliche Intensität J zu erhalten. Bezeichnet R die an der ersten Fläche reflectirte Lichtmenge und B die daselbst durchgelassene Lichtmenge, dergestalt, daß $R + B = 1$; so ergibt sich für die Intensität J der Ausdruck:

$$J = R + BR(1 + R + R^2 \ldots) = 2R$$

oder

$$J = 2x^2 = \frac{\sin^2(\varepsilon-\beta)}{\sin^2(\varepsilon+\beta)} + \frac{\tan^2(\varepsilon-\beta)}{\tan^2(\varepsilon+\beta)}.$$

Von den Ergebnissen dieser Versuche, bei denen $AB = 8$ Meter und $BL = 1$ Meter betrug, wollen wir die vier anführen, welche mit der meisten Sorgfalt angestellt wurden, und nebenbei die Resultate aufzeichnen, wie sie die Formel $J = \frac{\sin^2(\varepsilon-\beta)}{\sin^2(\varepsilon+\beta)} + \frac{\tan^2(\varepsilon-\beta)}{\tan^2(\varepsilon+\beta)}$ liefert.

Für $\varepsilon = 78^0$ war $SM = 1{,}635$; woraus $\frac{b^2}{a^2} = \left(\frac{6{,}72}{9{,}45}\right)^2 = 0{,}505$: die Formel, in welcher $\beta = 40^0 22'$, gibt $J = 0{,}65526$. —

Für $\varepsilon = 75^0$ war S M = 1,66; hieraus $\frac{b^2}{a^2} = \left(\frac{6,8}{9,48}\right)^2 = 0,514$: die Formel, in welcher $\beta = 39^0 46'$, liefert J = 0,5098. —

Für $\varepsilon = 72^0$ war S M = 1,14; woraus $\frac{b^2}{a^2} = \left(\frac{6,34}{10,06}\right)^2 = 0,3969$: die Formel, in welcher $\beta = 39^0$; gibt J = 0,4017. —

Für $\varepsilon = 66^0$ war S M = 0,26; hieraus $\frac{b^2}{a^2} = \left(\frac{5,638}{11,118}\right)^2 = 0,257$: die Formel, in welcher $\beta = 37^0 14'$; liefert J = 0,2611. —

Das Brechungsverhältniß der von uns angewandten Glasplatte war = 1,51. Die Formel stimmt mit den Beobachtungen bis auf Tausentel überein; ein Resultat, das als ein ziemlich befriedigendes angesehen werden kann. Die Uebereinstimmung würde aller Wahrscheinlichkeit nach noch vollkommener sich herausgestellt haben, wenn wir uns eines besseren Photometers hätten bedienen können.

3. Aenderung der Polarisationsebene durch Reflection.

Der Polarisationszustand eines Strahles wird häufig durch eine neue Reflection geändert. Um uns von einer derartigen Aenderung einigermaßen Rechenschaft abzugeben, betrachten wir zunächst den einfallenden polarisirten Strahl, dessen Polarisationsebene mit der Zurückwerfungsebene den Winkel φ einschließt. Dieser Strahl liefert bei der Zurückwerfung einen reflectirten Strahl, der aus zwei unter einem rechten Winkel gegeneinander polarisirten Strahlenbündeln besteht. Gedachte zwei Bündel von einerlei Phase werden bei ihrem Zurücktritt in das erste Mittel sich zu einer resultirenden geradlinigen Schwingung zusammensetzen, deren Richtung durch die Diagonale eines rechtwinkligen Parallelogrammes angegeben wird, das die Größen $\frac{\sin(\varepsilon - \beta)}{\sin(\varepsilon - \beta)} \cos\varphi$ und $\frac{\text{tang}(\varepsilon - \beta)}{\text{tang}(\varepsilon - \beta)} \sin\varphi$ zu Seiten hat. Hieraus ergibt sich zur Bestimmung des Winkels φ, welchen die Polarisationsebene des reflectirten Strahles mit der Reflectionsebene einschließt, die Relation: $\text{tang}\,\varphi, = \frac{\cos(\varepsilon + \beta)}{\cos(\varepsilon - \beta)} \text{tang}\,\varphi$.

Nach dieser Formel ist für $\varepsilon + \beta = 90^0$ jederzeit $\varphi, = 0$; d. h. wenn der Lichtstrahl unter dem Polarisationswinkel auffällt, so ist der reflectirte immer in der Einfallsebene polarisirt, welche Lage die ursprüngliche Polarisationsebene auch haben mag. — Für $\varphi = 0$ ist für jeden Einfallswinkel auch $\varphi, = 0$; d. h. wenn das einfallende Licht nach der Reflectionsebene polarisirt ist, so behält es diese Polarisationsebene auch nach der Reflection für jeden Einfallswinkel bei. — Da $\cos(\varepsilon + \beta)$ immer kleiner als $\cos(\varepsilon - \beta)$ ist, so wird $\varphi,$ immer kleiner

als φ sein; woraus folgt, daß die Polarisationsebene des reflectirten Lichtes der Ebene näher rückt, an der die Zurückwerfung stattfindet. — Soll $\varphi_{,} = \varphi$ werden, so muß $\cos(\varepsilon + \beta) = \cos(\varepsilon - \beta)$ sein, welcher Bedingung nur für $\varepsilon = 0$ und $\varepsilon = 90^0$ Genüge geschehen kann. Die Polarisationsebene bleibt also ungeändert, wenn die senkrechte Reflection oder die Reflection nahe unter dem Winkel von 90^0 stattfindet.

Arago und Brewster haben das Gesetz über die Aenderung der Polarisationsebene bei den verschiedensten Einfallswinkeln für Glas und Wasser geprüft und das Gesetz richtig befunden. Folgende Tabelle enthält die Resultate von Brewsters Versuchen bei Glas von 1,426 Brechungsverhältniß, zusammengestellt mit den Ergebnissen der Formel: $\operatorname{tang} \varphi_{,} = \frac{\cos(\varepsilon + \beta)}{\cos(\varepsilon - \beta)}$ für den Fall, daß $\varphi = 45^0$ ist.

Einfallswinkel ε.	Refractionswinkel β.	Winkel a der Polarisationsebene mit der Reflectionsebene.	
		Beobachtet.	Berechnet.
90°	0°	45°	45°
80°	41° 37′	33° 13′	33° 46′
75°	40° 40′	28° 45′	27° 41′
70°	39° 20′	22° 6′	21° 3′
65°	37° 41′	14° 40′	13° 53′
60°	35° 45′	6° 10′	6° 16′
56°	34°	0°	0°
50°	31° 22′	9° 0′	9° 0′
40°	25° 42′	22° 37′	23° 1′
30°	19° 43′	32° 25′	33° 19′

Die Uebereinstimmung zwischen den beobachteten und berechneten Werthen ist ziemlich befriedigend.

Um die Versuche über die Aenderungen der Polarisationsebene bequem anstellen zu können, lasse man einen unpolarisirten Lichtstrahl durch ein achromatisches Kalkspathprisma gehen, dessen Hauptschnitt um 45^0 gegen die Einfallsebene des unteren Spiegels am Polarisationsapparat geneigt ist. Man erhält dergestalt zwei senkrecht aufeinander polarisirte Bündel, bei deren einem die Polarisationsebene $+ 45^0$ und bei dem andern die Polarisationsebene $- 45^0$ von der Einfallsebene des untern Spiegels absteht. Hierauf leite man die beiden Lichtbündel auf gedachten untern Spiegel und gebrauche als Analyseur eine Turmalinplatte. Fallen nun die beiden Lichtbündel auf die Spiegelebene unter dem Polarisationswinkel auf, so erblickt man bei der parallelen Lage der Achse der Turmalinplatte zu der Einfallsebene der Spiegelebene zwei gleich lebhafte Bilder. Die beiden Bilder nehmen an In-

tensität ab beim Drehen der Turmalinplatte und verschwinden zugleich, wenn man die Platte um 45° rechts oder links gedreht hat; beide Strahlen erweisen sich demnach durch die Reflection dergestalt polarisirt, daß ihre Polarisationsebene mit der Reflectionsebene des Spiegels zusammenfällt. — Fallen die aus dem Kalkspathprisma kommenden Strahlen unter dem Winkel von 50° auf die Spiegelebene, so sieht man wieder zwei gleich intensive Bilder, wenn die Achse der Turmalinplatte parallel zur Reflectionsebene gestellt ist. Dreht man hierauf die Platte um 9° rechts, so verschwindet das eine Bild; dreht man sie um 9° links, so verschwindet das andere: die Polarisationsebene des einen Strahles liegt mithin 9° rechts und die des andern 9° links von der Einfallsebene, wie oben gesagt worden.

Wir sind nun auch im Stande, uns einigermaßen Rechenschaft von den Aenderungen zu geben, welche das unpolarisirte Licht durch die Zurückwerfung überhaupt erfährt. Ein solcher Lichtstrahl läßt sich nämlich aus zwei Theilen von gleicher Intensität und entgegengesetztem Polarisationszustand bestehend annehmen, so daß ihre Polarisationsebenen auf beiden Seiten mit der Einfallsebene denselben Winkel von 45° einschließen. Bei dem einen Strahl wird also die Relation: $\tang \varphi = + \frac{\cos(\varepsilon + \beta)}{\cos(\varepsilon - \beta)}$ und bei dem andern die Relation: $\tang \varphi = - \frac{\cos(\varepsilon + \beta)}{\cos(\varepsilon - \beta)}$ Anwendung finden. Beim senkrechten Auffallen und bei einem Einfallswinkel von 90° wird der reflectirte Strahl unpolarisirt sein wie der einfallende, da die Polarisationsebene des einen Theils einen Winkel von + 45° und die des andern einen Winkel von — 45° mit der Einfallsebene einschließt, wie vor der Reflection. — Bei dem Einfallswinkel, welcher dem Polarisationswinkel gleich kommt und für welchen $\varepsilon + \beta = 90$ ist, fallen die Polarisationsebenen der beiden Strahlen mit der Einfallsebene zusammen. Dagegen werden bei anderen Einfallswinkeln die Polarisationsebenen der beiden Strahlen von der Einfallsebene mehr oder weniger sich entfernen.

Unterwirft man den Lichtstrahl mehrfachen auf einander folgenden Reflectionen in der Weise, daß man den Strahl jedesmal unter dem nämlichen Einfallswinkel auffallen läßt und sämmtliche Einfallsebenen parallel zu einander macht; so werden die beiden Lichtbündel nach m Reflectionen nach zwei Ebenen polarisirt erscheinen, welche mit der Einfallsebene einen Winkel φ_m bilden, dessen Tangente $= \frac{\cos^m(\varepsilon + \beta)}{\cos^m(\varepsilon - \beta)}$. Die beiden Polarisationsebenen nähern sich folglich einander desto mehr, je größer die Anzahl der Reflectionen ist. Damit das vereinigte Licht

der beiden letzten zurückgeworfenen Lichtbündel für die Wahrnehmung vollständig polarisirt erscheint, braucht die Zahl m nur von solcher Beschaffenheit zu sein, daß der vorhergehende Bruch kleiner wird, als die Tangente eines halben Grades. Der entsprechende Werth von m für jene Grenze wird um so weniger betragen, je mehr sich der Einfallswinkel dem Winkel der vollkommenen Polarisation nähert.

Brewster fand, daß das Licht durch zwei Reflectionen an Glas bei $60^0\,28'$, nach fünf Reflectionen bei 70^0; an der Grenzfläche von Glas und Wasser nach zwei Reflectionen bei $44^0\,51'$, nach drei Reflectionen bei $42^0\,27'$ merklich vollständig polarisirt war. Die nach der Formel $\tang \varphi_m = \frac{\cos^m(\varepsilon + \beta)}{\cos^m(\varepsilon - \beta)}$ berechneten Werthe von φ_m betrugen bei diesen Versuchen beziehungsweise $0^0\,33'$; $0^0\,22'$; $0^0\,56'$; $0^0\,26'$, welche Winkel sämmtlich sehr klein sind, wie es der Charakter der merklich erreichten vollständigen Polarisation erheischt.

Geschehen die m aufeinander folgenden Reflectionen nicht unter dem nämlichen Einfallswinkel ε, sondern unter den successiven Winkeln $\varepsilon, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \ldots$, zu denen die Brechungswinkel $\beta, \beta_1, \beta_2, \beta_3 \ldots$ gehören; so wird der Neigungswinkel φ_m, welchen die Polarisationsebene jedes der beiden partiellen Bündel nach der mten Zurückwerfung mit der Reflectionsebene einschließt, durch die Relation:

$$\tang \varphi_m = \frac{\cos(\varepsilon + \beta) \,.\, \cos(\varepsilon_1 + \beta_1) \,.\, \cos(\varepsilon_2 + \beta_2) \ldots}{\cos(\varepsilon - \beta) \,.\, \cos(\varepsilon_1 - \beta_1) \,.\, \cos(\varepsilon_2 - \beta_2) \ldots}$$

bestimmt.

Daß die letztere Formel gültig ist, zeigen folgende zwei von Brewster angestellte Versuche, bei denen nach zwei successiven Zurückwerfungen der Strahl sich merklich vollständig polarisirt erwies. Bei dem ersten Versuche erfolgte die eine Reflection bei $58^0\,2'$ und die andere bei $67^0\,2'$; der berechnete Winkel φ_m betrug $0^0\,34'$. Bei dem zweiten Versuche geschah die eine Reflection bei 53^0 und die andere bei $58^0\,2'$; der gefundene Winkel φ_m war $0^0\,12'$. Der Rückstand des unpolarisirt gebliebenen Lichtes war in dem einen wie in dem andern Falle jedenfalls so gering, daß er der Wahrnehmung entgehen mußte.

4. Aenderung der Polarisationsebene durch Brechung.

Die Polarisationsebene eines Strahles wird auch durch eine einfache Brechung geändert, eine Erscheinung, welche Brewster zuerst näher analysirt hat. Die Versuche werden wieder in der Weise angestellt, daß man einen unpolarisirten Lichtstrahl mittelst eines achromatischen Kalkspathprismas in zwei Theile spaltet und dieselben dann auf sehr reine Prismen unter solchen Einfallswinkeln leitet, daß der Lichtstrahl

39*

senkrecht aus der zweiten Fläche heraustritt; die Aenderung der Polarisationsebene rührt dann einzig und allein von der ersten Fläche her. Was die Lage der Polarisationsebene des gebrochenen Strahles anlangt, so wird dieselbe wieder mittelst eines Turmalinplättchens ausgemittelt. Die Aenderung der Polarisationsebene wird nach einmaliger Brechung durch folgende Formel ausgedrückt: $\cot \Psi_{,} = \cot \Psi \,.\, \cos(\varepsilon - \beta)$, wo Ψ den Winkel der Polarisationsebene des einfallenden Strahles mit der Brechungsebene, ε den Einfallswinkel, β den Brechungswinkel und $\Psi_{,}$ den Winkel der Polarisationsebene des gebrochenen Strahles mit der Brechungsebene bezeichnet.

Die Formel verwandelt sich für den Fall einer zweimaligen Brechung vermöge Durchganges durch eine Platte mit parallelen Flächen in folgende: $\cot \Psi_{2} = \cot \Psi \,.\, \cos^2(\varepsilon - \beta)$. — Nach Hindurchgang des Strahles durch m parallele Flächen eines gleichbeschaffenen Mittels wird der Werth des Winkels Ψ_m der Polarisationsebene mit der Brechungsebene durch die Formel: $\cot \Psi_m = \cot \Psi \,.\, \cos^m(\varepsilon - \beta)$ angegeben. — Nach Hindurchgang des Strahles durch m nicht parallele Flächen eines gleichbeschaffenen Mittels wird der in Rede stehende Winkel Ψ_m durch die Formel bestimmt:

$$\cot \Psi_m = \cot \Psi \,.\, \cos(\varepsilon - \beta) \cos(\varepsilon_1 - \beta_1) \ldots,$$

wo $\varepsilon, \varepsilon_1, \varepsilon_2 \ldots$ die successiven Einfallswinkel und $\beta, \beta_1, \beta_2 \ldots$ die ihnen entsprechenden Brechungswinkel bezeichnen. — Für einen Strahl, der in einer parallelflächigen Platte eine Brechung und dann eine Zurückwerfung erlitten hat, wird die Aenderung der Polarisationsebene durch die Formel: $\tang \varphi' = \tang \alpha \,.\, \frac{\cos(\varepsilon + \beta)}{\cos^2(\varepsilon - \beta)}$: und die Aenderung der Polarisationsebene nach zwei Brechungen und einer dazwischen liegenden Reflection durch die Formel:

$$\tang \varphi'' = \cot \,.\, \alpha \,.\, \frac{\cos^3(\varepsilon - \beta)}{\cos(\varepsilon + \beta)}$$

ausgedrückt: in beiden Formeln bedeutet α den Winkel der ursprünglichen Polarisationsebene mit der ersten Einfallsebene; ε den Einfallswinkel und β den Brechungswinkel.

Um die von einer einzigen Fläche hervorgebrachte Drehung zu erhalten, nahm Brewster ein gut abgekühltes Glasprisma, an welchem der brechende Winkel eine solche Größe hatte, daß ein möglichst schief einfallender Strahl senkrecht gegen die zweite Fläche austrat. Auf die Weise erhielt er bei einem Einfallswinkel von 87° 33′, wenn die Polarisationsebene um 54° 15′ gegen die Brechungsebene geneigt war, eine Drehung von 9° 15′; und bei einem Einfallswinkel von 54° 50′, wenn die beiden genannten Ebenen einen Winkel von 47° 25′ einschlossen,

eine Drehung von 2° 25′: Werthe, welche mit denen nach der Formel $\cot \Psi_1 = \cot \Psi \cos (\varepsilon - \beta)$ berechneten ziemlich gut übereinstimmten.

Bei einem Versuche mit einer Glasplatte, deren Brechungsverhältniß 1,51 betrug, fand Brewster bei einem Strahle, der um 45° gegen die Einfallsebene polarisirt war, folgende Resultate:

Einfallswinkel.	Brechungswinkel.	Neigung. Beobachtete.	Neigung. Berechnete.
0°	0°	45° 0′	45° 0′
10°	6° 36′	45° 13′	45° 6′
20°	13° 5′	45° 27′	46°
30°	19° 20′	45° 40′	46° 56′
40°	25° 10′	46° 30′	48° 24′
50°	30° 29′	47° 42′	50° 36′
60°	35°	50° 7′	53° 59′
70°	38° 29′	50° 7′	59° 5′
80°	40° 42′	51° 10′	61° 24′
85°	41° 17′	60° 45′	

Die Uebereinstimmung zwischen dem beobachteten und berechneten Werthe fiel ziemlich befriedigend aus, wonach die Formel

$$\cot \Psi_2 = \cot \Psi \,.\, \cos^2 (\varepsilon - \beta)$$

als richtig anzunehmen ist. Die Polarisationsebene entfernt sich demnach durch die Brechung, wenn der Einfallswinkel zunimmt, immer mehr von der Einfallsebene und strebt auf derselben senkrecht zu werden, während sie durch Reflection der letztern Ebene immer näher rückt.

Das vorhergehende Gesetz belehrt uns auch, wie ein unpolarisirter Lichtstrahl durch mehrere aufeinander folgende Brechungen polarisirt werden kann. Ein solcher Strahl von der Intensität = 1 besteht nämlich aus zwei entgegengesetzt polarisirten Lichtbündeln, jedes von der Intensität $= \frac{1}{2}$, indem der eine Theil mit der Brechungsebene einen Winkel von + 45° und der andere Theil mit dieser Ebene einen Winkel von — 45° einschließt. Nach zwei Brechungen an einer parallelflächigen Glasplatte wird für jedes Bündel die Polarisationsebene um einen gewissen Winkel von der Brechungsebene gedreht und zwar für das eine auf der rechten Seite und für das andere um eben so viel auf der linken. Eine solche Drehung in demselben Sinne erfolgt beim Durchgange durch jede der übrigen Glasplatten, bis endlich die beiden Polarisationsebenen in eine einzige auf die Brechungsebene senkrechte Ebene zu liegen kommen, in welchem Falle der Strahl vollkommen polarisirt erscheint. — Dieser Fall tritt eigentlich niemals vollständig ein, weil die Größe $\cos^m (\varepsilon - \beta)$ nie ganz Null werden

kann. Indessen wird der Strahl für das Auge des Beobachters als vollständig polarisirt gelten können, wenn die entgegengesetzten Polarisationsebenen der beiden Bündeln einen hinreichend kleinen Winkel miteinander bilden.

Brewster fand, daß das Licht einer Wachskerze in einer Entfernung von 3 Meter bei dem Einfallswinkel von $78^0 52'$ durch 8 Glasplatten, bei dem Einfallswinkel von 61^0 durch 24 Glasplatten für die Wahrnehmung vollständig polarisirt war. Die Formel $\cot \Psi_m = \cos^m (\varepsilon - \beta)$ gibt im ersten Fall $\Psi_m = 88^0 50'$ und im zweiten $\Psi_m = 89^0 36'$. — Die letztere Formel kann also in der That dazu dienen, die Anzahl Brechungen durch parallelflächige Platten zu bestimmen, welche erforderlich ist, um einen stets unter demselben Einfallswinkel einfallenden unpolarisirten Lichtstrahl merklich vollständig zu polarisiren.

V. Polarisationschromatik.

1. Färbung dünner Krystallblättchen. — Die Talbot'schen Linien.

Hinreichend dünne Blättchen doppeltbrechender Krystalle, wie Kalkspath, Bergkrystall, Gyps, Glimmer erscheinen unter gewissen Umständen im polarisirten weißen Lichte mehr oder weniger gefärbt, wenn man sie mit einer passenden analysirenden Vorrichtung, z. B. mit einem Doppelspathprisma, einer Glassäule, einem geschwärzten Spiegel, einem Nicol'schen Prisma untersucht. Ein und dasselbe Licht theilt sich also bei seinem Durchgang durch den nämlichen durchsichtigen Körper in verschiedenfarbiges, so daß mithin nicht der Trübung als solcher die Entstehung der Farbe zugeschrieben werden kann. Diese Erscheinung, welche zu den schönsten und interessantesten der ganzen Optik gehört, verdanken wir dem Beobachtungsgeiste Arago's. — Zur Hervorbringung der in Rede stehenden Phänomene eignet sich ganz besonders der Nörremberg'sche Polarisationsapparat. Man lege ein dünnes und überall gleich dickes Gypsblättchen auf das Tischchen eines solchen Apparates und bediene sich einer Glassäule zur Betrachtung des Blättchens, auf welches das polarisirte Licht senkrecht auffällt. In der parallelen Lage der beiden Spiegelebenen erscheint das Gypsblättchen farbig, sowohl in dem durchgelassenen wie in dem reflectirten Lichte; jederzeit ist aber die Farbe des Lichtes im durchgelassenen Lichte die complementäre zu der im reflectirten. Dreht man das Blättchen um den senkrecht einfallenden Strahl ohne die Lage der Glassäule zu ändern, so bleibt die Farbe wohl dieselbe, ihre Lebhaftigkeit aber wird merklich verändert. Die Farbe zeigt sich am intensivsten, wenn der Hauptschnitt des Blättchens mit der ursprünglichen Polarisationsebene des durchgehenden Strahles

einen Winkel von 45° einschließt; am schwächsten, wenn jene beiden Ebenen zusammenfallen oder rechtwinklig aufeinander stehen, in welchen Fällen das Blättchen im reflectirten Lichte durchsichtig, im durchgelassenen aber undurchsichtig erscheint. — In der gekreuzten Stellung der beiden Spiegelebenen ist die Farbe in die complementäre übergegangen, d. h. man erblickt im reflectirten Lichte die nämliche Farbe, welche man bei der parallelen Lage im durchgelassenen gesehen hat, und umgekehrt. Dreht man bei dieser Stellung der Glassäule, deren Einfallsebene nunmehr senkrecht auf der Reflectionsebene des polarisirenden Spiegels steht, das Gypsblättchen abermals um den einfallenden Strahl; so werden dieselben Aenderungen hinsichtlich der Intensität der Farbe wie vorhin wahrgenommen, nur mit dem Unterschiede, daß jetzt das Blättchen in den Lagen, in welchen der Winkel seines Hauptschnittes mit der ursprünglichen Polarisationsebene Null oder ein Rechter ist, im reflectirten Lichte undurchsichtig, im durchgelassenen aber durchsichtig erscheint. — Gebraucht man statt der Glassäule einen Doppelspath, so wird man beide Farben auf einmal sehen. Bei Drehung des Hauptschnittes gehen die Farben in die complementären über und ergänzen sich da, wo sie übereinander greifen, fortwährend zu Weiß. Wenn der Hauptschnitt des Blättchens mit der ursprünglichen Polarisationsebene des Strahls und mit dem Hauptschnitte des Doppelspaths zusammenfällt oder mit diesen Ebenen einen rechten Winkel bildet, wird man nur ein einziges weißes Bild wahrnehmen, nämlich im ersten Falle das gewöhnliche im zweiten das ungewöhnliche. In den Zwischenlagen sieht man zwei complementär gefärbte Bilder, die am intensivsten erscheinen, wenn der Hauptschnitt des Blättchens gegen die beiden anderen genannten Ebenen um 45° geneigt ist.

Die Beschaffenheit der Farbe richtet sich nach der Natur und Dicke des Blättchens. Bleibt seine Substanz dieselbe, so sind die Farben im Allgemeinen desto lebhafter, je dünner das Blättchen ist. Für jede Art von Krystallblättchen gibt es eine gewisse Grenze der Dicke, über welche hinaus keine Färbung mehr stattfindet. Diese Grenze beträgt für eine Bergkrystallplatte ohngefähr $\frac{1}{2}$ Millimeter und ist überhaupt desto geringer, je größer der Unterschied der Fortpflanzungsgeschwindigkeiten der zwei Lichtbündel ist, in welche sich der Lichtstrahl bei der Doppelbrechung spaltet. Ein zur Achse parallel geschliffenes Blättchen von Kalkspath müßte demnach beinahe zwanzigmal dünner sein als ein zur Achse parallel geschnittenes Blättchen von Bergkrystall, um dieselbe Farbe hervorzubringen, weßhalb es sehr schwer hält, die in Rede stehenden Farbenerscheinungen an dem Kalkspath wahrzunehmen. — Biot hat mit großer Sorgfalt die jeder Farbe zugehörige Dicke des

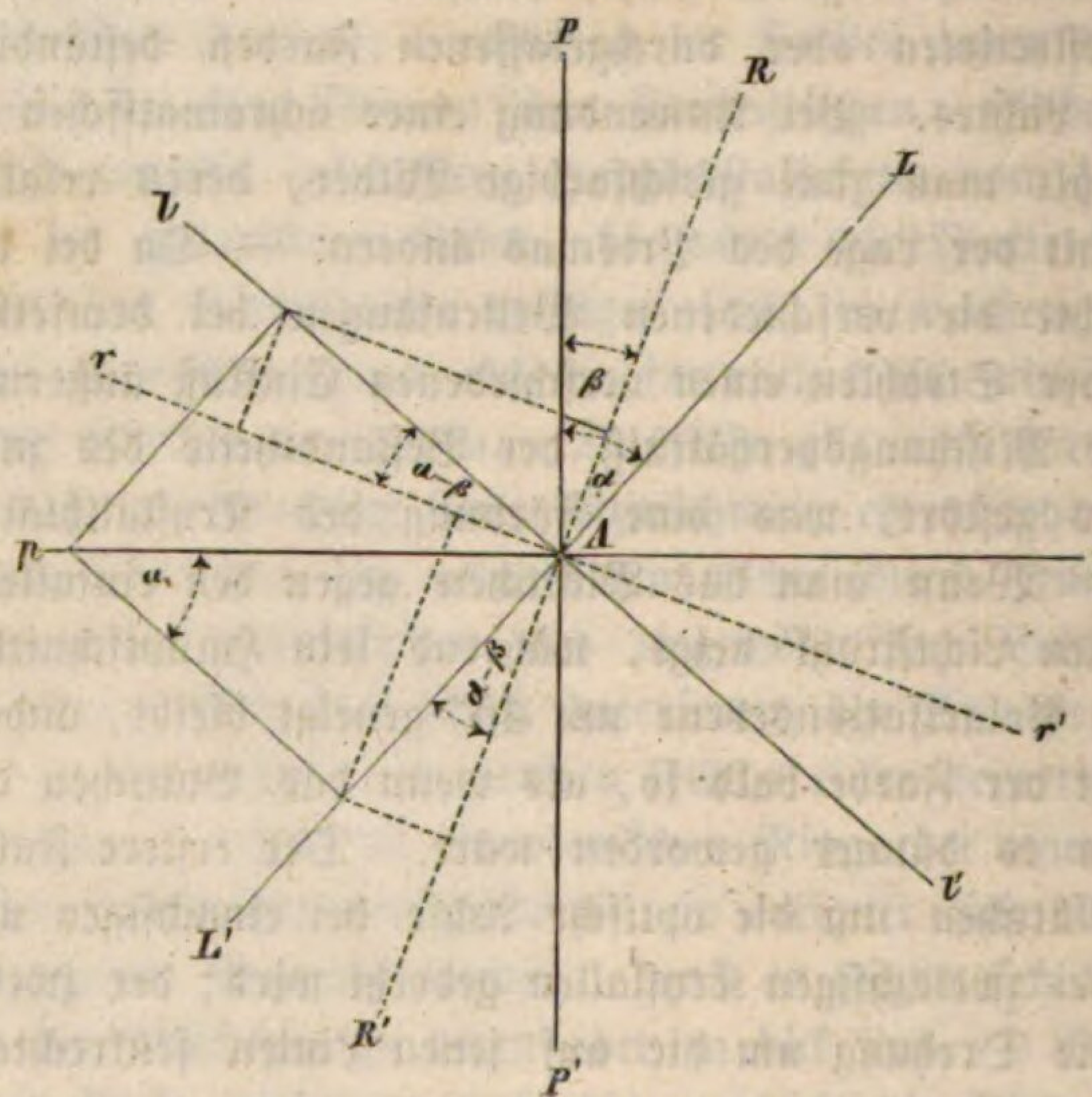
Blättchens bestimmt und dabei gefunden, daß für die Dicken der Blättchen von demselben Krystalle hinsichtlich der Farben genau das nämliche Gesetz gilt wie bei den Newton'schen Farbenringen. Gäbe also z. B. eine zur Achse parallel geschliffene Bergkrystallplatte von $\frac{1}{2}$ Millimeter Dicke Roth im polarisirten Lichte, so würde die Platte für violettes Licht in demselben Verhältnisse geringer sein, in welchem die Wellenlänge für violettes Licht kürzer als die für rothes ist, mithin eine Dicke von $\frac{1}{2} \times 0{,}68$ Millimeter haben. Dasselbe gilt auch für die übrigen Farben, so daß wir berechtigt sind, anzunehmen, es entstehen die Farben dünner Krystallblättchen im polarisirten Lichte durch Interferenz der hindurchgegangenen gewöhnlichen und ungewöhnlichen Lichtbündel, wie die Farben dünner Schichten durch Interferenz der Strahlen entstanden sind, welche an der ersten und zweiten Fläche einer derartigen Schichte reflectirt wurden. — Wie die Newton'schen Ringe bei einer zu dünnen oder zu dicken Luftschichte verschwinden, so ereignet sich dies auch mit den Farben dünner Krystallblättchen: denn es zeigen sich keine Farben mehr, wenn die Blättchen zu dünn oder zu dick sind. — Blättchen von gleichförmiger Dicke erscheinen einfarbig, wechselt die Dicke an verschiedenen Stellen, so kommen verschiedene Farben zum Vorschein. Es lassen sich auf diese Weise farbige Zeichnungen im polarisirten Lichte erhalten, indem man Krystallblättchen von verschiedener Dicke aneinander fügt. An keilförmig geschliffenen Gypsplatten oder an parallel mit der Achse zugeschliffenen Quarzplatten erscheinen im polarisirten Lichte parallele Farbenstreifen.

Legt man mehrere gleichartige Krystallplatten so aufeinander, daß ihre Hauptschnitte zusammenfallen, so bringen sie auf das durchgehende Licht die nämliche Wirkung hervor, wie eine einzige Platte, deren Dicke der Summe der einzelnen Blättchen gleichkommt. Liegen aber zwei Blättchen von ungleicher Dicke so übereinander, daß sich ihre Hauptschnitte unter rechtem Winkel kreuzen, so wird eine Farbe sich zeigen, welche genau der Differenz ihrer Dicken entspricht. Die Interferenzfarben werden daher verschwinden, wenn die gekreuzten Blättchen gleich dick sind. — Legt man zwei Platten von ungleicher Doppelbrechung aufeinander, so erzeugen sie bei parallelen Hauptschnitten zusammen eine Farbe, welche der Summe ihrer Dicken entspricht, wenn beide Substanzen entweder zu den positiven oder beide zu den negativen Krystallen gehören. Liegt aber eine positive Platte auf einer negativen, so bringen sie zusammen eine Farbe hervor, welche der Differenz ihrer Dicken zukommt. Stehen die Hauptschnitte der Platten senkrecht aufeinander, so treten die entgegengesetzten Erscheinungen zu Tage.

Nimmt man homogenes Licht, so sind die von der analysirenden Glassäule reflectirten oder durchgelassenen Farben beständig die des angewandten Lichtes. Bei Anwendung eines achromatischen Kalkspathprismas erhält man zwei gleichfarbige Bilder, deren relative Intensitäten sich mit der Lage des Prismas ändern. — Da bei verschiedenfarbigem Lichte die verschiedenen Wellenlängen bei demselben Gangunterschiede der Strahlen einen verschiedenen Einfluß äußern, so wird hierdurch das Mischungsverhältniß der Bestandtheile des zusammengesetzten Lichtes gestört, was eine Färbung des Krystallblättchens zur Folge hat. — Wenn man das Blättchen gegen den einfallenden polarisirten weißen Lichtstrahl neigt, während sein Hauptschnitt gegen die ursprüngliche Polarisationsebene um 45° geneigt bleibt, ändert sich die Beschaffenheit der Farbe bald so, als wenn das Blättchen dicker, bald so, als wenn es dünner geworden wäre. Der erstere Fall tritt ein, wenn das Blättchen um die optische Achse bei einachsigen und um die Mittellinie bei zweiachsigen Krystallen gedreht wird; der zweite ereignet sich, wenn die Drehung um die auf jenen Linien senkrechte Linie vor sich geht.

Senkrecht aufeinander polarisirtes Licht interferirt nicht, deßhalb können auch keine Interferenzphänomene eintreten, wenn das polarisirte Licht blos durch das Krystallblättchen hindurchgegangen ist. Die Eigenschaft des Interferirens erhält ein solches Licht erst, wenn es vorher durch irgend ein Mittel auf eine Schwingungsebene zurückgeführt wird, wie dies bei einem System paralleler Glasplatten oder einem Doppelspathprisma geschieht. — Um die Farbenerscheinungen in dünnen Krystallblättchen auf eine befriedigende Weise zu erklären, kommt es zunächst darauf an, die relativen Intensitäten der beiden aus dem doppeltbrechenden Prisma tretenden Lichtbündel zu bestimmen, was Fresnel auf folgendem Wege erreicht hat. Es seien PP' (Fig. 207) die ursprüngliche Polarisationsebene des einfallenden homogenen Lichtbündels, LL' der Hauptschnitt des Krystallblättchens, RR' der Hauptschnitt des doppeltbrechenden Prismas; ferner α und β die Winkel, welche diese beiden Hauptschnitte mit der ersten Ebene bilden; ferner pp', ll', rr' Ebenen, welche beziehungsweise auf PP', LL', RR' senkrecht stehen. Der nach der Richtung pp' schwingende Lichtstrahl wird bei seinem Eintritt in das Krystallblättchen in den gewöhnlichen und in den ungewöhnlichen Lichtstrahl zerlegt, wovon der erste nach AL die Intensität $\cos^2\alpha = \mathfrak{f}_g$ und der zweite nach AL' die Intensität $\sin^2\alpha = \mathfrak{f}_u$ hat, wenn die Intensität des einfallenden Strahles gleich 1 angenommen wird. Bei dem Durchgange durch das doppeltbrechende Prisma wird jeder dieser beiden Strahlen wieder in zwei andere zerlegt, wo-

Fig. 207.



nach im Ganzen vier Lichtbündel entstehen, nämlich:

nach A r von der Intensität $\cos^2 \alpha \cos^2 (\alpha - \beta) = f_{g+g'}$;

nach A R von der Intensität $\cos^2 \alpha \sin^2 (\alpha - \beta) = f_{g+u'}$;

nach A r von der Intensität $\sin^2 \alpha \sin^2 (\alpha - \beta) = f_{u+g'}$;

nach A R von der Intensität $\sin^2 \alpha \cos^2 (\alpha - \beta) = f_{u+u'}$.

Das erste Bündel mit dem dritten bildet das gewöhnliche, das zweite mit dem vierten das ungewöhnliche Bild. — Berechnen wir zunächst die Intensität dieser zwei Bilder. Die beiden jedes Bild zusammensetzenden Lichtbündel haben das Krystallblättchen mit ungleichen Geschwindigkeiten durchlaufen, indem das eine gewöhnlich und das andere ungewöhnlich gebrochen wurde. Die beiden einzelnen Lichtbündel werden deßhalb in dem Punkte ihres Zusammentreffens hinsichtlich ihrer Phasen mehr oder weniger von einander verschieden sein, gleichsam als wenn sie bei gleicher Geschwindigkeit mehr oder weniger von einander verschiedene Wege durchlaufen hätten. Bezeichnet ε den von dem ersten Lichtbündel $f_{g+g'}$ und ε' den von dem zweiten Lichtbündel $f_{u+g'}$ durchlaufenen Weg, so ist $\varepsilon - \varepsilon'$ deren Gangunterschied und $2\pi \frac{(\varepsilon - \varepsilon')}{\lambda}$ der dadurch veranlaßte Phasenunterschied, wo λ die Undulationslänge für die betrachtete Lichtart ist. Hiernach ergibt sich für die Intensität J_g des gewöhnlichen Bildes, wenn man die für die Zusammensetzung paralleler Schwingungen aufgestellte allgemeine Formel: $C^2 = c^2 + c'^2 + 2cc' \cos 2\pi \frac{\delta}{\lambda}$, wo c und c' die Vibrationsintensitäten der

beiden Componenten und δ die Differenz der durchlaufenen Wege bezeichnen, anwendet, folgender Ausdruck:

$$J_g = \cos^2\alpha\cos^2(\alpha-\beta) + \sin^2\alpha\sin^2(\alpha-\beta) +$$
$$+ 2\cos\alpha\cos(\alpha-\beta)\sin\alpha\sin(\alpha-\beta)\cos 2\pi\left(\frac{\varepsilon-\varepsilon'}{\lambda}\right). —$$

Die Intensität J_u des ungewöhnlichen Bildes wird nach den nämlichen Principien hergeleitet. Für die beiden componirenden Lichtbündel $f_{g+u'}$ und $f_{u+u'}$ besteht derselbe Unterschied der Geschwindigkeiten oder der Wege wie bei den vorhin betrachteten zwei Lichtbündeln. Hinsichtlich der Wirkung der beiden Paare findet doch eine gewisse Entgegengesetztheit statt. Die beiden zu rr' parallelen Seitengeschwindigkeiten treiben nämlich das Aethertheilchen A nach derselben Seite hin, ihre Wirkungen verstärken einander so, daß die Vibrationsgeschwindigkeiten des gewöhnlichen Bildes einerlei Zeichen haben. Die beiden zu RR' parallelen Seitengeschwindigkeiten suchen dagegen das Aethertheilchen A nach entgegengesetzten Seiten zu bewegen, sie streben in ihren Wirkungen einander aufzuheben, so daß die Vibrationsgeschwindigkeiten des ungewöhnlichen Bildes entgegengesetzte Zeichen haben, gleichsam als wären diese beiden Bündel um eine halbe Undulation mehr von einander verschieden als die beiden ersteren Bündel. Mit Berücksichtigung dieses Umstandes ergibt sich dann für die Intensität J_u des ungewöhnlichen Bildes nachstehende Formel:

$$J_u = \cos^2\alpha\sin^2(\alpha-\beta) + \sin^2\alpha\cos^2(\alpha-\beta) -$$
$$- 2\cos\alpha\sin(\alpha-\beta)\sin\alpha\cos(\alpha-\beta)\cos 2\pi\left(\frac{\varepsilon-\varepsilon'}{\lambda}\right).$$

Durch eine leichte Transformation lassen sich die beiden vorhergehenden Ausdrücke auf folgende Form bringen:

$$J_g = \cos^2\beta - \sin 2\alpha\sin^2(\alpha-\beta)\sin^2\pi\left(\frac{\varepsilon-\varepsilon'}{\lambda}\right),$$

$$J_u = \sin^2\beta + \sin 2\alpha\sin^2(\alpha-\beta)\sin^2\pi\left(\frac{\varepsilon-\varepsilon'}{\lambda}\right).$$

Die Intensität des gewöhnlichen und ungewöhnlichen Bildes hängt demnach von der Undulationslänge λ und dem Unterschiede $\varepsilon-\varepsilon'$ der Wege ab. Kennt man die Dicke des Blättchens und die Geschwindigkeiten des gewöhnlichen und ungewöhnlichen Strahles in demselben, so wird es leicht sein $\varepsilon-\varepsilon'$ zu bestimmen. In den meisten doppelt brechenden Krystallen erleidet $\varepsilon-\varepsilon'$ durch Verschiedenheit der Natur der Lichtstrahlen nur sehr geringe Veränderungen, weßhalb die Größe $\varepsilon-\varepsilon'$ für alle Farben als constant betrachtet werden kann. Dividirt man die berechnete Größe $\varepsilon-\varepsilon'$ nacheinander durch die Undulationslänge der sieben Hauptfarben, so erhält man, wenn diese verschiedenen Quotienten successive in die beiden vorhergehenden Ausdrücke substituirt

werden, sieben Gruppen von Werthen für J_g und J_u. Wendet man hierauf beziehungsweise auf die zusammengehörigen sieben Werthe die für die Vereinigung mehrerer prismatischen Farben von Newton gegebene Regel an, so erhält man die zusammengesetzten Farben des gewöhnlichen und ungewöhnlichen Bildes. Nach Angabe jener Regel theilt man den Umfang eines Kreises in sieben ungleiche Theile, welche den sieben Hauptfarben des Spectrums entsprechen, indem man für Roth, Grün und Violet Bogen von 60° 45' 34", für Orange und Indigo Bogen von 34° 10' 38", für Gelb und Blau Bogen von 54° 41' 1" nimmt. Hierauf bestimmt man die diesen sieben Bogen entsprechenden Schwerpunkte und denkt sich in jedem dieser Punkte ein Gewicht angebracht, welches der verhältnißmäßigen Intensität der einzelnen Farbe, wie solche in der zusammengesetzten zu bestimmenden Farbe vorkommt, proportional ist. Alsdann sucht man den Schwerpunkt G aller dieser Gewichte und zieht durch denselben einen Halbmesser; derjenige Bogen, welcher von diesem Halbmesser geschnitten wird, gibt die gesuchte Farbe an. Liegt der Durchschnittspunkt K in der Mitte jenes Bogens, so stimmt die in Rede stehende Farbe mit der durch den Bogen angegebenen überein; liegt dagegen der Durchschnittspunkt dem einen Ende näher als dem andern, so nimmt die gesuchte Farbe eine von der benachbarten Farbe bedingte Nüance an; die Intensität der gesuchten Farbe ist der Entfernung des Schwerpunktes G von dem Mittelpunkt proportional. — Fresnel hat nach dieser Regel, welche bei anderweitigen Prüfungen als richtig befunden worden, die Berechnung der Farben für mehrere Fälle vorgenommen und dabei mit der Erfahrung ziemlich wohl übereinstimmende Resultate erhalten.

Aus den Formeln

$$J_g = \cos^2 \beta - \sin 2\,\alpha \sin 2\,(\alpha - \beta) \sin^2 \pi \left(\frac{\varepsilon - \varepsilon'}{\lambda}\right)$$

und $$J_u = \sin^2 \beta + \sin 2\,\alpha \sin 2\,(\alpha - \beta) \sin^2 \pi \left(\frac{\varepsilon - \varepsilon'}{\lambda}\right)$$

folgt, daß für jede einzelne Farbe die Summe der Intensitäten in beiden Bildern immer der Einheit gleich ist, was für die Bilder das Vorhandensein der Ergänzungsfarben nach sich zieht. Zugleich zeigen jene Formeln, daß die Farben der beiden Bilder dieselben bleiben und blos ihre Lebhaftigkeit verändern, wenn die Dicke des Krystallblättchens oder die Größe $\varepsilon - \varepsilon'$ dieselbe bleibt, aber die Größen α und β verschiedene Werthe erhalten, d. h. die Hauptschnitte des Blättchens und des Prisma's gegen die ursprüngliche Polarisationsebene ihre Lage ändern. Von jeder Farbe wird nämlich ein gewisser durch das Product $\sin 2\,\alpha \sin 2\,(\alpha - \beta) \sin^2 . \pi \left(\frac{\varepsilon - \varepsilon'}{\lambda}\right)$ ausgedrückter Theil dem einen

Bild entzogen und auf das andere übertragen: hiernach wird das ungewöhnliche Bild das intensivere, wenn jenes Produkt positiv ist, während das gewöhnliche Bild das stärkere wird, wenn dieses Produkt negativ ist. Dieser dem einen Bilde entzogene und dem andern Bilde hinzugefügte Theil ist wegen des Factors $\sin^2 \pi \left(\frac{\varepsilon - \varepsilon'}{\lambda}\right)$ bei einer bestimmten Dicke des Blättchens für verschiedene Farben verschieden, würde also, wenn er in einem gewissen Falle für das rothe Licht den größten Werth erhielte, dem einen Bilde die rothe und dem andern die Ergänzungsfarbe Grün ertheilen. Für sämmtliche Farben kommen nun die Factoren $\sin 2\alpha$ und $\sin^2(\alpha - \beta)$ in gleicher Weise vor, in Folge dessen die Farben der beiden Bilder für alle Werthe von α und β die nämlichen bleiben, ihre Intensitäten nur mit denselben sich ändern werden.

Sollen die Bilder farblos erscheinen, so muß $\sin 2\alpha \sin 2(\alpha - \beta) = 0$ sein, weil alsdann die Strahlen aller Farben gleiche Intensitäten besitzen. Dieser Relation geschieht Genüge wenn $\alpha = 0$ und $\alpha = 90^0$, ferner wenn $\beta = \alpha$ und $\beta = 90^0 + \alpha$ ist. Die Bilder sind also immer weiß, wenn der Hauptschnitt des Krystallblättchens zu der ursprünglichen Polarisationsebene parallel läuft oder darauf senkrecht steht. Dies wird ebenfalls sich ereignen, welche Lage das Prisma auch haben mag, wenn der Hauptschnitt des Krystallblättchens und jener des Prismas senkrecht zueinander sind.

Die Bilder werden die lebhaftesten Farben zeigen, wenn das Glied der Formel, welches mit der Undulationslänge variirt, seinen größten Werth erhält. Dies findet statt für $\sin 2\alpha \sin 2(\alpha - \beta) = 1$, welcher Gleichung Genüge geschieht wenn $\alpha = 45^0$ und $\beta = 0$ ist. Die beiden Bilder sind also am lebhaftesten gefärbt, wenn der Hauptschnitt des Krystallblättchens mit der ursprünglichen Polarisationsebene einen Winkel von 45° macht und wenn zugleich der Hauptschnitt des Doppelspathprismas zu dieser Ebene parallel läuft. Für die Intensität des gewöhnlichen Bildes hat man alsdann: $\cos^2 \pi \left(\frac{\varepsilon - \varepsilon'}{\lambda}\right)$ und für die Intensität des ungewöhnlichen Bildes: $\sin^2 \pi \left(\frac{\varepsilon - \varepsilon'}{\lambda}\right)$.

Die beiden letzteren Ausdrücke zeigen, daß in diesem Falle die Gesammtheit der beiden zum Krystallblättchen hinaustretenden Lichtbündel nach der ursprünglichen Polarisationsebene polarisirt ist, sobald $\varepsilon - \varepsilon'$ gleich Null ist oder gleich einer ganzen Anzahl von Undulationslängen, weil nämlich alsdann $\sin^2 \pi \left(\frac{\varepsilon - \varepsilon'}{\lambda}\right)$ gleich Null wird und das ungewöhnliche Bild verschwindet, während das gewöhnliche Bild 1

zur Intensität hat. Wenn dagegen $\varepsilon - \varepsilon'$ gleich einer ungeraden Anzahl von halben Undulationslängen ist, so wird $\cos^2 \pi \left(\frac{\varepsilon - \varepsilon'}{\lambda}\right)$ gleich Null und verschwindet dann das gewöhnliche Bild, während die Intensität des ungewöhnlichen Bildes gleich 1 ist; woraus folgt, daß das gesammte Licht hier nach einer gegen den Hauptschnitt des Blättchens senkrechten Ebene polarisirt sein muß. — Beträgt der Unterschied der durchlaufenen Wege weder eine gerade noch eine ungerade Anzahl halber Wellenlängen, so verschwindet keins der beiden Bilder mehr, weßhalb alsdann das aus dem Blättchen heraustretende Licht theilweise polarisirt ist. Wenn $\varepsilon - \varepsilon'$ eine ungerade Anzahl von Viertelundulationen ausmacht, hat man $\cos^2\left(\frac{\varepsilon - \varepsilon'}{\lambda}\right) = \frac{1}{2}$ und $\sin^2\left(\frac{\varepsilon - \varepsilon'}{\lambda}\right) = \frac{1}{2}$; beide Bilder haben dann gleiche Intensität oder sind, wie man sagt, depolarisirt und zwar immer, welche Lage man dem Hauptschnitt des analysirenden Prismas auch geben mag: denn setzt man $\alpha = 45^0$ und $\sin^2 \pi \left(\frac{\varepsilon - \varepsilon'}{\lambda}\right) = \frac{1}{2}$ in den allgemeinen Formeln, so bekommt man $J_g = \cos^2 \beta - \frac{1}{2} \cos 2\beta = \frac{1}{2}$ und $J_u = \sin^2 \beta + \frac{1}{2} \cos 2\beta = \frac{1}{2}$. Die allgemeinen Formeln lehren, daß für jeden beliebigen Werth von α das ungewöhnliche Bild für $\beta = 0$ verschwindet, wenn $\varepsilon - \varepsilon'$ gleich Null oder gleich einer geraden Anzahl von halben Undulationen ist: das gesammte Licht wird also dann nach der ursprünglichen Polarisationsebene polarisirt sein. Ebenso ergibt sich aus jenen Formeln, daß für jeden beliebigen Werth von α das ungewöhnliche Bild für $\beta = 2\alpha$ wieder verschwindet, wenn $\varepsilon - \varepsilon'$ einer ungeraden Anzahl von halben Undulationen gleich ist: das gesammte Licht wird folglich bei seinem Austritte aus dem Blättchen nach einer Ebene polarisirt sein, welche mit der primitiven Polarisationsebene einen Winkel 2α einschließt. Bei allen intermediären Werthen von $\varepsilon - \varepsilon'$ verschwindet keines der Bilder vollständig, wie man auch den Hauptschnitt des Prismas drehen mag, woraus folgt, daß das austretende Licht abermals theilweise polarisirt ist. — Alle diese aus den Formeln hergeleiteten Folgerungen werden durch die Erfahrung bestätigt, wonach mit Zuverlässigkeit angenommen werden darf, daß die wahre Ursache der Farben dünner Krystallblättchen in der ungleichen Geschwindigkeit der gewöhnlichen und ungewöhnlichen Lichtstrahlen liegt, die ein Voraneilen oder ein Zurückbleiben in den verschiedenen Wellensystemen und somit die Interferenzfarben zur Folge hat.

Im unpolarisirten weißen Lichte zeigen dünne Krystallblättchen keine Farbenerscheinungen, welche Lage das analysirende Prisma auch haben mag. Ein solches Licht von der Intensität = 2 besteht nämlich

aus zwei unter einem rechten Winkel polarisirten Lichtbündel, jedes von der Intensität = 1. Das erste Bündel liefert bei seinem Durchgange durch das Krystallblättchen und das Prisma ein gewöhnliches und ungewöhnliches Bild, deren Intensitäten J_g und J_u nach den oben aufgestellten Formeln berechnet werden. Ebenso gibt das zweite Bündel bei derselben Lage des Blättchens und des Prismas zwei Bilder, deren Intensitäten J'_g und J'_u nach den nämlichen Formeln bestimmt werden, wenn man darin $\frac{\pi}{2} - \alpha$ und $\frac{\pi}{2} - \beta$ statt α und β substituirt, was offenbar gibt $J'_g = J_u$ und $J'_u = J_g$. Die Intensitäten J_g und J'_g machen zusammen die Intensität des gewöhnlichen Bildes und die Intensitäten $J_u + J'_u$ die Intensität des ungewöhnlichen Bildes aus. In Folge der vorhergehenden Relationen wird $J_g + J'_g = J_u + J'_u = J_g + J_u = 1$; d. h. die beiden entgegengesetzt polarisirten Lichtbündel, welche einen unpolarisirten homogenen Lichtstrahl vertreten, erzeugen immer zwei Bilder von gleicher Intensität. Daraus folgt, daß bei unpolarisirtem weißem Lichte die Farben unter beide Bilder sich gleichmäßig vertheilen, welche deßwegen weiß und von gleicher Stärke sind.

Daß die Farben dünner Krystallblättchen zusammengesetzte Farben sind, läßt sich nachweisen, wenn man sie mit dem Prisma analysirt. Zu diesem Behufe setze man zwei Nicol'sche Prismen vor die enge Spalte des Ladens, durch welche das Licht in das dunkle Zimmer gelangt. Zwischen die beiden Nicols lege man ein Gypsblättchen, dessen Hauptschnitt einen Winkel von 45° mit der Polarisationsebene beider Prismen bildet. Fällt alsdann das durchgegangene Licht auf ein Prisma nach der bei dem Versuche mit den Frauenhofer'schen Linien angegebenen Weise, so erhält man ein Spectrum, welches entweder auf einem Papierschirm oder durchs Fernrohr betrachtet werden kann. Das Spectrum zeigt verschiedene Farben und mehrere dunkle Linien, die desto zahlreicher werden, je dicker die Gypsblättchen sind. Dergleichen Linien heißen die Talbot'schen Linien. Talbot nahm diese Linien wahr bei der Betrachtung des Spectrums im Fernrohr, während er ein dünnes Glimmerblättchen von der Seite des Violet her vor die halbe Pupille hielt. Das Lichtbündel, welches das Glimmerblättchen durchlaufen hatte, kam hier mit demjenigen zur Interferenz, welches neben dem Glimmerblättchen vorbeigegangen war. Am geeignetsten ist es, das Blättchen vor dem Ocular zu befestigen und dann das Spectrum durch das Fernrohr zu beobachten, vor dessen Objectiv ein Prisma angebracht ist. — Die Talbot'schen Linien hat Esselbach benutzt, um die-

Wellenlängen der ultravioletten Strahlen zu bestimmen. Wie derselbe dahin gelangt ist, wird man aus nachstehenden Angaben entnehmen.

Bei dem Talbot'schen Versuche werden die beiden an Intensität einander gleichen Strahlen von denen der eine durch die Luft und die eine Hälfte der Pupille und der zweite durch das Blättchen und die andere Hälfte der Pupille gegangen ist, bei ihrem Zusammentreffen einander verstärken oder aufheben, je nachdem sie um eine gerade oder ungerade Anzahl der halben Schwingung von einander abweichen. Bezeichnet a die Dicke des Blättchens, λ die Wellenlänge des homogenen Lichtstrahles in der Luft, γ die Wellenlänge derselben Farbe in dem Blättchen vom Brechungsverhältniß n, so wird die Differenz zwischen der Anzahl von Schwingungen, welche der durch das Blättchen gehende Strahl vollzieht, und der Zahl von Schwingungen, welche der Strahl auf die Strecke a in der Luft vollbringt, $\frac{a}{\gamma} - \frac{a}{\lambda} = \frac{a}{\lambda}(n-1)$ betragen, wenn man berücksichtigt, daß $\gamma = \frac{\lambda}{n}$. Für eine andere Farbe, deren Wellenlänge in der Luft λ' ist und welcher in dem Blättchen das Brechungsverhältniß n' entspricht, gilt in ähnlicher Weise der Ausdruck: $\frac{a}{\lambda'}(n'-1)$. — Im Spectrum vom Roth nach dem Violet erlöschen nun wie gesagt die Farben, für welche die Verzögerung eine ungerade Anzahl von halben Schwingungen beträgt; für jede folgende Talbot'sche Linie nach dem brechbaren Ende des Spectrums wird folglich die Verzögerung um eine ganze Schwingung gewachsen sein. Liegen folglich zwischen zwei Strahlen, denen die Brechungsverhältnisse n und n' entsprechen, p Talbot'sche Linien; so besteht die Relation:

$$\frac{a}{\lambda'}(n'-1) = \frac{a}{\lambda}(n-1) + p,$$

aus welcher entspringt: $\lambda' = \frac{a\lambda(n'-1)}{a(n-1)+p\lambda}$. Mit Hülfe der letzteren Formel lassen sich die Wellenlängen ultravioletter Strahlen bestimmen, wenn man es dahin bringt, dergleichen Strahlen dem Auge sichtbar zu machen.

Um dahin zu gelangen, verfuhr Esselbach wie folgt. Er ließ den durch eine Spalte in horizontaler Richtung in das dunkle Zimmer eintretenden Sonnenstrahl durch ein nahe am Fenster aufgestelltes Quarzprisma gehen. Die aus demselben herkommenden Strahlen gingen durch eine zweite Spalte, welche in dem in einer Entfernung von etwa einem halben Meter davon aufgestellten Schirme sich befand. Durch geringe Drehung des Prismas konnten beliebige Theile des Ultraviolet zum Durchgange durch jene Spalte gebracht werden. Vor dem Objectiv

eines Theodolithen war ein zweites Quarzprisma befestigt, durch welches im Fernrohr der ultraviolette Theil des Spectrums mit scharfen Frauenhofer'schen Linien durchzogen erschien. Der Farbeneindruck des ultravioletten Theils war meistens der von Lavendelgrau; bei geringerer Helligkeit erschien der Grund indigoblau und bei noch größerer Lichtschwäche bisweilen entschieden violet. — Um die Talbot'schen Linien hervorzubringen, ward ein senkrecht zur Achse geschliffenes Quarzblättchen gewählt, dessen Dicke 0,195 Millimeter betrug. Mittelst dieses Werthes von a ward die Wellenlänge λ' des Ultraviolet nach der Formel $\lambda' = \frac{a\lambda(n'-1)}{a(n-1)+p}$ berechnet, wobei für λ die dem Strahle H zugehörige Wellenlänge genommen wurde. Die auf solche Weise erhaltenen Wellenlängen sind in nachstehender Tabelle zusammengestellt. Die Buchstaben A, B . . . bis H in der ersten Columne bezeichnen die Frauenhofer'schen Linien im gewöhnlichen Spectrum, während die Buchstaben L bis R die Namen der noch sichtbaren Streifen im ultravioletten Theile des Spectrums sind.

Strahlen.	Brechungsverhältnisse des gewöhnlichen Strahles in Quarz.	Zahl der Talbotschen Linien zwischen zwei aufeinanderfolgenden Strahlen.	Berechnete Wellenlängen in Millimetern.	Frauenhofers Werthe der Wellenlängen.
B	1,5414		0,0006874	0,0006878
C	1,5424	7	0,0006564	0,0006564
D	1,5446	20	0,0005586	0,0005588
E	1,5476	22	0,0005260	0,0005260
F	1,5500	18	0,0004845	0,0004843
G	1,5546	31	0,0004287	0,0004291
H	1,5586	25	0,0003929	0,0003929
L	1,5605	11	0,0003791	
M	1,5621	11	0,0003657	
N	1,5646	15	0,0003498	
O	1,5674	14	0,0003360	
P	1,5690	8	0,0003290	
Q	1,5702	7	0,0003232	
R	1,5737	18	0,0003091	

Nach diesen Bestimmungen käme mithin das Verhältniß der Schwingungszahlen für die Strahlen R und B ohngefähr dem einer Octave gleich.

2. Farbenringe in einachsigen und zweiachsigen Krystallen. — Objective Darstellung der Ringsysteme. — Hyperbolische und parallele Fransen. — Polariskope.

Eine anderweitige interessante Farbenerscheinung bietet sich uns in den regelmäßig angeordneten Systemen gleichfarbiger oder isochromatischer Linien dar, welche wir erhalten, wenn wir polarisirte Lichtstrahlen unter verschiedenen Winkeln durch ein senkrecht gegen die Krystallachse geschnittenes Blättchen gehen lassen und hierauf die Strahlen mittelst eines analysirenden Apparates in das Auge leiten. Am einfachsten erzeugt man diese Linien, wenn man zwischen zwei Turmalinplatten ein senkrecht auf die Achse geschnittenes Doppelspathblättchen bringt und hindurchsieht. Man erblickt dann eine Reihe lebhafter farbiger Ringe, die durch ein schwarzes Kreuz durchschnitten sind, wenn die Achsen der Turmalinplatten senkrecht zu einander stehen. An die Stelle des schwarzen Kreuzes tritt ein weißes und die Ringe erscheinen mit den Complementärfarben der vorhergehenden, wenn die Achsen der Turmalinplatten parallel zu einander sind. Machen die letzteren Achsen einen schiefen Winkel miteinander, so sieht man ein mehr oder weniger verändertes dunkles Kreuz und die Ringe mehr oder weniger aus ihrer Stellung verrückt. — Recht lebhaft und befreit von jedem fremdartigen Farbenton erhält man die Farbenringe mittelst des Nicol'schen Prismas. Man bringt zu diesem Behuf das Prisma in eine messingene Röhre, die in die Oeffnung eines kurzen hohlen Cylinders gesteckt wird. In diesen Cylinder, in dessen Innerem zur gleichmäßigen Erleuchtung des Gesichtsfeldes eine kleine Zerstreuungslinse sich befindet, läßt sich ein zweiter kurzer hohler Cylinder einschieben, welcher das senkrecht auf die Achse geschnittene Doppelspathblättchen trägt. Leitet man nun auf letzteres polarisirtes Licht, so erblickt man durch das Prisma ein lebhaftes Ringsystem. — Um an dem Nörremberg'schen Polarisationsapparate die Farbenringe zu beobachten, befindet sich unterhalb der Krystallplatte eine verschiebbare Sammellinse, die bewirkt, daß die parallel auffallenden polarisirten Strahlen die Krystallplatte in hinreichend schrägen Richtungen durchlaufen, um Farbenringe hervorbringen zu können. Die aus der Krystallplatte divergirend austretenden Strahlen werden durch eine zweite Linse in einen schwächer convergirenden Strahlenkegel verwandelt als der ist, unter welchem die Strahlen den Krystall durchliefen; das Ringsystem wird deßhalb kleiner erscheinen, als wenn man die Krystallplatte zwischen Turmalinen betrachtet. — Bedient man sich der beiden Spiegelebenen, so erscheint das weiße Kreuz, wenn die Reflectionsebenen der Spiegel zu einander

parallel sind, und das schwarze, wenn sie aufeinander senkrecht stehen. Ist der analysirende Apparat eine Glassäule, so zeigt sich im durchgelassenen Lichte bei jeder dieser Stellungen die complementäre Figur der durch Reflection erhaltenen. Man nimmt zwei Ringsysteme wahr, wenn man ein achromatisches Doppelspathprisma mit hinreichend großem brechenden Winkel als analysirende Vorrichtung gebraucht.

Aehnliche Ringe bemerkt man an mehreren einachsigen senkrecht gegen die Achse geschnittenen Blättchen, wie Turmalin, salpetersaures Natron, Beryl, essigsaures Kalkkupfer u. dgl. Nur erscheinen die Ringe bei verschiedenen, wenn auch gleich dicken Blättchen von verschiedener Größe; die Ringe verengern sich bei größerer doppeltbrechenden Kraft des Krystalls, d. h. bei größerem Unterschied zwischen der Fortpflanzungsgeschwindigkeit in der Achse und in der darauf senkrechten Richtung. Bei gleicher Dicke gibt daher eine Platte von Kalkspath engere Ringe als eine Platte von Turmalin oder Zirkon. Dasselbe ereignet sich mit den Newton'schen Farbenringen, die kleiner werden, wenn das stärker brechende Wasser an die Stelle der Luft zwischen den Glasplatten tritt. — Betrachtet man das kreisförmige Ringsystem eines einachsigen Krystalls in verschiedenen homogenen Beleuchtungen, so sieht man blos eine Reihe abwechselnd dunkler und gefärbter Ringe von der Farbe des homogenen einfallenden Lichtes und ein dunkles Kreuz, wenn die Achsen der Turmalinplatten senkrecht zueinander stehen, dagegen ein mit der nämlichen Farbe gefärbtes Kreuz, wenn die Achsen parallel zueinander sind. Die Durchmesser sind im Roth am kleinsten, im Violet am größten und liegen für die Mittelfarben zwischen jenen beiden Grenzen, so daß im weißen Lichte die von den sieben Farben gebildeten Ringe theilweise übereinander fallen und durch ihre Mischung eine zusammengesetzte Farbe erzeugen. — Mit zunehmender Dicke des Blättchens verengern sich die Ringe; es findet dabei ganz die nämliche Beziehung statt, welche wir bei den durchgelassenen und reflectirten Farbenringen zwischen ihren Durchmessern und den Dicken, in denen sie sich bilden, zu seiner Zeit haben kennen gelernt. Auch die Aufeinanderfolge der Farben ist bei den meisten einachsigen Krystallen völlig übereinstimmend mit jener der Newton'schen Farbenringe. — Nur einige Krystalle machen davon eine Ausnahme, unter denen der Apophyllit besonders verdient hervorgehoben zu werden. In diesem Mineral sieht man nämlich bei verschiedenen homogenen Beleuchtungen des Spectrums die Ringe fast von einerlei Größe: im Grün erscheinen die Ringe etwas kleiner als die der übrigen Farben, die von Blau und Indigo sind genau gleich. Hätten nun die Ringe in den verschiedenen homogenen Farben wirklich einerlei Durchmesser, so würden bei weißer Beleuchtung blos abwech-

selnd weiße und schwarze Ringe zum Vorschein kommen. Da aber eine solche Gleichheit nur annähernd stattfindet, so werden die Uebergänge der weißen Ringe in die schwarzen bei weißer Beleuchtung durch Grün und Dunkelviolet geschehen: wir werden deßhalb fast weiße, blos an ihren Rändern gefärbte Ringe sehen, welche durch fast schwarze Zwischenräume von einander getrennt sind, gerade wie es die Beobachtung lehrt. Zugleich werden wir in dem vorliegenden Falle eine größere Anzahl von Ringen wahrnehmen, als bei den Krystallen, welche die gewöhnliche Farbenfolge zeigen, gerade so wie in homogener Beleuchtung die Zahl der Ringe sich beträchtlicher herausstellt, als in weißer Beleuchtung.

Vollkommen homogene Platten kann man um ihre Achsen drehen, ohne daß dadurch eine Aenderung in der Beschaffenheit des Kreuzes oder der Ringe bemerkbar würde: der kleinste Mangel an Homogenität wird aber die Gestalt der Ringe verzerren oder eine Biegung der Arme des Kreuzes bewirken. Nicht genau senkrecht gegen die Achse der doppelten Brechung geschnittene Blättchen geben ovale Ringe statt der kreisförmigen. — Der isländische Spath ist von allen Krystallen derjenige, welcher die regelmäßigsten Erscheinungen hervorbringt; bei ihm zeigt sich das Kreuz am bestimmtesten, das bei den übrigen Krystallen bald mehr, bald minder deutlich zu sehen ist und zuweilen sich in krummen Linien bricht. — Bei der senkrecht gegen die Achse geschnittenen Platte aus Bergkrystall erscheint kein dunkles Kreuz, sondern höchstens Spuren davon an den äußeren Farbenringen; in der Mitte bemerkt man aber einen farbigen Fleck, dessen Farbe bei der Drehung wechselt. — Bringt man ein Eisblättchen, das aus einer Eisdecke ausgeschlagen worden, die bei stillem Wetter ohngefähr 2 Centimeter dick gefroren ist, in die Turmalinzange; so erblickt man ohne Weiteres ein Ringsystem wie beim Kalkspath. Daraus folgt, daß die optische Achse des Eises rechtwinklig zur natürlichen Oberfläche der Eisdecken steht, und in der That gehört das Eis in das hexagonale Krystallsystem, wie es schon die regelmäßige Gestalt der Schneeflocken andeutet.

Legt man zwei negativ einachsige, senkrecht auf die Achse geschnittene Platten, z. B. Kalkspath und Beryll dergestalt aufeinander, daß ihre Achsen genau zusammenfallen, so werden die Ringe sich verengern, gleichsam als hätte man statt jener zwei Platten eine dickere Platte von Kalkspath oder Beryll angewandt. Dasselbe gilt für zwei Platten positiver Krystalle, wie z. B. Zirkon und essigsaures Kalkkupfer. Combinirt man dagegen eine positive Platte mit einer negativen, z. B. Zirkon mit Kalkspath, so werden die Ringe sich vergrößern, als hätte man gleichsam statt der beiden Platten eine dünnere Doppelspathplatte ge-

nommen. Wären mithin in dem letzteren Falle die beiden Scheiben von solchen Dicken gewesen, daß sie gleichweite Ringe gegeben hätten; so würde bei einer derartigen Combination das Ringsystem gänzlich verschwinden. Der Versuch der Combinirung der Ringe ist etwas schwierig auszuführen; er gelingt aber, wenn man die Platten mit weichem Wachs aneinander befestigt und dann ihre Oberflächen durch Druck nach der einen oder andern Seite hin in die gehörige Lage bringt. — Obschon das Auge keinen Unterschied zwischen den von positiven Krystallen erzeugten und den von negativen Krystallen hervorgebrachten Ringsystemen wahrnimmt, so können wir doch entscheiden, ob ein solches System von einem positiven oder negativen einachsigen Krystall herrühre. Denn ziehen sich die Ringe zusammen, wenn man den Krystall mit einer dünnen senkrecht auf die Achse geschnittenen Kalkspathplatte verbindet, so ist er negativ; dagegen positiv, wenn sich dabei die Ringe erweitern.

Nach dem, was früher gesagt worden, läßt sich die Entstehung der Farbenringe sehr leicht erklären. Fassen wir nämlich den einfacheren Fall ins Auge, wo das senkrecht zur Achse geschnittene Doppelspathblättchen in die Turmalinzange gebracht ist; so wird für die Intensität J_u des aus der zweiten Turmalinplatte hinaustretenden Strahles die Gleichung: $J_u = \sin^2 \beta + \sin 2\alpha \sin 2(\alpha - \beta) \sin^2 \pi \left(\frac{\varepsilon - \varepsilon'}{\lambda}\right)$ zur Anwendung kommen, da von der Turmalinplatte der gewöhnliche Lichtstrahl absorbirt und der ungewöhnliche allein durchgelassen wird. In dem vorstehenden Ausdruck bezeichnet β den Winkel, welchen die Hauptschnitte der beiden Turmalinplatten miteinander machen; ferner α den Winkel, welchen die durch den Mittelpunkt des Farbenringes und einen gewissen Punkt der Peripherie jenes Ringes gehende und auf den Begrenzungsflächen der drei Krystallplatten senkrecht stehende Ebene oder der Hauptschnitt des Doppelspaths mit der ursprünglichen Polarisationsebene bildet; endlich $\varepsilon - \varepsilon'$ eine Größe bedeutet, welche für eine bestimmte Farbe sich mit der Dicke des Doppelspathblättchens und der Incidenz der einfallenden Strahlen ändert.

Für $\beta = 0$, d. h. wenn die Achsen der Turmalinplatten zueinander parallel sind, bekommt man $J_u = \sin^2 2\alpha \,.\, \sin^2 \pi \left(\frac{\varepsilon - \varepsilon'}{\lambda}\right)$. Dieser Ausdruck verschwindet für jeden Werth von $\varepsilon - \varepsilon'$ und λ, d. h. für alle Farben und sämmtliche Ringe, wenn α einer beliebigen Anzahl von Quadranten gleich ist. Die Intensität des Lichtes wird folglich in zwei aufeinander rechtwinkligen Richtungen auf Null herabsinken, nämlich in einer zu der ursprünglichen Polarisationsebene beziehungs-

weise parallelen und darauf senkrechten Richtung; wodurch die Entstehung des dunklen Kreuzes erklärt ist. — Für $\beta = \frac{\pi}{2}$, d. h. wenn die Achsen der beiden Turmalinplatten senkrecht aufeinander stehen, erhält man $J_u = 1 - \sin^2 . 2\alpha \sin^2 \pi \left(\frac{\varepsilon - \varepsilon'}{\lambda}\right)$. Dieser Ausdruck reducirt sich für irgend eine ganze Anzahl von Quadranten auf die Einheit: die beiden aufeinander rechtwinkligen Richtungen, welche in dem vorhergehenden Falle schwarz waren, sind hiernach jetzt durch weiße ersetzt; wodurch das Zustandekommen des weißen Kreuzes erläutert ist.

Für Strahlen, welche unter gleichem Winkel auf das Doppelspathblättchen fallen, behält $\varepsilon - \varepsilon'$ den nämlichen Werth; die aus der Interferenz resultirende Farbe wird also in gleichem Abstande von der Achse genau dieselbe sein, weßhalb sie in Gestalt eines Ringes zum Vorschein kommt. Die Intensität eines solchen Ringes hat für $\beta = 0$ zum Ausdruck: $J_u = \sin^2 2\alpha \sin^2 \pi \left(\frac{\varepsilon - \varepsilon'}{\lambda}\right)$ und für $\beta = \frac{\pi}{2}$ zum Ausdruck: $J'_u = 1 - \sin^2 . 2\alpha \sin^2 \pi \left(\frac{\varepsilon - \varepsilon'}{\lambda}\right)$. Diese beiden Ausdrücke machen zusammen die Einheit aus, woraus erhellet, daß die Farbe eines Ringes bei paralleler Lage der Achsen der Turmalinplatten in die complementäre Farbe übergeht, wenn jene Achsen senkrecht zueinander stehen. Die Ringe müssen sich erweitern, wenn das Blättchen dünner wird: denn zur Bildung eines bestimmten Ringes ist es nöthig, daß der eine Strahl hinter dem andern um eine gewisse Größe zurückgeblieben ist, welche bei einem dünnen Blättchen erst dann erreicht wird, wenn die zum Auge gelangenden Strahlen schiefer durch das Blättchen hindurchgehen, mithin weiter von der Achse abstehen.

Die relative Verzögerung $\varepsilon - \varepsilon'$, welche in Folge der Verschiedenheit der Geschwindigkeiten des gewöhnlichen und ungewöhnlichen Strahles in dem Krystall entsteht, ist, wenn n das gewöhnliche Brechungsverhältniß und x das ungewöhnliche, ferner c die Dicke des Krystalls bezeichnen, gleichbedeutend mit $c(n - x)$ oder mit $c\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{u}\right)$, wo a die gewöhnliche Geschwindigkeit und u die ungewöhnliche darstellt. Für die ungewöhnliche Geschwindigkeit besteht aber die Relation

$$u^2 = a^2 + (b^2 - a^2) \sin^2 \varphi,$$

wo a und b die beiden Grenzen der ungewöhnlichen Geschwindigkeit sind und φ der Winkel ist, welchen der ungewöhnliche Strahl mit der Achse des Krystalls macht. Aus der letzteren Gleichung entspringt mit großer Annäherung: $\frac{1}{a} - \frac{1}{u} = \frac{1}{2} . \frac{b^2 - a^2}{a} \sin^2 \varphi$, weil in den meisten

Fällen die Größen a und b wenig von einander verschieden sind. Soll nun bei den zurückgeworfenen Ringen eine dünne Schichte von einer Dicke c, und dem Brechungsverhältnisse n, die nämliche Farbe geben wie das Krystallblättchen von der Dicke c, welches das polarisirte Licht unter der Neigung φ gegen die Achse der doppelten Brechung oder der Ringe durchläuft; so wird der Gleichung $c(n - x) = 2c, n$, Genüge geschehen müssen. Aus derselben erhält man mit Berücksichtigung der oben aufgefundenen Werthe: $c, = \frac{c}{4} \cdot \frac{b^2 - a^2}{a \,.\, n,} \sin^2 \varphi$; d. h. bei gleicher Dicke c des Minerals wird die Dicke c, einer dünnen Schichte, welche bei den gewöhnlichen reflectirten Ringen dieselbe Farbe wie die Krystallplatte im polarisirten Lichte hervorbringt, sich mit dem Quadrate des Sinus der Neigung der Strahlen gegen die Achse verändern. Biot und Brewster haben die Farben der Krystallplatten mit denen der gewöhnlichen Farbenringe sorgfältig verglichen und aus ihren Beobachtungen gefunden, daß die Vergrößerung der Neigung des polarisirten Lichtes gegen die Achse einer Zunahme der Dicke in der oben angegebenen Weise aufs Vollkommenste entspricht.

Legt man eine senkrecht auf die Mittellinie geschliffene Platte aus einem zweiachsigen Krystalle in die Turmalinzange, so bemerkt man um jede Achse ein eigenes Ringsystem. Man kann beide Ringsysteme im Gesichtsfeld haben, wenn die optischen Achsen keinen großen Winkel miteinander machen, wie z. B. beim Salpeter und kohlensauren Blei. Die beiden Ringsysteme bilden alsdann sogenannte Lemniscaten, d. i. schleifenartige Curven von der Form einer liegenden Acht, welche, zwischen den gekreuzten Turmalinen betrachtet, von dem Arm eines schwarzen Kreuzes durchschnitten sind, dessen anderer Arm senkrecht in der Mitte zwischen beiden Systemen hindurchgeht. Dreht man die Platte allmählig, ohne die Turmalinplatten zu verrücken, so löst sich das schwarze Kreuz in zwei getrennte Hyperbeln auf. — Beträgt der Winkel zwischen den optischen Achsen mehr als 20°, wie z. B. beim Arragonit und Topas, so kann man bei einer senkrecht zur Mittellinie geschliffenen Platte nicht mehr die beiden Ringsysteme gleichzeitig übersehen. Das allein sichtbare Ringsystem besteht dann aus ovalen Ringen, die nur von einem dunklen Büschel durchschnitten sind, der seine Lage ändert, wenn man die Krystallplatte in ihrer Ebene dreht. Zu bemerken ist, daß der schwarze Büschel in einer Richtung sich dreht, die der entgegengesetzt ist, in welcher der Krystall gedreht wird.

Bei zunehmender Verminderung der Dicke der Krystallplatte vergrößern sich die Ringe mehr und mehr, bis endlich das ganze System

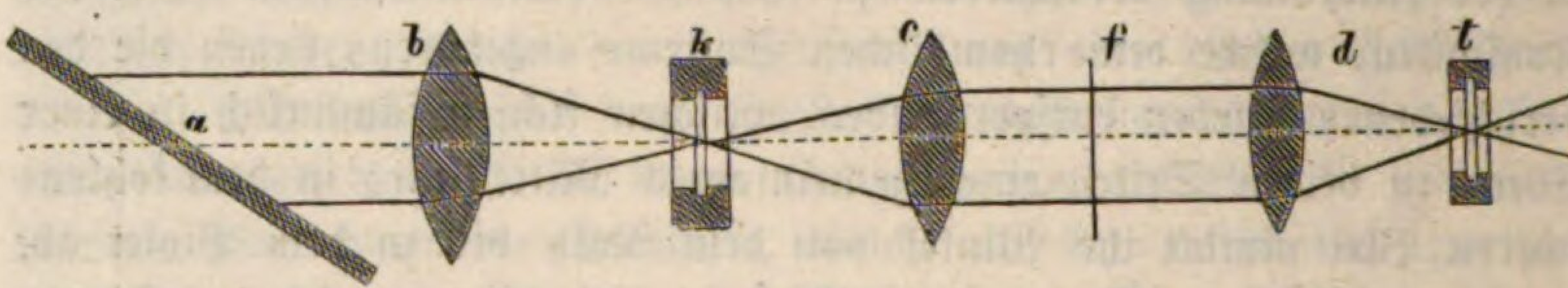
von einem einachsigen Ringsysteme nur durch das ovale Ansehen der Ringe sich unterscheidet. Auch haben im Allgemeinen die Ringsysteme dieselben Farben, welche die Ringsysteme um eine einzige Achse darbieten. Die beiden aus dem Krystallblättchen heraustretenden Lichtbündel werden demnach in ihrem Gange genau um eben so viel verschieden sein, wenn die Strahlen, welche an der ersten und zweiten Fläche einer dünnen Schichte, die dieselbe Farbe gibt, reflectirt werden. Die Dicke $c_{,}$ einer derartigen Schichte von dem Brechungsverhältniß n, wird folglich durch die Gleichung: $c_{,} = \frac{c}{4} \cdot \frac{b^2 - a^2}{a\,n_{,}} \sin\varphi \sin\Psi$ bestimmt, worin φ und Ψ die Winkel bezeichnen, welche der gebrochene Strahl mit den beiden Achsen macht, a die constante Geschwindigkeit in dem auf der Supplementarlinie senkrechten Schnitte, b die constante Geschwindigkeit in dem auf der Mittellinie senkrechten Schnitte, endlich c die Dicke der Krystallplatte. Nach den Beobachtungen von Biot und Brewster stimmen die Resultate dieser Formel mit den Ergebnissen der Erfahrung ziemlich überein, wenn die Dicke der Platte nicht eine gewisse Grenze überschreitet. Ist dies der Fall, so verlieren die Farben der Ringe die Aehnlichkeit mit den Newton'schen Ringen, obschon bei zunehmender Dicke der Platte die Ringe sich in entsprechendem Verhältnisse verengern, in ähnlicher Weise, wie Solches bei den einachsigen Krystallen sich ereignet.

Stellt man die Versuche mit homogenem polarisirten Lichte an, so erblickt man regelmäßige einfarbige krumme Linien, die durch dunkle Zwischenräume getrennt sind. Dabei zeigt sich aber, daß die Mittelpunkte der verschiedenfarbigen Ringe nicht mehr zusammenfallen. Denn betrachtet man z. B. die Ringe im Borax durch ein mittelst Kobalt gefärbtes Glas, welches nur rothes und blaues Licht durchläßt; so sieht man vier Ringsysteme, nämlich zwei rothe und zwei blaue. Verbindet man die Mittelpunkte der rothen einerseits und die Mittelpunkte der blauen Ringe anderseits, so schneiden sich diese Verbindungslinien. Die für verschiedene Farben bestehenden gleichfarbigen oder isochromatischen Linien sind demnach excentrisch in den zweiachsigen Krystallen, während sie in den einachsigen concentrisch sind. Daraus erklärt sich denn, warum die in weißer Beleuchtung erhaltene Farbenfolge der Ringsysteme zweiachsiger Krystalle von der Aufeinanderfolge der Farben der Newton'schen Ringe öfters abweicht. — Dergleichen Erscheinungen werden uns weniger befremdend erscheinen, wenn wir uns erinnern, was früher über die Lage der Achsen in den zweiachsigen Krystallen gesagt wurde. Bei diesen Krystallen fallen nämlich die optischen Achsen der verschiedenfarbigen Strahlen nicht zusammen, sondern sie liegen

mehr oder weniger auseinander, wodurch denn besondere Modificationen in der Anordnung der Farben zu Stande kommen müssen. Bei den Krystallen, welche dem rhombischen Systeme angehören, liegen die den verschiedenen Farben entsprechenden optischen Achsen sämmtlich in einer Ebene zu beiden Seiten einer gemeinsamen Mittellinie; in dem kohlensauren Blei nimmt ihr Winkel von dem Roth bis zu dem Violet ab, dagegen wächst beim Salpeter ihr Winkel mit der Brechbarkeit der Strahlen. Bei den Krystallen des monoklinischen Systems liegen die optischen Achsenpaare entweder in verschiedenen Ebenen um dieselbe Mittellinie, wie beim Borax, oder in einer Ebene um verschiedene Mittellinien, wie beim Zucker. Endlich liegen jene Achsenpaare bei den Krystallen des triklinischen Systems in verschiedenen Ebenen um verschiedene Mittellinien, wie beim Kupfervitriol. In dem rhombischen Systeme stimmen die Ringe, welche die eine Achse umgeben, vollkommen überein mit denen, welche die andere Achse umschließen: beide Ringsysteme werden von dem schwarzen Büschel symmetrisch durchschnitten, wenn man die Krystallplatte dergestalt zwischen die gekreuzten Turmaline bringt, daß die Ebene der optischen Achsen mit der Schwingungsebene der einen Turmalinplatte zusammenfällt. Bei einer etwas dicken Salpeterplatte zeigt der dunkle Büschel auf der inneren Seite eine entschieden gelbe, auf der äußern eine entschieden blaue Färbung, was darin seinen Grund hat, daß die dunklen Büschel der verschiedenfarbigen Strahlen nicht zusammenfallen und hier die gelben Achsen innerhalb des Winkels liegen, den die blauen Achsen miteinander machen. Wenn die Ebene der optischen Achsen einen Winkel von 45° mit der Schwingungsebene der Turmalinplatte bildet, erscheinen die beiden hyperbolisch gekrümmten Büschel namentlich in der Mitte auf der convexen Seite blau und auf der concaven Seite gelb gefärbt. — Aehnliche Erscheinungen bietet kohlensaures Blei dar. Die dunklen Büschel sind hier aber auf der äußern Seite mit einer gelben und auf der innern mit einer blauen Einsäumung versehen, weil bei diesem Mineral der Winkel der gelben Achsen größer ist als der Winkel der blauen Achsen. — In dem monoklinischen und triklinischen Systeme sind die Ringsysteme beider Achsen unter einander verschieden und werden von verschiedenfarbigen Büscheln nicht symmetrisch durchschnitten, wenn dieselben mit der Schwingungsebene der Turmalinplatte zusammenfallen.

Die Polarisationserscheinungen werden auch objectiv dargestellt, um eines Theils leichter genaue Messungen darüber anstellen und andern Theils sie mehreren Personen zugleich sichtbar machen zu können. Der von Soleil zu diesem Zwecke construirte Apparat ist in Fig. 208 dargestellt. Der Polarisationsspiegel a sendet das vollständig polari-

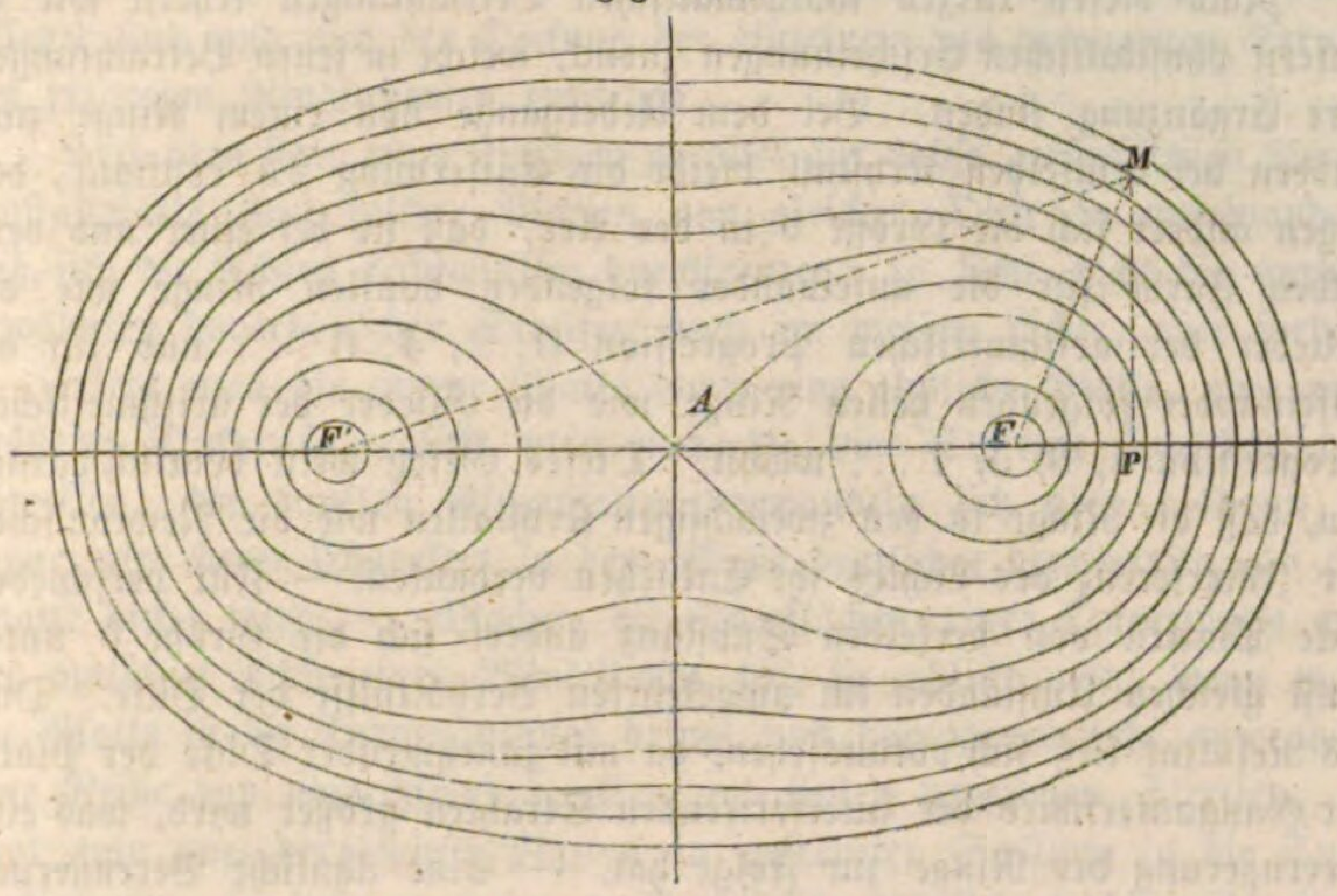
Fig. 208.



sirte Licht auf die Krystallplatte k, die sich im gemeinsamen Brennpunkte der Linsen b und c befindet, deren jede eine Brennweite von 3 Centimeter hat. Die aus der Linse c in parallelen Richtungen austretenden Strahlen werden durch die Linse d convergirend gemacht und gelangen mit den ihnen bei der Analyse durch den Zerleger t zu Theil werdenden Intensitäten auf den Schirm. Der Krystall k läßt sich um eine horizontale Achse drehen und die Größe der Drehung an einem getheilten Kreise ablesen. In dem Brennpunkt der Linse d ist ein Fadenkreuz f angebracht. — Um den Winkel zu bestimmen, den die optischen Achsen einschließen, wird die Krystallplatte so eingesetzt, daß die Ebene der beiden Achsen mit der Verticalebene zusammenfällt, in welcher die Platte drehbar ist. Hierauf stellt man die Platte so, daß der Mittelpunkt des einen Ringsystems mit dem Fadenkreuze zusammenfällt, und dreht sie alsdann so lange, bis der Mittelpunkt des zweiten Ringsystems im Fadenkreuze erscheint: die Größe der Drehung gibt den Winkel, den die optischen Achsen miteinander machen. — Die Farben erscheinen nie in ihrer ganzen Reinheit, wenn man zur Darstellung der Ringe Turmalinplatten anwendet, weil dieselben selbst gefärbt sind. Man gebraucht deßhalb als Analyseur ein Nicol'sches Prisma oder eine Glassäule, die sich drehen läßt, um die Polarisationserscheinungen sowohl im reflectirten als im durchgelassenen Lichte auf einem Schirm darstellen zu können. — Anstatt des Sonnenlichtes kann man auch künstliches Licht anwenden: in diesem Falle dient eine Glassäule als polarisirende Vorrichtung; das Linsensystem ist dasselbe wie bei dem vorigen Apparate.

Wenn man mittelst eines solchen Projectionsapparates das ganze System von Ringen im homogenen Licht auf einen Schirm projicirt, so kann man dem Umfang der Ringe mit einem Bleistift nachgehen und so eine getreue Darstellung der Ringe erhalten. Auf diese Weise hat man für eine Platte aus kohlensaurem Blei von ohngefähr $^5/_4$ Millimeter Dicke ein Ringsystem gefunden, wie die Fig. 209 zeigt, d. h. erstens vier geschlossene Curven um die Punkte F und F′; zweitens eine einzige Curve, welche in dem Punkte A einen Knoten bildet; drittens vier Curven, welche in der Nähe ihres Schnittpunktes mit der

Fig. 209.



Achse der y der x Achse die convexe Seite zukehren; viertens drei Curven, welche in Gestalt von Ovalen die vorigen Curven einschließen. Bei näherer Untersuchung dieser Curven hat sich ergeben, daß dieselben zu der Lemniscate und ihren Varietäten gehören, d. h. zu denjenigen Curven, deren Punkte M von solcher Beschaffenheit sind, daß das Produkt ihrer Entfernungen von zwei festen Punkten F und F' gleich einer constanten Größe b^2 ist. Nimmt man die Linie FF' als Abscissenachse an, die Mitte A von FF' (2 a) als Ursprung des rechtwinkligen Coordinatensystems; so erhält man als Gleichung einer solchen Curve:

$$\sqrt{y^2 + (a + x)^2} \cdot \sqrt{y^2 + (x - a)^2} = b^2,$$

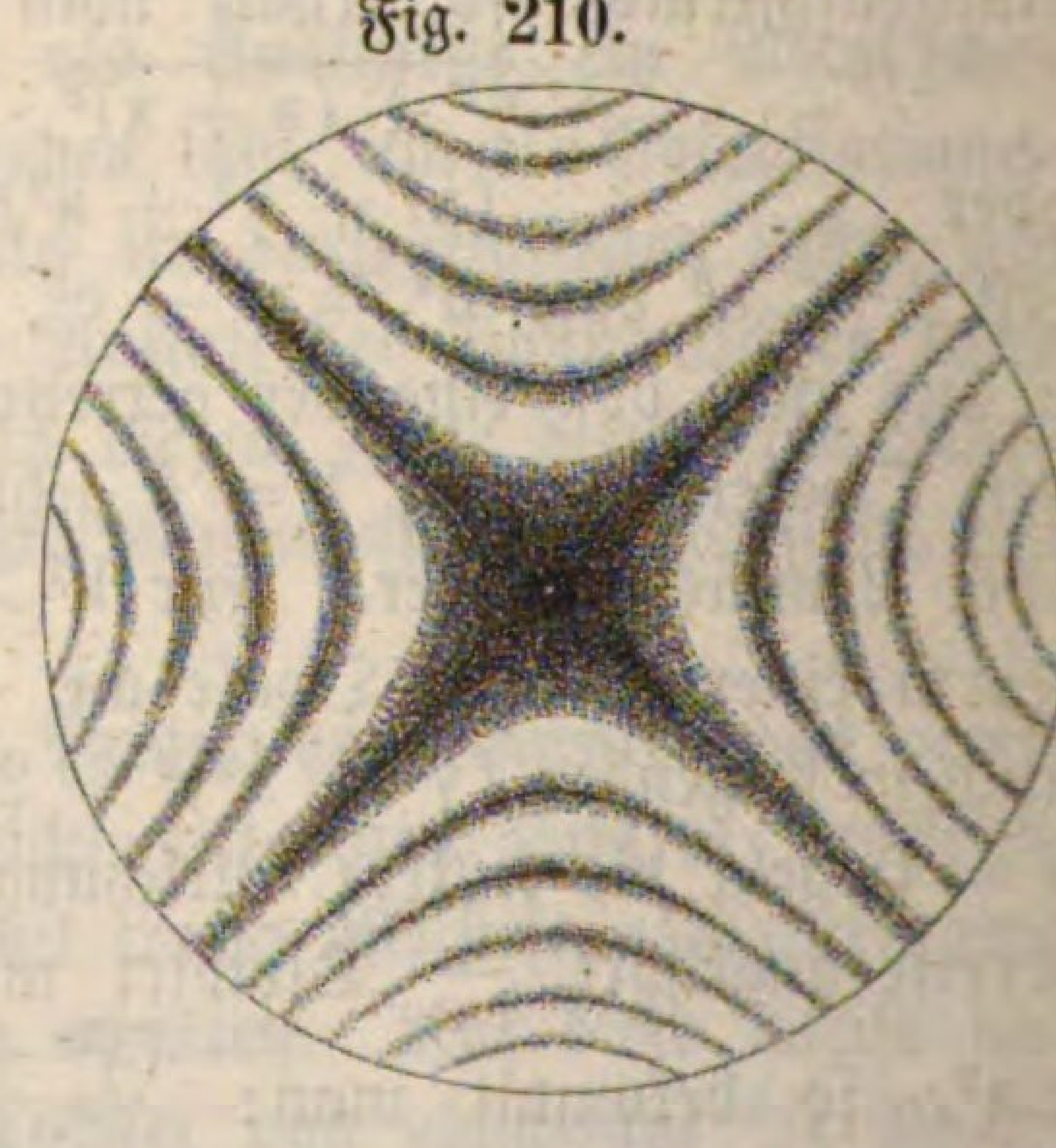
oder

$$(x^2 + y^2 + a^2)^2 = b^4 + 4\,a^2\,x^2. \text{ —}$$

Ist $b^2 < a^2$ oder $b^2 = a^2 - c^2$, so besteht die Curve für ein bestimmtes c aus zwei von einander getrennten, um die Punkte F und F' liegenden Ovalen. — Für $b = a$ geht die Curve in die schleifenartige Linie oder Lemniscate über. Für $b^2 > a^2$ oder $b^2 = a^2 + c^2$ nimmt sie die Form einer einzigen Ovale an. — Die Gleichung verwandelt sich hiernach in folgende: $(y^2 + x^2)^2 + 2\,a^2\,(y^2 - x^2) = \pm\, c^2\,(2\,a^2 \pm c^2)$. Für $a = 0$ geht die letztere Gleichung in $y^2 + x^2 = c^2$ über, welche einem Kreise angehört. — Dividirt man die vorhergehende Gleichung durch $2\,a^2$, so bekommt man: $\frac{(y^2 + x^2)^2}{2\,a^2} + y^2 - x^2 = \pm\, c^2 \left(1 \pm \frac{c^2}{2\,a^2}\right)$. Setzt man darin $a = \infty$, so erhält man die Gleichung: $y^2 - x^2 = \pm\, c^2$, welche eine gleichseitige Hyperbel darstellt. Die letztere Gleichung liefert für $c = 0$ zwei unter einem rechten Winkel sich schneidende gerade Linien.

Nach diesen kurzen mathematischen Betrachtungen kehren wir zu unsern physikalischen Erscheinungen zurück, welche in jenen Betrachtungen ihre Ergänzung finden. Bei dem Uebergange von einem Ringe zum andern bei demselben Krystall bleibt die Entfernung 2a constant, dagegen ändert sich die Größe b in der Art, daß sie bei einer und derselben Farbe für die aufeinander folgenden dunklen Ringe wie die Glieder der arithmetischen Progression 0, 2, 4, 6 . . . und für die aufeinander folgenden hellen Ringe wie die Glieder der arithmetischen Progression 1, 3, 5, 7 . . . wächst. Dieses Gesetz weist deutlich darauf hin, daß die Ringe in den zweiachsigen Krystallen wie die Newton'schen der Interferenz des Lichtes ihr Entstehen verdanken. — Für verschieden dicke Platten von derselben Substanz ändert sich die Größe b unter sonst gleichen Umständen im umgekehrten Verhältnisse der Dicke. Dieses Resultat ließ sich voraussehen, da mit zunehmender Dicke der Platte der Gangunterschied der interferirenden Strahlen größer wird, was eine Verengerung der Ringe zur Folge hat. — Eine ähnliche Verengerung der Ringe gibt sich zu erkennen, wenn bei einer Platte von der gehörigen Dicke die Größe a zunimmt oder der Winkel der optischen Achsen größer wird. Erreicht dieser Winkel die Grenze von 180°, in welchem Falle man eine mit der Achse parallel geschliffene Platte eines einachsigen Krystalls erhält; so erblickt man, wenn die Krystallplatte in der Turmalinzange liegt, nach einer homogenen Lichtquelle hinsehend, vier genau charakterisirte Systeme abwechselnd heller und dunkler gleichseitiger Hyperbeln, wie sie in Fig. 210 dargestellt sind. Eine parallel mit der Achse geschnittene Platte von Bergkrystall zeigt jene hyperbolischen Curven deutlicher als eine parallel zur Achse geschliffene Platte von Kalkspath, weil die Linien bei gleicher Dicke in der letztern viel enger sind, als in der erstern. — Mit dem Kleinerwerden der Größe a oder dem Abnehmen des Winkels der optischen Achsen werden die Lemniscaten Kreisen mehr und mehr ähnlich, mit denen sie zusammenfallen, wenn a = 0 oder der Krystall einachsig ist. Die hyperbolischen Curven verwandeln sich in schwarze gerade Linien, die sich im Mittelpunkt der Ringe unter rechten Winkeln schneiden. — Die Größe b ändert sich mit der Farbe und zwar dies im entsprechenden Verhältniß mit der Wellenlänge, woraus abermals

Fig. 210.



hervorgeht, daß die Farben der Ringe in weißer Beleuchtung zusammengesetzte sind und aus der Deckung der einzelnen aus homogenen Strahlen erzeugten Ringsystemen entstehen.

Legt man statt einer einzigen parallel zur Achse geschnittenen Bergkrystallplatte zwei solcher Platten von gleicher Dicke so aufeinander, daß sich die Achsen rechtwinklig durchkreuzen; so sieht man die vorhin erwähnten hyperbolischen Streifen auch im weißen Lichte, aber farbig. — Ersetzt man die untere Platte durch eine ähnliche Platte, aber von größerer Dicke, so erblickt man noch die vier Systeme hyperbolischer Streifen: die dunklen Asymptoten verwandeln sich aber alsdann in Hyperbeln, deren Charakter in dem Maße deutlicher hervortritt, als die Platte dicker wird. — Machen die Oberflächen einer Quarzplatte mit der optischen Achse einen Winkel von 45°, so erblickt man, wenn man die Platte in die Turmalinzange bringt und homogenes Licht anwendet, eine Reihe von abwechselnd dunklen und hellen parallelen Streifen. — Legt man zwei dergleichen Platten in gekreuzter Stellung in die Turmalinzange, so sieht man im weißen Lichte parallele farbige Streifen, von denen der in der Mitte befindliche dunkel ist.

Savart hat zwei solche gekreuzte Quarzplatten mit einer Turmalinplatte vereinigt, deren Achse den Winkel halbirt, welchen die Hauptschnitte der beiden Quarzplatten miteinander machen. Dieser Apparat kann als Polariskop dienen, d. h. zur Nachweisung geringer Spuren von Polarisation des einfallenden Lichtes. Denn sieht man durch die Turmalinplatte nach einer Stelle, von welcher polarisirtes Licht kommt; so zeigen sich die geradlinigen Farbenstreifen desto deutlicher, je vollständiger die einfallenden Strahlen polarisirt sind. — Ein anderes Polariskop erhält man, wenn man eine Turmalinplatte mit einer senkrecht zur Achse geschnittenen Doppelspathplatte verbindet. Sieht man durch die Turmalinplatte nach einer Lichtquelle, von welcher polarisirtes Licht ausgeht; so nimmt man Farbenringe wahr. — Aus der Beschaffenheit der Farbenringe, welche senkrecht auf die Achse oder die Mittellinie geschliffene Krystallplatten im polarisirten Lichte zeigen, läßt sich beurtheilen, ob ein Krystall einachsig oder zweiachsig ist: man braucht blos deßhalb die Richtungen der Schnitte so lange abzuändern, bis Farbenringe hervortreten. Bei den einachsigen Krystallen erscheint nur ein Ringsystem, bei den zweiachsigen ein doppeltes System von Ringen; die beiden Achsen gehen durch die Schnittpunkte dieser Ringsysteme. — Bemerkenswerth ist das Verhalten, welches bei einer derartigen Prüfung der Glauberit zeigt. Dieser Krystall erweist sich in einer bestimmten Beleuchtung als ein zweiachsiger, in einer andern als ein einachsiger. Beim allmähligen Erkalten des Krystalls öffnen sich

die Winkel der einzelnen Achsenpaare immer mehr, so daß schon bei dem Gefrierpunkte der Krystall zweiachsig für alle Farben wird. Bei Erhöhung der Temperatur des Krystalles fällt eines der Achsenpaare nach dem andern zusammen, um sich hernach in einer auf seiner vorigen senkrechten Ebene zu öffnen. Weit unter dem Siedpunkt des Wassers haben sich alle Achsen wieder geöffnet, die Aufeinanderfolge der einzelnen Achsen ist aber nun gerade die umgekehrte der früheren Reihe.

3. Zubereitung der Krystalle. — Farbenerscheinungen in geglühten oder gepreßten Gläsern.

Was die Zubereitung der Krystalle anlangt, welche zu den vorhin erwähnten Versuchen gebraucht werden, so ist solche mehr oder weniger leicht zu bewerkstelligen. Krystalle, bei denen schon die natürlichen Spaltflächen senkrecht auf der optischen Achse oder der Mittellinie stehen, geben also durch bloßes Spalten Blätter zur Beobachtung der Farbenringe. Von der Art sind der sibirische Glimmer, der Topas, der Zucker und das schwefelsaure Nickeloxyd, von denen die drei ersteren optisch zweiachsig sind und das letztere optisch einachsig, wenn es bei einer Temperatur von 15° bis 20° krystallisirt. Nachdem man durch Spaltung eine brauchbare Platte erhalten hat, polirt man ihre Flächen auf einem leinenen Läppchen, auf welchem feines Eisenoxyd mit einer geringen Menge von Wasser angefeuchtet eingerieben worden ist; putzt dann die polirten Flächen mit einem trockenen Tuch sorgfältig ab und kittet sie mittelst canadischen Balsams zwischen zwei Glasplatten, damit die polirten Flächen so viel als möglich ihren Glanz behalten. — Andere Krystalle müssen künstlich geschnitten werden, wenn man daraus für die Beobachtung der Farbenringe geeignete Platten gewinnen will. Das Schleifen und Poliren harter Krystalle erfordert viel Arbeit, weßhalb man dieselbe am füglichsten dem Glasschleifer überläßt. — Mit wenigen Worten soll nur hier der Zubereitung des Doppelspaths, des Salpeters und des Borax besondere Erwähnung geschehen, weil unter den einachsigen Krystallen der Doppelspath und unter den zweiachsigen Krystallen der Salpeter die isochromatischen Curven vorzüglich rein gibt, ferner der Borax sich gut dazu eignet, um die verschiedene Lage der Mittelpunkte der beiden Ringsysteme für verschiedene Farben wahrzunehmen.

Um aus einem Doppelspath eine Platte senkrecht auf die Achse zuzuschneiden, muß man vorerst die Stücke am Krystalle anzeichnen, welche wegzunehmen sind. Man bezeichnet deßhalb an den Kanten der beiden stumpfen Ecken des Krystalls Punkte, die von gedachten Ecken gleichweit abstehen; alsdann zieht man auf den Krystallflächen von

einem solchen Punkte zum anderen gerade Linien mit einem Messer: dadurch wird an jeder Ecke die Basis der dreiseitigen gleichseitigen Pyramide bezeichnet, die weggeschliffen werden muß. Nachdem dies mit einer feinen Laubsäge geschehen ist, polirt man die Schnittflächen mit Eisenoxyd auf einer Holzscheibe oder auf Glas.

Um Salpeterkrystalle zuzubereiten, wähle man einen reinen, durchsichtigen Krystall aus, der gewöhnlich die Form eines langen, sechsseitigen Prismas hat. Damit man eine auf der Mittellinie der optischen Achsen senkrechte Platte erhalte, schneidet man mit einem Messer aus dem Salpeterprisma senkrecht gegen die Achse desselben eine ohngefähr 8 Millimeter dicke, möglichst parallelflächige Platte; schleifet dieselbe dann mit einer breiten nassen Feile an beiden Seiten so lange ab, bis die Dicke etwa 6—5 Millimeter beträgt. Hierauf glättet man die Oberflächen auf einem ebenen, mattgeschliffenen, benetzten Glase und polirt sie endlich auf Seide, die über Glas gespannt und mit einer Mischung aus Talg und Eisenoxyd überstrichen ist, so lange, bis Alles trocken geworden. Man thut gut dabei, Handschuhe anzuziehen, damit durch die Ausdünstung der Finger die Politur keinen Schaden erleidet.

Um Boraxkrystalle anzufertigen, wählt man Stücke aus, an denen eine oder mehrere natürliche ebene Flächen vorkommen. Mit einer feinen Laubsäge schneidet man daraus Platten, deren Begrenzungsflächen zu jenen Flächen parallel sind, wobei die mit der Säge gewonnene Schnittfläche mit Wasser angefeuchtet wird. Die Platte kann man mit einem Federmesser weiter beschneiden, bis sie etwa eine Dicke von 3—5 Millimeter haben. Alsdann schleift man die Platten auf einer breiten nassen Feile, bis die Dicke ohngefähr ein oder zwei Millimeter beträgt; worauf man die Oberflächen auf einem nassen Stück mattgeschliffenen Glases glättet und zuletzt auf einer ebenen Glastafel polirt. Damit der Krystall unversehrt bleibe und zugleich an Durchsichtigkeit gewinne, kittet man ihn mit Hülfe von erwärmtem Terpentin zwischen zwei dünne Glasplatten. Kaum zwei Salze lassen sich auf dieselbe Art poliren. Blos die Erfahrung kann die Einzelnheiten lehren, welche erforderlich sind, um gut polirte Flächen von weichen Krystallen zu bekommen.

Schnell abgekühltes oder ungleichförmig erwärmtes Glas erlangt die Eigenschaft der doppelten Brechung; es ließ sich daher erwarten, daß solches Glas im polarisirten Lichte Farbenerscheinungen zeigen würde. Seebeck und Brewster haben Erscheinungen dieser Art zuerst beobachtet. — Man halte eine Platte von dickem Spiegelglase, die im polarisirten Lichte keine Färbung zeigt, an stark erhitztes Eisen. Man sieht, wenn man die Platte über das Tischchen des Polarisationsinstru-

mentes bringt und mit einem analysirenden Apparat untersucht, in derselben Farbenstreifen entstehen, die sich immer weiter verbreiten. Auch hier wird ein Uebergang der Farben in die complementären wahrgenommen, wenn der Analyseur um 90° gedreht worden ist. Die Farbenstreifen verschwinden wieder, wenn sich die Wärme gleichförmig in der ganzen Platte verbreitet hat. — Dieselben Erscheinungen treten hervor, nur in Betreff der Farbenfolge in umgekehrter Ordnung, wenn man eine erhitzte Glasplatte an kaltes Eisen legt. — Am leichtesten stellt man den Versuch an, wenn man sich eines metallenen Rahmens bedient, in welchen ein Glaswürfel genau paßt. Erhitzt man den Rahmen und legt dann den Würfel hinein, so zeigen sich im Polarisationsinstrumente an den Ecken des Würfels Pfauenaugen, die durch ein schwarzes oder bei geänderter Stellung des Analyseurs durch ein weißes Kreuz getrennt sind. — Die Erscheinung verschwindet, wenn der Würfel eine gleichförmige Temperatur angenommen hat; kehrt aber wieder, wenn man jetzt den heißen Würfel in einen kalten Metallrahmen legt.

Die hier besprochenen Erscheinungen lassen sich bleibend machen, wenn man die stark erhitzte Glasmasse rasch abkühlt und dadurch eine verschiedene Anordnung der Theilchen fixirt. Die Beschaffenheit der farbigen Zeichnungen hängt ab von der Form und Dicke des Glaskörpers, von dessen schnellerem oder langsamerem Abkühlen. — Legt man mehrere rasch abgekühlte quadratische Glasplatten übereinander, so bringen sie dieselbe Wirkung hervor, wie eine einzige, deren Dicke der Summe der Dicken der einzelnen Platten gleichkommt. — Ein Cylinder zeigt Farbenringe mit einem schwarzen Kreuze wie eine senkrecht auf die Achse geschliffene Doppelspathplatte. — Eine recht hübsche Erscheinung erhält man, wenn zwei rechteckige Platten kreuzweise übereinander gelegt werden, dergestalt, daß die ursprüngliche Polarisationsebene den rechten Winkel zwischen den Platten halbirt.

Obschon die Farbenerscheinungen in geglühten Gläsern einige Aehnlichkeit mit denen in doppeltbrechenden Krystallen haben, so besteht doch zwischen beiden Erscheinungen ein wesentlicher Unterschied. Deckt man nämlich die eine Hälfte einer auf die Achse senkrecht geschnittenen Doppelspathplatte zu, so zeigt die freie Hälfte das Ringsystem eben so gut, wie die ganze Platte. Dies kommt daher, daß der Krystall in seiner ganzen Ausdehnung nach derselben Richtung gleich starke doppelte Brechung besitzt, mithin die fragliche Erscheinung hier einzig und allein von der Richtung der durchgehenden Strahlen bedingt ist. Deckt man dagegen eine geglühte Glasplatte zur Hälfte zu, so kommt nur das halbe Ringsystem zum Vorschein, selbst wenn man die Mitte der freien Hälfte wieder in die Mitte des Gesichtsfeldes bringt. Es kann dies nur da-

her rühren, daß in der Mitte der Glasplatte ein anderer Spannungszustand obwaltet, als nach dem Rande hin, was eine Verschiedenheit der Doppelbrechung an den einzelnen Stellen zur Folge hat.

Aehnliche Erscheinungen hat man an Platten von Steinsalz, Flußspath und andern Substanzen von nicht doppelt brechender Structur wahrgenommen, wenn sie der Erhitzung oder der Erkaltung ausgesetzt wurden. Bei den ausdehnsamen und den tropfbar flüssigen Mitteln, wenn sie dergleichen Einwirkungen erlitten, hat man aber jene Phänomene nicht bemerkt. Dies dürfte aller Wahrscheinlichkeit nach darin seinen Grund haben, daß bei den ausdehnsamen und tropfbaren Flüssigkeiten die Ausdehnung, wie die Zusammenziehung nach allen Richtungen eine und dieselbe ist, mithin die Elasticität des Aethers nach jeder Seite ihre Gleichförmigkeit beibehält. — Anders verhält es sich bei den festen Körpern, deren Theilchen unter Einwirkung der Wärme nach einer Richtung sich stärker als nach einer andern ausdehnen. Dies vermag denn einen Unterschied in der Elasticität des Aethers hervorzubringen, welcher Unterschied die gewöhnlichen Interferenzerscheinungen mit sich führt.

Die hier betrachteten Farbenerscheinungen bietet das Glas auch dar, wenn es in gepreßtem Zustande dem polarisirten Lichte ausgesetzt wird. Man nehme einen Glaswürfel, der in solchem Lichte keine besondere Färbung zeigt, drücke ihn mittelst einer kleinen Presse mäßig zusammen und betrachte ihn mit Hülfe des Polarisationsinstrumentes. Man bemerkt dann im Glase mehrere Farben, die mit der Stärke des Druckes sich ändern und in complementäre übergehen, wenn die analysirende Vorrichtung um 90° gedreht wird, aber sofort verschwinden, wenn man aufhört das Glas zu pressen.

Aehnliche Erscheinungen bringt man auch durch Dehnen des Glases hervor. Biegt man einen Glasstab, dessen Seiten polirt sind, so sieht man an ihm im polarisirten Lichte parallele Farbenstreifen, die in der Mitte durch eine schwarze Linie verbunden sind. Auf der convexen Seite, wo die Theilchen im Zustande der Ausdehnung sich befinden, ist die Farbenfolge eine andere als auf der concaven Seite, wo die Theilchen die Wirkung der Zusammenpressung erfahren. — Eine stärkere Biegung des Stabes vermehrt die Zahl der Farben, eine geringere vermindert sie; hat der Stab seine anfängliche Gestalt wieder angenommen, so verschwinden die Farben gänzlich. — Nicht blos am Glase, sondern auch an andern Substanzen von nicht doppelt brechender Structur äußert sich die Wirkung des Druckes und der Dehnung durch eigenthümliche Farbenerscheinungen, wenn sie dem polarisirten Lichte ausgesetzt werden. An doppeltbrechenden Krystallen lassen sich ebenfalls durch

Wirkung der Compression und Dilatation Aenderungen in den Farbenerscheinungen hervorbringen. So z. B. zeigt eine auf die Achse senkrecht geschnittene Querplatte im polarisirten Lichte das Ringsystem eines zweiachsigen Krystalles, wenn sie an zwei gegenüberstehenden Punkten einer Seitenfläche gepreßt wird.

Gallertmassen, namentlich von Hausenblase, erhalten durch Zusammendrückung zwischen Platten eine polarisirende Wirkung. Dehnt man dergleichen Massen gehörig aus und läßt sie hierauf erhärten, so kann an ihnen jene Eigenschaft nach Hinwegnahme der spannenden Kraft bleibend gemacht werden. Auf diese Weise lassen sich kugelförmige Körper von Gallerte erhalten, welche im polarisirten Lichte die nämlichen Erscheinungen zeigen, wie Kugeln von Glas, die erhitzt oder abgekühlt sind. — Alle diese Erscheinungen stehen offenbar mit der Anordnung der materiellen Theilchen im innigen Zusammenhange, so daß aus einem verschiedenen Verhalten der Substanzen im polarisirten Lichte auf eine Verschiedenheit der materiellen Beschaffenheit derselben geschlossen werden kann. So hielt man längere Zeit hindurch sämmtliche unter dem Namen Glimmer vorkommende Krystalle für ganz gleichartig, bis Biot aus ihrem optischen Verhalten erkannte, daß es einachsige und zweiachsige, positive und negative Glimmer gebe. Und in der That wies eine genauere chemische Analyse nach, daß diese Körper auch hinsichtlich ihrer materiellen Beschaffenheit von einander abweichen, wenn sie ein verschiedenes optisches Verhalten zeigten.

Die bloße Erzitterung einer tönenden Glasplatte reicht schon hin, ihre Theilchen in eine solche Lage zu versetzen, welche ihnen das Vermögen ertheilt, eine polarisirende Wirkung hervorzurufen. Um sich davon zu überzeugen, bringe man eine etwas lange Glasplatte auf die Richtung eines polarisirten Strahles; hierauf, nachdem man sich vergewissert hat, daß sie keine polarisirende Wirkung äußert, streiche man eine ihrer Hälften der Länge nach, während man die andere immer auf der Richtung der Strahlen festhält. Jeder Strich bringt eine Farbenerscheinung hervor, welche sich mit der Stärke der Schwingungsbewegung ändert, in welche man die Platte versetzt. Diese Erscheinung, welche Biot zuerst beobachtet hat, ist eine nothwendige Folge der abwechselnden Zusammenpressungen und Ausdehnungen der Theilchen, wie sie bei jeder Schwingungsbewegung vorkommen.

4. Absorption des Lichtes in farbigen doppeltbrechenden Krystallen. Dichroismus. — Trichroismus.

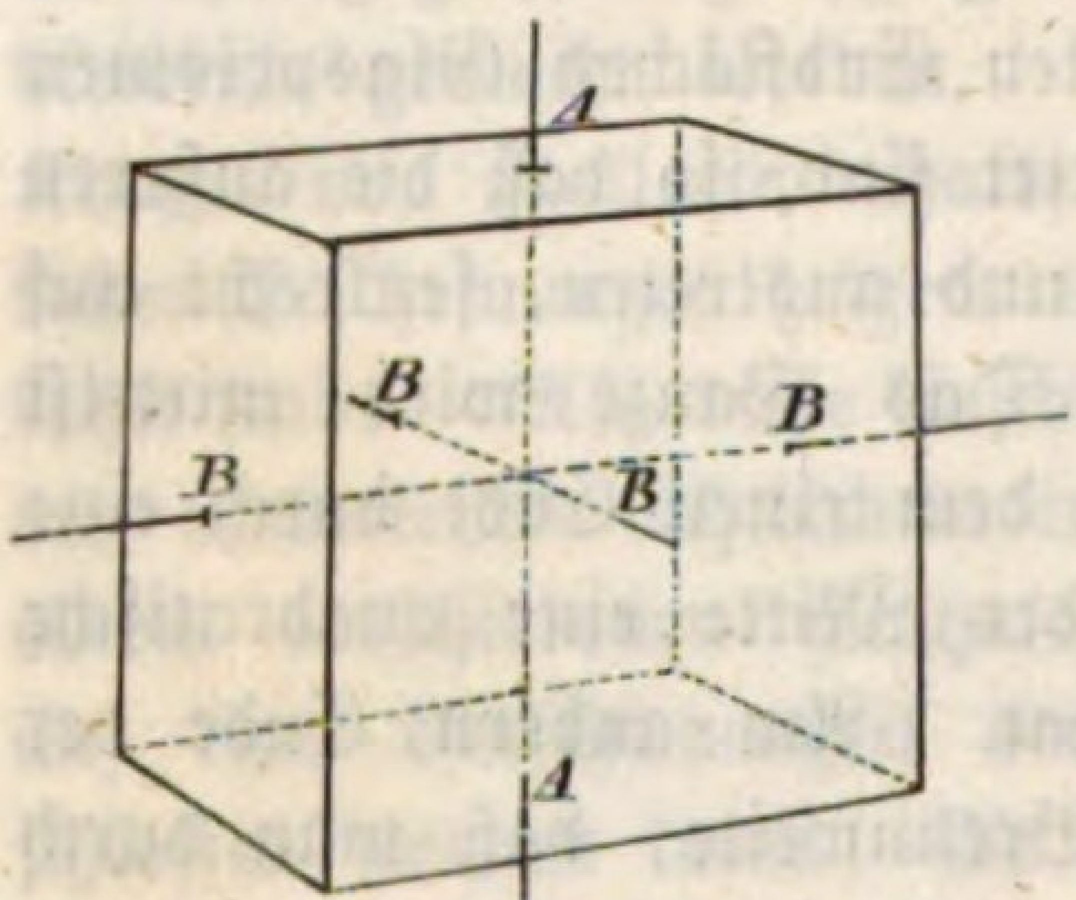
In dem Kapitel über die dioptrischen Farben wurde gelegentlich gesagt, daß manche Krystalle die Eigenschaft besitzen, nach Verschieden-

heit ihrer Lage gegen das einfallende Licht eine verschiedene Färbung zu zeigen. Diese mit dem Namen **Dichroismus** belegte Eigenthümlichkeit gibt sich am Dichroit am auffallendsten zu erkennen; er erscheint im gewöhnlichen Lichte in der Richtung seiner Achse blau, rechtwinklig zu derselben aber gelb. Dergleichen Farbenverschiedenheiten nimmt man an vielen anderen Krystallen, obschon in minderem Grade wahr; sie treten aber deutlicher im polarisirten Lichte hervor, namentlich wenn man sich der von **Haidinger** construirten **dichroscopischen Lupe** bedient. — Diese Lupe besteht aus einem länglichen durchsichtigen Stück Doppelspath, auf dessen beiden wohlpolirten Endflächen Glasprismen mit einem brechenden Winkel von 18⁰ gekittet sind, so daß die äußeren Flächen, durch welche die Lichtstrahlen ein- und austreten, senkrecht auf den Längskanten des Kalkspaths stehen. Das Ganze wird mittelst Kork in eine Messinghülse befestigt, die an dem einen Ende durch eine Kapsel verschlossen ist, deren Deckel in der Mitte eine quadratische Oeffnung von etwa 2,5 Millim. Weite hat. Am andern Ende der Hülse befindet sich eine Linse von solcher Brennweite, daß man durch die Prismen und den Kalkspath hindurch zwei scharf begrenzte, dicht nebeneinander liegende Bilder vor der quadratischen Oeffnung erblickt. — Den Vorzug dieses in die Klasse des Analyseurs gehörigen Instrumentes besteht darin, daß die Farben, welche die ordentlichen und außerordentlichen Strahlen zeigen, dicht nebeneinander erscheinen, wodurch ihr Contrast augenfälliger wird. — Die beiden durch die Lupe erhaltenen Bilder sind rechtwinklig zueinander polarisirt; bei dem gewöhnlichen Bilde G geschehen die Schwingungen parallel zu der Verbindungslinie beider Bilder, in dem ungewöhnlichen Bilde U senkrecht auf jener Richtung.

Wie gesagt bemerkt man den Dichroismus in doppeltbrechenden Körpern häufiger, wenn man polarisirtes Licht durchgehen läßt. Die verschiedenartigen Strahlen werden in ungleicher Menge absorbirt, je nachdem ihre Polarisationsebenen gegen die Achsen der Krystalle liegen. — Beim einachsigen Amethyst erscheint das austretende Licht blau, wenn die Achse zu der Polarisationsebene parallel läuft, dagegen hellroth, wenn die Achse senkrecht gegen jene Ebene steht. Beim einachsigen Smaragd zeigt sich das durchgelassene Licht bläulichgrün, wenn die Achse des Krystalls in der Polarisationsebene liegt, und gelblichgrün, sobald die Achse auf dieser Ebene senkrecht steht. Von den zweiachsigen Krystallen erscheint der Dichroit schön blau, wenn die Ebene der beiden Achsen mit der Polarisationsebene zusammenfällt, dagegen gelblich, wenn jene Ebenen rechtwinklig zu einander stehen; essigsaures Kupfer ist im ersten Falle blau, im zweiten grünlichgelb.

Bei den einachsigen Krystallen unterscheidet Haidinger zwischen Farbe der Basis und Farbe der Achse. Farbe der Basis ist die Farbe, welche ein aus einem einachsigen Krystall geschnittener Würfel zeigt, wenn man durch die zwei Flächen sieht, welche senkrecht auf der Achse stehen. Farbe der Achse ist die Farbe, welche ein solcher Würfel zeigt, wenn man durch zwei der Achse parallelen Seitenflächen hindurchsieht. In Figur 211 sind die beiden mit A bezeichneten Flächen des Würfels, welche senkrecht zur Achse stehen, während die vier anderen mit B bezeichneten parallel zur Achse sind. Beim Turmalin ist die Farbe der Basis die dunklere. — Durch die dichroscopische Lupe betrachtet zeigt die Farbe der Basis zwei Bilder, die stets gleiche Färbung besitzen, wie man die Lupe auch drehen mag. Die Farbe der Achse liefert hingegen, wenn man sie mit der dichroscopischen Lupe untersucht, zwei Bilder G und U, die ungleiche Färbung und Helligkeit haben. Der größte Unterschied zwischen beiden Bildern gibt sich zu erkennen, wenn die Verbindungslinie der Bilder mit der Achse des Krystalls parallel läuft oder darauf senkrecht steht; das eine Bild G hat alsdann die Farbe der Basis, das andere U aber die Farbe der Achse.

Fig. 211.



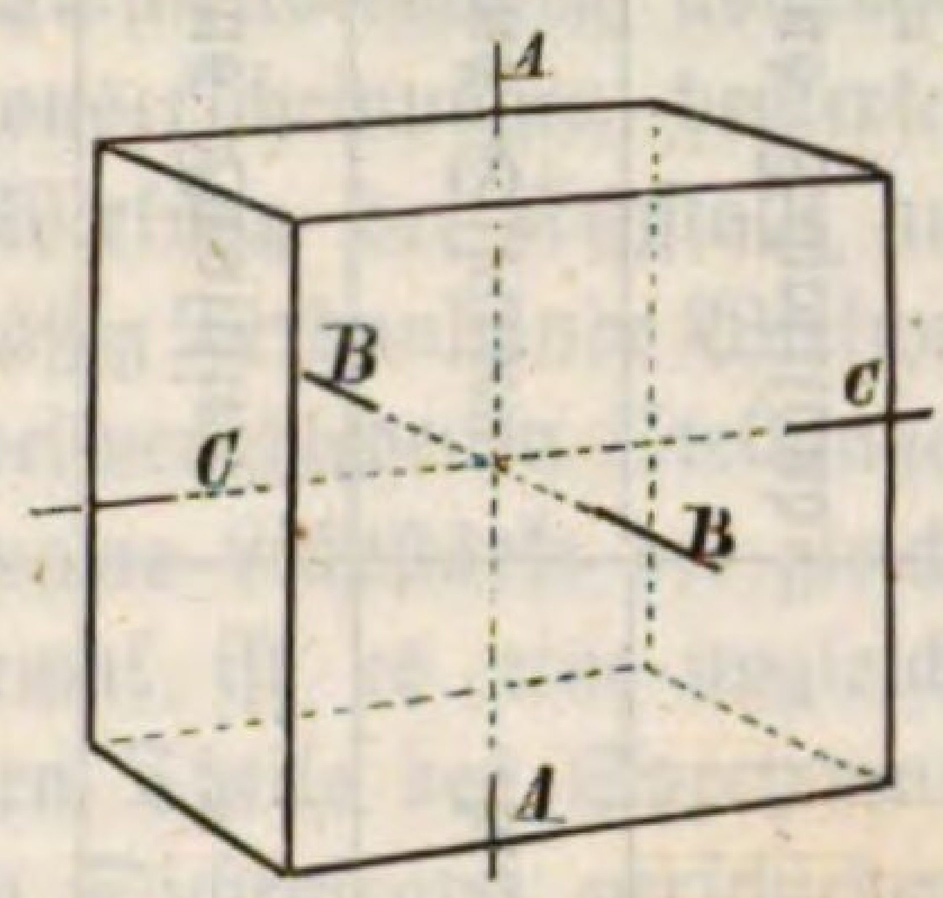
Folgende Zusammenstellung enthält einige der von Haidinger untersuchten einachsigen Krystalle mit ihren zugehörigen Farben.

Negative Krystalle.	G Farbe der Basis.	U Farbe der Achse.
Apatit.	berggrün.	entenblau.
Beryll von Sibirien.	grünlich.	himmelblau.
Glimmer vom Vesuv.	lavendelblau.	rosenroth.
Sapphir von Ceylon.	blaßblau.	gelblichweiß.
Turmalin von Brasilien.	indigoblau.	blaßgrün.
Turmalin von Böhmen.	dunkelbläulichgrün.	haarbraun.
Turmalin von Elba.	ölgrün.	grünlichweiß.
Turmalin von Sibirien.	schwarz.	ölgrün.

Positive Krystalle.	Farbe der Basis.	Farbe der Achse.
Amethyst.	roth.	bläulich.
Apophyllit aus Tyrol.	bräunlichweiß.	milchweiß.
Zirkon von Ceylon.	blaßblau.	blaßgelb.
Rutil vom St. Gotthard.	gelblichbraun.	dunkelroth.

Verwickelter sind die Erscheinungen bei den optisch zweiachsigen Krystallen. Es stelle Figur 212 einen Würfel vor, dessen Seiten paarweise auf den drei Elasticitätsachsen des zweiachsigen Krystalls senkrecht stehen. Im Allgemeinen zeigt jedes Flächenpaar eine andere Farbe: die Flächenfarbe von A nennt Haidinger die Farbe der Basis, die Flächenfarbe von B die Farbe der Querfläche, die Flächenfarbe von C die Farbe der Längsfläche. — Der Namen Dichroismus ist demnach für diese Klasse von Körpern nicht mehr passend, weßhalb Haidinger dafür die Namen Trichroismus oder Pleochroismus vorschlägt. Ebenso ist der Name Dichroit für das bisher so genannte Mineral nicht mehr passend; Haidinger nennt es Cordierit, weil Cordier die Farbenveränderungen an diesem Mineral zuerst wahrgenommen hat. — An einem Würfel des letzteren Körpers fand Haidinger die Flächenfarbe A schön blau, die Flächenfarbe B blaßblau, die Flächenfarbe C gelblich. Durch die dichroscopische Lupe betrachtet zerfällt jede Flächenfarbe in zwei andere, sogenannte Achsenfarben; d. h. man erhält zwei Bilder G und U, welche verschiedene Färbung zeigen. Die Flächenfarbe A zerfällt in die bläulichgraue Achsenfarbe b und in die schön dunkel berlinerblaue Achsenfarbe c. Die Flächenfarbe B zerlegt sich in die gelblichgraue Achsenfarbe a und in die schön dunkelblaue Achsenfarbe c. Die Flächenfarbe C liefert die gelblichgraue Achsenfarbe a und die bläulichgraue Achsenfarbe b. — Die Schwingungen der erhaltenen Bilder sind parallel mit b und c, oder parallel mit a und c, oder parallel mit a und b.

Fig. 212.



Aehnliche Erscheinungen zeigen auch andere optisch zweiachsige Krystalle; sie geben im Allgemeinen sechs Farbentöne, nämlich drei Flächenfarben und drei Achsenfarben. Von den von Haidinger untersuchten zweiachsigen Krystallen wollen wir einige mit ihren zugehörigen Flächenfarben sowohl, wie mit ihren Achsenfarben in folgender Tabelle zusammenstellen.

Namen des Krystalls.	Flächenfarben.			Achsenfarben.		
	A.	B.	C.	a.	b.	c.
Beryll vom Stahlberg	bläulichgrau ins pflaumenblaue	grünlichweiß	entenblau	spangrün	berlinerblau	perlgrau
Diaspor aus Schemnitz	pflaumenblau	violblau	spargelgrün	himmelblau	weingelb	violblau
Kobaltsalz	ölgrün	violblau	violblau ins nelkenbraune	violblau (tief)	ölgrün	nelkenbraun
Vivianit	schwärzlich olivengrün und indigoblau			helles olivengrün: schwach bräunlich	helles olivengrün: reingrünlich	dunkel berlinerblau
Topas aus Brasilien	blaß carmoisinroth			tief carmoisinroth	honiggelb	rosenroth
Topas aus Brasilien	honiggelb			citronengelb	honiggelb	strohgelb
Topas aus Sibirien	blaßgrün	weiß	blaßgrau	weiß	grün	weiß
Topas aus Schottland	grün: tief	grün: blaß	grün: tief	blaßgrün	lichtgrün	grünlich weiß

Die Erscheinungen des Dichroismus bei den einachsigen Krystallen sowie die Erscheinungen des Trichroismus bei den zweiachsigen Krystallen stehen mit der Structur solcher Körper in genauem Zusammenhange, da sie von den Richtungen der sogenannten Elasticitätsachsen abhängig sind. Bei dergleichen dioptrischen Absorptionserscheinungen bemerken wir eigentlich zwei verschiedene Arten von Wirkung der Krystalle auf das Licht. Das Einemal ist es eine gleichmäßig verdunkelnde Wirkung auf alle Theile des Spectrums, so daß wir bei verschiedenen Stellungen des Dichroscops nur eine größere oder geringere Lichtstärke bei gleichbleibender Farbe wahrnehmen. Das Anderemal ist es eine ungleichmäßig verdunkelnde Wirkung auf die einzelnen Theile des Spectrums, so daß wir bei verschiedenen Stellungen des Dichroscops verschiedene Farben hervortreten sehen. Den ersten Fall haben wir bei dem Turmalin, Kalkspath, Rothgiltigerz und Rauchtopas. Die Achsenfarbe ist bei dem negativen Turmalin und negativen Kalkspath heller als die Farbe der Basis; dagegen ist bei dem positiven Rauchtopas und dem positiven Rothgiltigerz die Farbe der Basis die hellere. In dem Falle einer gleichmäßigen Absorption durch das ganze Spectrum scheinen demnach die negativen Krystalle vorzugsweise die gewöhnlichen Strahlen zu absorbiren, während in positiven Krystallen die ungewöhnlichen stärker absorbirt werden. Ein derartiges Verhalten zeigt sich aber nicht mehr, wenn bei den verschiedenfarbigen Strahlen eine ungleichmäßige Absorption stattfindet. Der gelbe Beryll mit negativer Doppelbrechung absorbirt den ordinären Strahl stärker als den extraordinären; bei dem blauen Beryll tritt der umgekehrte Fall ein. Aehnliche Verhältnisse kommen vor beim Apatit und Smaragd, je nach der Färbung.

Die Wahrnehmung, daß ein dichromatisch einachsiger Krystall in der Richtung der Achse bei der Analyse mittelst des Dichroscops in allen Lagen des Krystalls um die Achse herum zwei Bilder von gleicher Farbe gibt, und zwar von der Farbe der Basis wie das gewöhnliche Bild bei der Beobachtung senkrecht auf der Achse, kann, wie Haidinger gezeigt hat, als Beweis dienen, daß die Transversalschwingungen des Aethers im geradlinig polarisirten Lichte senkrecht auf der Polarisationsebene stehen. — Bei jeder Beobachtung senkrecht auf der Achse erscheinen zwei verschiedenfarbige Bilder; dieselben gehören den zwei zueinander senkrecht polarisirten Lichtstrahlen an. Da nun die Schwingungsrichtung immer senkrecht auf der Fortpflanzungsrichtung steht, so wird für die Summe der Beobachtungen rund um die Achse herum bei dem einen Bilde die Schwingungsrichtung mit der Richtung der Achse zusammenfallen und bei dem andern Bilde die eine oder die andere Schwingungsrichtung sein, welche aber stets in der auf der Achse senk-

recht stehenden Ebene liegt. — In der Richtung der Achse erscheint nur eine Farbe; ihr kommen zu alle senkrecht auf der Achse stehenden Schwingungen, welche in der gleichen Farbe auch bei den Beobachtungen senkrecht auf der Achse wahrgenommen werden. — Die andere Farbe sieht man in der Richtung der Achse gar nicht, wohl aber in allen Lagen des Krystalls um die Achse herum. Für diese Farbe bleibt darum die einzelne in der Richtung der Achse vor sich gehende Schwingung übrig. — Der Beobachtung zufolge ist diese Farbe aber senkrecht auf die Achse polarisirt, woraus sich denn ergibt, daß die Schwingungen senkrecht auf der Polarisationsebene stehen.

Die Wirkung der Wärme ändert öfters die Farbe der doppeltbrechenden Krystalle, wie Brewster gezeigt hat. Leicht gelingen diese Versuche mit dem brasilianischen Topas. Ein solcher Krystall, der in dem polarisirten Lichte keine Farbenänderung zeigte, erhielt die Eigenschaft, dieses Licht in verschiedenen Verhältnissen zu absorbiren, nachdem er geglüht worden war. Bei einem Topas, in welchem der eine Strahl gelb, der andere röthlich erschien, wirkte die Rothglühhitze stärker auf den einen als auf den andern Strahl, indem sie das Gelb des einen Strahles gänzlich vernichtete und das Roth des andern nur wenig veränderte. Der Topas gab so lange er heiß war gar keine Farben, die röthliche Farbe erhielt er nach und nach bei der Abkühlung: durch wiederholte Einwirkung der stärksten Hitze kann die röthliche Farbe nicht verändert werden.

Mittelst der dichroscopischen Lupe hat Haidinger auch den zurückgeworfenen Flächenschiller untersucht, welchen manche Krystalle theils im unpolarisirten, theils im polarisirten Lichte zeigen. Das Baryum-Platin-Cyanür erscheint im durchgelassenen Lichte gelb, im reflectirten blau. Bei Untersuchung des reflectirten Lichtes mit dem Dichroscop erhält man ein weißes und ein lasurblaues Bild. Das Licht bei dem Begegnen mit dem Krystall theilt sich erst in zwei weiße Antheile. Der eine weiße Antheil wird mehr oder weniger polarisirt zurückgeworfen. Der andere Antheil dringt in den Krystall, wo er in einen gelben und blauen Theil zerlegt wird. Der gelbe Theil erscheint als Farbe des Krystalls, der blaue wird nicht absorbirt, sondern wenigstens theilweise zurückgeworfen. Die Durchsichtigkeitsfarbe ist gelb und zeigt durch die dichroscopische Lupe betrachtet zwei etwas von einander verschiedene Farbentöne. — Das Magnesium-Platin-Cyanür erscheint im durchgelassenen Lichte carminroth, welche Farbe die beiden Bilder in der dichroscopischen Lupe ebenfalls haben. Im reflectirten Lichte zeigt die Oberfläche bei günstiger Lage einen grünen Metallschimmer. Bei der Analyse dieses Lichtes mit der dichroscopischen Lupe gibt sich das-

selbe aus weißem und aus grünem Lichte bestehend zu erkennen. Aus den zwei angeführten Beispielen und noch mehreren andern läßt sich entnehmen, daß der in Rede stehende metallglänzende Schiller aus einem Theile des in den Körper eingegangenen Lichtes bestehe, während ein anderer complementär die Farbe desselben hervorbringt. Rothe Farben der Krystalle sind mit grünem Flächenschiller verbunden, gelbe Farben mit blauem.

Bei der Analyse des von gefärbten Körpern durch Reflection zu uns kommenden Lichtes mittelst des Dichroscops sieht man zuweilen bei einer gewissen Schiefe der Incidenz zwei Bilder, von denen das eine beinahe weiß, das andere aber mit derselben Farbe erscheint, welche der untersuchte Körper hat. Stellt man jedoch dergleichen Versuche mit der gehörigen Vorsicht an, so daß kein fremdes Licht, sondern blos das von dem farbigen Körper zerstreute Licht ins Auge gelangen kann; so erscheinen beide Bilder in der dichroscopischen Lupe von gleicher Farbe und von gleicher Stärke. Das von den farbigen Körpern herstammende zerstreute Licht ist mithin nicht polarisirt. Wenn solches Licht sich zeitweise polarisirt zeigt, so kommt es wie gesagt daher, daß uns die farbigen mit glänzenden Oberflächen versehenen Körper bei der Zurückwerfung ein Gemisch von fremdem polarisirtem und polarisirtem oder zerstreutem Lichte zusendeten.

Das homogene polarisirte Licht gab bei der Untersuchung mit der dichroscopischen Lupe immer zwei Bilder von gleicher Farbe, die nur hinsichtlich der Helligkeit sich unterscheiden, wie dies zu erwarten stand. War aber die Farbe des polarisirten Lichtes nicht ganz rein oder homogen, so traten in den beiden Bildern bei dem Drehen der dichroscopischen Lupe desto zahlreichere Farbenunterschiede hervor, je mehr das Licht von der Monochrasie sich entfernte. Auch dieses Resultat, das wir wie das vorhergehende durch verschiedene Versuche erprobt haben, ließ sich voraussehen: denselben geschah mit wenigen Worten deßhalb nur Erwähnung, weil hier und dort zuweilen das Gegentheil davon wahrgenommen wurde.

VI. Kreisförmige und elliptische Polarisation.

1. Theoretische Betrachtungen. — Kreisförmige Polarisation durch Zurückwerfung. — Farbenerscheinungen im circular polarisirten Lichte. Kreisförmige Polarisation durch Brechung.

Durch frühere theoretische Betrachtungen waren wir zu dem Schlusse gekommen, daß es außer dem geradlinig polarisirten Lichte noch zwei andere Arten von polarisirtem Lichte geben müsse, nämlich kreis-

förmig und elliptisch polarisirtes. Die Frage wäre also, einmal geeignete Mittel aufzufinden, wodurch kreisförmig und elliptisch polarisirtes Licht hervorgerufen werden kann und dann charakterisirende Merkmale aufzustellen, wodurch sich das eine Licht von dem anderen einerseits und von dem geradlinig polarisirten Lichte anderseits unterscheidet. Wir machen mit dem kreisförmig polarisirten Lichte den Anfang, das aus der Interferenz zweier gleich intensiver nach entgegengesetzten Richtungen geradlinig polarisirter Strahlen hervorgeht, deren Unterschiede der Wege ein ungerades Vielfache des vierten Theils einer Wellenlänge beträgt. — Fresnel, welcher als der eigentliche Schöpfer der Lehre von der kreisförmigen Polarisation angesehen werden muß, brachte eine solche Polarisation durch Zurückwerfung zu Stande, als er über die Veränderung nachdachte, welche das polarisirte Licht bei der totalen Reflection erfährt. Die früher aufgefundene Formel $x = \frac{\sin(\varepsilon - \beta)}{\sin(\varepsilon + \beta)}$, welche die Vibrationsintensität des reflectirten Lichtes ausdrückt, wenn das einfallende Licht nach der Einfallsebene polarisirt ist, wobei die Schwingungsintensität des einfallenden Lichtes gleich gesetzt worden, behält ihre reelle Form für alle Werthe des Einfallswinkels ε zwischen 0^0 und 90^0, sobald das zweite Mittel lichtbrechender ist als das erste. Die Formel wird aber imaginär, wenn das zweite Mittel schwächer bricht als das erste und der Einfallswinkel ε den Winkel der totalen Reflection übersteigt. Dasselbe ereignet sich mit der Formel: $x = \frac{\operatorname{tang}(\varepsilon - \beta)}{\operatorname{tang}(\varepsilon + \beta)}$, welche die Vibrationsintensität des reflectirten Lichtes darstellt, wenn das einfallende Licht senkrecht gegen die Einfallsebene polarisirt ist. In beiden Fällen wird aber sämmtliches einfallende Licht reflectirt. Es wäre demnach die Frage, jene imaginäre Ausdrücke in der gehörigen Weise auszulegen.

Wir betrachten zunächst die Formel: $x = \frac{\sin(\varepsilon - \beta)}{\sin(\varepsilon + \beta)}$, welche vermittelst der Relation $\sin \beta = n \sin \varepsilon$ auf die Form:

$$x = \frac{\sin \varepsilon \sqrt{1 - n^2 \sin^2 \varepsilon} - n \sin \varepsilon \cos \varepsilon}{\sin \varepsilon \sqrt{1 - n^2 \sin^2 \varepsilon} + n \sin \varepsilon \cos \varepsilon}$$

gebracht werden kann. Schafft man in dem zweiten Theil der letzteren Gleichung in dem Nenner die Wurzelgröße hinweg, so erhält man:

$$x = \frac{n^2 + 1 - 2 n^2 \sin^2 \varepsilon + 2 n \sqrt{1 - \sin^2 \varepsilon} \sqrt{1 - n^2 \sin^2 \varepsilon}}{n^2 - 1}.$$

So lange $n^2 \sin^2 \varepsilon$ kleiner als 1 ist, bleibt der Werth von x reell und wird gleich 1, wenn $n^2 \sin^2 \varepsilon = 1$ ist. Wenn aber $n^2 \sin^2 \varepsilon$ größer als 1 ist, wird der Werth von x imaginär. Da $\sqrt{1 - n^2 \sin^2 \varepsilon} = \sqrt{n^2 \sin^2 \varepsilon - 1} \,.\, \sqrt{-1}$, so läßt sich der vorhergehende Ausdruck unter folgende Form bringen:

$$x = \frac{n^2 + 1 - 2n^2 \sin^2 \varepsilon}{n^2 - 1} + \frac{2n\sqrt{1 - \sin^2 \varepsilon} \cdot \sqrt{n^2 \sin^2 \varepsilon - 1}}{n^2 - 1} \cdot \sqrt{-1}.$$

Das Quadrat des ersten Gliedes $\frac{n^2 + 1 - 2n^2 \sin^2 \varepsilon}{n^2 - 1} = a$ addirt zum Quadrat des zweiten Gliedes

$$\frac{2n\sqrt{1 - \sin^2 \varepsilon} \cdot \sqrt{n^2 \sin^2 \varepsilon - 1} \cdot \sqrt{-1}}{n^2 - 1} = a'$$

gibt, eine der Einheit gleiche Summe, ein mit der Erfahrung übereinstimmendes Resultat, insofern alles Licht reflectirt wird. Halten wir dieses Resultat mit der Aussage der Relation $A^2 = a^2 + a'^2$ zusammen, welche aus der zur Bestimmung der resultirenden Schwingungsintensität A aus den beiden componirenden Schwingungsintensitäten a und a' allgemeinen Relation

$$A^2 = a^2 + a'^2 + 2aa' \cos \frac{2\pi\delta}{T}$$

entspringt, wenn $\delta = \frac{T}{4}$ ist; so finden wir uns veranlaßt, im vorliegenden Fall uns das reflectirte Wellensystem in zwei andere zerlegt zu denken, welche um eine Viertelundulation verschieden sind. So lange der Einfallswinkel ε kleiner ist als der Winkel der totalen Reflection, wird zwischen beiden reflectirten Wellensystemen kein Phasenunterschied bestehen, sie werden mithin coincidiren; dagegen wird zwischen jenen beiden Wellensystemen sofort der besagte Phasenunterschied eintreten, wenn der Einfallswinkel den Winkel der totalen Reflection übersteigt. Dies mit wenigen Worten die von Fresnel gegebene Interpretation des vorstehenden imaginären Ausdrucks.

Wir betrachten die zweite Formel

$$x = \frac{\text{tang}(\varepsilon - \beta)}{\text{tang}(\varepsilon + \beta)} = \frac{\sin \varepsilon \cos \varepsilon - \sin \beta \cos \beta}{\sin \varepsilon \cos \varepsilon + \sin \beta \cos \beta}.$$

Dieselbe verwandelt sich, wenn Zähler und Nenner des zweiten Theils mit dem Zähler multiplicirt werden, in:

$$x = \frac{\sin^2 \varepsilon \cos^2 \varepsilon + \sin^2 \beta \cos^2 \beta - 2 \sin \varepsilon \cos \varepsilon \sin \beta \cos \beta}{\sin^2 \varepsilon \cos^2 \varepsilon - \sin^2 \beta \cos^2 \beta};$$

oder in:

$$x = \frac{(n^2 + 1) - (n^4 + 1) \sin^2 \varepsilon}{(n^2 - 1)\{(n^2 + 1) \sin^2 \varepsilon - 1\}} - \frac{2n\sqrt{(1 - \sin^2 \varepsilon)(n^2 \sin^2 \varepsilon - 1)}}{(n^2 - 1)\{(n^2 + 1) \sin^2 \varepsilon - 1\}} \cdot \sqrt{-1}.$$

Die Summe der Quadrate der beiden einzelnen Glieder des zweiten Theils der Gleichung gibt wieder die Einheit, was mit der Erfahrung übereinstimmt, insofern die Gesammtheit des einfallenden Lichtes reflectirt wird. Das reflectirte Licht kann folglich auch in dem Falle, daß das einfallende Licht senkrecht gegen die Reflectionsebene polarisirt ist und der Einfallswinkel den Winkel der totalen Reflection übersteigt,

aus zwei Wellensystemen zusammengesetzt betrachtet werden, welche um eine Viertelundulation verschieden sind.

Wir gehen jetzt zu dem Fall über, in welchem die Reflectionsebene gegen die Polarisationsebene unter einem Winkel von 45° geneigt ist. Zwischen den beiden Componenten von gleicher Intensität, in welche man sich bei der totalen Reflection den geradlinig polarisirten Strahl zerlegt denken kann, nämlich die eine parallel, die andere senkrecht zur Reflectionsebene wird dann ebenfalls ein gewisser Phasenunterschied herbeigeführt werden, der von der Größe des Einfallswinkels ε und dem Brechungsverhältnisse n abhängt. Um jenen Phasenunterschied zu ermitteln, nehmen wir unsere oben gefundenen vier Ausdrücke zu Hülfe, nämlich:

$$\frac{n^2+1-2n^2\sin^2\varepsilon}{n^2-1} \text{ und } \frac{2n\sqrt{1-\sin^2\varepsilon}\,.\sqrt{n^2\sin^2\varepsilon-1}\,.\sqrt{-1}}{n^2-1};$$

ferner:

$$\frac{n^2+1-(n^4+1)\sin^2\varepsilon}{(n^2-1)\{(n^2+1)\sin^2\varepsilon-1\}} \text{ und } -\frac{2n\sqrt{(1-\sin\varepsilon)}\sqrt{n^2\sin^2\varepsilon-1}\,.\sqrt{-1}}{(n^2-1)\{(n^2+1)\sin^2\varepsilon-1\}}.$$

Der Kürze halber setzen wir $n^2 = a$ und $\sin^2\varepsilon = x$, wodurch jene Ausdrücke beziehungsweise in folgende übergehen:

$$\frac{a+1-2ax}{a-1} \text{ und } \frac{2\sqrt{a(1-x)(ax-1)}\,.\sqrt{-1}}{a-1};$$

ferner:

$$\frac{a+1-(a^2+1)x}{(a-1)\{(a+1)x-1\}} \text{ und } -\frac{2\sqrt{a(1-x)(ax-1)}\,.\sqrt{-1}}{(a-1)\{(a+1)x-1\}}.$$

Bezeichnet jetzt α die Phasendifferenz, welche durch die Componenten des nach der Reflectionsebene polarisirten Lichtes, und β die Phasendifferenz, welche durch die Componenten des gegen die Einfallsebene senkrecht polarisirten Lichtes zu Stande kommt; so dürfen wir den allgemeinen Interferenzformeln gemäß setzen:

$$\cos\alpha = \frac{a+1-2ax}{a-1} \text{ und } \sin\alpha = \frac{\sqrt{a(1-x)(ax-1)}\,.\sqrt{-1}}{a-1};$$

ferner:

$$\cos\beta = \frac{a+1-(a^2+1)x}{(a-1)\{(a+1)x-1\}} \text{ und } \sin\beta = \frac{2\sqrt{a(1-x)(ax-1)}\,.\sqrt{-1}}{(a-1)\{(a+1)x-1\}}.$$

Was nun die relative Phasendifferenz $\frac{2\pi\delta}{T}$ anlangt, welche aus den beiden resultirenden Wellensystemen hervorgeht, so wird solche nach der Formel $\cos\frac{2\pi\delta}{T} = \cos(\alpha-\beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$ berechnet. Die letztere Formel liefert, wenn man an die Stelle von $\cos\alpha$, $\cos\beta$,

$\sin\alpha$, $\sin\beta$ die obige Werthe einführt, nachstehende von allem Imaginären befreite Formel:

$$\cos\frac{2\pi\delta}{T} = \frac{2ax^2 - (a+1)x + 1}{(a+1)x - 1};$$

oder, wenn man erwägt, daß x das Quadrat, das Sinus des Einfallswinkels und a das Quadrat des Brechungsverhältnisses bezeichnet:

$$\cos\frac{2\pi\delta}{T} = \frac{2n^2\sin^4\varepsilon - (a^2+1)\sin^2\varepsilon + 1}{(n^2+1)\sin^2\varepsilon - 1}.$$

Jede neue Reflection, die unter demselben Winkel wie die erste geschieht, bewirkt einen dem ersten gleichen Phasenunterschied. Auf diese Weise läßt sich denn durch eine hinreichende Anzahl von Reflectionen der Werth von $\frac{2\pi\delta}{T}$ beliebig vergrößern. — Will man den Einfallswinkel ε berechnen, damit nach einer Zahl m von Zurückwerfungen unter diesem Winkel der Phasenunterschied beider Componenten $\frac{2\pi\delta}{T}$ Grade betrage, so gibt die Formel, wenn $z = \cos\frac{2\pi\delta}{mT}$ gesetzt wird:

$$\sin^2\varepsilon = \frac{(n^2+1)(1+z) \pm \sqrt{(1+z)\{(n^2+1)^2(1+z) - 8n^2\}}}{4n^2}.$$

Man sieht, daß $\sin^2\varepsilon$ im Allgemeinen zwei verschiedene Werthe hat, welche gleich werden, wenn $(n^2+1)^2(1+z) - 8n^2$ gleich Null ist. — Prüfen wir zunächst unsere Formel

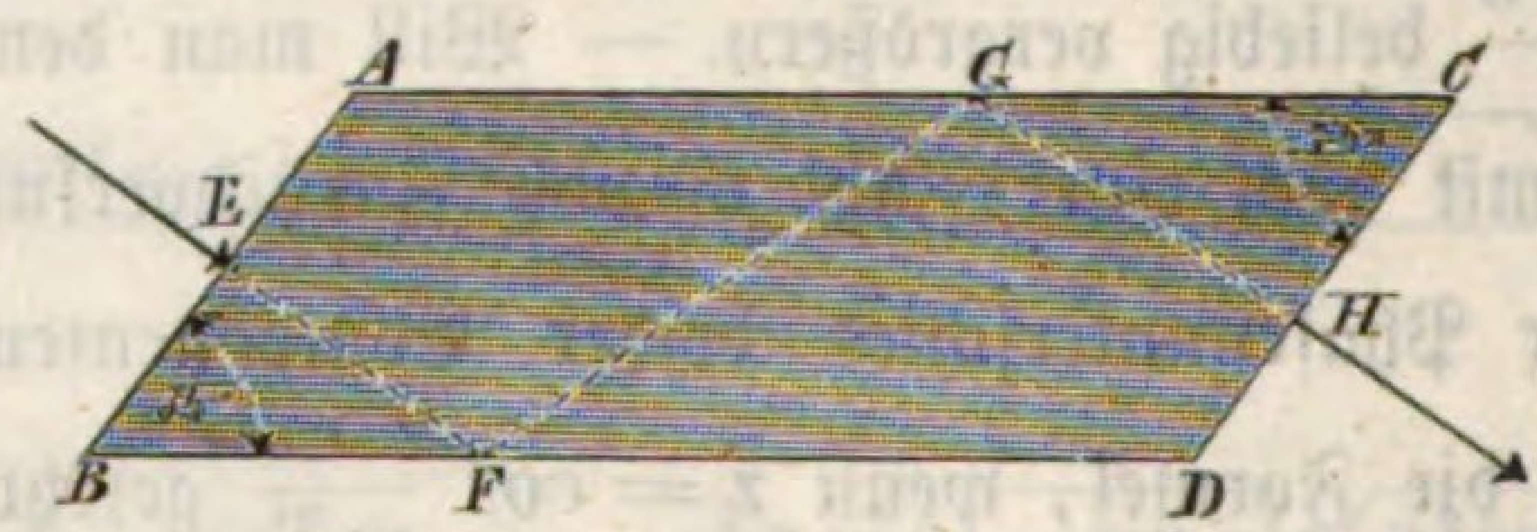
$$\cos\frac{2\pi\delta}{T} = \frac{2n^2\sin^4\varepsilon - (n^2+1)\sin^2\varepsilon + 1}{(n^2+1)\sin^2\varepsilon - 1}$$

durch zwei bekannte Thatsachen. An den beiden Grenzen der totalen Reflection, wo $\sin\varepsilon = \frac{1}{n}$ und $\sin\varepsilon = 1$ hat man $\cos\frac{2\pi\delta}{T} = 1$ oder $\frac{2\pi\delta}{T} = 0$. Zwischen den beiden partiellen Bündel, aus denen der reflectirte Strahl besteht, tritt kein Phasenunterschied ein; ihre Vereinigung muß demnach ein Licht erzeugen, welches wie das einfallende polarisirt ist, was in der That mit der Erfahrung übereinstimmt.

Dies vorausgeschickt kehren wir jetzt zu der circulären Polarisation zurück. Um eine solche Polarisation hervorzubringen, brauchen wir nur die Incidenz eines um 45° gegen die Einfallsebene eintretenden geradlinig polarisirten Strahles dergestalt abzuändern, daß die Phasendifferenz zwischen den beiden Bündeln von gleicher Intensität gleich dem vierten Theil einer Undulation werde. Beim Glase für $n = 1{,}51$ und $\varepsilon = 54^0$ beträgt die durch eine einmalige totale Reflection bewirkte Phasendifferenz ein Achtel einer Undulation; es wird also zwei solcher Reflectionen bedürfen, um den Phasenunterschied auf ein Viertelundulation zu erhöhen. Im Glase wird folglich der geradlinig polarisirte

Strahl nach zwei totalen Reflectionen circulär polarisirt erscheinen. Bei vier dergleichen Reflectionen wird die Phasendifferenz auf eine halbe Undulation anwachsen, das Licht folglich wieder geradlinig polarisirt sein. Nach sechs Reflectionen steigt der Phasenunterschied auf $^3/_4$ einer Undulation, das Licht erscheint mithin wieder als kreisförmig polarisirtes und zwar links circulär, wenn es vorher rechts circulär war. Bei acht dergleichen Reflectionen tritt es wieder als geradlinig polarisirtes hervor. Die Richtigkeit des hier Gesagten wird aufs Vollständigste durch folgenden Versuch bestätigt, den wir ebenfalls dem Scharfsinne Fresnel's verdanken. — Man lasse (Fig. 213) einen ge-

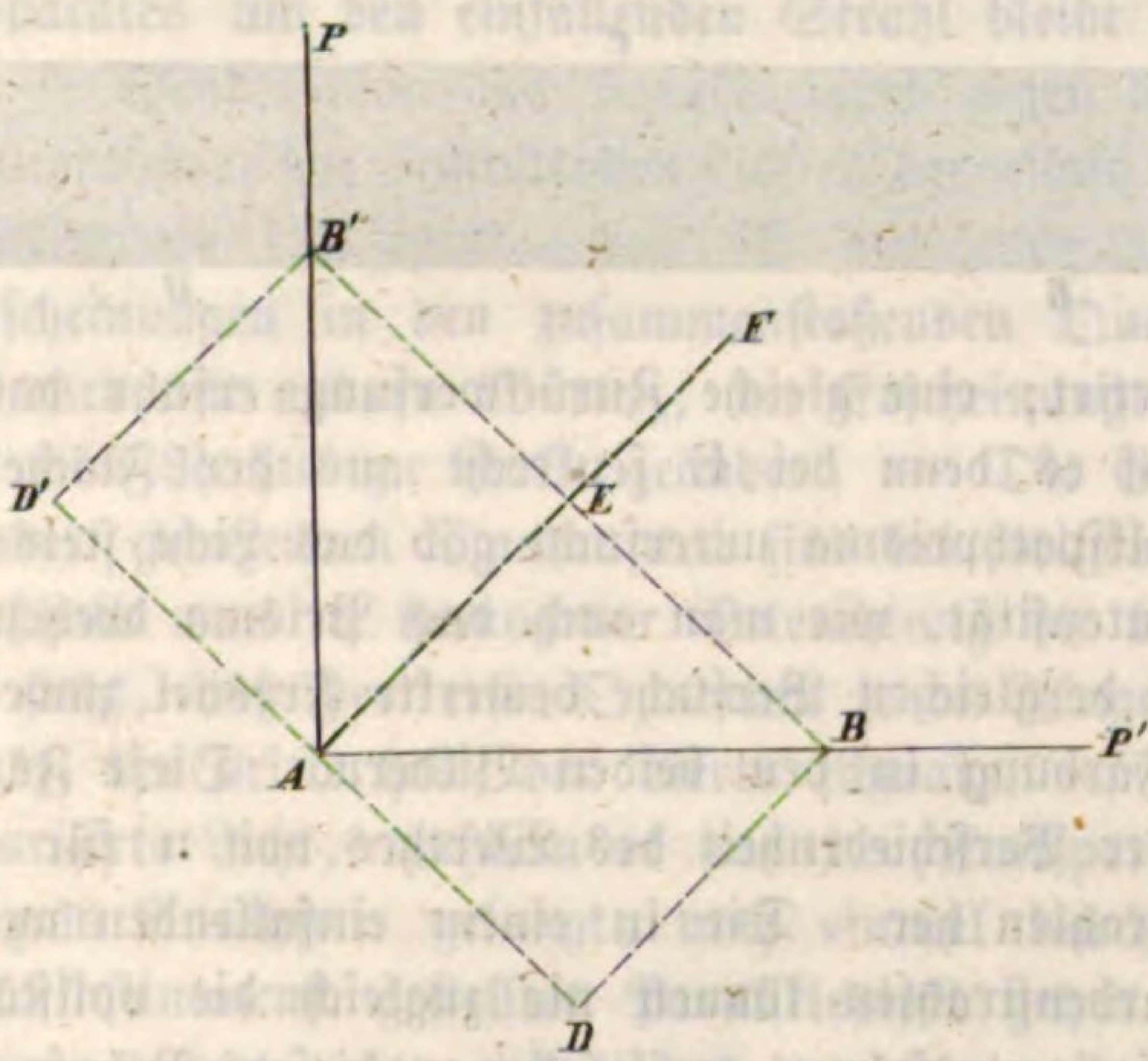
Fig. 213.



radlinig polarisirten Lichtstrahl auf die Fläche A B eines schiefen Glasparallelepipeds, dessen spitze Winkel B und C 54° betragen, senkrecht einfallen. Der Strahl geht bei E ungebrochen durch, wird bei F und G total zurückgeworfen und bei H senkrecht gegen die Fläche C D durchgelassen. Hat man nun dem Parallelepiped eine solche Stellung gegeben, daß die Reflectionsebene desselben mit der ursprünglichen Polarisationsebene einen Winkel von 45° macht, und untersucht man den aus der Fläche C D austretenden Lichtstrahl mittelst eines analysirenden Doppelspathprismas; so bemerkt man immer zwei Bilder von gleicher Intensität, wie man auch das Prisma drehen mag. Der Lichtstrahl ist mithin nach seinem Austritt aus dem Parallelepiped völlig depolarisirt, d. h. er hat jede Spur von Polarisation verloren. Hierin unterscheidet er sich von dem geradlinig polarisirten Lichte und stimmt mit dem unpolarisirten Lichte überein. — Der in Frage stehende Lichtstrahl ist aber deßhalb noch nicht in den Zustand des unpolarisirten Lichtes zurückgekehrt. Denn läßt man den Strahl auf ein zweites, dem ersten gleiches Parallelepiped senkrecht auffallen, so erleidet er abermals zwei totale Reflectionen und tritt wieder senkrecht zur Fläche heraus. Dieser Strahl hat, wenn man ihn mit dem analysirenden Prisma untersucht, ganz den Charakter eines geradlinig polarisirten. Hierdurch unterscheidet sich der fragliche Strahl von einem unpolarisirten, welcher durch dergleichen totalen Reflectionen in seinen Eigenschaften nicht geändert wird. — Die Rückkehr in den geradlinig polarisirten Zustand erfolgt selbst dann, wenn die Reflectionsebene im zweiten

Parallelepiped mit der im ersten nicht übereinstimmt. Sind die Reflectionsebenen beider Parallelepipede zu einander parallel, so steht die Polarisationsebene des in den geradlinig polarisirten Zustand zurückgekehrten Strahles auf der ursprünglichen Polarisationsebene senkrecht. Dagegen fallen diese beiden Ebenen zusammen, wenn man die Reflectionsebene des zweiten Parallelepipeds gegen die des ersten senkrecht stellt. — Daß die Polarisationsrichtungen des heraustretenden Strahles nach der Einwirkung der zwei Parallelepipede solche sind, wie hier angegeben worden, läßt sich leicht nachweisen. Es sei A (Fig. 214) ein

Fig. 214.



Punkt in der Richtung des einfallenden geradlinig polarisirten Strahles, AP die Richtung der Polarisationsebene; AF jene der Reflectionsebene eines Fresnel'schen Parallelepipeds. Stellt AB die Amplitude der Schwingungen im Lichtstrahle dar, welche senkrecht gegen AP vor sich gehen, und zerlegt man AB in AD und AE; so wird AD um $1/4$ einer Undulation verzögert. Nach dem Austritte des Strahles aus dem zweiten Parallelepiped, dessen Reflectionsebene jener des ersten parallel ist, beträgt die Verzögerung von AD eine halbe Undulation. Indem man nun die Componente AD mit der entgegengesetzten AD' vertauscht und letztere mit der Componente AE verbindet, ergibt sich AB' als Schwingungsrichtung und AP' als Polarisationsrichtung des heraustretenden Strahles. Der Winkel PAP' ist ein rechter, da Winkel FAP einen halben Rechten beträgt. Wäre dagegen die Reflectionsebene des zweiten Parallelepipeds auf jener des ersten senkrecht, so würde auch AE um $1/4$ einer Undulation verzögert; wodurch der Strahl seine ursprüngliche Polarisationsebene zurück erhält.

Für eine dreimalige totale Zurückwerfung beträgt der berechnete erforderliche Einfallswinkel 69° für Glas von 1,51 Brechungsverhältniß, wenn ein um 45° gegen die Einfallsebene geradlinig polarisirt eintretender Strahl kreisförmig polarisirt erscheinen soll. Die Richtigkeit dieser Berechnung hat Fresnel gleichfalls durch einen Versuch an einem Glastrapezoeder bewährt, an welchem die Eintritts- und Austrittsflächen in entgegengesetzter Richtung gegen die beiden reflectirenden Flächen um 69° geneigt waren. Das geradlinig polarisirte Licht fiel bei A (Fig. 215) senkrecht ein, wurde bei B unter einem Winkel von

Fig. 215.



69° total reflectirt; eine gleiche Zurückwerfung erfuhr das Licht in C und D, worauf es denn bei E senkrecht aus der Fläche heraustrat. Mit einem Kalkspathprisma untersucht gab das Licht stets zwei Bilder von gleicher Intensität, wie man auch das Prisma drehen mochte. — Bei Anstellung dergleichen Versuche bemerkte Fresnel zuweilen schwache Spuren von Färbung in den beiden Bildern. Diese Färbung rührt offenbar von der Verschiedenheit des Werthes von n für die verschiedenen Farbenstrahlen her. Die in einem einfallenden weißen Strahl enthaltenen Farbenstrahlen können nie zugleich die vollständige kreisförmige Polarisation erfahren, weil jeder zu diesem Behufe unter einem andern Winkel einfallen müßte. Die circuläre Polarisation wird also bei Anwendung des zusammengesetzten Lichtes stets nur für einen gewissen Farbenstrahl vollständig sein können. — Um eine möglichst vollkommen kreisförmige Polarisation zu Stande zu bringen, wird man eine solche Polarisation für die mittleren Strahlen zu bewirken suchen und von beiden Winkeln, unter denen sie erfolgen kann, den größeren zu wählen haben. — Die überraschende Uebereinstimmung der Resultate der Berechnung mit denen der Erfahrung über die Umwandlung der geradlinigen Polarisation in kreisförmige durch totale Reflection scheint die Richtigkeit der Ansicht Fresnel's über jene Erscheinung im hohen Grade darzuthun. In dem Act der totalen Reflection wird also der zurückgeworfene Strahl in zwei aufeinander rechtwinklige Bündel von abweichender Phase zerlegt, die gleiche Intensität haben, wenn die ursprüngliche Polarisationsebene um 45° gegen die Einfallsebene geneigt ist. Bei der Wiederzusammensetzung der beiden partiellen Bündel tritt denn die durch die totale Reflection eingeprägte Modification zu Tage.

Wird eine senkrecht auf die Achse zugeschnittene Kalkspathplatte polarisirtem Lichte ausgesetzt, welches vorher durch ein Fresnel'sches Parallelepiped gegangen ist, dessen Reflectionsebene einen Winkel von 45° mit der ursprünglichen Polarisationsebene macht; so erscheint das Kreuz, welches die Ringe in vier Quadranten theilt, nicht mehr schwarz, sondern von einer gleichförmigen mittleren Intensität, das nur noch im Mittelpunkt zwei schwarze Flecke zeigt und die Ringe sind um ihre halbe Breite verschoben, nämlich die in zwei entgegengesetzt liegenden Quadranten vom Mittelpunkt ab, dagegen die in den beiden andern Quadranten nach dem Mittelpunkt hinzu. Bei der Drehung des analysirenden Apparates um den einfallenden Strahl bleibt die Erscheinung ungeändert. — Wendet man das Parallelepiped gegen die andere Seite der Polarisationsebene des einfallenden Lichtes dergestalt, daß die Reflectionsebene abermals den Winkel von 45° mit jener Ebene bildet; so sind die Erscheinungen in den zusammenstoßenden Quadranten genau verwechselt, oder mit andern Worten, die Erscheinungen sind bloß im Verhältnisse von Rechts zu Links geändert. — Die Erscheinungen in den aneinander grenzenden Quadranten sind bei weißem Licht complementär, weßhalb man in homogener Beleuchtung die bemerkenswerthe Erscheinung sieht, daß der erste Quadrant jedes Ringes hell ist, der zweite schwarz, der dritte hell, der vierte schwarz. — Läßt man das circulär polarisirte Licht, nachdem es aus der Kalkspathplatte getreten ist, ehe es zum Analyseur gelangt, noch einmal durch ein mit dem ersteren übereinstimmend gestelltes Parallelepiped gehen; so erscheinen die Ringe unverändert, aber anstatt des durchscheinenden Kreuzes zeigt sich in der Mitte ein dunkler oder lichter Fleck. Bei dem letzterwähnten Versuche geschieht die Analyse circulär, während sie bei den drei vorhergehenden Versuchen linear ist.

Aehnliche Erscheinungen bieten auch die andern auf die Achse geschnittenen Krystallplatten dar. Doch sind bei circulärem Lichte die Ringe eines negativen Krystalls nicht mehr übereinstimmend mit denen eines positiven, wie dies bei linearer Polarisation der Fall ist. In negativen Krystallen sind die Ringe im zweiten und vierten Quadranten vom Mittelpunkt entfernt, im ersten und dritten ihm genähert; die schwarzen Flecke der halbhellen Theilungslinien liegen im zweiten und vierten Quadranten. In positiven Krystallen dagegen sind die Ringe im ersten und dritten Quadranten vom Mittelpunkt entfernt, im zweiten und vierten ihm näher gerückt; die schwarzen Flecke liegen im zweiten und vierten Quadranten. Dreht man das Fresnel'sche Parallelepiped auf die andere Seite der Polarisationsebene des einfallenden Lichtes, dergestalt, daß diese Ebene wieder einen Winkel von 45° mit der Re-

flectionsebene einschließt; so treten die zuletzt beschriebenen Erscheinungen bei negativen Krystallen, die zuerst beschriebenen bei positiven ein. Daraus folgt, daß in positiven Krystallen rechts circuläres Licht in gleicher Weise wirkt, wie links circuläres in negativen und umgekehrt. Alle Erscheinungen kehren sich genau um, wenn lineares Licht circulär analysirt wird. — Die senkrecht auf die Mittellinie geschnittenen optisch zweiachsigen Krystalle zeigen ein ähnliches Verhalten. Die Ringe werden in dem nämlichen auffallenden circularen Lichte bei den positiven Krystallen in denselben Quadranten dem Mittelpunkt genähert, in denen sie bei den negativen von dem Mittelpunkt entfernt sind. Die hellgewordenen hyperbolischen Aeste, welche in den schwarzen Scheitelflecken sich zu erkennen geben, sind nach der einen Seite gelb, nach der andern blau gefärbt. Der negativ zweiachsige Salpeter verhält sich demnach wie der negativ einachsige Kalkspath, hingegen der positiv zweiachsige Topas wie der positiv einachsige Zirkon. — Analysirt man circular einfallendes Licht circular, so zeigen sich die Lemniscaten ohne Kreuz; und die Mittelpunkte der Ringe erscheinen nicht als schwarze Punkte, sondern als farbig verlaufende Flecke. — Läßt man circular polarisirtes Licht durch eine senkrecht auf die Achse geschliffene Quarzplatte gehen, so erblickt man mittelst des Zerlegungsapparates statt der Ringe zwei ineinander gewickelte Spiralen. Bringt man das Parallelepiped in die entgegengesetzte Lage, so wird die Figur herumgedreht. Die Spiralen sind bei verschiedenen Quarzplatten theils in derselben Richtung, theils aber auch in entgegengesetzter Richtung gewunden.

Schon öfters haben wir Gelegenheit gehabt zu bemerken, daß der Bergkrystall ein von den übrigen Krystallen abweichendes Verhalten im polarisirten Lichte zu erkennen gibt. An einer senkrecht auf die Achse geschnittenen Platte aus diesem Körper sind nur die äußeren Ringe von einem grauen Kreuz durchschnitten, und es zeigt sich in der Mitte ein farbiger Fleck, dessen Farbe bei der Drehung des Analyseurs wechselt. Im circularen Lichte erscheinen die Farbencurven als Spiralen, in diesen Bergkrystallen rechts gewunden, in jenen links gewunden. Eine senkrecht zur Achse geschnittene Quarzplatte auf das Tischchen des Polarisationsapparates gelegt, gibt ein Bild mit lebhafter Färbung. Die Farbe geht in eine andere über, wenn der Analyseur gedreht wird; in keiner Lage des Analyseurs verschwindet aber das Bild, oder ist ungefärbt wie das Tageslicht. Die Farbenveränderungen erfolgen in der Ordnung der prismatischen Farben aufeinander. Es lassen sich aber dabei zwei Arten von Bergkrystallplatten unterscheiden. Bei der einen Art muß man den Zerleger nach der rechten Seite drehen, um jene Farbenfolge zu erhalten; bei der zweiten Art muß man den Zer-

leger nach der linken Seite drehen, damit die Farben in einer solchen Ordnung aufeinander folgen: man theilt deßhalb die Quarze in rechts und links drehende ein.

Um die Erscheinung besser analysiren zu können, betrachten wir sie im homogenen Lichte. Man findet dann durch Drehung des Analyseurs zwei diametral gegenüberliegende Stellungen, für welche das Gesichtsfeld dunkel ist und wieder zwei andere von denselben um 90° abstehende, für welche das Licht am intensivsten wird. Hieraus folgt, daß das durch die Krystallplatte hindurchgeleitete geradlinig polarisirte Licht wohl wieder in den Zustand der geradlinigen Polarisation kommt, seine Polarisationsebene aber gegen die ursprüngliche um einen gewissen Winkel gedreht worden ist. Der Drehungswinkel bei gleicher Dicke der Platte nimmt mit der Brechbarkeit des Lichtes zu. Als Werthe der Drehungsbogen für die mittleren Strahlen kann man folgende annehmen: Roth 19°; Orange 21°; Gelb 24°; Grün 28°; Blau 32°; Indigo 36°; Violet 41°. Die hier angegebenen Zahlen beziehen sich blos auf eine Quarzplatte von 1 Millim. Dicke. Die Drehung wächst nämlich mit der Dicke der Platte in demselben Verhältnisse. Sie beträgt demnach 38° für rothes und 82° für violettes Licht in einer 2 Millim. dicken Platte. — Der Farbenwechsel bei Anwendung von weißem polarisirten Lichte läßt sich nun leicht erklären. Denn jedem der homogenen Strahlen, aus welchen das weiße Licht besteht, kommt ein besonderer Drehungsbogen zu. Hat man mithin den Analyseur so gestellt, daß bei Anwendung von homogenem gelben Lichte das Bild die größte Helligkeit haben würde, so wird im weißen Lichte das Bild zwar eine vorwaltend gelbe Färbung zeigen, das angrenzende Grün und Orange werden aber mehr oder weniger einen Einfluß ausüben und die Farbe des Bildes bestimmen. Die hier wahrgenommenen Farben sind also keine reine prismatische, sondern Mischfarben. Im weißen Lichte kann das Gesichtsfeld weder ganz dunkel, noch ganz farblos werden, weil weder das Minimum noch das Maximum für sämmtliche Farben gleichzeitig eintritt. Bei sehr dünnen Platten kann man kaum Spuren von Färbung bemerken. Die Drehungsbogen für die verschiedenfarbigen Strahlen weichen in einem solchen Falle wenig von einander ab, was bewirkt, daß sowohl die Maxima als die Minima aller Strahlen sehr nahe beisammen liegen. Es wird also einerseits die Platte fast ganz farblos erscheinen, und anderseits das Gesichtsfeld fast ganz dunkel sein. Bei sehr dicken Platten bemerkt man ebenfalls keine Färbung, wie denn auch überhaupt keine Aenderung in der Helligkeit bei der Drehung des Analyseurs wahrgenommen wird. Mit zunehmender Dicke der Platte wachsen die Drehungsbogen für alle Farben,

folglich auch die Differenzen zwischen den Drehungsbogen je zweier Farben. So kommt es denn, daß bei hinreichender Dicke diese Differenz für zwei bestimmte Farben bis auf 180° anwächst, mithin die Maxima und Minima der betreffenden Farben vollkommen zusammenfallen. Solche Farben werden also immer ihren Einfluß bei der Färbung in gleichem Maße geltend machen, wenn man den Analyseur dreht. Sind nun gedachte zwei Farben complementär zu einander, so werden sie ihrerseits dem Bilde eine weiße Färbung ertheilen, die nur mehr oder weniger intensiv ist: Aehnliches ereignet sich mit den übrigen Farben, mit dem einzigen Unterschiede, daß die letzteren in ihrem Maximum hervortreten, wenn die beiden ersteren in ihrem Minimum sich zeigen, was nothwendigerweise zur Folge hat, daß die Farbe der Platte weiß ist und keine Aenderung der Lichtstärke bei den verschiedenen Stellungen des Analyseurs wahrnehmen läßt. — Es gibt Bergkrystallplatten, welche die Polarisationsebene jeder Lichtsorte rechts, und wieder Andere, welche diese Ebene links drehen. Der bloße Anblick des Krystalls gestattet meistens auf die Richtung der Drehung zu schließen. Es kommen nämlich an den Bergkrystallen häufig trapezförmige Flächen vor, die um den Scheitel der Pyramide immer nach einer Richtung hin liegen, und zwar an gewissen Individuen sämmtlich nach der Rechten, an andern sämmtlich nach der Linken. Individuen der ersten Art sind rechtsdrehend, Individuen der zweiten Art dagegen linksdrehend. — Legt man zwei Platten von gleicher Dicke aufeinander, deren eine rechtsdrehend, die andere linksdrehend ist, so erblickt man im convergirenden polarisirten Lichte ein eigenthümliches Ringsystem, welches unter dem Namen der Airy'schen Spirale bekannt ist. Diese Erscheinung läßt sich auch mit einer einzigen Bergkrystallplatte hervorbringen, wenn man sie auf den horizontalen Spiegel des Nörremberg'schen Polarisationsapparates legt und darüber eine Sammellinse hält.

Die Erklärung der Drehung der Polarisationsebene im Quarz verdanken wir wieder dem genialen Scharfsinn Fresnel's. Er ging dabei zunächst von der theoretischen Betrachtung aus, in Folge derer jeder geradlinig polarisirte homogene Lichtstrahl in zwei entgegengesetzte kreisförmig polarisirte Lichtstrahlen von gleicher Intensität zerlegt werden kann. In der That sind R und R' die beiden unter einem rechten Winkel gegeneinander polarisirten Lichtstrahlen, welche den von der Rechten gegen die Linke kreisförmig polarisirten Lichtstrahl erzeugen und ersetzen können, ferner L und L' die beiden unter einem rechten Winkel gegeneinander polarisirten Lichtstrahlen, welche den von der Linken gegen die Rechte kreisförmig polarisirten Lichtstrahl hervorbringen und vertreten können; a die Vibrationsintensität, endlich x, y, x', y' be-

ziehungsweise die Oscillationsgeschwindigkeiten, welche dem Aethertheilchen durch die Lichtstrahlen R, R', L, L' beigebracht werden; so hat man:

$$x = a \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{1}{8}\right),\quad y = a \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{1}{8}\right);$$

$$x' = a \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{1}{8}\right),\quad y' = a \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{1}{8}\right).$$

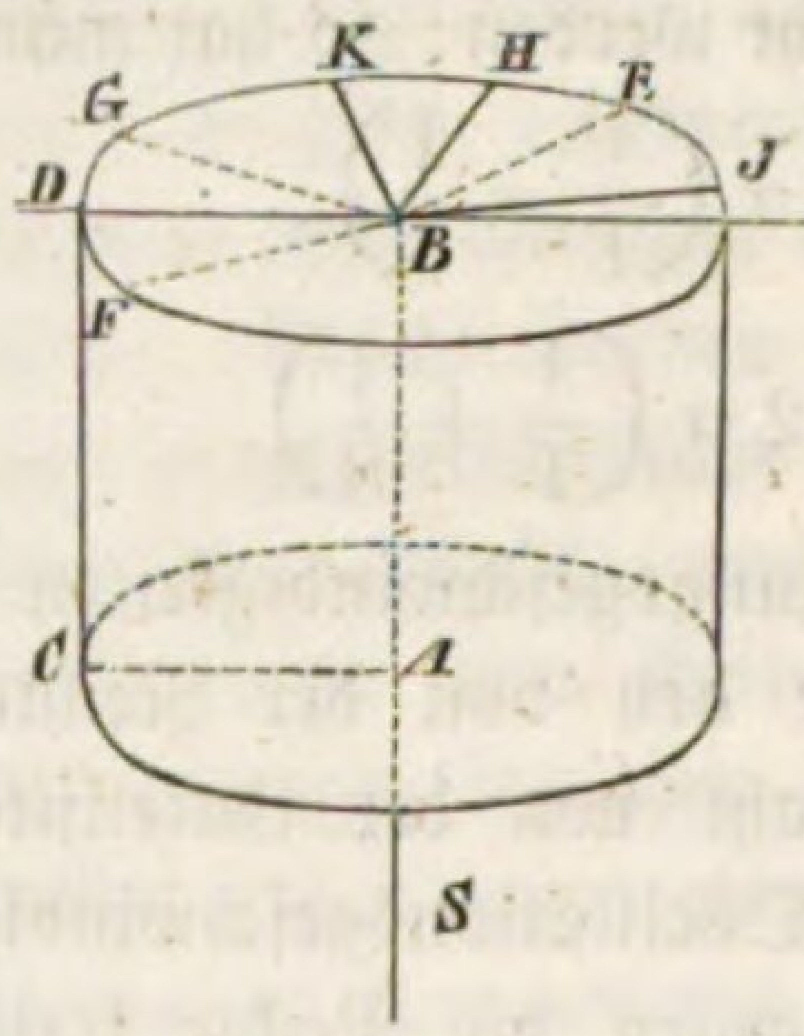
Wenn die gegeneinander rechtwinkligen Schwingungsgeschwindigkeiten x und y allein vorhanden wären, so würden sie den von der Rechten gegen die Linke kreisförmig polarisirten Lichtstrahl von der Intensität $2a^2$ hervorbringen. Deßgleichen würden die Oscillationsgeschwindigkeiten x' und y' für sich den von der Linken gegen die Rechte kreisförmig polarisirten Lichtstrahl von der Intensität $2a^2$ hervorrufen. Durch das gleichzeitige Vorhandensein der vier gleich starken Wellensysteme oder der beiden entgegengesetzten kreisförmig polarisirten Lichtstrahlen, welche an deren Stelle gesetzt werden können, wird die Bewegung des Aethertheilchens wieder geradlinig. Denn durch die Vereinigung der beiden parallelen Geschwindigkeiten x und x' einerseits, wie jener y und y' anderseits ergibt sich:

$$X = a\sqrt{2} \sin 2\pi \frac{t}{T} \text{ und } Y = a\sqrt{2} \sin 2\pi \frac{t}{T}.$$

Zwei nach entgegengesetztem Sinne kreisförmig polarisirte Lichtstrahlen von gleicher Intensität lassen sich also ersetzen durch zwei rechtwinklig gegeneinander geradlinig polarisirte Lichtstrahlen, welche genau dieselbe Intensität als die beiden ersten besitzen und deren Phasen einander gleich sind. Zugleich sind die beiden letzten Lichtstrahlen einem einzigen Lichtstrahle von der doppelten Intensität gleich, dessen Polarisationsebene mit denen der beiden Componenten einen Winkel von 45° macht.

Dies vorausgeschickt, geht nun ein geradlinig polarisirter homogener Lichtstrahl durch eine senkrecht gegen die Achse geschnittene Bergkrystallplatte, so wird er bei seinem Eintritte in dieselbe in zwei entgegengesetzt circular polarisirte Bündel zerlegt. Vermöge der eigenthümlichen Beschaffenheit des Krystalls pflanzen sich diese beiden Strahlen mit ungleicher Geschwindigkeit durch die Platte fort, wodurch zwischen ihnen beim Austreten eine gewisse Phasendifferenz hervorgerufen wird, welche bei der Zusammensetzung sich bemerkbar macht. Um den Polarisationszustand des zusammengesetzten Strahles zu erfahren, sei CA (Fig. 216) die Schwingungsebene des senkrecht auf die Bergkrystallplatte einfallenden geradlinig polarisirten Strahles SA. Angenommen, daß innerhalb der Zeit, in welcher das Licht den Krystall, dessen Dicke AB ist, durchläuft, das Theilchen C an der Eintrittsfläche in Folge der Einwirkung des rechts circularen Strahles R eine ganze Schwingung

Fig. 216.

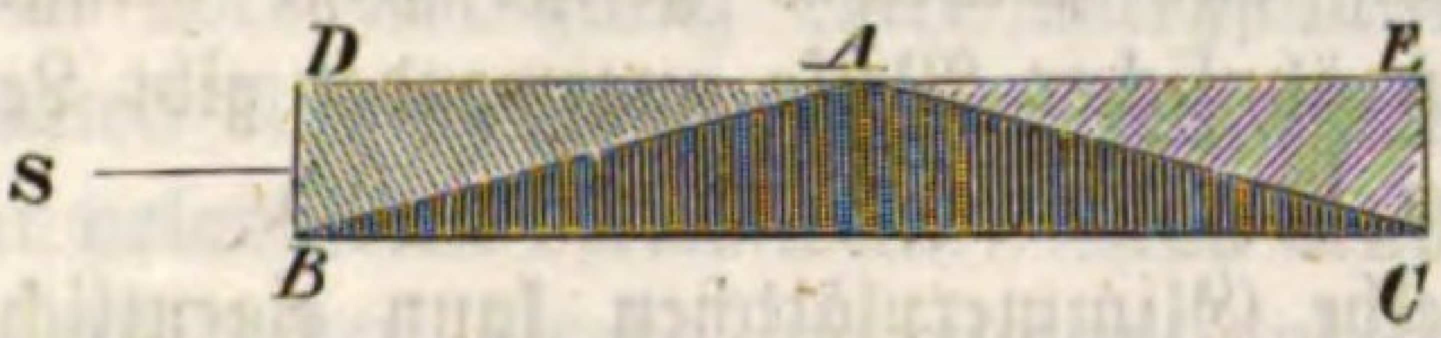


vollendet habe, während ein in entgegengesetzter Richtung schwingendes Theilchen in Folge der Einwirkung des links circularen Strahles L nur einen Theil des Umfanges zurückgelegt hat; so wird das Theilchen D an der Austrittsfläche schon einen Theil D E seiner Bahn durchlaufen haben, vermöge der Anregung von R, während das Theilchen E von L gerade erst zur Bewegung angetrieben wird. Der Bogen $DE = x$ gibt den Verzögerungsraum von L an. Man denke sich nun den Strahl R in zwei Componenten A und B zerlegt, deren Schwingungsebenen B G und B F mit B D einen Winkel von 45° machen und hinsichtlich ihres Schwingungszustandes um eine Viertelundulation verschieden sind. Deßgleichen denke man sich den Strahl L in zwei Componenten A′ und B′ zerlegt, deren Schwingungsebenen B H und B J gegen B E unter 45° geneigt sind und ebenfalls um eine Viertelundulation von einander abstehen. Die Componenten A und A′, deren Schwingungsebenen B G und B H sind, haben gleiche Intensitäten und übereinstimmende Phasen; sie setzen sich deßhalb zu einem einzigen Strahl a zusammen, dessen Schwingungsebene K B den Winkel G B H halbirt. Es ist Winkel $GBH =$ Winkel $DBE - DBG - EBH = x - 90$; folglich Winkel $DBK = \frac{x}{2}$. — Die Componenten B und B′ setzen sich aus dem nämlichen Grunde zu einem Strahle b zusammen, dessen Schwingungsebene den Winkel $FBJ = FBD + DBE + EBJ =$ $= x + 90^0$ halbirt, folglich mit F B den Winkel $\frac{x}{2} + 45^0$ und mit D B den Winkel $\frac{x}{2}$ einschließt. Die Schwingungsebene der beiden Strahlen a und b fallen also zusammen und wir erhalten statt der zwei entgegengesetzt circularen Strahlen zwei in einer und derselben Ebene schwingende Strahlen, die um eine Viertelundulation von einander verschieden sind, sich folglich zu einem einzig geradlinig polarisirten Strahle zusammensetzen, dessen Intensität doppelt so groß ist als die eines einzigen Strahles. — Die Schwingungsebene des heraustretenden geradlinig polarisirten Strahles ist gegen die des ursprünglichen Strahles S A um einen Winkel geneigt, welcher dem halben Verzögerungsraume gleichkommt. Die Stärke der Drehung der Schwingungsebene hängt von dem Gangunterschiede der beiden Strahlen ab, wird mithin für Platten aus demselben Quarz der Dicke der Platte proportional sein. Ist die Dicke der Platte von solcher Beschaffenheit, daß der

Gangunterschied eine ganze Anzahl von Undulationen beträgt, so wird die Schwingungsebene des austretenden Strahles mit jener des eintretenden zusammenfallen. Die Drehung geht von Rechts nach Links oder von Links nach Rechts, je nachdem der voraneilende Strahl links oder rechts circular polarisirt ist.

Fresnel hat durch einen entscheidenden Versuch nachgewiesen, daß durch den Bergkrystall in der Richtung der Achse ein Strahl in zwei circular entgegengesetzt polarisirte Strahlen zerfällt wird, die sich mit ungleicher Geschwindigkeit fortpflanzen. Er ließ nämlich aus einem Quarz ein Prisma A B C (Fig. 217) schneiden, dessen brechender Winkel

Fig. 217.



A 150° betrug und dessen Flächen A B und A C gleich geneigt gegen die Achse waren. Auf jede Seitenfläche war die Hälfte eines ganz gleichen Prismas gekittet, das aber aus einem entgegengesetzt drehenden Bergkrystall geschnitten wurde, so daß, wenn das mittlere Prisma einem rechts drehenden angehörte, die beiden gleichen einem links drehenden entsprachen. Das Ganze bildete ein Parallelepiped, dessen beiden Flächen D B und E C senkrecht auf der optischen Achse standen. Fällt nun ein Strahl S senkrecht gegen die Fläche D B auf, so würde er, wenn er den gewöhnlichen Brechungsgesetzen gehorchte, gar keine doppelte Brechung erleiden, weil er die drei Prismen in der Richtung der Achse durchläuft. Wird aber der Strahl bei seinem Eintritt in das erste Prisma in zwei kreisförmig und entgegengesetzt polarisirte Strahlen R und L zerlegt, wovon der erstere schneller als der andere sich fortpflanzt; so werden bei dem Uebergange in das zweite Prisma diese beiden Strahlen verschiedene Brechungen erleiden und ihre Rollen vertauschen, indem der schnellere jetzt zum langsamen und der langsame zum schnellen wird. Bei dem Eintritt in das dritte Prisma werden die beiden Strahlen noch mehr von einander getrennt. Und in der That sah Fresnel zwei einen merklichen Winkel miteinander bildende Strahlen heraustreten, wodurch die Doppelbrechung des Quarzes in der Richtung der Achse erwiesen ward. Doch zeigte sich diese Art der Brechung von der gewöhnlichen wesentlich verschieden, indem der eine Strahl sich als ein rechts circular und der andere Strahl sich als ein links circular polarisirter zu erkennen gab.

Kreisförmig polarisirtes Licht kann man auch erhalten, wenn man auf das Tischchen des Polarisationsapparates ein Glimmerplättchen

von solcher Dicke legt, daß der nach dem Hauptschnitte polarisirte Strahl entweder um $^1/_4$ oder $^3/_4$ einer Undulation mehr verzögert wird als der darauf senkrecht polarisirte Strahl. Macht dann der Hauptschnitt eines solchen Plättchens einen Winkel von 45° mit der Polarisationsebene des einfallenden geradlinig polarisirten Strahles, so entstehen durch die Zerlegung des Plättchens zwei gleiche polarisirte Strahlen, welche sich beim Austritte aus dem Krystallplättchen zu einem rechts oder links circular polarisirten Strahl zusammensetzen. Und in der That hat der aus dem Plättchen heraustretende Strahl alle Eigenschaften eines kreisförmig polarisirten Strahles. Denn die Helligkeit des Plättchens ändert sich nicht, wie man den Analyseur auch drehen mag. Kalkspath auf das Plättchen gelegt zeigt Ringe ohne dunkles Kreuz, Salpeter in ähnlicher Weise angewendet gibt Lemniscaten, die ohne alle Spur von hyperbolischen Bündeln sind.

Ein und dasselbe Glimmerplättchen kann eigentlich nur Strahlen von einer bestimmten Gattung zu vollständig circular polarisirten umsetzen. Denn hat das Plättchen gerade eine solche Dicke, daß es für gelbes Licht in den beiden rechtwinklig zueinander polarisirten Strahlen einen Phasenunterschied von einer Viertelundulation bewirkt; so wird dies nicht genau auch für die übrigen Farben der Fall sein. Mehr oder weniger werden immer einige farbige Strahlen der Circularpolarisation entzogen bleiben, die durch das Glimmerplättchen hervorgebracht werden soll, so daß auf diesem Wege circular polarisirtes weißes Licht nicht so vollständig wie mittelst des Fresnel'schen Parallelepipeds gewonnen werden kann. Hat man jedoch ein Glimmerplättchen von einer solchen Dicke gewählt, daß es für gelbes Licht die Circularpolarisation erzeugt; so läßt sich ohne Nachtheil für die meisten Versuche annehmen, daß eine derartige Polarisation sehr nahe auch für die übrigen Farben eingetreten ist.

Bei der Fortpflanzung der kreisförmigen Vibrationen können nicht alle um ihre Gleichgewichtslage schwingenden Theilchen gleichzeitig die nämliche Stellung in ihren kreisförmigen Bahnen einnehmen. Denn offenbar werden die schwingenden Theilchen von der Welle um so eher erreicht, je näher sie dem Ausgangspunkte der Welle liegen; mithin werden die weiter abstehenden Theilchen in einem bestimmten Augenblicke im Vergleich mit den näher liegenden sich in früheren Phasen befinden. Auf diese Weise werden dann alle schwingenden Theilchen eine Schraubenlinie darstellen, die auf der Oberfläche des alle kreisförmigen Bahnen enthaltenden Cylinders liegt und deren Höhe eines Schraubenganges der Wellenlänge entspricht. Denkt man sich nun, daß eine derartige Schraubenlinie sich gleichförmig um ihre Achse dreht

und die Umdrehung in derselben Zeit erfolgt, in welcher auch die Lichtvibration vollendet wird; so hat man eine genaue Vorstellung von der Bewegung und der gegenseitigen Lage der schwingenden Theilchen eines kreisförmig polarisirten Strahles. Das Rechtsgewundensein einer solchen Schraubenlinie bestimmt den Charakter des rechts polarisirten Strahles, das Linksgewundensein der Schraubenlinie den Charakter des links polarisirten.

2. Circularpolarisation durch gepreßte und geglühte Gläser. — Circularpolarisation in Flüssigkeiten. — Soleils Sacharimeter. — Polarisationsphotometer.

Durch Druck oder Abkühlung eines unkrystallisirten Körpers läßt sich unter geeigneten Umständen der linear polarisirte Strahl ebenfalls in einen circular polarisirten verwandeln. Man drücke eine quadratische Glasscheibe mittelst einer Presse zusammen, indem man die Compressionsachse gegen die Ebene der ursprünglichen Polarisation unter einen Winkel von 45° stellt. Das durch die Mitte der Scheibe hindurchgehende Licht erweist sich dann bei einem gewissen Grade der Zusammendrückung als circular polarisirt. Eine senkrecht auf die Achse geschnittene Kalkspathplatte zeigt in dem durch die Mitte des gepreßten Glases gehenden Lichte die Ringe im zweiten und vierten Quadranten vom Mittelpunkt fortgeschoben, im ersten und dritten Quadranten hingegen dem Mittelpunkte näher gerückt. Wendet man die Compressionsachse gegen die andere Seite der Polarisationsebene des einfallenden Lichtes dergestalt, daß sie mit dieser Ebene wieder einen Winkel von 45° einschließt, so findet gerade die umgekehrte Erscheinung statt.

Combinirt man zwei gepreßte Platten und zwei Nicol'sche Prismen so, daß die aufeinander senkrechten Compressionsachsen der zwischen den gekreuzten Nicols befindlichen Glasplatten mit den Hauptschnitten Winkel von 45° bilden, so zeigt eine zwischen die Glasplatten eingeschaltete Kalkspathplatte die Ringe mit dem schwarzen Fleck in der Mitte. Die complementären Ringe kommen zum Vorschein, wenn die Compressionsachsen der Glasplatten zueinander parallel sind. Die Ringe werden in den vier Quadranten verschoben, wenn man eine Compressionsachse einem Hauptschnitte parallel macht. Man erhält die Erscheinungen im linear polarisirten Lichte, wenn die Hauptschnitte und Compressionsachsen sämmtlich zueinander parallel laufen.

Bringt man eine bis zu einem gewissen Grade zusammengepreßte quadratische Glasscheibe zwischen die gekreuzten Spiegel des Polarisationsapparates, daß die Compressionsachse mit einer der Reflectionsebenen der Spiegel zusammenfällt; so sieht man auf ihr ein schwarzes

Kreuz mit weißen Räumen in den Ecken. Analysirt man vermittelst der Kalkspathplatte diese vier weißen Räume, so findet man, daß die derselben Diagonale zugehörigen sich gleich verhalten, aber entgegengesetzt den beiden weißen Räumen der anderen Diagonale, oder mit anderen Worten, das aus ihnen heraustretende Licht zeigt sich in der einen Diagonale rechts, in der andern links circular polarisirt.

Dove fühlte einen Glaswürfel vorsichtig ab, so, daß er zwischen den gekreuzten Spiegeln des Polarisationsapparates in der Mitte ein dunkles Kreuz und in den vier Ecken Weiß gab, wenn die Diagonalen der dem Auge zugewendeten Fläche Winkel von 45° mit der Polarisationsebene bildeten. Das Licht der vier weißen Räume verhielt sich ganz so wie das Licht der gepreßten Scheibe, wenn die Compressionsachse mit der Polarisationsebene zusammenfiel. Die hier besprochenen Erscheinungen beruhen also darauf, daß durch Aenderung der Doppelbrechung mittelst der Wärme oder der Zusammendrückung im Innern des unkrystallisirten Körpers der Phasenunterschied der beiden polarisirten Strahlen auf eine Viertelundulation gebracht wird.

Die Eigenschaft, die Polarisationsebene nach rechts oder nach links zu drehen, hat man auch in verschiedenen Flüssigkeiten wahrgenommen. Rechtsdrehend sind: Kampherauflösung in Alkohol, Auflösung von festem Traubenzucker, Runkelrübensaft, Dextrin (Stärkgummi). Linksdrehend sind: Terpentinöl, Lorbeeröl, Gummi, Auflösung von Traubenzucker, der noch nicht fest war. — Bei allen diesen Flüssigkeiten ist jedoch die Größe der Wirkung viel geringer als beim Bergkrystall, denn während der letztere bei einer Dicke von einem Millimeter eine Drehung von 18° bewirkt, bringen jene Flüssigkeiten bei gleicher Dicke nicht einmal eine Drehung von einem Grade hervor. Man muß deßhalb Flüssigkeitssäulen von ziemlicher Höhe anwenden, um ihre Wirkung sichtbar zu machen. Die Flüssigkeiten werden zu diesem Behuf in metallene Röhren von 1 bis 6 Decimeter Länge gefüllt, deren beide Enden mit Glasplatten verschlossen sind und die Röhren dann in der gehörigen Lage in den Polarisationsapparat gebracht.

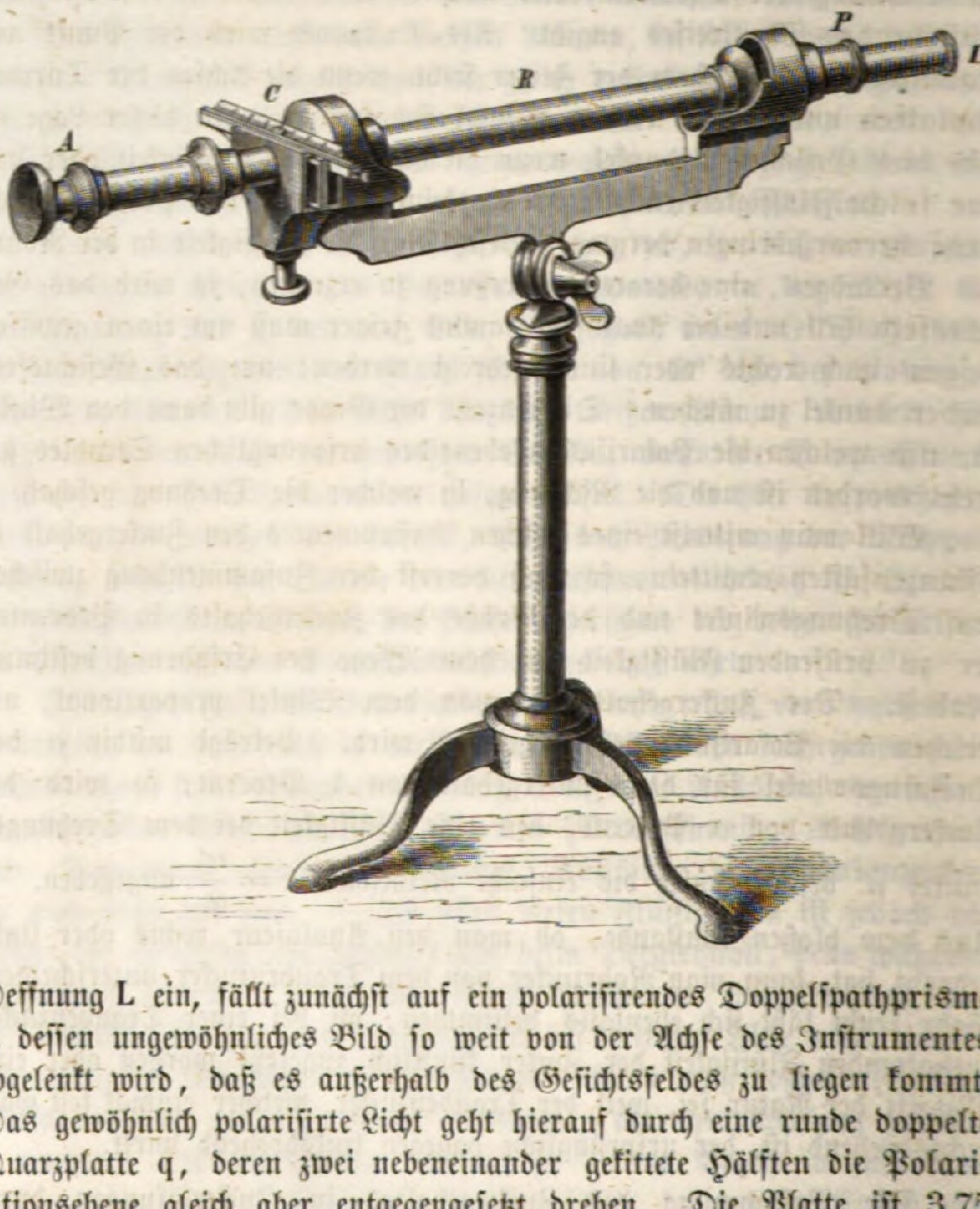
Um die Größe der Drehung der Polarisationsebene durch Flüssigkeiten zu ermitteln, hat man auch besondere Apparate construirt. Der von Baumgartner angegebene besteht aus einer Glasröhre, in welche die zu prüfende Flüssigkeit gefüllt wird und deren Boden eine gefärbte Glasplatte ist, um blos einfarbiges Licht durchzulassen. Das Licht wird durch eine am Boden befindliche Turmalinplatte polarisirt. Die Stelle des Analyseurs vertritt eine zweite Turmalinplatte, welche in dem beweglichen Deckel einer an dem oberen Ende der Röhre angebrachten Fassung eingesetzt ist. Der Deckel führt einen Zeiger, welcher

die Stellung der Turmalinplatte nach Graden eines an der Fassung feststehenden Theilkreises angibt. Als Nullpunkt wird der Punkt angenommen, auf welchem der Zeiger steht, wenn die Achsen der Turmalinplatten unter einem rechten Winkel sich kreuzen. In dieser Lage ist also das Gesichtsfeld dunkel, wenn die Röhre keine Flüssigkeit oder nur eine solche Flüssigkeit enthält, welche keine Drehung der Polarisationsebene hervorzubringen vermag. Besitzt aber die Flüssigkeit in der Röhre das Vermögen, eine derartige Drehung zu erzeugen, so wird das Gesichtsfeld hell und der Analyseur sammt Zeiger muß um einen gewissen Bogen nach rechts oder links gedreht werden, um das Gesichtsfeld wieder dunkel zu machen. Die Anzahl der Grade gibt dann den Winkel an, um welchen die Polarisationsebene des ursprünglichen Strahles gedreht worden ist und die Richtung, in welcher die Drehung geschah.

Will man mittelst eines solchen Instrumentes den Zuckergehalt in Pflanzensäften ermitteln, so muß vorerst der Zusammenhang zwischen dem Drehungswinkel und der Größe des Zuckergehalts in Procenten der zu prüfenden Flüssigkeit auf dem Wege der Erfahrung bestimmt werden. Der Zuckergehalt ist genau dem Winkel proportional, um welchen die Polarisationsebene gedreht wird. Beträgt mithin α den Drehungswinkel für den Zuckergehalt von 1 Procent, so wird der Zuckergehalt von x Procent, den eine Flüssigkeit bei dem Drehungswinkel α' besitzt, durch die einfache Relation: $x = \frac{\alpha'}{\alpha}$ angegeben. — Aus dem bloßen Umstande, ob man den Analyseur rechts oder links gedreht hat, kann man Rohrzucker von dem Traubenzucker unterscheiden. Sehr leicht läßt sich ebenfalls bestimmen, ob bei einer Traubenzucker enthaltenden Flüssigkeit der Zucker künstlich zugesetzt worden oder eine Mitgift der Natur sei, weil der Traubenzucker, welcher einmal fest war, rechtsdrehend ist, der ursprüngliche dagegen linksdrehend wirkt.

Die Bestimmung des Zuckergehaltes in Zuckerlösungen durch Drehung der Polarisationsebene läßt sich leicht und schnell bewerkstelligen mittelst des von Soleil construirten und von seinem Nachfolger Duboscq verbesserten **Saccharimeters**. In der Figur 218 ist der mit seinem massiven Fußgestell versehene Apparat abgebildet, welchem man durch Drehung sowohl in horizontaler wie in verticaler Richtung jede beliebige Lage geben kann. An dem Apparate lassen sich vier wesentliche Bestandtheile unterscheiden, nämlich: die polarisirende Vorrichtung P, die Röhre R, der Compensator C und die analysirende Vorrichtung A. Um die Zusammensetzung dieser einzelnen Bestandtheile leichter übersehen zu können, dient die Figur 218 a. — Das Tages- oder Lampenlicht tritt durch eine etwa 6 Millimeter weite kreisförmige

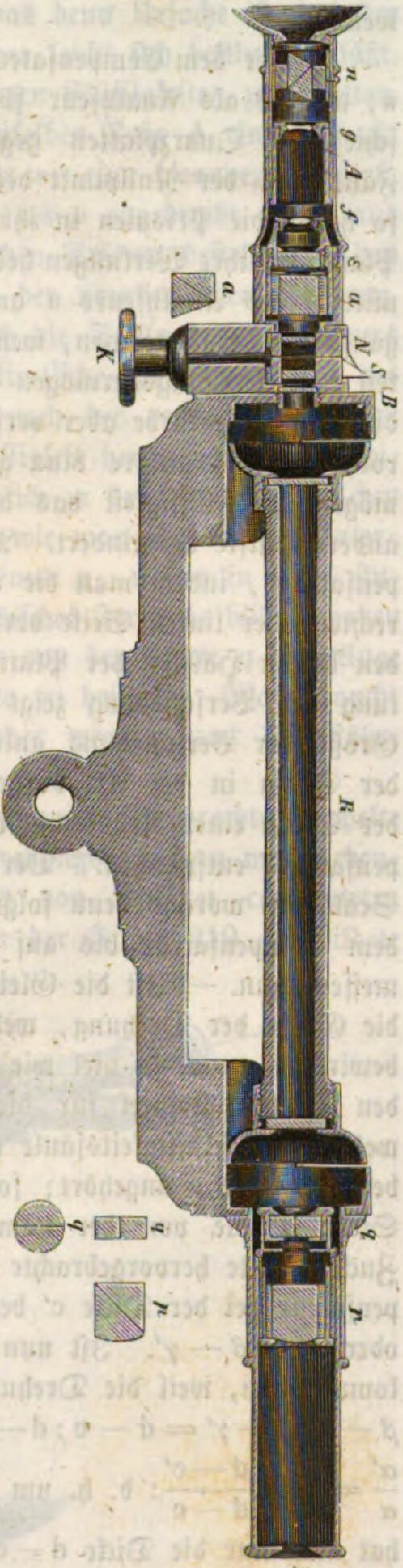
Fig. 218.



Oeffnung L ein, fällt zunächst auf ein polarisirendes Doppelspathprisma p, dessen ungewöhnliches Bild so weit von der Achse des Instrumentes abgelenkt wird, daß es außerhalb des Gesichtsfeldes zu liegen kommt. Das gewöhnlich polarisirte Licht geht hierauf durch eine runde doppelte Quarzplatte q, deren zwei nebeneinander gekittete Hälften die Polarisationsebene gleich aber entgegengesetzt drehen. Die Platte ist 3,75 Millimeter dick; bei dieser Dicke erscheint die Platte zwischen zwei parallel gestellten Nicols purpurviolet. Dieser Farbenton, welcher die Uebergangsfarbe (teinte de passage) genannt wird, hat die Eigenschaft, sehr rasch in Blau oder Roth überzugehen, so daß bei einer geringen Drehung des Ocularnicols die eine Hälfte der Platte eine röthliche, die andere eine bläuliche Färbung annimmt. Das Prisma p, dessen Hauptschnitt eine verticale Lage hat und durch die Achse des Instrumentes geht, und die Doppelplatte q, bei deren Verbindungslinie der beiden Hälften dasselbe stattfindet, sind zusammen in eine messingene Hülse gefaßt. — Nach dem Austritt aus der Platte q geht der polarisirte Lichtstrahl durch die Flüssigkeit, die bezüglich ihrer optischen Wirk-

samkeit, deren Stärke dem Zuckergehalte proportionirt ist, geprüft werden soll. Die Flüssigkeit wird zu diesem Behufe in eine etwa 20 Centimeter lange messingene Röhre R gefüllt, welche an beiden Enden durch Glasplatten verschlossen ist. In Folge der Drehung der Polarisationsebene, welche die Flüssigkeit hervorbringt, verschwindet die Gleichheit der Färbung an der Platte q. — Um jene Gleichheit der Färbung wieder herzustellen, läßt man den aus der Flüssigkeit heraustretenden Strahl durch eine senkrecht zur Achse geschnittene Bergkrystallplatte B und dann durch den Compensateur gehen. Der Letztere besteht aus zwei länglichen rechtwinkligen Prismen aus Bergkrystall von gleichem Drehungsvermögen, das aber dem von der Platte B entgegengesetzt ist. Die Prismen sind so eingerichtet, daß sie den Flächen entlang, welche den rechten Winkeln gegenüber liegen, aneinander verschoben werden können, wobei die Kathetenflächen stets einander parallel bleiben: auf diese Art bilden sie eine senkrecht auf die Achse geschnittene von parallelen Flächen begrenzte Platte, deren Dicke nach Belieben abgeändert werden kann. Das Verschieben der Prismen wird durch den Knopf K bewerkstelligt, der auf der Achse eines Getriebes steckt, dessen Zähne in die Zähne der Rähmchen eingreifen, in welche die Prismen gefaßt sind. Eine Scala S und ein Nonius N, welche auf den Rähmchen angebracht worden, dienen zur Bestimmung der Aenderungen der Dicke, welche der Compensateur durch das Verschieben erleidet. Die Scala hat zwei Eintheilungen, mit einem gemeinsamen Nullpunkt; die eine Eintheilung von der Linken zur Rechten wird bei den rechtsdrehenden Flüssigkeiten, die andere von

Fig. 218 a.



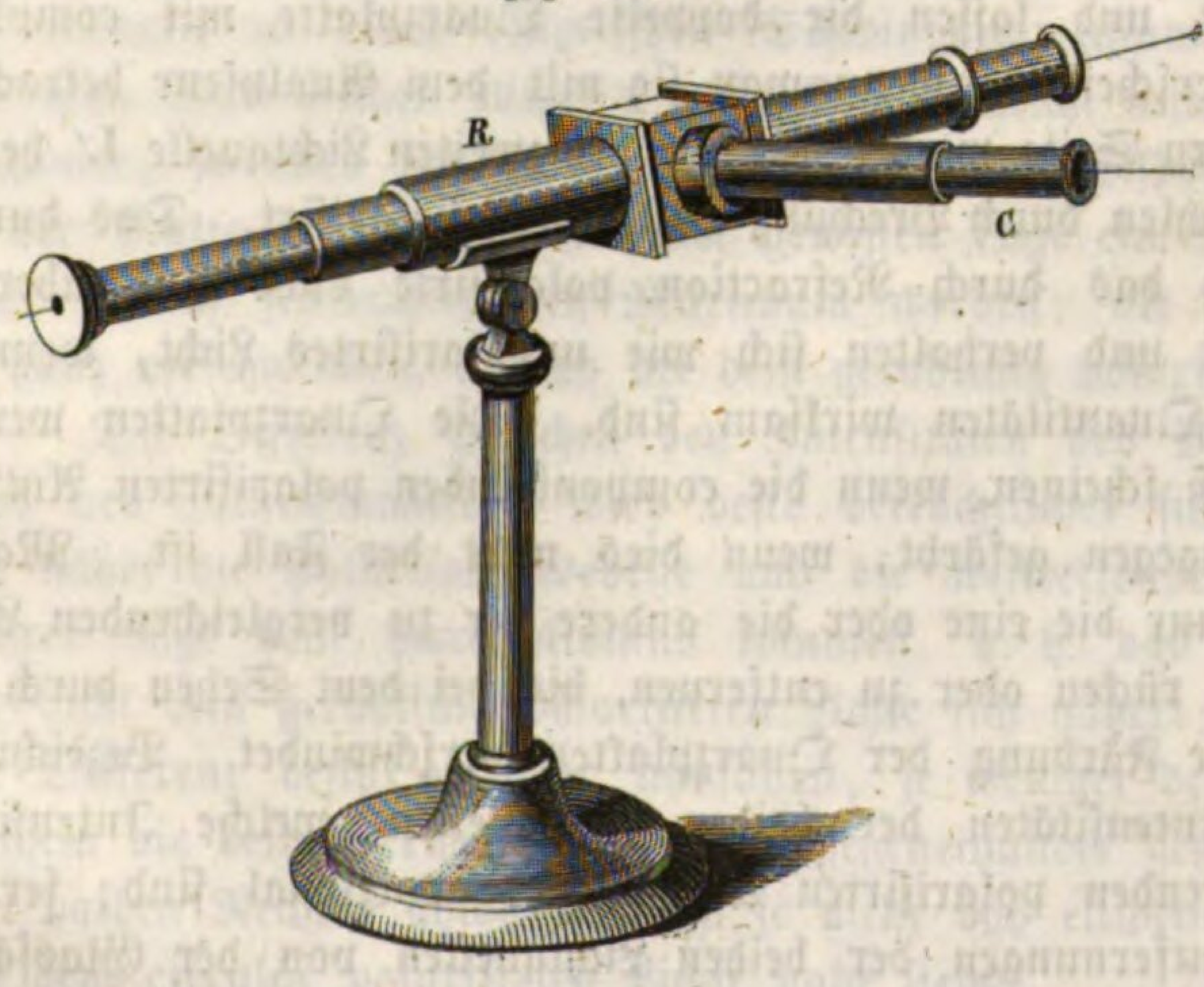
der Rechten zur Linken bei den linksdrehenden Flüssigkeiten angewendet.

Hinter dem Compensateur tritt das Licht in ein Doppelspathprisma a, welches als Analyseur für das durch die Flüssigkeit und die verschiedenen Quarzplatten gegangene polarisirte Licht gebraucht wird. Fällt nun der Nullpunkt des Nonius mit dem der Scala zusammen, so haben die Prismen in ihrer Mitte ganz die nämliche Dicke wie die Platte B; ihre Wirkungen heben sich mithin gänzlich auf und man wird mittelst des Analyseurs a an beiden Hälften der Platte q die Uebergangsfarbe wahrnehmen, wenn die in der Röhre R enthaltene Flüssigkeit kein Drehungsvermögen besitzt. Im entgegengesetzten Falle wird die Uebergangsfarbe aber verschwinden und die eine Hälfte der Platte q roth und die andere blau gefärbt erscheinen, weil das Drehungsvermögen der Flüssigkeit das der einen Hälfte vermehrt und jenes der andern Hälfte vermindert. Man verändert deßhalb die Dicke des Compensateurs, indem man die Prismen mittelst des Getriebes nach der rechten oder linken Seite verschiebt, bis die Gleichheit der Färbung auf den beiden Hälften der Platte q wieder hergestellt wird. — Die Richtung der Verschiebung zeigt der Sinn der Drehung an. Was die Größe der Verschiebung anlangt, so bemerken wir, daß die Theilung der Scala in der Art vorgenommen wird, zufolge derer zehn Theile der Scala einer Aenderung von ein Millimeter in der Dicke des Compensateurs entsprechen. Der Nonius gibt die Zehntel der Theile der Scala an, woraus denn folgt, daß man die Aenderungen der Dicke an dem Compensateur bis auf ein Hundertel eines Millimeters genau messen kann. — Ist die Gleichheit der Färbung eingetreten, so beträgt die Größe der Drehung, welche die Flüssigkeit und der Compensateur bewirken, genau so viel wie die der Krystallplatte B. — Bezeichnet β den Drehungswinkel für die Krystallplatte B; ferner α denjenigen, welcher der Flüssigkeitssäule und γ jenen, welcher dem Compensateur bei der Dicke c angehört; so hat man $\alpha + \gamma = \beta$ oder $\alpha = \beta - \gamma$. Stellt α' die von der nämlichen Flüssigkeitssäule bei einem andern Zuckergehalte hervorgebrachte Drehung dar und γ' die von dem Compensateur bei der Dicke c' bewirkte; so hat man wieder $\alpha' + \gamma' = \beta$ oder $\alpha' = \beta - \gamma'$. Ist nun d die Dicke der Krystallplatte B, so bekommt man, weil die Drehung der Dicke der Platte proportionirt ist: $\beta - \gamma : \beta - \gamma' = d - c : d - c'$, oder $\alpha : \alpha' = d - c : d - c'$; woraus $\frac{\alpha'}{\alpha} = x = \frac{d - c'}{d - c}$: d. h. um die x Procente Zuckergehalt zu ermitteln, hat man nur die Dicke $d - c$ festzusetzen, welche dem Zuckergehalt von 1 Procent entspricht.

Wenn die Flüssigkeit gefärbt ist, so wird die Uebergangsfarbe der Platte q mehr oder weniger modificirt, was denn Ursache ist, daß der Moment der Gleichheit der Färbung minder leicht sich bestimmen läßt. Um nun diesen Farbenton auch bei farbigen Flüssigkeiten zu erhalten, hat Soleil hinter dem Analyseur a in demselben Rohr A eine senkrecht auf die Achse geschnittene Bergkrystallplatte ε, eine biconvexe Linse f, eine biconcave g und ein Nicol'sches Prisma n angebracht. Der aus der Bergkrystallplatte ε und dem Nicol'schen Prisma bestehende Theil des Apparates heißt der Wiederhersteller der empfindlichen Färbung. Das Doppelspathprisma a vertritt nämlich die Stelle des Polariseurs in Bezug auf die Platte ε und das Nicol'sche Prisma n jene des Analyseurs. Durch Drehen des Nicols nach der rechten oder linken Seite vermag man jetzt die durch die Flüssigkeit hervorgerufene Modification des empfindlichen Farbentons gänzlich zu beseitigen und solchen in der Art wieder vollständig herzustellen, wie man ihn bei der Untersuchung nöthig hat. Die beiden Linsen f und g, welche in ihrer Zusammenstellung gleichsam ein kleines Galiläisches Fernrohr bilden, haben keinen andern Zweck, als die beiden Bilder von der Platte q dem Auge des Beobachters in die deutliche Sehweite zu bringen. Man braucht deßhalb blos das kleine Fernrohr mehr oder weniger aus der Röhre herauszuziehen.

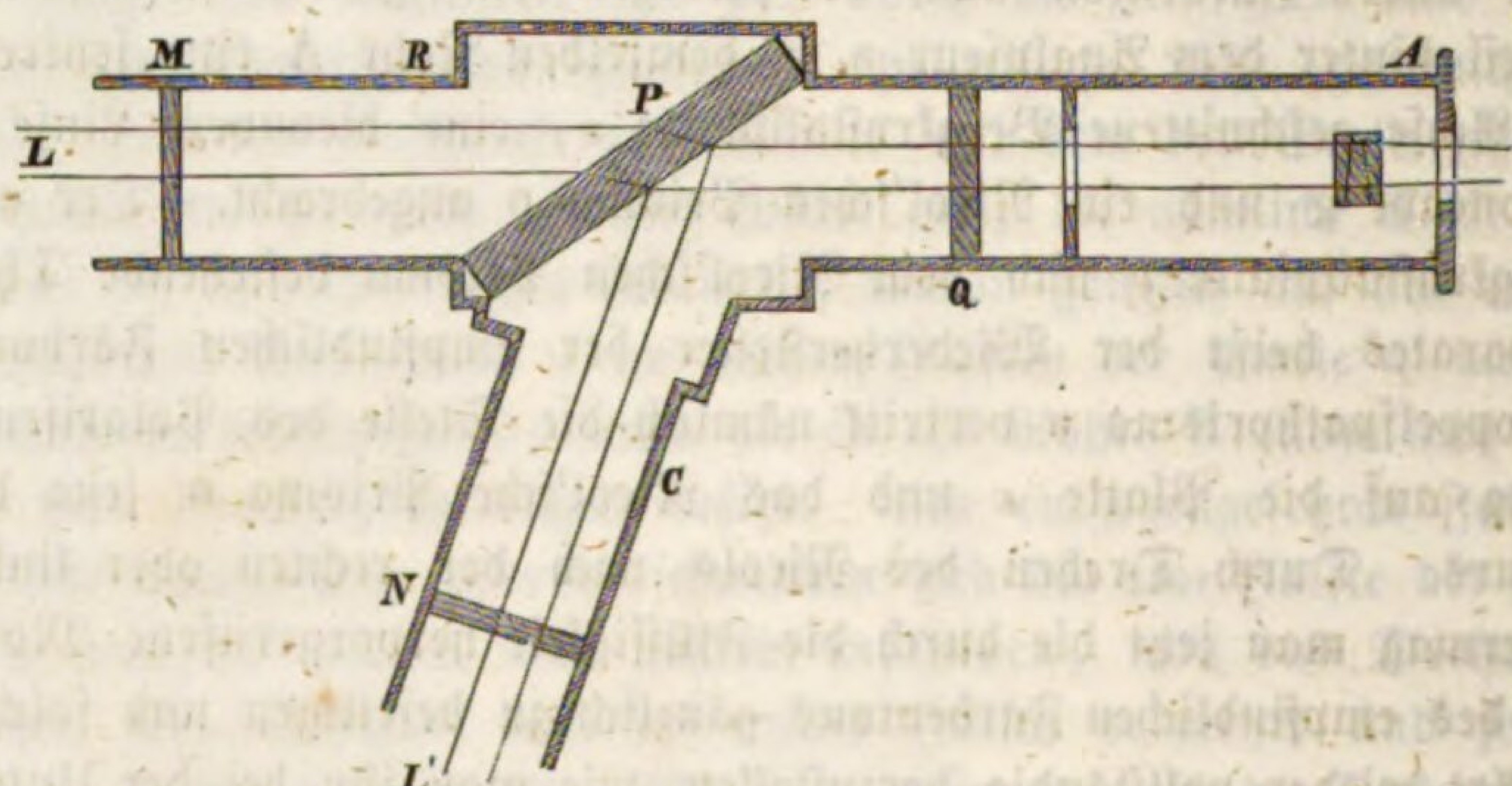
Die in dem Saccharimeter zur Anwendung gebrachte doppelte Bergkrystallplatte von entgegengesetztem Drehungsvermögen macht ebenfalls einen wesentlichen Bestandtheil des von Babinet construirten Polarisationsphotometers aus. Dieser in der Figur 219 abgebildete

Fig. 219.



Apparat, dessen Inneres die Fig. 219 a darstellt, besteht aus einem längeren Rohr R und einem kürzeren C, so daß die Achsen derselben einen

Fig. 219 a.



Winkel von 70° 50′ miteinander machen, der mithin doppelt so groß ist als der Winkel, unter welchem das Licht gegen eine polirte Glasplatte auffallen muß, um in den Polarisationszustand versetzt zu werden. Die Glasplattensäule P ist so gestellt, daß die durch das Rohr C eintretenden Strahlen unter dem Polarisationswinkel auf dieselbe auffallen. In Q befindet sich die erwähnte doppelte Quarzplatte, und in A ein achromatisches Kalkspathprisma, um damit die durch die Platte hervorgebrachten Färbungen zu beobachten. Die in den beiden Röhren befindlichen mattgeschliffenen Glasplatten M und N sind dazu bestimmt, blos zerstreutes Licht hindurchzulassen. — Die durch das Rohr C eintretenden Strahlen der Lichtquelle L werden durch Reflection vollständig polarisirt und lassen die doppelte Quarzplatte mit complementären Farben erscheinen, wenn man sie mit dem Analyseur betrachtet. Auf der andern Seite werden die von der zweiten Lichtquelle L′ herstammenden Strahlen durch Brechung vollständig polarisirt. Das durch Reflection und das durch Refraction polarisirte Licht sind aber senkrecht polarisirt und verhalten sich wie unpolarisirtes Licht, wenn beide in gleichen Quantitäten wirksam sind. Die Quarzplatten werden dann noch weiß scheinen, wenn die componirenden polarisirten Antheile gleich sind, hingegen gefärbt, wenn dies nicht der Fall ist. Man braucht mithin nur die eine oder die andere der zu vergleichenden Lichtquellen näher zu rücken oder zu entfernen, bis bei dem Sehen durch den Analyseur die Färbung der Quarzplatten verschwindet. Bezeichnen J und J′ die Intensitäten der beiden Lichtquellen, welche Intensitäten den componirenden polarisirten Antheilen proportional sind; ferner a und a′ die Entfernungen der beiden Lichtquellen von der Glassäule P für

den Moment, in welchem die Färbung im Gesichtsfeld zum Verschwinden kommt; so besteht die Proportion: $J : J' = a^2 : a'^2$, aus der das Verhältniß der Intensitäten abzuleiten ist.

3. Elliptische Polarisation durch Zurückwerfung und durch Brechung.

Elliptisch polarisirtes Licht geht hervor aus dem Zusammenwirken zweier senkrecht aufeinander polarisirten Strahlen von ungleicher Phase und im Allgemeinen auch von ungleicher Intensität. Die elliptische Form der Lichtschwingungen ist allgemeiner als die geradlinige und die kreisförmige, die gleichsam nur als besondere Fälle der elliptischen gelten können. Weil die elliptische Polarisation an weniger bestimmte Verhältnisse gebunden ist, als die beiden andern Arten der Polarisation, so läßt sich erwarten, daß ihre charakterisirenden Merkmale auch weniger bestimmt hervortreten, als Solches bei den zwei andern Arten der Fall ist. Elliptisch polarisirtes Licht wird sich in allen seinen Charakteren mehr dem kreisförmig polarisirten Lichte oder mehr dem geradlinig polarisirten Lichte nähern, je nachdem die Ellipse, in welcher die Schwingungen vor sich gehen, mehr einem Kreise oder einer geraden Linie sich nähert. — Man erhält elliptisch polarisirtes Licht mittelst des Fresnel'schen Parallelepipeds, wenn die Neigung der Polarisationsebene des einfallenden Strahles gegen die Einfallsebene keine 45° beträgt. Die beiden Componenten, in welche die geradlinige Schwingung durch die zwei totalen Reflectionen zerfällt wird, haben alsdann keine gleichen Intensitäten mehr; was macht, daß sie bei demselben Gangunterschiede von einer Viertelwellenlänge sich nicht mehr zu einer kreisförmigen, sondern zu einer elliptischen Schwingung zusammensetzen. Untersucht man einen solchen elliptisch polarisirten Strahl mittelst einer Turmalinplatte, so wird sich zwar die Helligkeit des Bildes bei der Drehung der Platte ändern und in einer gewissen Lage ein Minimum und in der darauf senkrechten ein Maximum werden; nie wird aber das Bild ganz verschwinden, wie es bei dem geradlinig polarisirten der Fall ist. — Die Differenz zwischen den Intensitäten des Maximumbildes und des Minimumbildes wird desto beträchtlicher sich herausstellen, je näher die Polarisationsebene und die Reflectionsebene hinsichtlich ihrer Lage dem Parallelismus kommen, d. h. das elliptische polarisirte Licht dem geradlinig polarisirten Lichte sich nähert; dagegen wird jene Differenz desto geringer ausfallen, je weniger der Winkel, unter welchem die beiden erwähnten Ebenen gegeneinander geneigt sind, von einem halben Rechten abweicht, d. h. je mehr das elliptisch polarisirte Licht dem circular polarisirten Lichte nahe steht.

Das elliptisch polarisirte Licht, obschon es hier sich wie theilweise polarisirtes Licht verhält, ist jedoch von dem letzteren wesentlich verschieden. Denn läßt man den elliptisch polarisirten Strahl in einem zweiten, dem ersteren gleichen Parallelepiped nochmals zwei totale Reflectionen erleiden, so ist er vollständig zur geradlinigen Polarisation zurückgekehrt; ein Verhalten, das von dem des theilweise polarisirten Lichtes abweicht. Waren die Reflectionsebenen beider Parallelepipede parallel zu einander, so zeigt sich die Polarisationsebene des in den geradlinig polarisirten Zustand zurückgekehrten Strahles von der anfänglichen Polarisationsebene um das Doppelte des Winkels abgelenkt, welchen letztere Ebene mit der gemeinschaftlichen Reflectionsebene der Parallelepipede macht. War die Reflectionsebene des zweiten Parallelepipeds senkrecht zu der des ersten, so erlangt der Strahl seine frühere Polarisationsebene zurück. Der elliptisch polarisirte Strahl läßt sich demnach wie der circular polarisirte Strahl durch eine bestimmte Anzahl von totalen Reflectionen in einen geradlinig polarisirten Strahl verwandeln. Zugleich lehren diese Versuche, daß der durch totale Zurückwerfung bewirkte Phasenunterschied der beiden partiellen Bündel gar nicht von der ursprünglichen Neigung der Polarisationsebene, sondern nur vom Einfallswinkel abhängig ist.

Ein solcher elliptisch polarisirter Strahl kann zwar durch dergleichen totale Zurückwerfungen in einen geradlinig polarisirten Strahl sich umsetzen, niemals vermag er aber auf diesem Wege in einen kreisförmig polarisirten Strahl überzugehen. Denn die relative Intensität beider partiellen Bündel wird durch wiederholte totale Zurückwerfungen in keinerlei Weise geändert, zur circulären Polarisation ist aber die Gleichheit beider partiellen Bündel ein wesentliches Erforderniß. — Bezeichnet 1 die Intensität des einfallenden geradlinig polarisirten Strahles und α den Winkel seiner Polarisationsebene mit der Einfallsebene, so wird $\cos^2\alpha$ die Intensität des in der Einfallsebene polarisirten zurückgeworfenen partiellen Bündels und $\sin^2\alpha$ die Intensität des senkrecht auf die Einfallsebene polarisirten zurückgeworfenen partiellen Bündels ausdrücken. Der Phasenunterschied $\frac{2\pi\delta}{T}$ der beiden partiellen Bündel wird wie bei der circulären Polarisation durch die Relation:

$$\cos\frac{2\pi\delta}{T} = \frac{2\,n^2\sin^4\varepsilon - (n^2+1)\sin^2\varepsilon}{(n^2+1)\sin^2\varepsilon - 1}$$

bestimmt, wo ε den Einfallswinkel und n das Brechungsverhältniß des Mittels bezeichnet.

Ein geradlinig polarisirter Strahl geht also durch totale Zurückwerfung in durchsichtigen Körpern, sei es einmalige oder mehrmals wiederholte, größtentheils in einen elliptisch polarisirten Strahl über.

Nur wenn die Einfallsebene der totalen Zurückwerfung parallel oder senkrecht mit der Polarisationsebene des einfallenden Strahles ist, wird der zurückgeworfene Strahl seinen geradlinigen Polarisationszustand beibehalten. Dagegen wird dieser Strahl die circulare Polarisation erlangen, wenn die Neigung der Polarisationsebene des einfallenden Strahles gegen die Zurückwerfungsebene 45° beträgt, und wenn zugleich die Zurückwerfung unter einem bestimmten vom Brechungsverhältniß des Mittels abhängigen Winkel erfolgt.

Läßt man einen elliptisch polarisirten Strahl durch ein dünnes Krystallplättchen gehen und analysirt ihn dann mit einem doppeltbrechenden Prisma; so liefert er zwei farbige Bilder von Complementärfarben, die aber weder mit denen eines geradlinig polarisirten, noch mit denen eines circular polarisirten Strahles genau übereinstimmen, sondern zwischen beiden inne liegen. — Im elliptisch polarisirten Lichte zeigen sich die Ringe in einer senkrecht auf die Achse geschnittenen Krystallplatte in einem desto höheren Grade verschoben, je näher das elliptische Licht dem circularen Lichte kommt. — Die positiven und negativen einachsigen Krystalle unterscheiden sich abermals, wie dies zu erwarten war, im elliptisch polarisirten Lichte dadurch von einander, daß, wenn für die positiven die Ringe in zwei gegenüberstehenden Quadranten sich dem Mittelpunkte nähern, sie in denselben Quadranten für die negativen sich von dem Mittelpunkte entfernen. — Aehnliches gilt auch für die optisch zweiachsigen Krystalle. Man sieht bei den Letzteren das Verschieben der Ringe recht deutlich, wenn man das vorher einfallende Licht durch die verschiedenen Stufen des elliptischen allmählig in kreisförmiges übergehen läßt. Das geschlossene Kreuz öffnet sich mehr und mehr in aufhellende hyperbolische Aeste, welche im circularen Lichte zuletzt nur an den Scheiteln schwarze Flecken zu erkennen geben. Die Spiralen einer senkrecht zur Achse geschnittenen Bergkrystallplatte sind im elliptisch polarisirten Lichte nicht so vollkommen, wie im circular polarisirten Lichte. Einer oder mehrere der inneren Kreise sind zwar vollständig da, aber verzerrt, und die äußeren Kreise sind in zwei in einander gewickelte Spirale verwandelt.

Elliptisch polarisirtes Licht liefert, wie Airy nachgewiesen hat, der Bergkrystall, wenn der einfallende Strahl unter einem spitzen Winkel gegen die Achse den Krystall durchläuft. Bei dem gewöhnlichen Strahle steht die große Achse der Ellipse senkrecht gegen den Hauptschnitt, während für den ungewöhnlichen Strahl die große Achse in dem Hauptschnitt liegt. Der ungewöhnliche Strahl ist links elliptisch polarisirt, wenn der gewöhnliche Strahl rechts elliptisch polarisirt ist und umgekehrt. Die Ellipsen werden immer gestreckter, in dem Maße der Strahl

von der Achse sich entfernt, so daß bei einer gewissen Entfernung davon die elliptische Schwingung in eine geradlinige übergeht, wie sie denn auch innerhalb der optischen Achse in die kreisförmige sich umsetzt. — Elliptisch polarisirtes Licht verschafft man sich ebenfalls mittelst eines dünnen Glimmerplättchens, wenn man dasselbe auf das Tischchen des Polarisationsapparates bringt. Der auf das Plättchen einfallende geradlinig polarisirte wird in zwei aufeinander senkrecht polarisirte Strahlen zerlegt, so daß wir zwei ungleich intensive Componenten erhalten, wenn die ursprüngliche Polarisationsebene mit dem Hauptschnitt einen von 45° verschiedenen Winkel einschließt. Diese Componenten setzen sich bei gehörigem Gangunterschied zu elliptisch polarisirtem Lichte zusammen.

4. Elliptische Polarisation durch Zurückwerfung an Metallen. — Theoretische Betrachtungen und Erläuterungen der Erscheinungen. — Wirkung der Metalle auf unpolarisirtes Licht. — Reflection des Lichtes an der Oberfläche einiger anderer Körper.

Eine häufigere Ursache der elliptischen Polarisation ist die Zurückwerfung an metallischen Oberflächen, wie zuerst Brewster wahrgenommen hat. Ein geradlinig polarisirter Strahl erlangt durch Zurückwerfung von einer derartigen Oberfläche die elliptische Polarisation, ausgenommen wenn der Einfallswinkel 0° oder 90° beträgt, und wenn die ursprüngliche Polarisationsebene mit der Reflectionsebene parallel ist oder auf ihr senkrecht steht, in welchen Fällen der reflectirte Strahl seinen geradlinigen Polarisationszustand beibehält. Denn bei der Drehung des Analyseurs bringt man einen solchen Strahl niemals gänzlich zum Verschwinden; dann erlangt er durch wiederholte Reflection von Metallen unter gehörigen Einfallswinkeln die geradlinige Polarisation wieder, wobei die Polarisationsebene eine von der früheren verschiedene Lage einnimmt; ferner liefert er, wenn man ihn vor der Analyse mittelst des achromatischen Doppelspathprismas durch ein Glimmerblättchen gehen läßt, zwei farbige Bilder, die von denjenigen verschieden sind, welche das linear und das circular polarisirte Licht hervorbringt. — Die größte Abweichung von der geradlinigen und die größte Annäherung an die kreisförmige Polarisation wird durch eine einmalige Reflection an einer Metallplatte bewerkstelligt, wenn solche bei einem bestimmten Einfallswinkel, dem sogenannten Polarisationswinkel, und unter einer Neigung von 45° der Polarisationsebene gegen die Reflectionsebene vor sich geht. — Unter dem Brechungsverhältniß n der Metalle möge die aus dem Polarisationswinkel P vermittelst der Relation: $n = \tang P$ berechnete Größe verstanden werden. — Der Polarisationswinkel P und das damit zusammenhängende Brechungsver-

hältniß ändert sich mit der Natur des Metalls, wie aus folgender Zusammenstellung ersichtlich ist:

Namen der Metalle.	Polarisationswinkel.	Brechungsverhältniß.
Gold	$70^0\,45'$	2,864
Zink	$72^0\,30'$	3,127
Silber	73^0	3,272
Wismuth	$74^0\,50'$	3,689
Stahl	75^0	3,732
Spiegelmetall	76^0	4,011
Blei	$78^0\,10'$	4,773
Quecksilber	$78^0\,27'$	4,893

Bei der Zurückwerfung des polarisirten Lichtes von Metallflächen scheinen demnach zunächst solche Umstände obzuwalten, wie bei der totalen Reflection an der Oberfläche durchsichtiger Körper. Wir sagen also erstens, durch Zurückwerfung an Metallflächen wird der auffallende geradlinig polarisirte Strahl in zwei Componenten zerlegt, eine in der Reflectionsebene, die andere senkrecht darauf; zugleich wird dabei in den Componenten ein von dem Einfallswinkel ε und dem Brechungsverhältniß n abhängiger Phasenunterschied $\frac{2\pi\delta}{T}$ herbeigeführt. Der Umstand, daß bei Einfallswinkeln, die sich 0^0 oder 90^0 nähern, die elliptische Polarisation unmerklich wird, ein Ergebniß, das mit dem Ausspruche der bei der Circularpolarisation aufgestellten Formel:

$$\cos\frac{2\pi\delta}{T} = \frac{2\,n^2\sin^4\varepsilon - (n^2+1)\sin^2\varepsilon + 1}{(n^2+1)\sin^2\varepsilon - 1} \; \ldots\ldots \; F,$$

im vollkommensten Einklange steht, führt uns auf den Gedanken, diese Formel auch bei der Zurückwerfung des Lichtes an Metallflächen zur Anwendung zu bringen. Einer solchen Annahme Geltung zu verschaffen, dient die von Brewster wahrgenommene Thatsache, in Folge derer ein geradlinig polarisirter Strahl, dessen ursprüngliche Polarisationsebene mit der Reflectionsebene einen Winkel von 45^0 einschließt und der unter dem Polarisationswinkel auf eine Metallplatte fällt, nach einer abermaligen Zurückwerfung von einer zweiten Platte desselben Metalls den Charakter der geradlinigen Polarisation beibehält, wofern die zweite Zurückwerfungsebene parallel oder rechtwinklig zu der ersten ist. Unsere Formel (F) verwandelt sich nämlich vermöge der allgemeinen Relation $\operatorname{cotg}\frac{A}{2} = \sqrt{\frac{1+\cos A}{1-\cos A}}$ in folgende:

$$\operatorname{cotg}\frac{1}{2}\cdot\frac{2\pi\delta}{T} = \frac{\sin\varepsilon}{\cos\varepsilon}\cdot\frac{n\sin\varepsilon}{\sqrt{1-n^2\sin^2\varepsilon}}\cdot\sqrt{-1};$$

oder, wenn $n\sin\varepsilon = \sin\beta$ gesetzt wird, in die gleichgeltende:

$$\operatorname{colg}\frac{1}{2}\cdot\frac{2\pi\delta}{T}=\operatorname{tang}\varepsilon\,.\,\operatorname{tang}\beta,$$

wo $\sqrt{-1}$ durch das in $\operatorname{tang}\beta$ enthaltene $\sqrt{-1}$ zum Verschwinden kommt. — Setzt man weiter $\frac{2\pi\delta}{T}=90^0-2\varphi$; so erhält man

$$\operatorname{tang}\varphi=\operatorname{tang}\left(45^0-\frac{1}{2}\cdot\frac{2\pi\delta}{T}\right)=$$

$$=\frac{1-\operatorname{tang}.\frac{1}{2}.\frac{2\pi\delta}{T}}{1+\operatorname{tang}.\frac{1}{2}.\frac{2\pi\delta}{T}}=\frac{1-\operatorname{cotg}\varepsilon\,.\,\operatorname{cotg}\beta}{1+\operatorname{cotg}\varepsilon\,.\,\operatorname{cotg}\beta}=$$

$$=\frac{\sin\varepsilon\sin\beta-\cos\varepsilon\cos\beta}{\sin\varepsilon\sin\beta+\cos\varepsilon\cos\beta}=-\frac{\cos(\varepsilon+\beta)}{\cos(\varepsilon-\beta)},$$

welcher Ausdruck mit demjenigen übereinstimmt, den Brewster für die herbeigeführte Phasendifferenz aus seinen Beobachtungen abgeleitet hat. — Aus der Relation: $\operatorname{colg}\frac{1}{2}\cdot\frac{2\pi\delta}{T}=\operatorname{tang}\varepsilon\,.\,\operatorname{tang}\beta$ sowohl, wie aus den Relationen: $\operatorname{tang}\varphi=-\frac{\cos(\varepsilon+\beta)}{\cos(\varepsilon-\beta)}$ und $\frac{2\pi\delta}{T}=90^0-2\varphi$ ergibt sich bei dem Polarisationswinkel nach einer einmaligen Reflection bei allen Metallen eine Phasendifferenz von einem Viertel einer Undulation. Nach zwei solchen Reflectionen erhöht sich diese Differenz auf eine halbe Undulation, wodurch der geradlinig polarisirte Zustand wieder herbeigeführt wird.

Wenn die Neigung der Polarisationsebene gegen die Zurückwerfungsebene 0^0 oder 90^0 ist, weichen die Intensitäten des reflectirten polarisirten Strahles bei demselben Einfallswinkel in beiden Fällen von einander ab. Ueberhaupt erreicht bei einer Veränderung der Neigung dieser zwei Ebenen von 0^0 bis 360^0 die elliptische Polarisation viermal ihr Maximum und viermal ihr Minimum. Es scheinen demnach bei der Zurückwerfung des Lichtes von Metallflächen auch wieder solche Vorgänge stattzufinden, wie bei der partiellen Reflection an der Oberfläche durchsichtiger Körper. Wir sagen also zweitens, die beiden Componenten, welche an den Metallflächen aus der Zurückwerfung des geradlinig polarisirten Strahles hervorgehen, erfahren bei einem derartigen Act ungleiche Schwächungen. Denn fände keine ungleiche Schwächung in dem Componenten statt, so würden, wenn der Strahl unter dem Polarisationswinkel mit der Neigung von 45^0 der Polarisationsebene gegen die Reflectionsebene einfällt, jene Componenten sich nach einer einmaligen Reflection an den Metallen zu einem circular polarisirten Strahl zusammensetzen, indem zwischen ihnen dann genau ein Phasenunterschied von einem Viertel einer Undulation besteht. Die

kreisförmige Polarisation ist aber nicht vorhanden, sondern eine elliptische; folglich müssen die beiden Componenten ungleiche Intensitäten haben.

Dies vorausgeschickt, betrachten wir jetzt einen geradlinig polarisirten Strahl, dessen Polarisationsebene einen Winkel von 45° mit der Reflectionsebene macht. Bei seiner Zurückwerfung an der Metallfläche zerspaltet sich also wie gesagt der Strahl in zwei Componenten, von denen die eine parallel mit der Reflectionsebene, die andere senkrecht gegen dieselbe ist und zwischen denen der Phasenunterschied $\frac{2\pi\delta}{T}$ eintritt. Außerdem erleidet jede der beiden Componenten eine Schwächung in ihrer Amplitude a, deren Verhältniß bei der mit der Reflectionsebene parallelen Componente mit p und bei der zu dieser Ebene normalen Componente mit s bezeichnet werden mag. — Es sei nun x die Entfernung des Aethertheilchens von seiner Gleichgewichtslage in der Richtung parallel mit der Reflectionsebene und y die Entfernung des Theilchens in der darauf senkrechten Richtung. Man hat alsdann

$$x = a\,p\,.\sin\frac{2\pi t}{T} \text{ und } y = a\,s\,.\sin\frac{2\pi}{T}(t+\delta).$$

Die Elimination von t liefert für die Bahn des schwingenden Theilchens die Gleichung:

$$p^2 y^2 + s^2 x^2 - 2\,p\,s\,.\,x\,y\,.\cos\frac{2\pi\delta}{T} = p^2 s^2 a^2 \sin^2.\frac{2\pi\delta}{T},$$

welche einer Ellipse angehört. — Für $\frac{2\pi\delta}{T} = m\pi$, wo m irgend eine ganze Zahl bedeutet, geht die Ellipse in eine gerade Linie über, welche $y = \mp\frac{s}{p}x$ zur Gleichung hat. Hiernach ergibt sich für die Tangente des Winkels, welchen diese Linie mit der Normale auf der Reflectionsebene macht, oder für die Tangente des ihm gleichgeltenden Winkels α, den die neue Polarisationsebene mit der Reflectionsebene einschließt, der Ausdruck: $\tang\alpha = \mp\frac{p}{s}$. — Wenn derselbe Strahl von einer zweiten Fläche des nämlichen Metalls unter dem nämlichen Einfallswinkel reflectirt wird, so daß beide Zurückwerfungsebenen parallel sind; so werden die Amplituden der beiden reflectirten Strahlen $p^2 a$ und $s^2 a$ sein und die Phasendifferenz derselben $\frac{4\pi\delta}{T}$ betragen. Die Bahn, welche das Aethertheilchen beschreibt, hat zur Gleichung:

$$p^4 y^2 + s^4 x^2 - 2\,p\,s^2\,x\,y\cos\frac{4\pi\delta}{T} = p^4 s^4 a^2 \sin^2\frac{4\pi\delta}{T}.$$

Die Ellipse verwandelt sich wieder in eine gerade Linie, wenn $\cos\frac{4\pi\delta}{T} = \mp 1$ ist. Die Neigung α der neuen Polarisationsebene

gegen die Reflectionsebene wird durch die Relation $\tan \alpha = -\left(\frac{p}{s}\right)^2$ bestimmt. — Nach den Beobachtungen Brewsters wird, wenn der Strahl unter dem Polarisationswinkel mit der Neigung von 45° seiner Polarisationsebene gegen die Reflectionsebene auf die erste Platte einfällt, die negative Neigung seiner Polarisationsebene nach der Zurückwerfung von der zweiten der ersten parallelen Platte für die verschiedenen Metalle durch die Werthe angegeben, welche die mit α überschriebene Spalte der untenstehenden Zusammenstellung enthält. Das Verhältniß der Schwächungen der Amplituden, welche durch Zurückwerfung unter dem Polarisationswinkel die beiden Componenten erleiden, wird durch die Quadratwurzel aus der Tangente der wiederhergestellten geradlinigen Polarisation bestimmt und ist in der mit $\frac{p}{s}$ überschriebenen Spalte der Tabelle enthalten:

Namen der Metalle.	Werthe von α.	Werthe von $\frac{p}{s}$.
Blei	11°	0,44
Stahl	17	0,55
Zink	19	0,58
Spiegelmetall	21	0,62
Wismuth	21	0,62
Quecksilber	26	0,70
Gold	35	0,83
Silber	39° 48′	0,91

Die Anordnung der Metalle in Bezug auf die Werthe von $\frac{p}{s}$ ist eine andere als die hinsichtlich ihres Brechungsverhältnisses. So z. B. hat Blei ein größeres Brechungsverhältniß als Silber, während bei dem letzteren Metall der Werth von $\frac{p}{s}$ jenen bei dem ersteren übertrifft.

Wenn ein Strahl unter der Neigung von 45° gegen die Reflectionsebene unter andern Winkeln als dem Polarisationswinkel von parallelen Platten zurückgeworfen wird, so kann er bei einer hinreichenden Anzahl dergleichen Reflectionen wieder in den geradlinig polarisirten Zustand versetzt werden. Bezeichnet r die kleinste Anzahl der dazu erforderlichen Reflectionen und α die Neigung der wiederhergestellten Polarisationsebene gegen die Zurückwerfungsebene; so wird das dem Einfallswinkel ε entsprechende Verhältniß der Schwächung durch die Relation: $\frac{p}{s} = \sqrt[r]{\tan \alpha}$ gegeben. Folgende Tabelle enthält die berechneten Werthe von $\frac{p}{s}$ für die verschiedenen Einfallswinkel bei Stahlplatten auf Grundlage der von Brewster gemachten Beobachtungen:

Einfallswinkel.	Zahl der Reflectionen.	Neigung der Polarisationsebene.	Werthe von $\frac{p}{s}$.
75°	2	17°	0,55
83° 30′	4	11° 30′	0,67
85° 45′	6	9° 30′	0,74
60°	4	11° 30′	0,67
51° 20′	6	9° 30′	0,74

Es correspondiren demnach zwei Einfallswinkel, bei denen die Phasenunterschiede sich zu 180° ergänzen und deren einer oberhalb des Polarisationswinkels und der andere unterhalb dieses Winkels liegt, in der Weise zu einander, daß sie gleiche Neigungen für die wiederhergestellte Polarisationsebene geben. Zugleich folgt daraus, daß die Verhältnisse der Schwächung bei solchen zwei Einfallswinkeln sich gleich sind.

Der durch Zurückwerfung an einer Metallplatte unter der Neigung von 45° gegen die Reflectionsebene bei dem von dem Polarisationswinkel verschiedenen Einfallswinkel ε entstandene elliptisch polarisirte Strahl setzt sich an einer zweiten Platte des nämlichen Metalls durch eine der ersteren parallelen Zurückwerfungsebene bei dem Einfallswinkel ε' wieder zu einem geradlinig polarisirten Strahl um, wenn die Einfallswinkel ε und ε' solche sind, bei denen die Phasenunterschiede sich zu einer halben Undulation ergänzen. Da bei dergleichen Einfallswinkeln dieselbe Schwächung eintritt, so wird das Verhältniß der Schwächung der einmal unter der Incidenz ε und das anderemal unter der Incidenz ε' reflectirten Strahlen gleich $\left(\frac{p}{s}\right)^2$ sein. Die wiederhergestellte Polarisationsebene bildet mit der Reflectionsebene den Winkel α, welcher durch die Gleichung $\tan \alpha = -\left(\frac{p}{s}\right)^2$ gegeben ist. Wäre demnach das Verhältniß der Schwächung $\frac{p}{s}$ für die verschiedenen Incidenzen an den Metallen bekannt, so ließe sich leicht die Neigung der wiederhergestellten Polarisationsebene berechnen. Nachstehende Tabelle enthält einige für Stahlplatten nach dieser Formel berechnete Neigungen, welche von den in Brewsters Versuchstabelle mitgetheilten nicht bedeutend abweichen.

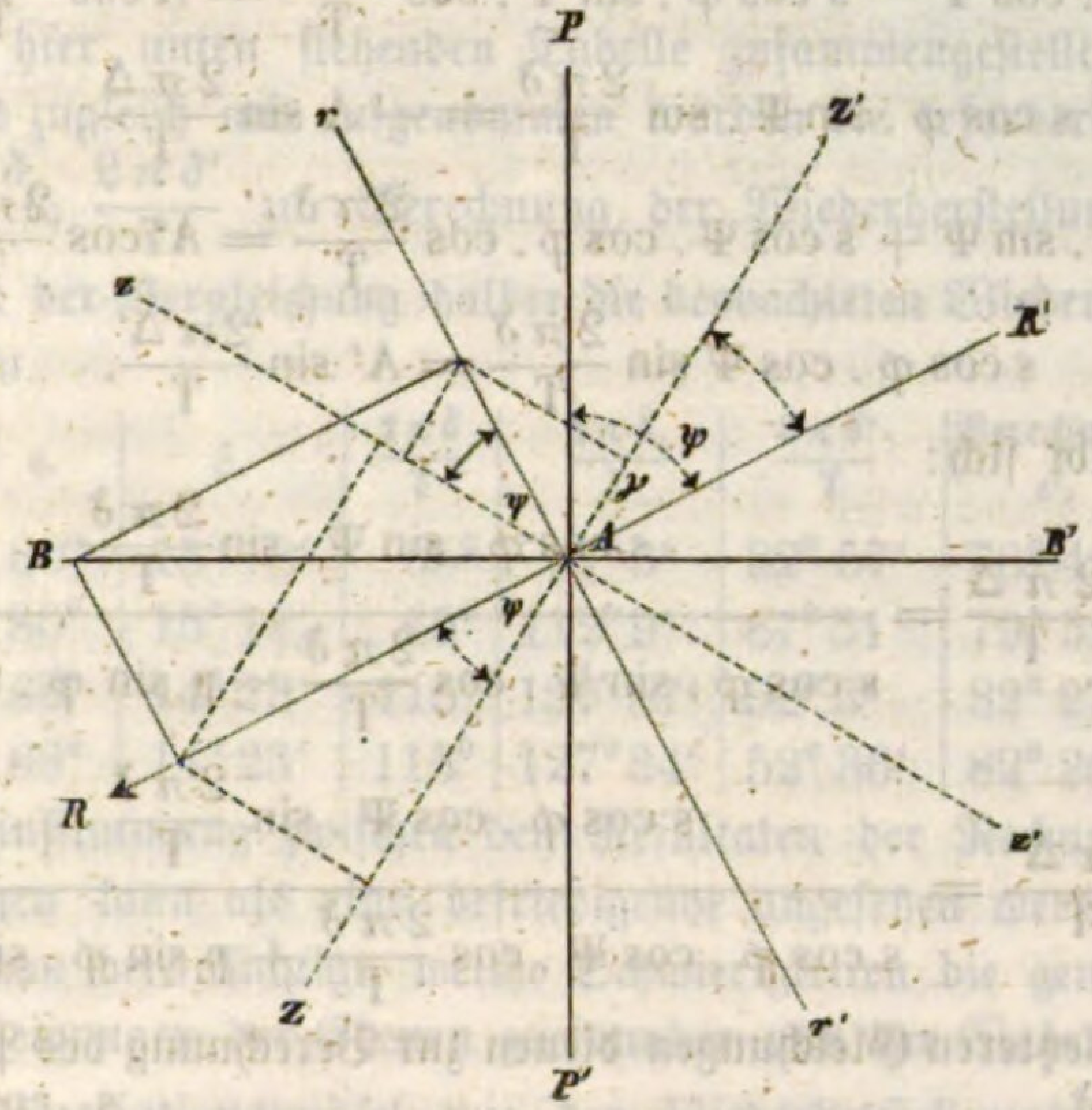
Einfallswinkel.	Wiederherstellungswinkel.	Werthe von $\frac{p}{s}$.	Neigung.
83° 30′	60° 20′	0, 67	24° 10′
85° 45′	54° 24′	0, 74	28° 42′
68°	80°	0, 58	18° 36′
77°	72°	0, 63	21° 39′

Wir gehen jetzt zu dem Fall über, in welchem der ursprünglich polarisirte Strahl bei der Neigung φ gegen die Reflectionsebene von Platten

desselben Metalls unter den nämlichen Einfallswinkeln eine Anzahl r von Reflectionen erfährt, bis seine geradlinige Polarisation wieder hergestellt ist. Die zur Reflectionsebene parallele Componente hat hier zum Ausdruck: $p \sin \varphi$, und die auf jener Ebene senkrechte Componente zum Ausdruck: $s \cos \varphi$, wo p und s durch die Einfallswinkel ε gegeben sind, unter denen die Reflection vor sich geht. Setzen sich die Componenten nach einer rmaligen Zurückwerfung zu einer geradlinigen Schwingung zusammen, so ergibt sich nach den oben angestellten ähnlichen Betrachtungen für die Neigung β der wiederhergestellten Polarisation die Gleichung: $\text{tang}\, \beta = \mp \text{tang}\, \varphi \,.\left(\frac{p}{s}\right)^r$, wo das obere oder das untere Zeichen gilt, je nachdem die dem Einfallswinkel zugehörige rmal genommene Phasendifferenz $\frac{2\pi\delta}{T}$ ein ungerades oder gerades Vielfache einer halben Undulation beträgt. Setzt man $+\left(\frac{p}{s}\right)^r = \text{tang}\, \alpha$, d. h. gleich der Tangente des Winkels, unter welchem die wiederhergestellte Polarisationsebene für den Fall der ursprünglichen Polarisation von 45° geneigt ist; so bekommt man $\text{tang}\, \beta = \text{tang}\, \alpha \,.\, \text{tang}\, \varphi$, welche Formel schon Brewster aus seinen Beobachtungen abgeleitet hat.

Wir kommen nunmehr zu dem dritten Fall, in welchem der ursprünglich geradlinig polarisirte Strahl bei einer Neigung φ gegen die Reflectionsebene unter irgend einem Einfallswinkel ε von einer Metallfläche reflectirt ist, hierauf von einer zweiten Fläche desselben Metalls zurückgeworfen wird, dergestalt daß die zweite Reflectionsebene mit der ersten Reflectionsebene einen Winkel Ψ macht. Es handelt sich darum den Wiederherstellungswinkel oder den Einfallswinkel auf der zweiten Fläche anzugeben, bei welchem der Strahl wieder geradlinig polarisirt ist. Um dahin zu gelangen, stellen wir folgende Ueberlegungen an. Es sei PP′ (Fig. 220) die ursprüngliche Polarisationsebene, folglich die darauf Senkrechte AB die Richtung, in welcher die geradlinige Bewegung vor sich geht; RR′ sei die erste Zurückwerfungsebene, welche mit der Polarisationsebene den Winkel φ einschließt; ZZ′ sei die zweite Zurückwerfungsebene, welche mit der ersten den Winkel Ψ macht. — Die ursprüngliche Bewegung in der Richtung AB zerfällt durch die erste Zurückwerfung in die nach AR parallele Componente: $p \sin \varphi$ und in die nach Ar wirkende auf AR senkrechte Componente: $s \cos \varphi$, wobei zugleich ein bestimmter Phasenunterschied $\frac{2\pi\delta}{T}$ eintritt. — Durch die zweite Zurückwerfung wird jede dieser beiden Componenten abermals in zwei Componenten zerlegt, von denen die eine in der Richtung AZ und die andere in der darauf senkrechten Richtung Az liegt. Die

Fig. 220.



beiden Bewegungen nach AZ sowohl, wie die beiden Bewegungen nach Az setzen sich zu einer neuen Bewegung zusammen, wobei es denn geschieht, daß die beiden resultirenden Bewegungen nach AZ und Az nicht mehr denselben Phasenunterschied δ nach der zweiten Zurückwerfung haben, welchen die unzerlegten Componenten nach AR und Ar hatten. Die Frage wäre also zunächst, den geänderten Phasenunterschied $\frac{2\pi\delta,}{T}$ zu ermitteln. Die Componenten P und S nach den Richtungen AR und Ar bei der ersten Zurückwerfung sind:

$$P = p . \sin\varphi . \cos 2\pi \frac{t}{T} \text{ und } S = s . \cos\varphi . \cos\frac{2\pi}{T}(t+\delta),$$

wo p und s wieder durch den Einfallswinkel ε gegeben sind, unter welchem die Zurückwerfung erfolgt. Durch Zerlegung der Bewegungen von P und S nach den Richtungen AZ und Az erhält man, wenn die Componenten mit P' und S' bezeichnet werden:

$$P' = p \sin\varphi . \cos\Psi \cos\frac{2\pi t}{T} - s\cos\varphi . \sin\Psi \cos\frac{2\pi}{T}(t+\delta);$$

$$S' = p\sin\varphi . \sin\Psi \cos\frac{2\pi t}{T} + s\cos\varphi . \cos\Psi . \cos\frac{2\pi}{T}(t+\delta).$$

Setzt man jetzt $P' = A\cos\frac{2\pi}{T}(t+\Delta)$, und $S' = A'\cos\frac{2\pi}{T}(t+\Delta')$, so hat man zur Bestimmung der Größen A, A', Δ und Δ' folgende vier Gleichungen:

$$p \sin\varphi \,.\, \cos\Psi - s\cos\varphi \,.\, \sin\Psi \,.\, \cos\frac{2\pi\delta}{T} = A\cos\frac{2\pi\Delta}{T};$$

$$s\cos\varphi \,.\, \sin\Psi \,.\, \sin\frac{2\pi\delta}{T} = -A\sin\frac{2\pi\Delta}{T};$$

und $p \,.\, \sin\varphi \,.\, \sin\Psi + s\cos\Psi \,.\, \cos\varphi \,.\, \cos\frac{2\pi\delta}{T} = A'\cos\frac{2\pi\Delta'}{T};$

$$s\cos\varphi \,.\, \cos\Psi \sin\frac{2\pi\delta}{T} = A'\sin\frac{2\pi\Delta'}{T}.$$

Daraus ergibt sich:

$$\tan\frac{2\pi\Delta}{T} = \frac{s\cos\varphi \,.\, \sin\Psi \,.\, \sin\frac{2\pi\delta}{T}}{s\cos\varphi \,.\, \sin\Psi \,.\, \cos\frac{2\pi\delta}{T} - p\sin\varphi \,.\, \cos\Psi}$$

und $\tan\frac{2\pi\Delta'}{T} = \frac{s\cos\varphi \,.\, \cos\Psi \,.\, \sin\frac{2\pi\delta}{T}}{s\cos\varphi \,.\, \cos\Psi \,.\, \cos\frac{2\pi\delta}{T} + p\sin\varphi \,.\, \sin\Psi}$

Die beiden letzteren Gleichungen dienen zur Berechnung des Phasenunterschiedes $\frac{2\pi\delta_{,}}{T}$ der beiden Strahlen und geben, wenn $\frac{s \,.\, \cos\varphi}{p \,.\, \sin\varphi} = \cot\gamma$ gesetzt wird:

$\tan\frac{2\pi\delta_{,}}{T} = \tan\frac{2\pi}{T}(\Delta - \Delta') =$

$$= \frac{\sin 2\pi\frac{\delta}{T} \,.\, \sin 2\gamma}{\sin 2\gamma \,.\, \cos 2\Psi \,.\, \cos\frac{2\pi\delta}{T} - \sin 2\Psi \,.\, \cos 2\gamma}.$$

Diese Gleichung verwandelt sich für $\Psi = 0$ in $\frac{2\pi\delta_{,}}{T} = \frac{2\pi\delta}{T}$, wie es sein muß. — Um das theoretische Resultat mit den Beobachtungen zusammen zu halten, nehmen wir eine von Brewster mit Stahlplatten angestellte Versuchsreihe zur Hand. Der Strahl war ursprünglich um 45° gegen die Reflectionsebene geneigt und wurde bei zwei verschiedenen Einfallswinkeln, nämlich 80° und 68° geprüft, wobei die zweite Zurückwerfungsebene verschiedene Winkel mit der ersten machte. Im vorliegenden Falle war demnach $\varphi = 45''$ und das Verhältniß der Schwächung $\frac{p}{s} = 0{,}58$, zu welchem der Hülfswinkel $\gamma = 29^\circ 16'$ gehörte. — Dieser Versuchsreihe wollen wir vier specielle Fälle entnehmen und für solche die Wiederherstellungswinkel ε' berechnen, d. h. die Einfallswinkel ε', unter denen der Strahl auf die zweite Platte auffallen muß, um in den gewöhnlichen Polarisationszustand zurückgeführt zu werden. Die Neigungen Ψ der zweiten Reflectionsebene gegen die erste nebst den mit den Einfallswinkeln ε von 80° und 68° mittelst des

Brechungsverhältnisses r = 3,732 gegebenen Bestimmungsstücken β, $\frac{2\pi\delta}{T}$ sind in der hier unten stehenden Tabelle zusammengestellt. In dieser Tabelle sind zugleich mit aufgenommen worden die erforderlichen Hülfsgrößen $\frac{2\pi\delta_{\prime}}{T}$, $\frac{2\pi\delta'}{T}$ zur Berechnung der Wiederherstellungswinkel ε', neben denen der Vergleichung halber die beobachteten Wiederherstellungswinkel stehen.

ψ.	ε.	β.	$\frac{2\pi\delta}{T}$	$\frac{2\pi\delta_{\prime}}{T}$	$\frac{2\pi\delta'}{T}$	Berechnete ε'.	Beobachtete ε'.
$22\frac{1}{2}^0$	80^0	$15^0\,18'$	65^0	$97^0\,3'$	$82^0\,57'$	$76^0\,42'$	$73^0\,40'$
$33\frac{3}{4}^0$	80^0	$15^0\,18'$	65^0	$112^0\,9'$	$67^0\,51'$	$79^0\,32'$	$77^0\,00'$
$22\frac{1}{2}^0$	68^0	$14^0\,23'$	115^0	$127^0\,57'$	$52^0\,3'$	$82^0\,27'$	$81^0\,00'$
$33\frac{3}{4}^0$	68^0	$14^0\,23'$	115^0	$127^0\,24'$	$52^0\,36'$	$82^0\,26'$	$80^0\,15'$

Die Uebereinstimmung zwischen den Resultaten der Rechnung und den Beobachtungen kann als eine befriedigende angesehen werden, namentlich wenn man berücksichtigt, welche Schwierigkeiten die genaue Bestimmung der Neigungen der Ebenen zueinander und der Einfallswinkel hat.

Der Polarisationswinkel wie der Wiederherstellungswinkel ändert sich mit der Farbe des Strahles. So fand Brewster bei Versuchen mit homogenem Lichte mit Silber den Polarisationswinkel 73° für die gelben, 70° für die blauen und 75° für die rothen Strahlen. Hiernach wären denn die Metalle stärkerbrechend für rothes Licht als für blaues, zeigen also ein von dem der durchsichtigen Körper verschiedenes Verhalten. Auf diese Weise geschieht es auch, daß im reflectirten polarisirten Lichte an polirten Metallflächen besondere Farbenphänomene hervortreten. Man analysire das zweimal unter einem bestimmten Winkel von zwei Silberplatten reflectirte polarisirte Licht mittelst eines Prismas aus Doppelspath, indem man den Hauptschnitt des Prismas jedesmal in die Lage bringt, in welcher das ungewöhnliche Bild ein Minimum ist. Man findet dann, daß bei der Incidenz von 70° die blauen Strahlen verschwinden und die rothen zurückbleiben; daß bei der Incidenz von 75° die rothen Strahlen wegfallen und die blauen sichtbar werden; daß bei der Incidenz von 73° die gelben weggehen und die rothen mit den blauen zusammen wirksam sind. Bei andern Einfallswinkeln wird bald diese, bald jene Farbe in dem ungewöhnlichen Bilde vorherrschen. Demgemäß zeigt sich im weißen Lichte nach zwei Reflectionen bei einem Einfallswinkel von 64° ein blasses Gelb, bei 68° Orangegelb, bei 76° blasses Blau, bei 78° Bläulichweiß.

Ein unpolarisirter einfallender Strahl läßt sich aus zwei Bündeln von gleicher Intensität zusammengesetzt betrachten, deren eines um + 45°, das andere um — 45° gegen die Einfallsebene polarisirt ist.

Jedes partielle Bündel, das unter dem Winkel der vollkommenen Polarisation auf die Metallplatte fällt, wird demnach daselbst dieselben Modificationen erfahren, wie ein polarisirter Strahl, dessen Polarisationsebene unter einem Winkel von 45° gegen die Reflectionsebene geneigt ist. Aus der Vereinigung beider gleichzeitig modificirter Bündel muß folglich ein elliptisch polarisirter Strahl hervorgehen. Und in der That gibt sich der reflectirte Strahl bei der Analyse durch einen isländischen Spath als einen derartigen polarisirten Strahl zu erkennen. Diese Erscheinung wird an jedem Metalle bei allen Incidenzen wahrgenommen; sie erfolgt aber am vollständigsten unter dem Polarisationswinkel. Die stärkere polarisirende Wirkung bringen diejenigen Metalle hervor, welche den größeren Polarisationswinkel haben: Stahl polarisirt mithin stärker als Silber.

Durch mehrere successive Reflectionen von Metallen läßt sich der unpolarisirte Strahl in der Art modificiren, daß er für die Erscheinung als vollständig polarisirt gelten kann. Bei einer Stahlplatte erschien das von einer in 2½ Meter Entfernung aufgestellten Wachskerze herkommende Licht merklich vollständig in der Einfallsebene polarisirt nach acht Zurückwerfungen bei 60° Incidenz. Beim Blei war eine geringere, beim Silber dagegen eine größere Anzahl von Reflectionen dazu erforderlich. Auch änderte sich die Zahl der Zurückwerfungen mit dem Einfallswinkel, um eine solche Polarisation hervorzubringen. Die Polarisationsebenen der beiden den unpolarisirten Strahl zusammensetzenden partiellen Bündel, deren eines um + 45°, das andere um — 45° gegen die Einfallsebene polarisirt ist, rücken nämlich bei jeder Zurückwerfung der Reflectionsebene näher, so daß nach einer gewissen Anzahl dergleichen Zurückwerfungen die Neigungen der zwei Polarisationsebenen gegen diese Ebene merklich Null werden können.

Das auf Metallflächen einfallende Licht wird durch Zurückwerfung mehr oder weniger polarisirt; es kann daher nicht befremden, wenn bei der Analyse eines solchen Lichtes durch den Doppelspath wegen der ungleichen Annäherung der verschiedenfarbigen Strahlen an den Polarisationszustand die eine oder die andere Farbenerscheinung zu Tage tritt. Zu dieser Klasse von Phänomenen gehört die von Arago wahrgenommene Farbenerscheinung bei der Analyse der Newton'schen Farbenringe, wenn dieselben durch die zwischen einer Glaslinse und einem Metallspiegel befindliche Luftschichte erzeugt werden. Betrachtet man die auf diese Weise gebildeten Ringe vermittelst eines Doppelspathprismas, so haben bei senkrecht einfallendem Lichte beide Bilder gleiche Intensität. Wird der Einfallswinkel ein anderer, so wird eins der Bilder nach und nach schwächer und verschwindet endlich bei dem Einfallswinkel

von 54°, d. h. bei dem Winkel der vollständigen Polarisation des Glases, wenn der Hauptschnitt des Prismas mit der Zurückwerfungsebene parallel läuft oder auf ihr senkrecht steht. Bei kleineren Einfallswinkeln zeigt sich das Bild von Neuem, jedoch mit der bemerkenswerthen Eigenthümlichkeit, daß die Farben der Ringe nun die complementären von denen sind, welche das nicht verschwundene Bild bei der vollständigen Polarisation hatte. Erschien z. B. für das bloße Auge und für eine gewisse Annäherung der Linse an den Spiegel der Centralfleck der Ringe roth, so zeigen sich jetzt im Kalkspath zwei Flecke, ein rother und ein grüner und so für alle übrigen Theile der Ringe, welche Farbe sie auch ursprünglich haben mögen. Die Strahlen, welche die Ringe zwischen der Glaslinse und dem Metallspiegel bilden, besitzen also bei senkrechter Incidenz alle Kennzeichen des unpolarisirten Lichtes; bei Einfallswinkeln, die zwischen 90° und 54° liegen, den Charakter des unvollständig polarisirten Lichtes; bei dem Einfallswinkel von 54° alle Eigenschaften des vollständigen polarisirten Lichtes; bei Einfallswinkeln unter 54° erleiden sie dagegen eine besondere Modification, durch welche sie sich sowohl vom polarisirten als vom unpolarisirten Lichte unterscheiden.

Durch umfassende mit großer Sorgfalt von dem französischen Physiker Jamin ausgeführte Untersuchungen hat sich unzweifelhaft herausgestellt, daß nicht blos bei der Reflection an Metallen, sondern auch bei der Reflection an mehreren anderen Substanzen die geradlinige Polarisation des einfallenden Strahles in eine elliptische verwandelt wird. Zwischen den beiden Componenten des reflectirten Bündels, die eine parallel, die andere senkrecht zur Zurückwerfungsebene genommen, wird demnach in den meisten Fällen ein Gangunterschied herbeigeführt, der nur in selteneren Fällen sich auf Null reducirt und den Charakter der Polarisation unverändert läßt. Bei dieser an der Lichtreflection erkannten Wirkungsweise lassen sich die Substanzen gleichsam in zwei Klassen theilen. Die zu einer Klasse gehörigen Substanzen rücken nämlich die in der Einfallsebene polarisirte Componente vor, während dies bei den Substanzen, welche zu der zweiten Klasse gehören, mit der auf jener Ebene senkrecht polarisirten Componente geschieht. Man kann deßhalb die einen positiv reflectirende, und die anderen negativ reflectirende Substanzen nennen. — Hinsichtlich der Stärke des Vermögens, die geradlinige Polarisation in eine elliptische umzusetzen, stehen die Metalle oben an, indem sie bei allen Incidenzen von der lothrechten bis zur streifenden eine derartige Wirkungsweise zu erkennen geben. Bei dem Haupteinfallswinkel oder Polarisationswinkel oder dem Winkel des Polarisationsmaximums, der sich mit reflectirenden

Körpern ändert, tritt jedoch die Erscheinung am auffallendsten hervor. — Aehnliches findet für viele starre Körper statt, mit dem einzigen Unterschiede, daß die durch Zurückwerfung zwischen den beiden Componenten hervorgerufene Phasendifferenz für geringere oder größere Incidenzen verschwindet, oder ein bestimmtes Vielfache einer Undulation beträgt. In dem einen wie in dem andern Falle ist die Polarisation nach der Zurückwerfung außerhalb jener Grenzen geradlinig und zwischen denselben elliptisch.

Im Allgemeinen liegen diese Grenzen desto näher aneinander, je kleiner das Brechungsverhältniß ist. Sie fallen zusammen, wenn das Brechungsverhältniß annähernd den Werth 1,46 erreicht. Alle Substanzen, deren Brechungsverhältniß größer ist als 1,46 sind positiv reflectirende; während die Substanzen, deren Brechungsverhältniß kleiner als 1,46 ist, zu den negativ reflectirenden zu gehören scheinen. — Hiernach sind positiv reflectirende Substanzen: senkrecht zur Achse geschnittener Kalkspath mit dem Haupteinfallswinkel $\varepsilon = 59^0$ und dem Brechungsverhältniß $n = 1{,}654$; Quarz bei $\varepsilon = 56^0$ und $n = 1{,}548$; Steinkohle bei $\varepsilon = 59^0$ und $n = 1{,}7$; Flintglas bei $\varepsilon = 57^0$ und $n = 1{,}57$. — Zu den negativ reflectirenden Substanzen sind zu rechnen: Flußspath bei $\varepsilon = 55^0$ und $n = 1{,}44$; Hyalith bei $\varepsilon = 54^0$ und $n = 1{,}42$. — Ein senkrecht gegen die Octaederachse geschnittener Alaunkrystall, für welchen $\varepsilon = 55^0$ und $n = 1{,}43$, ist eine neutrale Substanz, d. h. die beiden Componenten des reflectirten Bündels behalten dieselbe Phase nach der Zurückwerfung.

Ein ähnliches Verhalten zeigen verschiedene Flüssigkeiten, namentlich Oele, insofern sie bei der Zurückwerfung zwischen der parallel und normal zur Einfallsebene polarisirten Componente des reflectirten Strahles einen Gangunterschied herbeiführen. Bei Flüssigkeiten, deren Brechungsverhältniß von beinahe 1,4 ist, behalten die Componenten dieselbe Phase nach der Zurückwerfung, so daß der Charakter der Polarisation unverändert bleibt. Flüssigkeiten, deren Brechungsverhältniß groß ist, besitzen gewöhnlich die positive Reflection; dagegen die Flüssigkeiten, deren Brechungsverhältniß klein ist, zu der Klasse mit negativer Reflection gehören. — Positiv reflectirende Substanzen sind Lavendelöl mit dem Haupteinfallswinkel $\varepsilon = 55^0$ und dem Brechungsverhältniß $n = 1{,}46$; Anisöl mit $\varepsilon = 57^0$ und $n = 1{,}55$; Fenchelöl mit $\varepsilon = 55^0$ und $n = 1{,}49$; Lorbeeröl mit $\varepsilon = 56^0$ und $n = 1{,}54$. — Negativ reflectirende Substanzen sind: Wasser mit $\varepsilon = 53^0$ und $n = 1{,}333$; Chlorzink mit $\varepsilon = 53^0$ und $n = 1{,}37$; essigsaures Blei mit $\varepsilon = 53^0$ und $n = 1{,}35$; schwefelsaures Natron mit $\varepsilon = 53^0$ und $n = 1{,}34$. — Neutral sind Glycerin mit $\varepsilon = 54^0$ und $n = 1{,}41$; Goldchlorür mit $\varepsilon = 53^0$ und $n = 1{,}35$.

Solche Körper verleihen durch Reflection wie die Metalle dem einfallenden unpolarisirten Lichte mehr oder minder den Charakter der elliptischen Polarisation, die durch wiederholte Reflectionen annäherungsweise in die geradlinige umgesetzt werden kann. Bei dergleichen successiven Zurückwerfungen zeigt sich recht deutlich der wandelbare Charakter der Farben. Denn sie ändern sich mit der Zahl der Reflectionen, weil nicht sämmtliche Strahlen überall in demselben Verhältnisse zurückgestrahlt werden. Silber erhält nach mehrmaliger Reflection eine bronzeähnliche, Gold eine purpurrothe Farbe; Messing erscheint orangefarbig, Glockengut roth mit etwas Blau vermengt. Aehnliche Erscheinungen, wie bei der Reflection des Lichtes durch Metalle nehmen wir wahr bei der Reflection und Brechung durch stark lichtbrechende Substanzen, wie Diamant und Flintglas. So scheint es uns denn geglückt zu sein, die physikalische Ursache für Das errathen zu haben, was sich unserem Auge als ein Charakteristisches darstellt und mit dem Namen Metallglanz und Glasglanz bezeichnet wird.

Vierter Abschnitt.

Einiges über die optischen Instrumente und über die Photographie.

1. Einfaches und zusammengesetztes Mikroskop. — Spiegelmikroskop. Polarisationsmikroskop.

Unter Mikroskopen versteht man jene optischen Vorrichtungen, mittelst derer nahe und kleine Gegenstände, welche wir wegen ihrer zu geringen Ausdehnung mit bloßem Auge nicht gut sehen würden, demselben deutlich dargestellt werden können. Enthält das Mikroskop nur Linsengläser, so ist es ein sogenanntes dioptrisches; dagegen ein katoptrisches, wenn dabei auch Spiegel in Anwendung kommen. Gewöhnlich unterscheidet man zwischen einfachen und zusammengesetzten Mikroskopen. Eigentlich ist aber jede Sammellinse, welche Brennweite sie auch haben mag, ein einfaches Mikroskop, indem sie von einem Gegenstande, der innerhalb ihrer Brennweite steht, die Strahlen dergestalt ins Auge sendet, als kämen sie von einem größeren

und weiter entfernten Objecte her. Vorzugsweise nennt man solche Sammellinsen, deren Brennweite viel kleiner ist als die deutliche Sehweite, **mikroskopische**; hingegen **Lupen**, wenn ihre Brennweite einige Centimeter beträgt. — Vergleicht man den Gesichtswinkel Ψ, unter welchem sich das Bild des Gegenstandes mittelst der Lupe oder des einfachen Mikroskops zeigt, mit dem Gesichtswinkel φ, unter welchem man denselben Gegenstand mit freiem Auge sieht; so gibt der aus der Division des ersteren Winkels durch den letzteren entspringende Quotient die **Vergrößerung** des Mikroskops an. Man denke sich das Auge sehr nahe an der Linse und die Dicke derselben von der Art, daß man sie vernachlässigen und annehmen darf, das Auge befinde sich in ihrem optischen Mittelpunkte. Setzt man die kleinste Distanz, in welcher das Auge noch deutlich sieht, $= c$, die Entfernung des Gegenstandes vom Auge $= a$, G die Größe des Gegenstandes; so hat man $\operatorname{tang}\frac{\Psi}{2} = \frac{G}{a}$ und $\operatorname{tang}.\frac{\varphi}{2} = \frac{G}{c}$. Daraus folgt $\frac{\operatorname{tang}.\frac{\Psi}{2}}{\operatorname{tang}.\frac{\varphi}{2}} = \frac{c}{a}$, oder, wenn statt der Tangenten ihre Winkel genommen werden: $\frac{\Psi}{\varphi} = \frac{c}{a}$. Es ist aber in Folge der bekannten Relation: $\frac{1}{b} + \frac{1}{a} = \frac{1}{f}$, worin f die Brennweite der Linse, a die Entfernung des durch sie gesehenen Gegenstandes und b der Abstand des durch sie dem Auge dargebotenen Bildes von der Linse darstellt, und in Erwägung, daß im vorliegenden Falle b negativ ist: $\frac{1}{a} = \frac{1}{f} + \frac{1}{b}$. Folglich $\frac{\Psi}{b} = \frac{f+b}{f} = \frac{f+c}{f}$, weil c mit b zusammenfällt; d. h. die **Vergrößerung** durch die Lupe oder das einfache Mikroskop ist um die Einheit größer als der Quotient der Sehweite des Auges durch die Brennweite der Linse. Man nennt diese Vergrößerung die **lineare**, zum Unterschiede der Vergrößerung nach der Fläche, welche man bekommt, wenn man das Quadrat der Zahl der linearen nimmt. — Man sieht hieraus, daß dieselbe Lupe für ein weitsichtiges Auge mehr, für ein kurzsichtiges weniger vergrößere als für ein gesundes; ferner daß ein einfaches Mikroskop desto mehr vergrößere, je kürzer die Brennweite der Linse ist. Man hat Linsen, die eine 200malige lineare Vergrößerung geben.

Die Stärke der Vergrößerung bestimmt jedoch nicht allein den Werth des Mikroskops. Das Bild muß auch die gehörige **Deutlichkeit** besitzen. Die Linsen müssen deßhalb vollkommen sphärische Krümmungen haben, die Halbmesser derselben dergestalt gewählt werden, daß die sphärische Abweichung nahe ein Kleinstes wird, was bei so kleinen

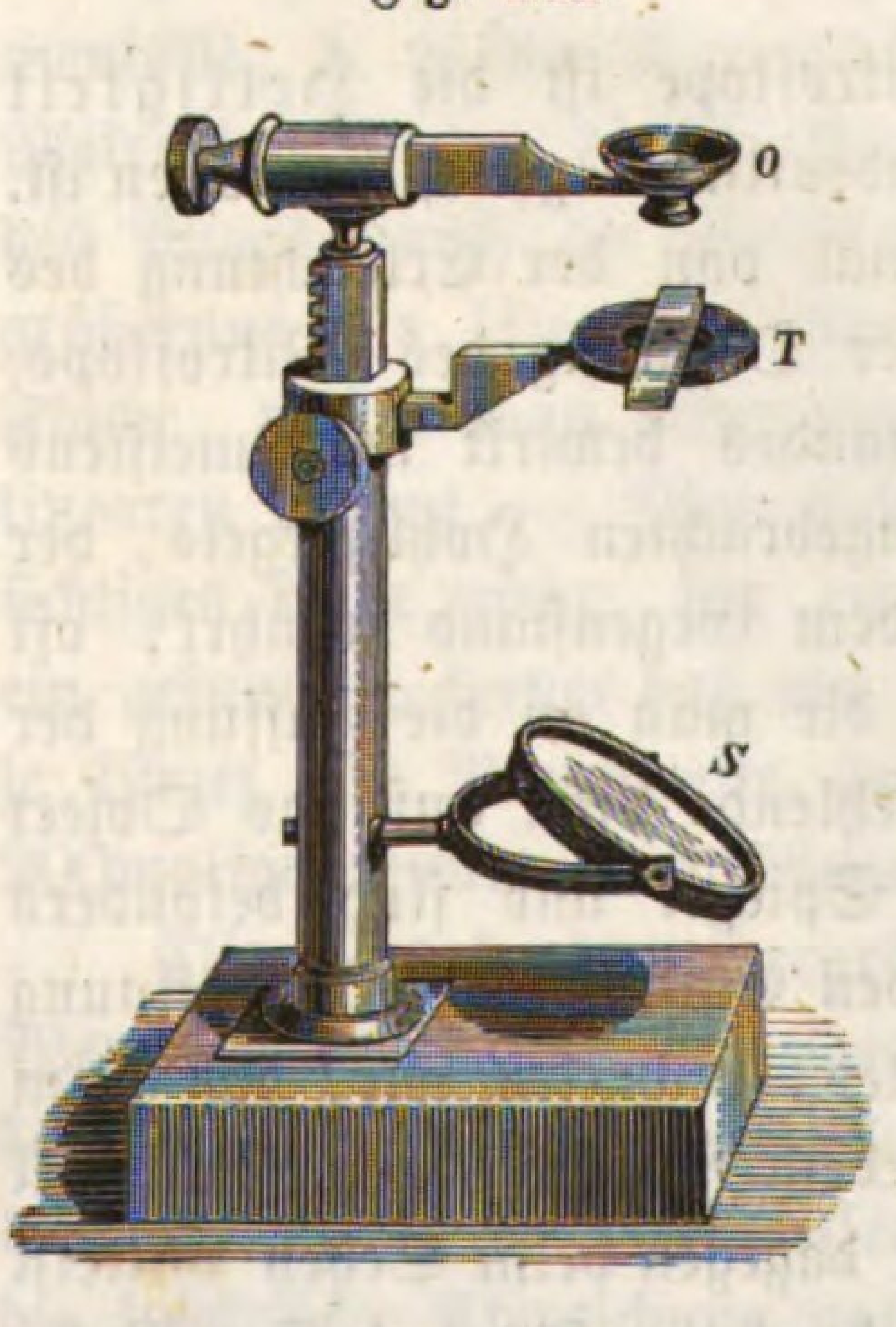
Krümmungshalbmessern sich nicht leicht bewerkstelligen läßt. Die Randstrahlen muß man durch eine Fassung abhalten und zwar desto mehr, je stärker die Linse gekrümmt ist. — Die Beseitigung der Farbenzerstreuung hat bei Linsen von so kurzer Brennweite ebenfalls ihre große Schwierigkeiten; zum Glück ist die Wirkung der Farbenzerstreuung hier nicht sehr bedeutend, da das Auge nahe an der Linse sich befindet, mithin die Strahlen noch wenig divergiren. Die chromatische Abweichung wird übrigens dadurch vermindert, daß man die Linsen aus einem Stoffe verfertigt, der bei einem großen Brechungsvermögen ein kleines Zerstreuungsvermögen besitzt, wie dies z. B. beim Saphir und Diamant der Fall ist. — Eine Saphirlinse und besonders eine Diamantlinse haben vor den Glaslinsen nicht blos wegen der größeren Deutlichkeit ihrer Bilder den Vorzug, sondern sie gewähren auch bei einerlei Krümmungshalbmesser eine stärkere Vergrößerung als die Glaslinsen. Für eine gleichseitige Linse hat man nämlich für die Brennweite f den Ausdruck: $f = \frac{r}{2(n-1)}$; daher für die Glaslinse $f = \frac{r}{1{,}1}$; für die Saphirlinse $f = \frac{r}{1{,}54}$; für die Diamantlinse $f = \frac{r}{2{,}94}$. Folglich stehen bei gleichen Krümmungen die Vergrößerungen nahe in dem Verhältnisse 11 : 15 : 29. — Die Lupen macht man meistens gleichseitig, damit man sie mit gleicher Wirkung von jeder Seite brauchen kann. Sie werden zuweilen planconvex oder gar concavconvex gemacht, wobei sie aber stets mit der stärker gekrümmten Seite gegen das Object gerichtet sein müssen. Seit einiger Zeit werden auch achromatische Lupen verfertigt, welche Ausgezeichnetes leisten.

Von großer Wichtigkeit bei dem Mikroskope ist die Helligkeit des Bildes, da ein dunkles Bild einem undeutlichen gleich zu achten ist. Die Helligkeit des Bildes hängt ab einmal von der Erleuchtung des Gegenstandes und dann von der Größe der Oeffnung des Mikroskops. Eine hinreichende Erleuchtung des Gegenstandes bewirkt man meistens mittelst eines unter dem Gegenstande angebrachten Hohlspiegels, der das Licht der Sonne oder einer Lampe dem Gegenstand zuführt; oft wendet man eigene kleine Hohlspiegel an, die man an die Fassung der Linse steckt, damit sie das die Linse verfehlende Licht auf das Object zurücksenden. Sie heißen Lieberkühn'sche Spiegel und sind besonders bei opaken Objecten von Nutzen. — Um den Einfluß der Linsenöffnung auf die Helligkeit des Bildes zu beurtheilen, bemerken wir, daß beim Sehen mit freiem Auge dasselbe von jedem Punkte einen Lichtkegel erhält, der die Pupille zur Basis hat; daß dagegen beim Sehen mittelst der Linse es von jedem Punkte einen Lichtkegel empfängt, dessen Basis

die Linsenöffnung ist. Die Helligkeit H im letzteren Falle wird sich mithin zur der Helligkeit J im ersteren Falle verhalten wie die Fläche der Linsenöffnung zu jener der Pupille. Bezeichnet daher y den Oeffnungshalbmesser der Linse und p den der Pupille, so wäre $H = \frac{J \cdot y^2}{p^2}$, insofern durch die Linse das Bild auf der Netzhaut nicht vergrößert würde. Allein das Licht wird, wenn m die lineare Vergrößerung des Mikroskops ist, auf eine m^2 mal größere Fläche ausgegossen, weßhalb die Helligkeit in demselben Verhältnisse vermindert wird. Es ist deßhalb $H = \frac{J\, y^2}{p^2\, m^2} = \frac{J \cdot y^2 \cdot f^2}{p^2\, c^2}$, in Berücksichtigung der Relation $m = \frac{c}{f} + 1$ oder $m = \frac{c}{f}$, ein Resultat, das von dem vorhergehenden nur wenig abweicht. Die Helligkeit nimmt also mit der Größe der Linsenöffnung zu; doch darf die Erweiterung der Oeffnung nur so weit gehen, daß der Deutlichkeit des Bildes kein Eintrag geschehe. Die Helligkeit nimmt auch mit der Brennweite der Linse zu; damit wird aber die Vergrößerung des Mikroskops vermindert, weßhalb bei starken Vergrößerungen, wo die Brennweite klein sein muß, eine hinreichende Helligkeit nur durch starke Erleuchtung des Objects zu erzielen ist.

Zu den einfachen Mikroskopen werden auch diejenigen gezählt, welche aus zwei oder drei Linsen bestehen, die sehr nahe nebeneinander liegen und wie eine einzige stärker convexe wirken, dabei aber eine größere Helligkeit gewähren als eine einzelne Linse und eine geringere sphärische Abweichung verursachen. Um mit dem einfachen Mikroskop bequem beobachten zu können, wird die Linse mit ihrer Fassung in ein eigenes Postament eingesetzt, das mittelst einer besonderen Vorrichtung gestattet, dem Objecte die nöthige Entfernung von der Linse zu geben. Fig. 221 stellt ein solches einfaches Mikroskop dar. Eine mehr oder weniger convexe Linse oder eine Combination von zwei oder von drei Linsen, welche wie eine einzige stärkere wirken, ist bei O eingeschraubt. Der zu beobachtende Gegenstand wird auf das Tischchen T gelegt. Zur Beleuchtung des Objects dient der Spiegel S.

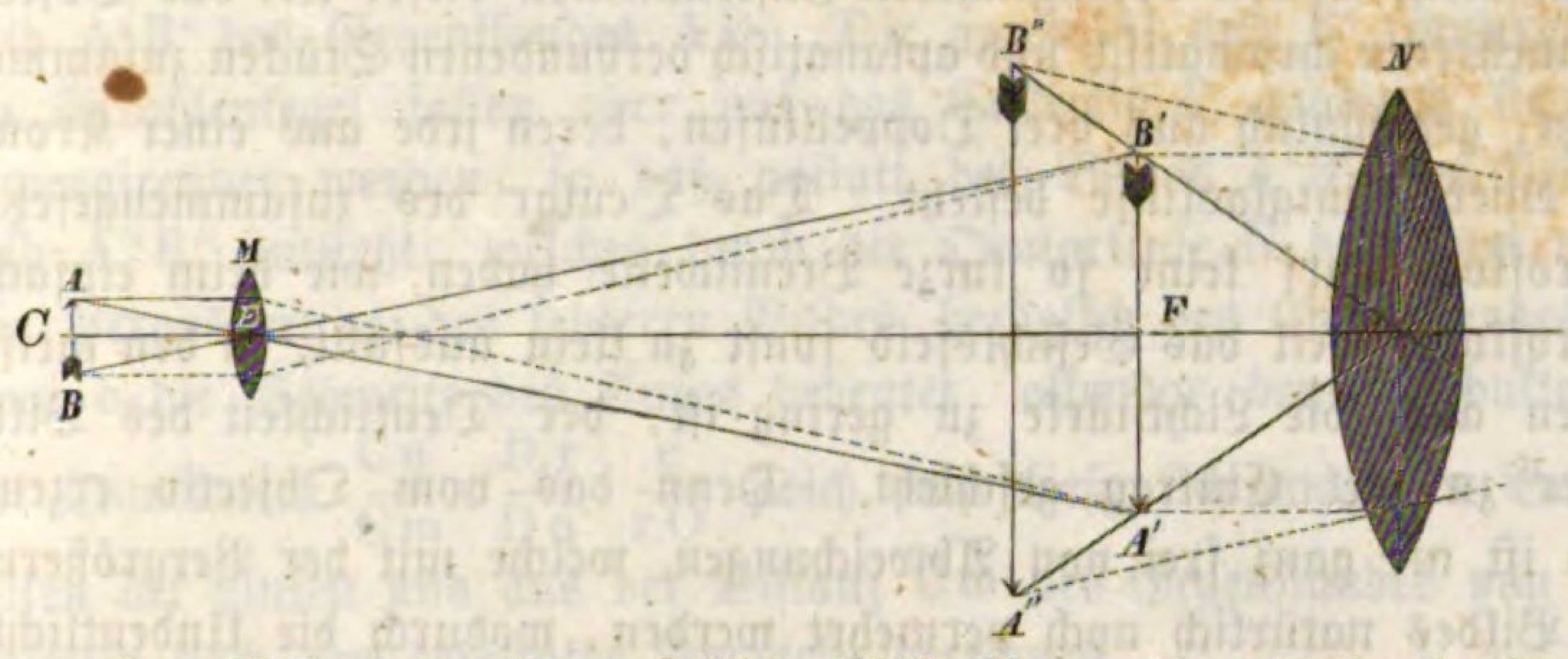
Fig. 221.



Das zusammengesetzte Mikroskop besteht in seiner einfachsten Form aus

zwei voneinander getrennten Sammellinsen. Die Linse von kurzer Brennweite, vor welcher der kleine Gegenstand sich befindet, heißt das Objectiv; die andere Linse, welche in der Nähe des Auges liegt, das Ocular. Fig. 222 zeigt den Gang der Lichtstrahlen und die Ent-

Fig. 222.

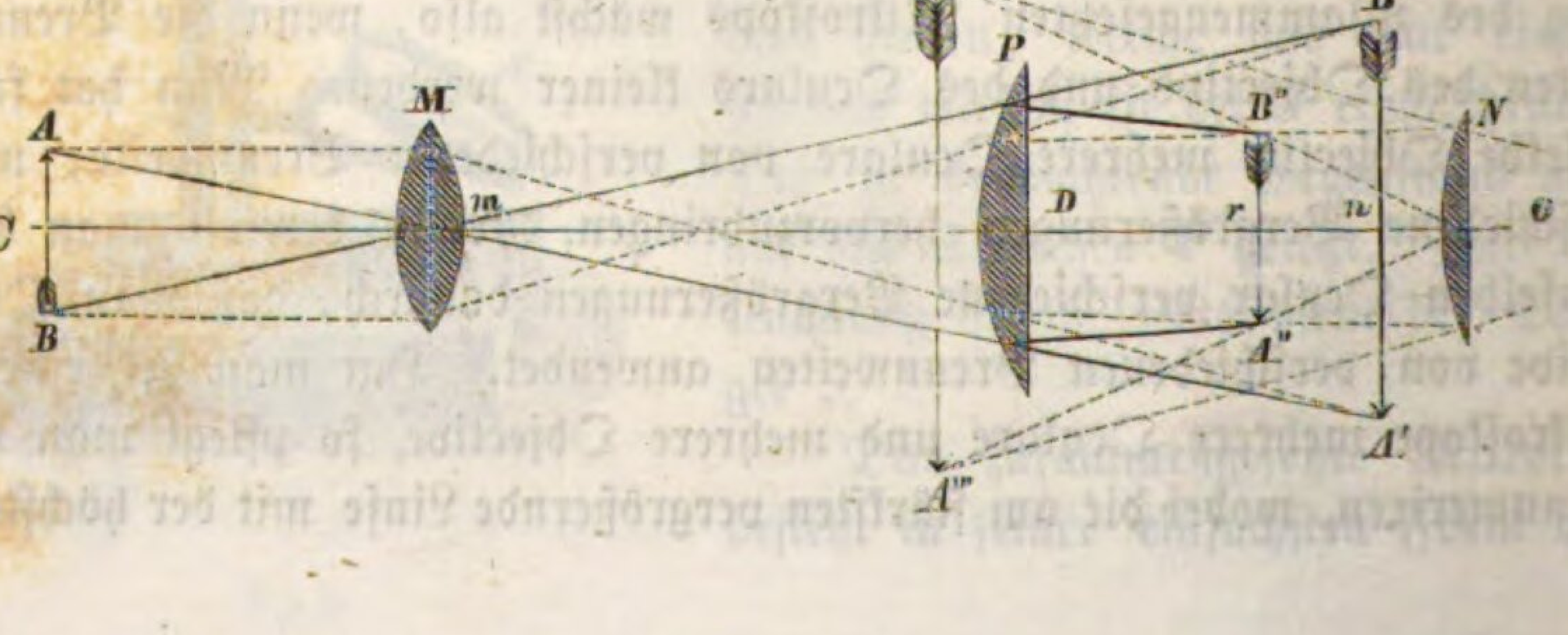


stehung des Bildes in einem solchen Mikroskop. Das Objectiv M von der Brennweite f erzeugt von dem Objecte AB ein verkehrtes und vergrößertes Bild A'B', das gegen das Ocular von der Brennweite f' gerade so steht wie im einfachen Mikroskope der Gegenstand gegen die Linse: es wird mithin ein vergrößertes und verkehrtes Bild A''B'' in der deutlichen Sehweite c gesehen. — Die Vergrößerung des zusammengesetzten Mikroskops ergibt sich aus folgenden einfachen Betrachtungen. Sind φ und φ' die kleinen Sehwinkel, unter denen die Dimensionen AB und A'B' in der deutlichen Sehweite gesehen würden; so ist $\frac{\varphi'}{\varphi} = \frac{A'B'}{AB}$. Ferner ist, wenn der Abstand CE des Objectes $= a$ und die Bildweite $EF = b$ gesetzt wird: $\frac{A'B'}{AB} = \frac{b}{a}$; folglich $\frac{\varphi'}{\varphi} = \frac{b}{a}$. Da A'B' als ein Object bezüglich des Oculars zu betrachten ist, welches wie ein einfaches Mikroskop wirkt; so ist $\frac{\Psi}{\varphi'} = \frac{c}{f'} + 1$, wenn Ψ den Sehwinkel bezeichnet, unter welchem A'B' dem bewaffneten Auge erscheint. Durch Multiplication dieser Gleichung mit $\frac{\varphi'}{\varphi} = \frac{b}{a}$, erhält man die lineare Vergrößerung $\frac{\Psi}{\varphi} = m = \frac{b}{a}\left(\frac{c}{f'} + 1\right)$. Die Vergrößerung des zusammengesetzten Mikroskops wächst also, wenn die Brennweiten des Objectivs und des Oculars kleiner werden. Man hat für dasselbe Objectiv mehrere Oculare von verschiedener Brennweite, um verschiedene Vergrößerungen hervorzubringen. Auch bewirkt man bei demselben Ocular verschiedene Vergrößerungen dadurch, daß man Objective von verschiedenen Brennweiten anwendet. Hat man bei einem Mikroskope mehrere Oculare und mehrere Objective, so pflegt man sie zu numeriren, wobei die am stärksten vergrößernde Linse mit der höchsten

Nummer bezeichnet wird. Uebrigens erkennt man die Grade der Schärfe der Linsen schon aus ihren Oeffnungen, indem mit dem Kleinerwerden derselben die Schärfe wächst.

Um die chromatische und sphärische Abweichung zu beseitigen, wird gegenwärtig an den vorzüglicheren Instrumenten dieser Art das Objectiv aus mehreren chromatisch und aplanatisch verbundenen Stücken zusammengesetzt, gewöhnlich aus drei Doppellinsen, deren jede aus einer Krown- und einer Flintglaslinse besteht. Das Ocular des zusammengesetzten Mikroskops darf keine so kurze Brennweite haben wie beim einfachen Mikroskope, weil das Gesichtsfeld sonst zu klein ausfällt, in den meisten Fällen auch die Lichtstärke zu gering ist, der Deutlichkeit des Bildes ferner zu viel Eintrag geschieht. Denn das vom Objectiv erzeugte Bild ist nie ganz frei von Abweichungen, welche mit der Vergrößerung des Bildes natürlich noch vermehrt werden, wodurch die Undeutlichkeit des Bildes gesteigert wird. Deßhalb verträgt ein Mikroskop ein desto schärferes Ocular, je vollkommener das Objectiv ist. Aber selbst bei der besten Einrichtung des Objectivs muß man dahin trachten, die chromatische und sphärische Abweichung des Oculars möglichst zu beseitigen. Die sphärische Abweichung vermindert man dadurch, daß man statt einer einfachen Linse eine Combination von zwei Linsen gebraucht, wobei man zugleich die Vortheile einer größeren Oeffnung und eines größeren Gesichtsfeldes erhält. Um die Färbung am Rande des Gesichtsfeldes zu vermindern, welche des achromatischen Objectives ungeachtet sich ergeben würde, wenn das von dem Objective unmittelbar entstandene Bild bloß mittelst der einfachen Linse betrachtet werden sollte, dient das Collectiv, eine einfache Sammellinse, welche die aus dem Objective tretenden convergirenden Strahlen, noch ehe sie ein Bild geben, aufnimmt und zu einem kleineren Bilde vereinigt, welches das Auge mittelst des Oculars in seiner deutlichen Sehweite sieht. Gewöhnlich wird das Collectiv zu dem Ocular gerechnet. Figur 223

Fig. 223.



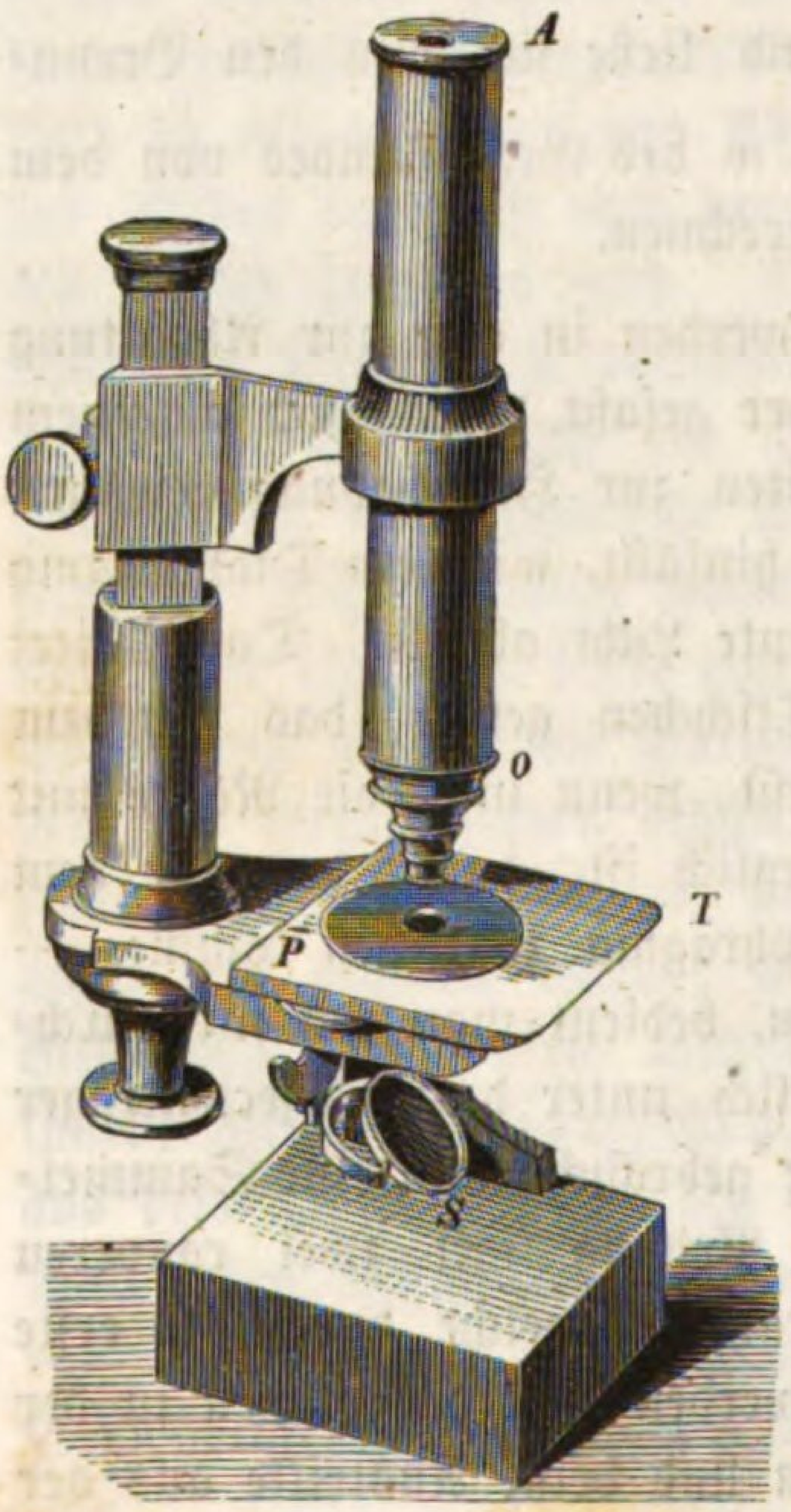
zeigt den Gang der von dem Gegenstand AB ausgehenden Strahlen nach der Brechung in den drei Bestandtheilen eines zusammengesetzten Mikroskops. M ist das Objectiv; P das Collectiv; N das Ocular; beide Linsen sind planconvex und kehren ihre Wölbungen dem Gegenstande zu. Wäre das Objectiv M allein vorhanden, so entstände das Bild A'B' des Gegenstandes AB. Die gegen A' und B' convergirenden Strahlenkegel fallen aber auf das Collectiv P, wodurch sie noch convergirender werden, so daß anstatt des Bildes A'B' das kleinere Bild A"B" entsteht, welches durch die Ocularlinse N betrachtet wird. Die Vergrößerung des letzteren Bildes bezüglich des Gegenstandes ist, wenn c die Sehweite des Auges bedeutet, offenbar dem Produkte der drei Quotienten $\frac{Cn}{Cm} \cdot \frac{Dr}{Dn} \cdot \frac{c}{rO}$ gleich und ließe sich aus den Brennweiten der Linsen und aus der Distanz Cm des Gegenstandes von dem Objectiv nach den bekannten Formeln berechnen.

Die Bestandtheile des Mikroskops werden in eine zur Abhaltung fremden Lichtes inwendig geschwärzte Röhre gefaßt, welche sich an einem Stative befindet, das alle Bequemlichkeiten zur Handhabung gewährt. Da, wo das vom Objective erzeugte Bild hinfällt, wird ein Diaphragma angebracht, das alles unordentlich zerstreute Licht abhält. Das Object wird auf ein eigens dazu bestimmtes Tischchen gelegt, das sich dem Objectiv nähern und davon entfernen läßt, wenn nicht die Röhre mit den Gläsern selbst gegen denselben beweglich ist, damit das von dem Object gemachte Bild stets in das Diaphragma zu liegen komme. — Um eine hinreichende Helligkeit zu erzielen, bedient man sich für durchsichtige Objecte eines Hohlspiegels, der sich unter dem Objectenträger befindet. Für undurchsichtige Gegenstände gebraucht man eine Sammellinse oder noch besser ein dreiseitiges Prisma mit zwei convexen Flächen, welches macht, daß die Lichtstrahlen, welche durch die erste convexe Fläche einfallen und gebrochen werden, an der planen in der Fassung befindlichen Seite eine Reflection und beim Austritte aus der zweiten convexen Fläche eine abermalige Brechung erleiden. — Beim Einlegen des Objectes auf das Tischchen des Mikroskops muß man dafür sorgen, daß das Object in die optische Achse des Instrumentes gestellt ist, unter welcher die Gerade verstanden wird, welche die Krümmungsmittelpunkte der Flächen sämmtlicher Linsen enthält. Bei schwachen Vergrößerungen, wo das Gesichtsfeld hinlänglich groß ist, hat dies keine Schwierigkeit; bei starken Vergrößerungen dagegen wird einige Geschicklichkeit dazu erfordert, um das Object in die Achse des Instrumentes zu bringen. — Die Bewegungen müssen beim Einstellen des Mikroskops sanft vor sich gehen, namentlich bei starken Vergrößerungen,

damit die Grenze der größten Deutlichkeit nicht übersehen und die Objectivlinse durch Andrücken an den Objectenträger nicht beschädigt werde. Bei starken Vergrößerungen bringen die kleinsten Unterschiede in dem Abstande des Objectes schon sehr merkliche Aenderungen in der Deutlichkeit hervor; man kann deßhalb nur solche Theile des Objects vollkommen deutlich sehen, welche gleiche Entfernung vom Objectiv haben. Um auch andere in einer andern Entfernung befindliche Theile zu sehen, ist ein neues Einstellen des Mikroskopes erforderlich.

Figur 224 stellt ein von Kellner in Wetzlar verfertigtes Mikroskop dar. Dasselbe kann zu den vorzüglicheren Instrumenten dieser Art gezählt werden. Das Objectiv ist bei O eingeschraubt, das Ocular sammt Collectiv mit seiner Fassung oben bei A eingesetzt. Die Objecte werden auf die Platte T gelegt, die in ihrer Mitte eine Oeffnung hat, durch welche der Hohlspiegel S Licht auf das Object sendet. Um ein dichteres oder dünneres Lichtbündel auf den Gegenstand senden zu können, läßt sich unter der Oeffnung der Platte her eine dünne Metallscheibe P verschieben, welche Oeffnungen von verschiedener Größe hat. Der Objectenträger ist an einer Säule befestigt, an welcher die Röhre mit den Gläsern sich mittelst einer gezahnten Stange und einem Getriebe auf- und niederschieben läßt, um das Objectiv in die richtige Entfernung vom Gegenstande zu bringen. Durch Umtauschung des Objectivs gegen ein anderes und Anwendung verschiedener Oculare erhält man eine hinreichende Abwechslung von Vergrößerungen, von der schwächsten, 86 maligen, bis zu der stärksten, 830 maligen.

Fig. 224.



Bei der Prüfung eines Mikroskopes hat man zu sehen auf die Reinheit und Größe des Gesichtsfeldes, dann auf die Klarheit und Deutlichkeit der Bilder, ferner auf die Stärke der vergrößernden Kraft. Das Gesichtsfeld soll nicht blos in der Mitte, sondern auch an den äußersten Rändern rein und farblos sein und eine hinreichende Größe haben. Letztere bestimmt man mittelst eines gut getheilten Mikrometers, d. h. einer auf einer Glastafel gemachten Theilung, deren Linien rein,

fein und in gleichen Abständen gezogen sind. Man braucht nämlich das Mikrometer als Object und zählt die Anzahl der auf einmal übersehenen Theilungsfelder. Diese Anzahl mit der Breite eines jeden Feldes multiplicirt gibt den Durchmesser des Gesichtfeldes.

Die Deutlichkeit und Klarheit der Bilder beurtheilt man mittelst zweckmäßig gewählter Probeobjecte. Solche Objecte sind die Schuppen der Schmetterlingsflügel oder die von der Kleidermotte, Menschenhaare, sehr fein getheilte Glasmikrometer. — Die Schuppen sind auf ihrer Oberfläche der Länge nach mit feinen parallelen Streifen versehen. Je deutlicher diese Linien erscheinen und bei je geringerer Vergrößerung man sie sieht, desto größer ist die Deutlichkeit. Die Längenstreifen auf den Schmetterlingsflügeln sollen bei 60 bis 80 maliger linearer Vergrößerung erscheinen; bei 100 bis 120 maliger Vergrößerung soll man den Stiel dieser Schuppen als eine conische Röhre erkennen. — Die Streifen an den Schuppen der Kleidermotte zeigen nur die besten Instrumente bei einer 300 bis 400 maligen Vergrößerung. Ganz vorzügliche Instrumente machen in ihnen auch Querlinien bemerkbar. — Menschenhaare erscheinen als durchsichtige Canäle, wovon die grauen leer, die andern aber mit einer gleichfarbigen Masse ganz oder theilweise angefüllt sind. — Fein getheilte Glasmikrometer enthalten zehn verschiedene Gruppen von Parallellinien. Bei der ersten Gruppe beträgt die Entfernung je zweier Linien $^1/_{1000}$, bei der letzten Gruppe beträgt sie $^1/_{4000}$ pariser Linie. Je deutlicher man diese einzelnen Gruppen erkennt, desto vorzüglicher ist das Instrument. Bei einer 70maligen Vergrößerung sollen die Linien der ersten Gruppe deutlich sichtbar werden, während man sie bei einer 300maligen Vergrößerung noch bis zur sechsten Gruppe abgesondert erkennen soll. — Die Wirkung des Mikroskops auf opake Gegenstände prüft man mit kleinen Stücken von Schmetterlingsflügeln, auf denen man mit mäßiger Vergrößerung die Lage und Gestalt der Schuppen, bei starker Vergrößerung auch die Linien auf diesen Schuppen bemerken muß.

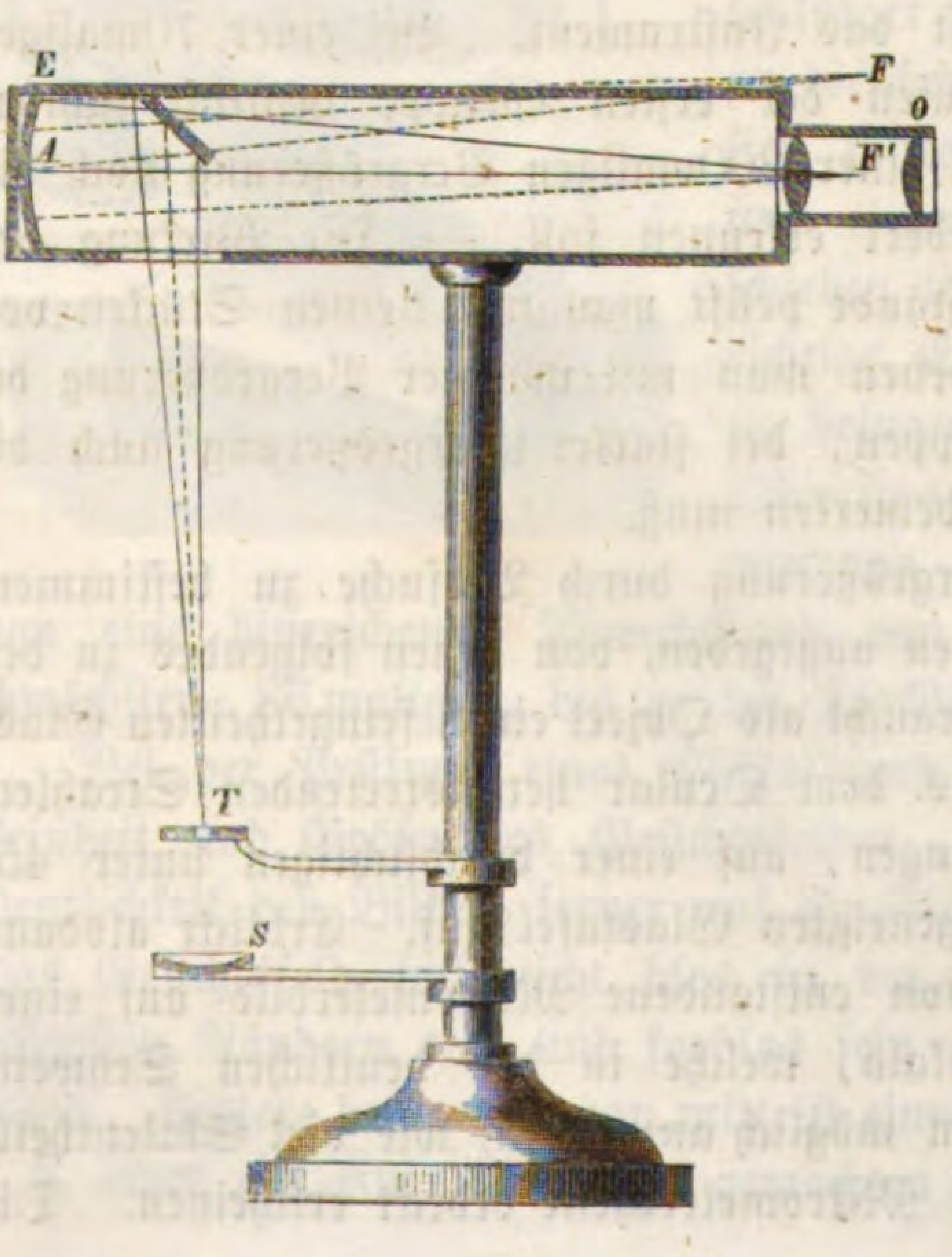
Um die Stärke der Vergrößerung durch Versuche zu bestimmen, hat man verschiedene Verfahren angegeben, von denen folgendes zu den einfacheren gehört. Man gebraucht als Object einen feingetheilten Glasmikrometer und fängt die aus dem Ocular heraustretenden Strahlen, bevor sie zu dem Auge gelangen, auf einer durchsichtigen unter 45^0 gegen die Achse des Rohrs geneigten Glastafel auf. Erblickt alsdann das Auge das durch Reflection entstandene Mikrometerbild auf einer in Millimetern getheilten Skala, welche in der deutlichen Sehweite aufgestellt ist; so wird es ihm möglich anzugeben, wie viel Skalentheile von dem Bilde der sichtbaren Mikrometertheile bedeckt erscheinen. Di-

vidirt man die Größe des Bildes durch die wirkliche Größe der wahrgenommenen Mikrometertheile, so gibt der Quotient die Vergrößerung des Mikroskops an. Hätte z. B. das Bild auf der Skala 30 Millimeter eingenommen und enthielte es 15 Mikrometertheile, deren je zwei um $^{1}/_{100}$ eines Millimeters entfernt wären; so würde der Quotient von 30 durch $^{15}/_{100}$ oder 200 die lineare Vergrößerung betragen.

Die Erfindung des Mikroskops fällt in den Anfang des 17. Jahrhunderts. Einige halten Zacharias Jansen von Middelburg, Andere den berühmten Galiläei für den ersten Erfinder dieses Instrumentes. Gewiß ist es, daß zu jener Zeit Jansen dem Erzherzoge Albrecht von Oestreich ein zusammengesetztes Mikroskop überreichte und Galiläei ein ähnliches an den König Sigismund von Polen schickte. Das anfangs unvollkommene Instrument hat im Laufe der Zeit viele Verbesserungen erfahren; gegenwärtig hat es einen hohen Grad von Vollkommenheit erlangt, der mit Erstaunen einen Jeden erfüllen muß, dem es vergönnt ist, mittelst eines solchen vorzüglichen Instrumentes den Erscheinungen in der Welt des Kleinen nachzugehen. Zu den besten Instrumenten dieser Gattung gehören die von Plösl in Wien und von Schick in Berlin, jene von Oberhäuser in Paris und von Amici in Modena.

Unter den katoptrischen Mikroskopen ist das von Amici construirte das vorzüglichste. Die Einrichtung desselben ist folgende. Im Hintergrunde eines inwendig geschwärzten horizontalen Rohrs befindet sich ein elliptisch gekrümmter Hohlspiegel E (Fig. 225). Zwischen dem Brennpunkt F und dem Mittelpunkt A jenes Spiegels hängt ein sehr kleiner ebener Spiegel unter 45° gegen die Achse des Rohrs geneigt; mit der spiegelnden Fläche ist er nach unten gekehrt und einer Oeffnung im Rohre zugewendet, unter welcher sich der bewegliche Objectenträger T befindet. Zur Beleuchtung des Gegenstandes dient der Hohlspiegel S. Das wohlbeleuchtete Object sendet die Strahlen durch die Oeffnung auf den

Fig. 225.



Planspiegel, der sie auf den elliptischen Hohlspiegel zurückwirft, von welchem sie abermals reflectirt werden, um im zweiten Brennpunkte F′ ein verkehrtes und vergrößertes Bild zu erzeugen, das durch ein Ocularglas O genau wie bei den andern Mikroskopen betrachtet wird. Dieses Instrument gewährt eine bedeutende Vergrößerung und stellt wegen Mangel der Farbenzerstreuung die Gegenstände scharf dar. Die horizontale Lage des Instrumentes macht es möglich, beim Beobachten länger auszuhalten als bei einer verticalen Stellung des Rohrs. Diese Vortheile muß man jedoch durch Aufopferung der Lichtstärke erkaufen, namentlich wenn man starke Vergrößerungen erzielen will.

Leicht läßt sich aus einem jeden Mikroskop ein Polarisationsmikroskop machen. Man braucht deßhalb nur unter dem Objectenträger ein Nicol'sches Prisma zu befestigen, damit bloß polarisirtes Licht auf die Objecte fällt, und ein zweites Nicol'sches Prisma dicht über dem Ocular anzubringen. Mit einem solchen Mikroskop lassen sich oft interessante Einzelnheiten unterscheiden, welche man ohne Polarisationsvorrichtung nicht erkennen kann. — Mit Hülfe des Polarisationsmikroskopes hat man sich überzeugt, daß die meisten organischen Gebilde, wie Seidenfäden, Haare von Menschen und Thieren, Pergament, Knorpel u. s. w. bald mehr, bald weniger deutlich die Erscheinungen der chromatischen Polarisation darbieten. — Ein Stärkemehlkorn zeigt im Polarisationsmikroskop zwischen gekreuzten Nicols ein etwas verzerrtes dunkles Kreuz, das in ein helles übergeht, wenn man das obere Nicol aus der gekreuzten Stellung in die parallele bringt. — Die Krystalllinse eines Fischauges zeigt im Polarisationsmikroskop Farbenerscheinungen, welche denjenigen ähnlich sind, die man an geglühten und gepreßten Gläsern wahrnimmt. — Trocknet man Hausenblase in einem kreisförmigen gläsernen Gefäße, so erhält man ein Ringsystem mit einem schwarzen Kreuze wie bei einachsigen Krystallen. Hat das Gefäß eine ovale Gestalt, so erblickt man ein Ringsystem, welches mit jenem bei zweiachsigen Krystallen Aehnlichkeit hat.

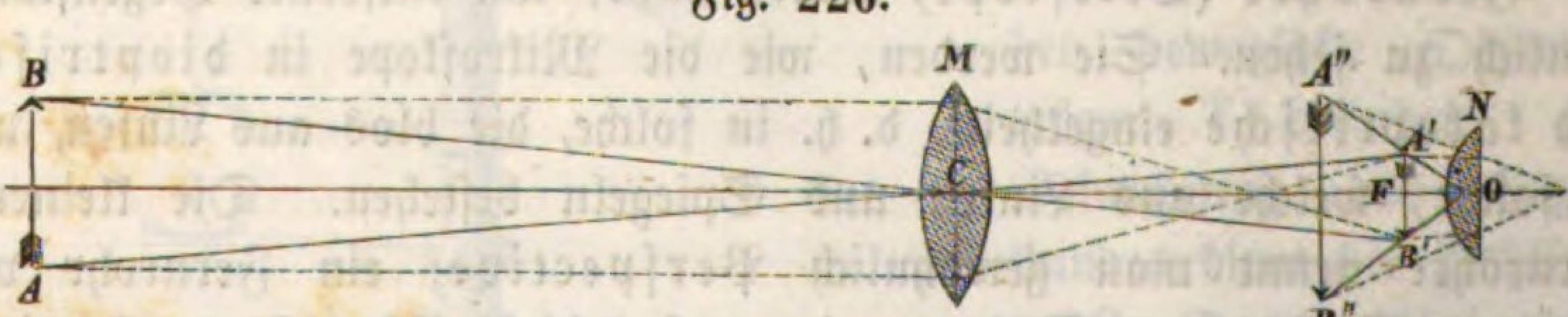
2. Dioptrische und katoptrische Fernröhre.

Fernröhre (Teleskope) dienen dazu, um entfernte Gegenstände deutlich zu sehen. Sie werden, wie die Mikroskope in dioptrische und katoptrische eingetheilt, d. h. in solche, die blos aus Linsen, und in solche, welche aus Linsen und Spiegeln bestehen. Die kleineren Fernröhre nennt man gewöhnlich Perspective; ein Fernrohr von mittlerer Größe einen Tubus; ein großes dioptrisches Fernrohr einen Refractor; ein großes katoptrisches einen Reflector. — An jedem Fernrohr hat man zwei Theile zu unterscheiden, nämlich das Objectiv

und das **Ocular**. Bei den dioptrischen ist das **Objectiv** eine **Convexlinse**, bei den katoptrischen ein **Hohlspiegel**. Entfernte Gegenstände können wir nur in ihrer natürlichen Beleuchtung sehen; deßhalb muß das Objectiv, sei es eine Linse oder ein Spiegel, eine **große Oeffnung und eine große Brennweite** haben, um von jedem Punkte des Gegenstandes einen hinlänglich starken Lichtkegel aufnehmen und ein helles Bild geben zu können: dies macht den charakteristischen Unterschied zwischen dem Fernrohre und dem Mikroskope aus. — Die Linse muß sowohl von der sphärischen, wie von der chromatischen Abweichung frei sein, was bei großen Objectiven mit viel bedeutenderen Schwierigkeiten verknüpft ist als bei kleineren. Denn einmal hält es schwer, große Glasstücke zu bekommen, welche durchgehends vollkommen durchsichtig, frei von Blasen und Streifen sind. Dann gehört eine nicht gewöhnliche Geschicklichkeit dazu, um großen Linsen genau die sphärische Krümmung zu ertheilen und die Krümmungshalbmesser so zu treffen, wie sie die Beseitigung der beiden Abweichungen erfordert. Dazu kommt noch, daß man bei großen aplanatischen Doppelobjectiven die Dicke der Gläser, die Entfernung der Bestandlinsen in Rechnung bringen muß, was bei den kleineren außer Acht bleiben kann. Auch darf man nicht darauf rechnen, die sphärische Abweichung durch die Verbindung mehrerer chromatischer Doppellinsen heben zu wollen, weil durch ihre Anwendung dem Bilde zu viel Licht entzogen wird. Deßhalb hat der berühmte Frauenhofer immer nur Doppelobjective gewählt; bei denselben ist das Krownglas ungleich convex und das Flintglas convexconcav. Dreifache Objecte scheinen doch in mancher Beziehung besondere Vorzüge zu haben; auch Objective mit dialytischen Linsen gewähren viele Vortheile.

Nach Verschiedenheit des Oculars, das man mit dem Objective verbindet, dient das daraus hervorgehende Fernrohr zu verschiedenen Zwecken und erhält auch verschiedene Namen. Ist das Ocular eine Sammellinse, durch welche man das vom Objective hervorgebrachte Bild wie bei einem Mikroskope ansieht; so hat man ein **astronomisches oder Keplerisches Fernrohr**. Das Objectiv M (Fig. 226)

Fig. 226.



erzeugt von einem entfernten Gegenstande A B ein verkehrtes Bild A' B', welches durch das Ocular N für ein dahinter befindliches Auge zu dem

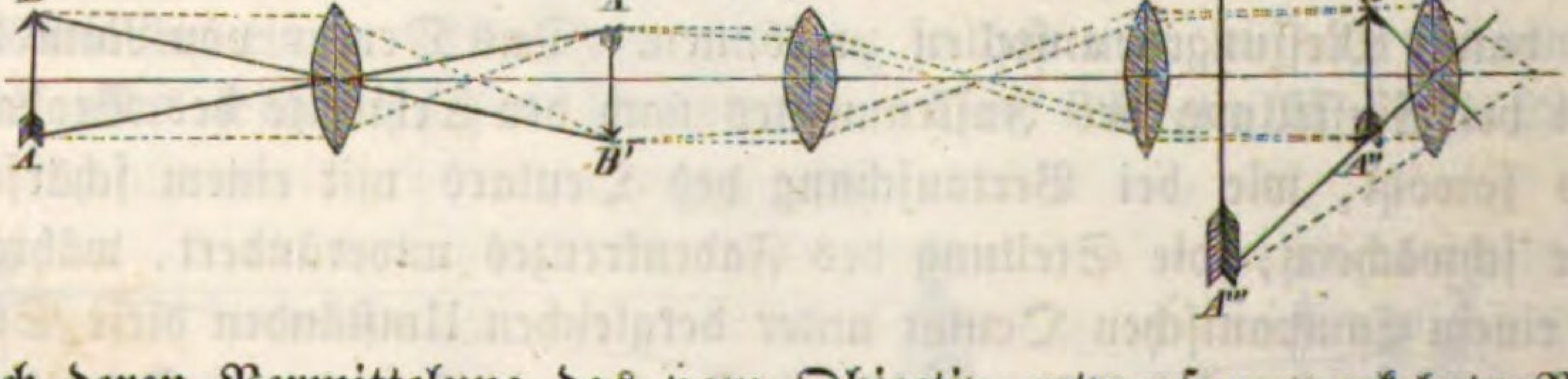
Bilde A″B″ umgesetzt wird. Das Auge sieht mithin den Gegenstand deutlich, aber verkehrt und bei gehöriger Wahl des Oculars auch vergrößert. Zur Bestimmung der Vergrößerung m kann man annehmen, daß B′CF der Gesichtswinkel φ für das freie und B′OF (Ψ) für das bewaffnete Auge sei. Man erhält, weil die kleinen Gesichtswinkel ihren Tangenten proportionirt angenommen werden können, $m = \frac{\Psi}{\varphi} = \frac{CF}{OF}$. Heißt f die Brennweite des Objectivs, welche gleich CF gesetzt werden kann, f′ jene des Oculars; so wird, da OF kleiner als f′ sein muß, $m = \frac{f}{f' - \delta}$, oder, insofern δ vernachlässigt werden darf: $m = \frac{f}{f'}$, d. h. die Vergrößerung ist gleich dem Quotienten aus der Brennweite des Oculars in die Brennweite des Objectivs. — Die Länge des Fernrohrs ist $f + f'$, d. h. gleich der Summe der Brennweiten der beiden Gläser.

Um ein recht deutliches Bild zu bekommen, muß man auch die Farbenzerstreuung des Oculars mittelst eines Collectivglases wie bei den Mikroskopen aufheben, um so mehr, als dadurch zugleich das Gesichtsfeld vergrößert wird. Die Einrichtung des Oculars eines astronomischen Fernrohrs stimmt mit der des Mikroskops in der Regel überein: es ist das sogenannte Campanische oder achromatische Ocular, das aus zwei planconvexen Kronglaslinsen besteht, welche beide ihre convexe Seite gegen das Objectiv hin kehren. — Man bedient sich auch des von Ramsden zuerst eingeführten Oculars, das ebenfalls aus zwei planconvexen Gläsern besteht, mit dem Unterschiede, daß hier die beiden convexen Seiten gegeneinander gekehrt sind. Bei dieser Einrichtung treten die vom Objectiv kommenden Strahlen erst ins Collectivglas ein, nachdem sie ein Bild erzeugt haben; es fällt mithin zwischen das Collectiv und das Ocular kein Bild. Bei den astronomischen Fernröhren werden nämlich durch den Brennpunkt des Objectivs zwei unter einem rechten Winkel sich kreuzende feine Fäden gespannt, um damit Messungen anstellen zu können. Das Ocular von Ramsden läßt bei Einstellung des Instrumentes nach der Sehweite des Beobachters sowohl, wie bei Vertauschung des Oculars mit einem schärfern oder schwächern, die Stellung des Fadenkreuzes unverändert, während bei einem Campanischen Ocular unter dergleichen Umständen diese Stellung sich ändert, folglich mit jedem Ocular ein besonderes Fadenkreuz verbunden sein muß. — Kellner hat dies Ramsden'sche Ocular in der Art abgeändert, daß er die Ocularlinse aplanatisch einrichtet, die Collectivlinse aber einfach läßt: Diese Einrichtung gewährt ein größeres Gesichtsfeld und einen hohen Grad der Deutlichkeit.

Das Objectiv und die Oculare eines Fernrohrs befinden sich in einem inwendig geschwärzten Rohr und sind so eingestellt, daß sämmtliche Achsen in der Achse des Rohrs liegen. Gewöhnlich kommen die Oculare in eine engere bewegliche Röhre, die sich dem vom Objective erzeugten Bilde nähern oder entfernen läßt, um die Oculare in eine der deutlichen Sehweite des Beobachters angemessene Lage bringen zu können. Wie bei den Mikroskopen sind auch bei den Fernröhren an der Stelle, wo die wirklichen Bilder fallen, Diaphragmen angebracht, zur Abhaltung alles fremdartigen Lichtes. In der Regel sind einem solchen Fernrohre mehrere Oculare beigegeben, welche verschieden starke Vergrößerungen liefern und welche man nach Belieben wechseln kann. — Die größten bis jetzt verfertigten dioptrischen Fernröhre sind der Frauenhofer'sche Refractor zu Dorpat und der Refractor von Merz in München auf der Sternwarte zu Pulkawa. Der Erstere hat ein Objectiv von 9 Pariser Zoll Oeffnung und 160 Zoll Brennweite und vergrößert mit dem schärfsten Oculare 600mal. Der Zweite hat ein Objectiv von 14 Zoll Oeffnung und 262 Zoll Brennweite mit einer 2000maligen Vergrößerung. Ein Uhrwerk eigner Art regulirt die Bewegung des Rohrs um die Weltachse so genau, daß, wenn einmal ein Fixstern in das Gesichtsfeld gebracht ist, er stets darin bleibt, ohne einer Beihülfe des Beobachters zu bedürfen.

Mit dem astronomischen Fernrohre sieht man die Gegenstände in umgekehrter Stellung, was bei Beobachtungen keinen Nachtheil hat, bei Betrachtung irdischer Gegenstände aber störend ist. Um letztere in aufrechter Stellung wahrzunehmen, construirt man das **Erdfernrohr** oder **terrestrische Fernrohr**, indem man zwischen das Objectiv M (Fig. 227) und das Ocular N zwei convexe Linsen P und Q einsetzt,

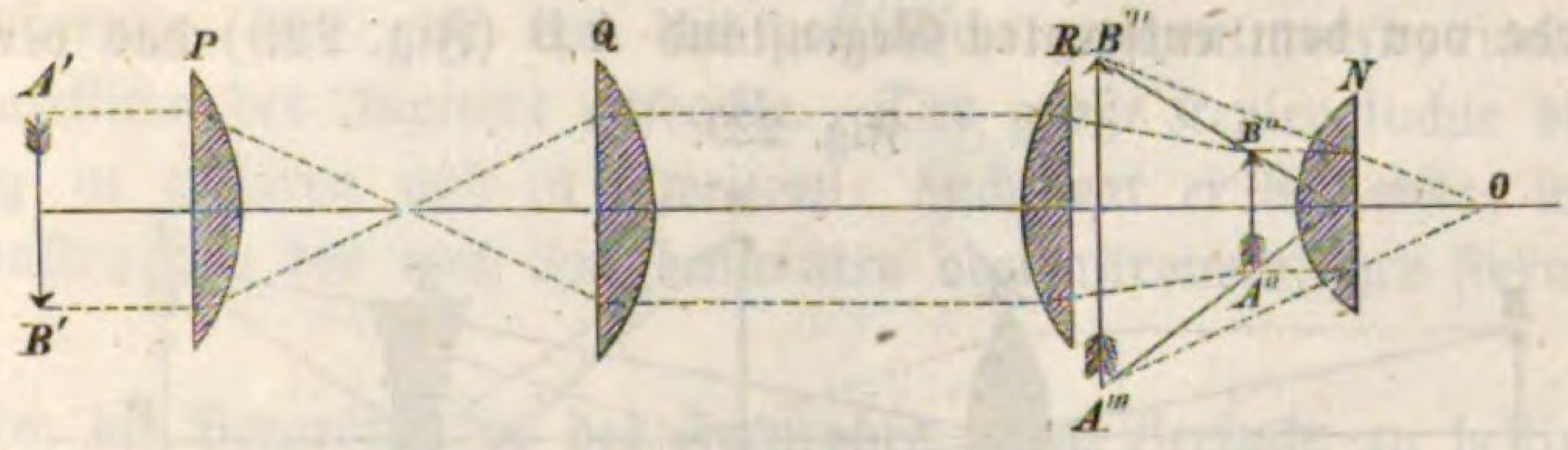
Fig. 227.



durch deren Vermittelung das vom Objectiv entworfene verkehrte Bild in ein aufrechtes Bild umgesetzt wird, welches man durch das Ocular betrachtet. In der Figur ist der Gang der Strahlen ersichtlich gemacht. Das Objectiv M erzeugt ein umgekehrtes Bild A′ B′ des Gegenstandes; von diesem Bilde gelangen die Strahlen auf das erste Ocular P,

welches um seine Brennweite von A′ B′ entfernt ist; durch die darin stattfindende Brechung werden die Strahlen mit den entsprechenden Hauptstrahlen parallel und von dem zweiten Ocular Q aufgenommen, welches sie convergirend dem dritten Ocular N zusendet und zu dem aufrechten Bilde A″ B″ vereiniget, das durch die Ocularlinse N angesehen in A‴ B‴ in der deutlichen Sehweite erscheint. — Die Linsen P und Q, welche die aufrechte Stellung des Bildes bewirken, bleiben in unveränderlicher Entfernung zueinander, die der Summe ihrer Brennweiten gleich kommt. Das Objectiv M ist in einer eigenen Röhre beweglich um es der Linse P so weit nähern oder von derselben entfernen zu können als nöthig ist, damit jederzeit das vom Objectiv erzeugte Bild in den Brennpunkt erwähnter Linse falle. Auch läßt sich die Ocularlinse N verrücken, um das Bild A‴ B‴ in eine der Sehweite des Beobachters angemessene Stellung zu bringen. Die Vergrößerung bei dem Erdfernrohr ist dieselbe wie bei dem astronomischen, wenn die beiden Gläser einerlei Convexität haben. — Bei einer vollkommeneren Einrichtung des Instrumentes besteht das Ocular aus vier planconvexen Linsen, von denen zwei mit ihren ebenen Flächen gegen das Object gekehrt sind und zur Umkehrung des Bildes dienen; die zwei anderen kehren dagegen ihre ebenen Flächen dem Auge zu und dienen zur Beseitigung der Farbenzerstreuung. Die letzt besprochene Einrichtung macht das Ocular von Dollond aus. Den Gang des Strahlenbündels bei dem Dollond'schen Ocular macht Figur 228 ersichtlich. — Die Ver-

Fig. 228.



größerung des Instrumentes hängt von dem Verhältnisse der Brennweiten der einzelnen Linsen und von ihrer gegenseitigen Entfernung ab. Man kann deßhalb mit demselben Instrumente verschiedene Vergrößerungen hervorbringen, wenn man die Entfernung der Ocularlinsen von einander ändert. Indessen gibt es nur bestimmte Lagen der Linsen, bei denen die gewünschte Deutlichkeit des Bildes erzielt wird. In der Regel werden die dem Auge nächsten einerseits, und die dem Objective zunächst stehenden Linsen anderseits in eine besondere Röhre gefaßt, so daß die Abstände jener sowohl wie dieser unter sich unveränderlich bleiben. Die beiden Röhren sind mittelst einer dritten verbunden, welche dazu dient die mittleren Distanzen abzuändern und dadurch

mehrere Vergrößerungen hervorzubringen. Eine solche Oculareinrichtung heißt die pankratische. — Kleinere Instrumente bestehen aus mehreren in einander verschiebbaren Zugröhren, um sie mit Bequemlichkeit handhaben zu können; bei größeren ist das nicht möglich, weil lange Zugröhren kein vollkommen gerades Rohr bilden. Die Länge eines jeden Fernrohrs hängt ab von der Brennweite des Objectivs, mußte deßhalb zur Zeit sehr beträchtlich sein, wo man noch keine aplanatischen Objective anzufertigen verstand, daher das Bild mit der sphärischen und der chromatischen Abweichung behaftet erschien und so dem Ocular keine starke Vergrößerung überlassen werden konnte, weil es auch die im Bilde vorkommenden Fehler vermehrt. — Die achromatischen Fernröhre zeichnen sich nicht blos durch eine große Reinheit und Deutlichkeit der Bilder aus; sie gewähren auch den Vortheil; daß sie bei derselben Vergrößerung beträchtlich kürzer sind als die nicht achromatischen. Diese bedeutendere Kürze hat zugleich ein größeres Gesichtsfeld zur Folge, wozu noch kommt, daß das achromatische Fernrohr eine weit größere Oeffnung, mithin eine größere Helligkeit zuläßt als das nicht achromatische. —

Nimmt man zum Ocular eine Hohllinse und gibt ihr eine solche Stellung gegen das Objectiv, daß die vom entfernten Gegenstande auffallenden und durch das Objectiv convergirend gemachten Strahlen durch das Concavglas dermaßen gebrochen werden, als kämen sie von einem in der deutlichen Sehweite befindlichen Gegenstande her; so heißt das Fernrohr ein holländisches oder galiläisches. Das Objectiv M würde von dem entfernten Gegenstand A B (Fig. 229) das verkehrte

Fig. 229.

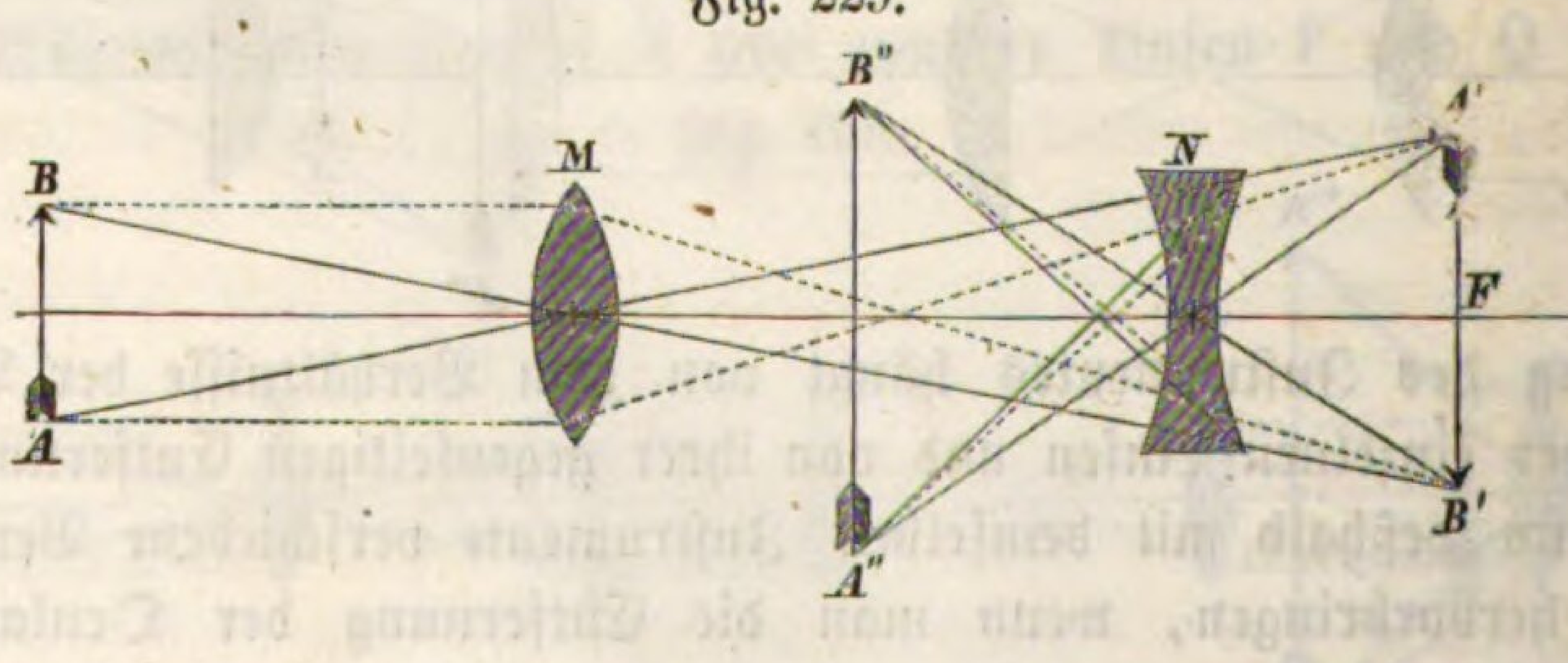


Bild A′ B′ geben, wenn kein Ocular da wäre. Durch das Ocular N werden aber, wenn die Entfernung desselben von A′ B′ etwas größer ist als seine imaginäre Brennweite, die Strahlen dergestalt gebrochen, als kämen sie vom Bilde A″ B″ her. Man sieht deßhalb den Gegenstand in aufrechter Stellung und auch deutlich, wenn das Bild in der deutlichen Sehweite sich befindet. — Für den Gesichtswinkel φ, unter welchem der Gegenstand A B dem bloßen Auge erscheint, hat man

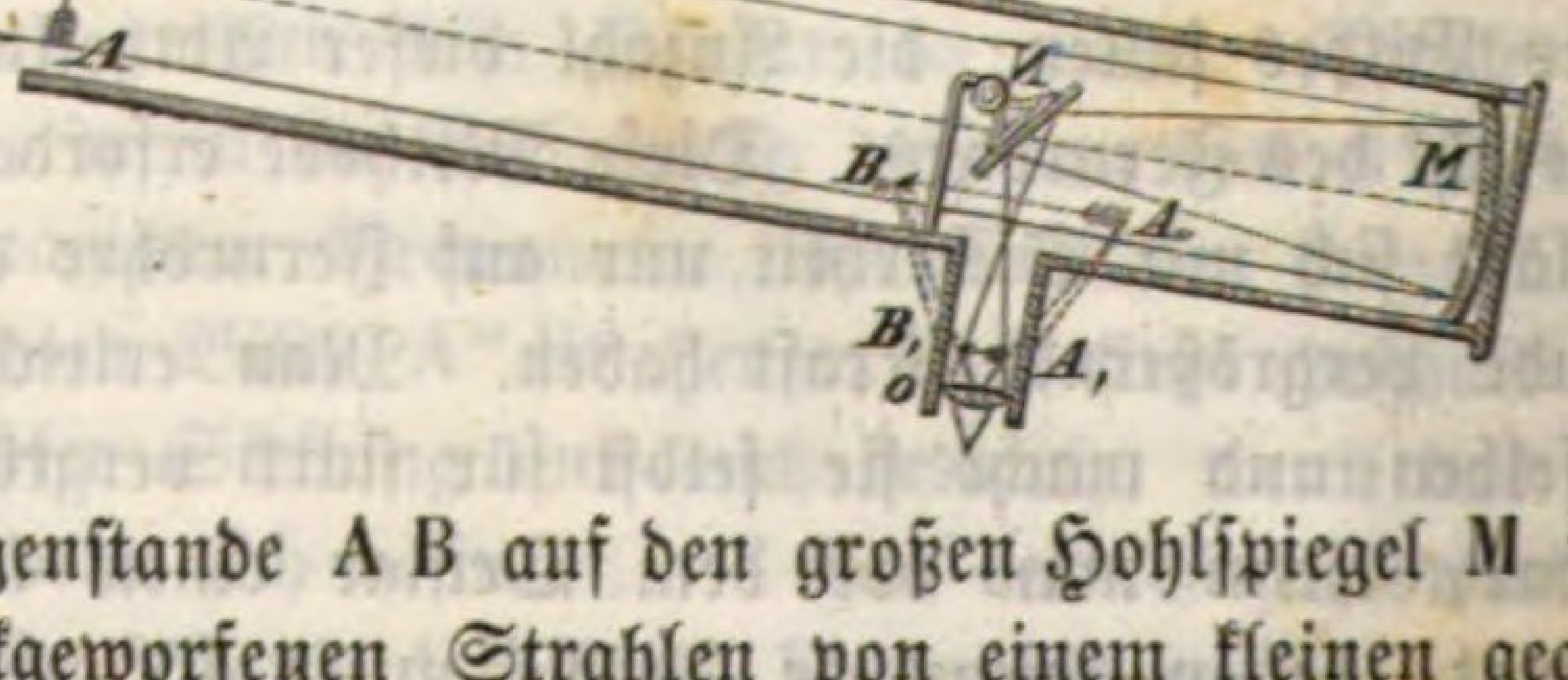
$\tang \varphi = \frac{A'F}{f}$, wo f die Brennweite des Objectivs bedeutet. Für den Gesichtswinkel, unter welchem das Object dem bewaffneten Auge sich zeigt, hat man $\tang \Psi = \frac{A'F}{f'}$, wo f' die Brennweite des Oculars darstellt. Hieraus entspringt wegen der Kleinheit des Gesichtswinkels die Vergrößerung $m = \frac{\Psi}{\varphi} = \frac{f}{f'}$; d. h. sie ist wieder gleich dem Quotienten aus der Brennweite des Oculars in die Brennweite des Objectivs. Wegen der Divergenz der Achsen der aus dem Oculare kommenden Strahlenbündel hat ein solches Fernrohr immer nur ein sehr kleines Gesichtsfeld. Wegen der Kleinheit des Gesichtsfeldes eignet sich dieses Fernrohr nicht zu starken Vergrößerungen; man wendet sie nur da an, wo schwächere Vergrößerungen, 2- bis 4malige, ausreichen, wie zu Theaterperspectiven. Indessen hat Plößl ausgezeichnete galiläische Fernröhre verfertigt; seine sogenannte Feldstecher gestatten eine 10- bis 30malige Vergrößerung. Diese Instrumente sind mit mehreren Ocularen von verschiedener Stärke versehen. Man befestigt die Oculare an einer Drehscheibe, um sie schnell wechseln und so verschiedene Vergrößerungen nach einander erhalten zu können. — Im Anfange des 17. Jahrhunderts soll ein Brillenmacher in Middelburg auf die Erfindung des Fernrohrs geführt worden sein, als zufälliger Weise in einer Röhre hinter ein Convexglas ein Concavglas gestellt wurde. Dieses erste in Holland erfundene war das eben beschriebene, welches man das Holländische nannte. Auch Galiläi construirte ein gleiches Fernrohr mit 8maliger Vergrößerung, das nach ihm das galiläische genannt ward, womit er die Satelliten des Jupiters entdeckte. Der große Kepler suchte die Erfindung zu erklären und zu erweitern; auch war er der erste, welcher die Construction des nach ihm benannten oder astronomischen Fernrohrs lehrte. —

Um die Vergrößerung des Fernrohrs durch Versuche zu bestimmen kann man wie folgt verfahren. Man richte das Fernrohr auf einen entfernten in gleiche Theile getheilten Gegenstand und sehe mit einem Auge auf das Bild im Fernrohre, mit dem andern auf den Gegenstand, und beobachte wie viele Abtheilungen des Gegenstandes in eine Abtheilung des Bildes fallen; die Anzahl dieser Abtheilungen gibt die Vergrößerungszahl des Fernrohrs. Diese Methode erfordert aber einige Uebung und läßt sich mit Sicherheit nur auf Fernröhre anwenden, die keine bedeutende vergrößernde Kraft haben. Man erleichtert die Anwendung derselben und macht sie selbst für stark vergrößernde Fernröhre brauchbar, wenn man vor dem Ocular einen kleinen ebenen Spiegel anbringt, dessen spiegelnde Fläche unter 45° gegen die Achse

des Rohrs geneigt ist; ferner in der Entfernung der deutlichen Sehweite c hinter dem Spiegel eine Tafel aufstellt, auf deren schwarzem Grunde eine weiße Linienskala verzeichnet ist, und eine gleiche Tafel in einer bestimmten Entfernung ε von dem Fernrohr anbringt. Der Beobachter sieht das Bild im Fernrohre auf der Skala hinter dem Spiegel projicirt, kann mithin untersuchen wie viele Theile der direct gesehenen Skala von einem Theile des Bildes gedeckt werden. Setzt man die absolute Größe dieses einen Theiles des Bildes = a, so ist der Gesichtswinkel φ, unter welchem a mit freiem Auge gesehen würde: $\varphi = \frac{a}{\varepsilon}$. Ist A das Stück der Skala, welches a deckt und Ψ der Gesichtswinkel, unter dem A in der Entfernung c der deutlichen Sehweite gesehen wird; so ist $\Psi = \frac{A}{c}$; folglich die Vergrößerung $m = \frac{\Psi}{\varphi} = \frac{A\varepsilon}{c\,a}$. Zur Prüfung eines Fernrohrs auf Deutlichkeit und Klarheit eignen sich vorzüglich Objecte, die leuchtend auf dunklem Grunde erscheinen, folglich Himmelskörper zur Nachtzeit, weiße Scheibchen auf schwarzem Grunde bei hinreichender Tageshelle. Ihr Bild muß rein, hell, scharf begrenzt und mit farbenlosem Rande erscheinen. Ein treffliches Probeobject für größere Fernröhre sind die Doppelsterne, welche durch dieselben als getrennte Sterne erkannt werden müssen. Man kann auch eine weiße Tafel mit schwarzen runden und eckigen Figuren als Probeobject gebrauchen. Wird eine solche Tafel in einer Entfernung von 100 Schritten aufgestellt, so müssen die Figuren durch das Fernrohr gesehen, vollkommen schwarz und unverzerrt erscheinen, wenn das Fernrohr fehlerfrei sein soll. —

Vor der Erfindung achromatischer Linsen suchte man das Objectivglas durch einen metallenen Hohlspiegel zu ersetzen, um dadurch reinere und hellere Bilder von entfernten Gegenständen zu bekommen. Auf diese Weise entstanden die katoptrischen Fernröhre oder Spiegelteleskope, von denen vorzüglich vier Gattungen bekannt sind. — Im Newton'schen Spiegelteleskop (Fig. 230) werden die von einem

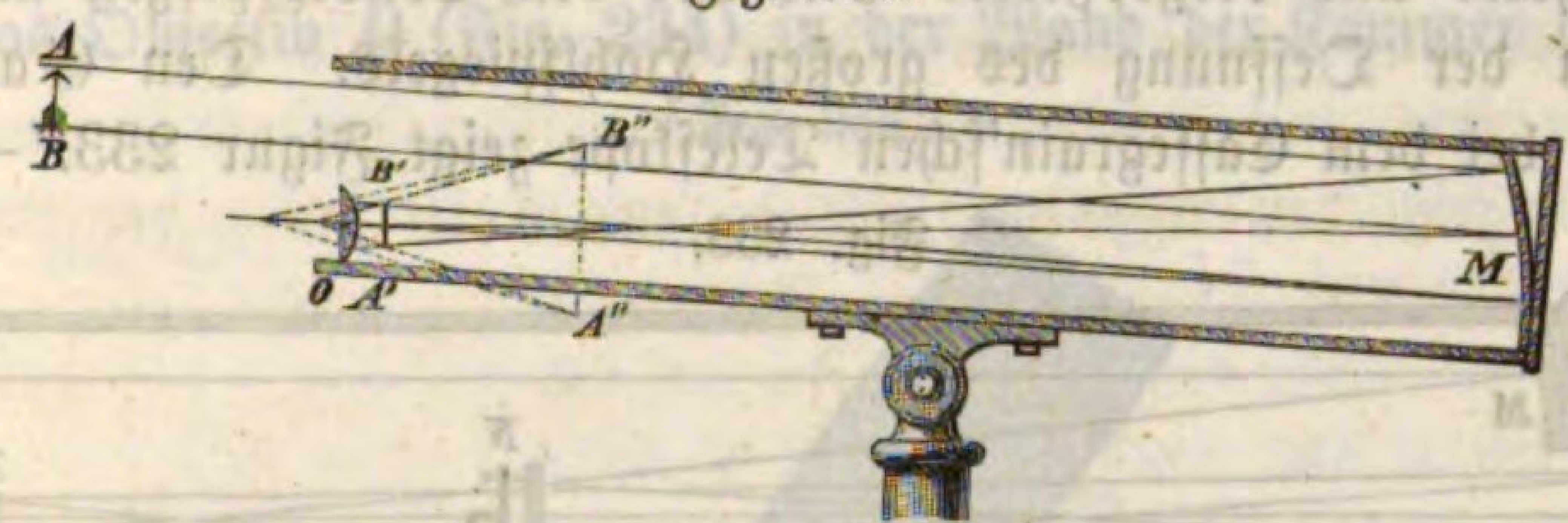
Fig. 230.



entfernten Gegenstande A B auf den großen Hohlspiegel M fallenden und von da zurückgeworfenen Strahlen von einem kleinen gegen die Achse

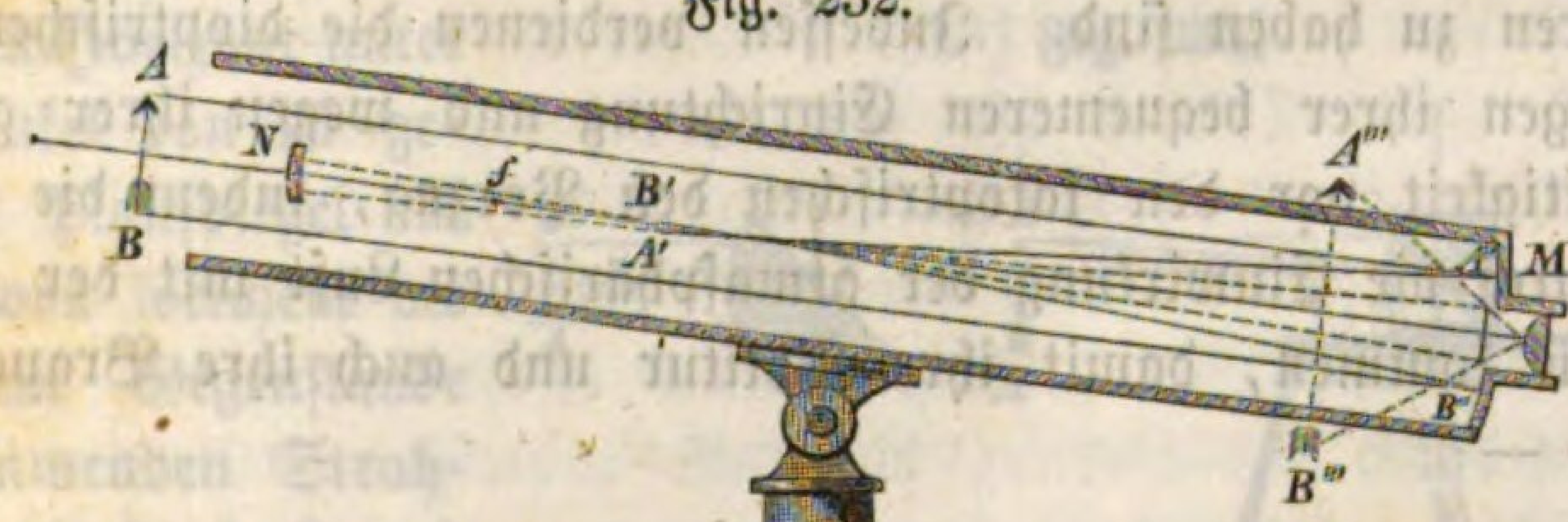
des ersteren unter 45° geneigten Planspiegel N nach einer seitwärts angebrachten Convexlinse O reflectirt, so daß das verkehrte Bild A′ B′ in der deutlichen Sehweite gesehen wird. — Das Spiegelteleskop von Herschel besteht aus einem Hohlspiegel M (Fig. 231), der etwas

Fig. 231.



gegen die Achse des Rohrs, in welchem er sich befindet, geneigt und von einem weit entfernten Gegenstande A B ein verkehrtes Bild A′ B′ in der Nähe des unteren Randes des Rohrs macht, das durch die Ocularlinse O betrachtet wird. — Das große Instrument, womit Herschel einen bedeutenden Theil seiner wichtigen astronomischen Entdeckungen machte, hatte einen Hohlspiegel von 4 Fuß Durchmesser und eine Breite von 40 Fuß; das Instrumente vergrößerte 700mal. — Das katoptrische Riesenteleskop von Rosse hat einen Hohlspiegel von 6 Fuß Oeffnung und 50 Fuß Brennweite. Mit diesem Instrumente sind Nebelflecken, die bisher kein Instrument auflösen konnte, in Sternschwärme aufgelöst worden. — Das Gregory'sche Spiegelteleskop (Fig. 232) besteht aus einem in der Mitte durchbrochenen Hohlspiegel M,

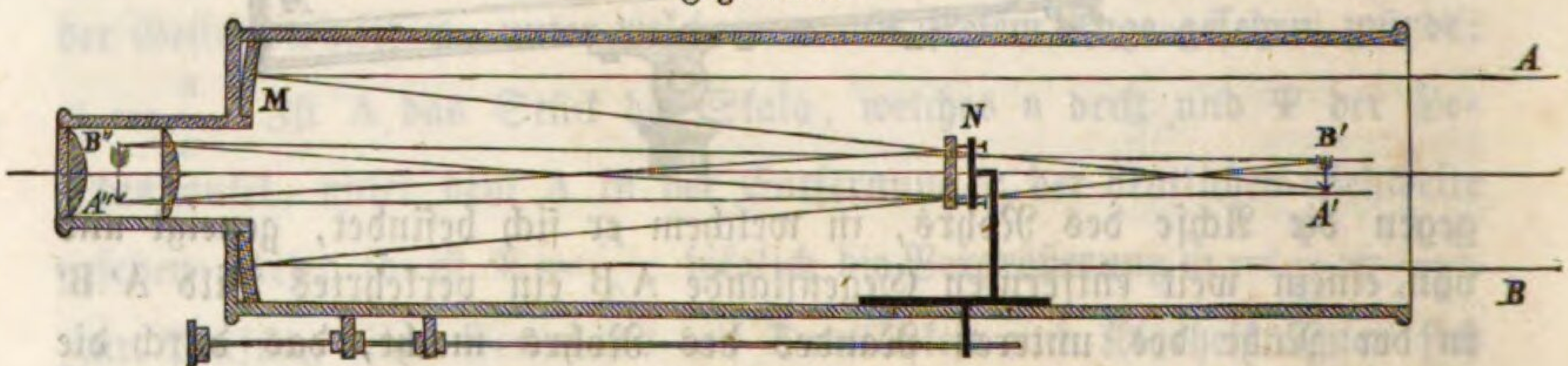
Fig. 232.



welcher die von einem entlegenen Gegenstande A B kommenden Strahlen zu einem verkehrten Bilde A′ B′ vereiniget. Von hieraus gelangen die Strahlen auf einen zweiten kleineren Hohlspiegel N, hinsichtlich dessen dieses Bild sich wie ein Object verhält, wodurch ein zweites in Folge nochmaliger Umkehrung aufrechtes Bild A″ B″ entsteht, welches der Stellung des Spiegels N gemäß in die Oeffnung des Spiegels M fällt und daselbst durch die Ocularlinse O betrachtet wird. — Der Spiegel N läßt sich mittelst einer Schraube dem Hohlspiegel M nähern oder von ihm entfernen, um das Instrument für verschiedene Entfernungen gebrauchen zu können. — Das Cassegrain'sche Spiegelteleskop

unterscheidet sich von dem vorigen nur dadurch, daß statt des kleineren Concavspiegels ein kleiner Convexspiegel angebracht ist. Die Spiegel sind so gestellt, daß die Strahlen vom concaven eher auf den convexen fallen, als sie zu einem Bilde vereinigt werden. Es entsteht dadurch ein verkehrtes und vergrößertes Bild vor dem Convexspiegel, und zwar wieder in der Oeffnung des großen Hohlspiegels. Den Gang der Strahlen bei dem Cassegrain'schen Teleskope zeigt Figur 233. —

Fig. 233.



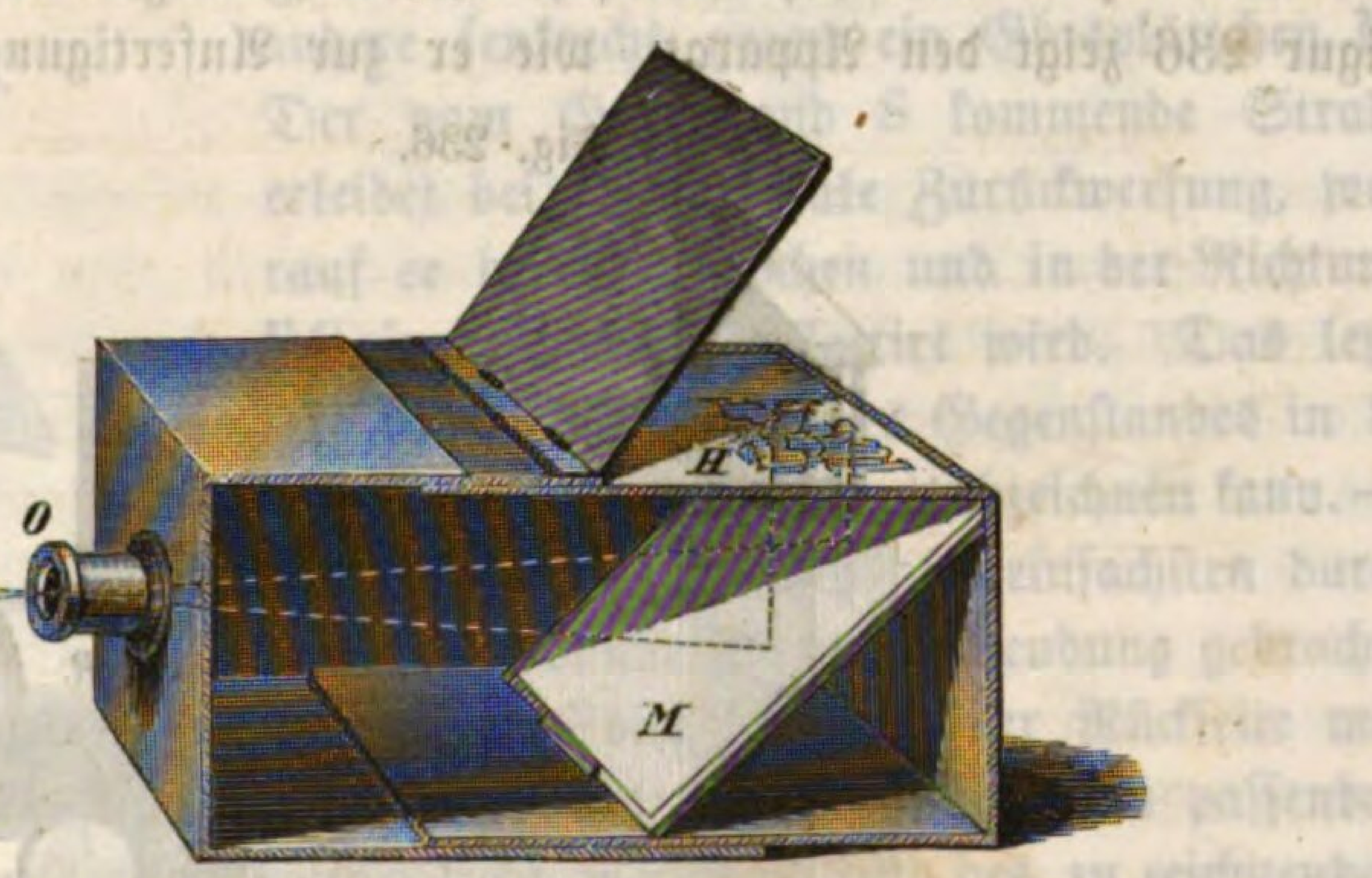
Die beiden letzteren Spiegelteleskope haben den Nachtheil, daß gerade der mittlere Theil des Hohlspiegels fehlt, welcher die reinsten Bilder gibt. Die Bilder leiden daher sehr an Deutlichkeit, weßhalb diese Arten der Teleskope nicht mehr im Gebrauche sind. Bei dem Newton'schen und dem Herschel'schen Teleskope ist jener Uebelstand vermieden. Die beiden letzteren Teleskope kommen deswegen noch zur Anwendung, namentlich wenn sie in sehr großem Maßstabe verfertiget werden. Man kann sich nämlich leichter große Hohlspiegel als große homogene Glasstücke verschaffen, mithin Reflectoren weniger schwer als Refractoren zu haben sind. Indessen verdienen die dioptrischen Fernröhre wegen ihrer bequemeren Einrichtung und wegen ihrer größeren Dauerhaftigkeit vor den katoptrischen den Vorzug, indem die Metallspiegel durch die Einwirkung der atmasphärischen Luft mit der Zeit zur Oxydation kommen, damit ihre Politur und auch ihre Brauchbarkeit verlieren. —

3) Dunkle und helle Kammer. — Sonnen- und Lampenmikroskop. — Gas- und photoelektrisches Mikroskop. — Zauberlaterne und Megaskop. —

Die dunkle Kammer (Camera obscura) hat zum Zweck naturgetreue Bilder von Gegenständen auf einer undurchsichtigen oder durchsichtigen Tafel darzustellen. Sie besteht in ihrer einfachsten Form aus einer Sammellinse und der Tafel, auf welcher das Bild zur Darstellung kommen soll. Zur Abhaltung alles fremdartigen Lichtes ist das Objectiv an der Wand oder an der Decke eines inwendig geschwärzten Kastens angebracht, in welchem auch die Tafel sich befindet.

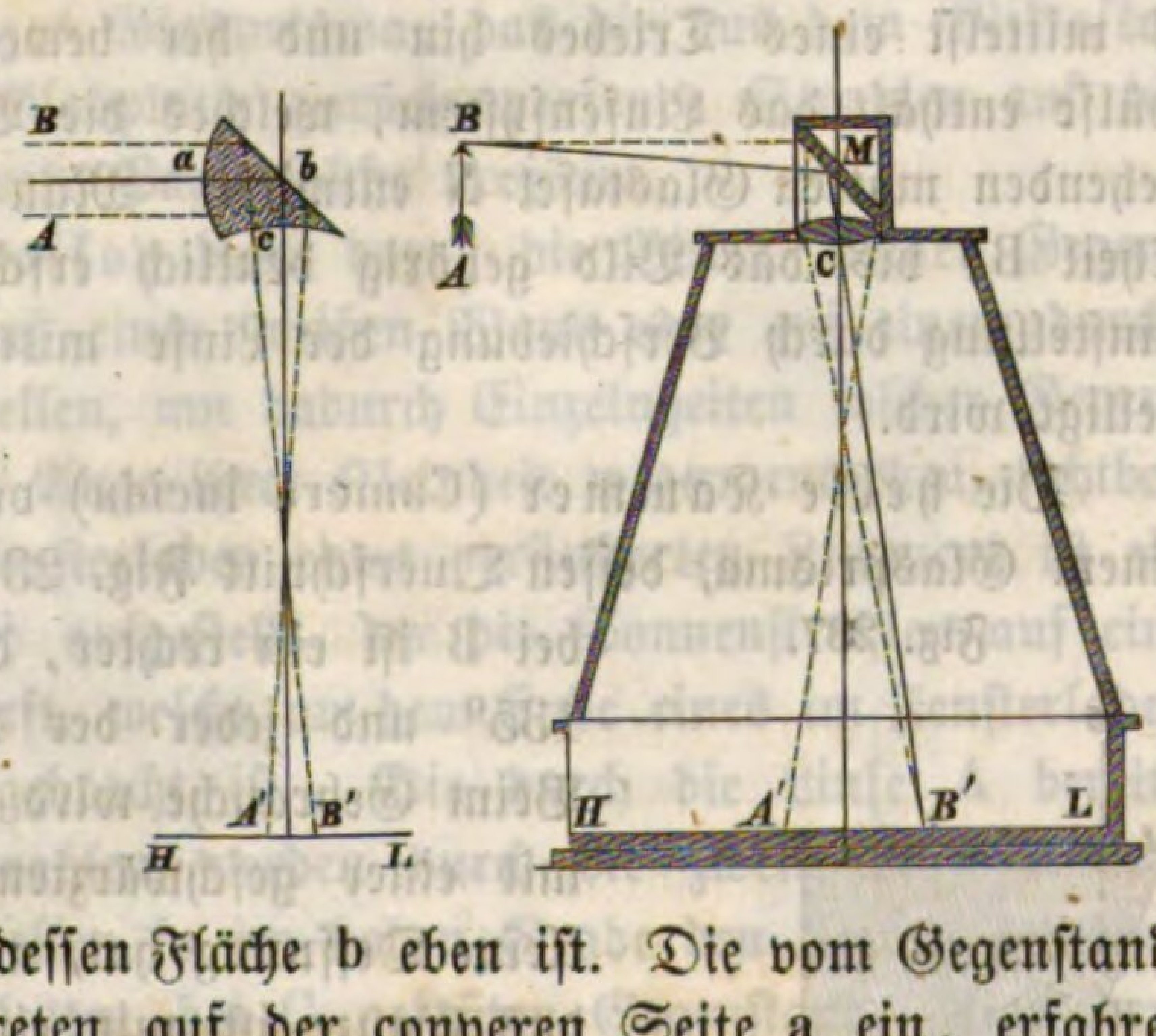
Damit ein Bild mit genügender Schärfe entstehe, muß der Abstand des Objectivs von der Tafel nach Maßgabe der Entfernung der Gegenstände regulirt werden können. — Wenn die dunkle Kammer zum Nachzeichnen der Gegenstände benutzt werden soll, ist es bequem, wenn die Tafel, worauf das Bild fällt, horizontal liegt. Man läßt deßhalb, wenn das Objectiv O (Fig. 234) in der Wand der Kammer angebracht

Fig. 234.



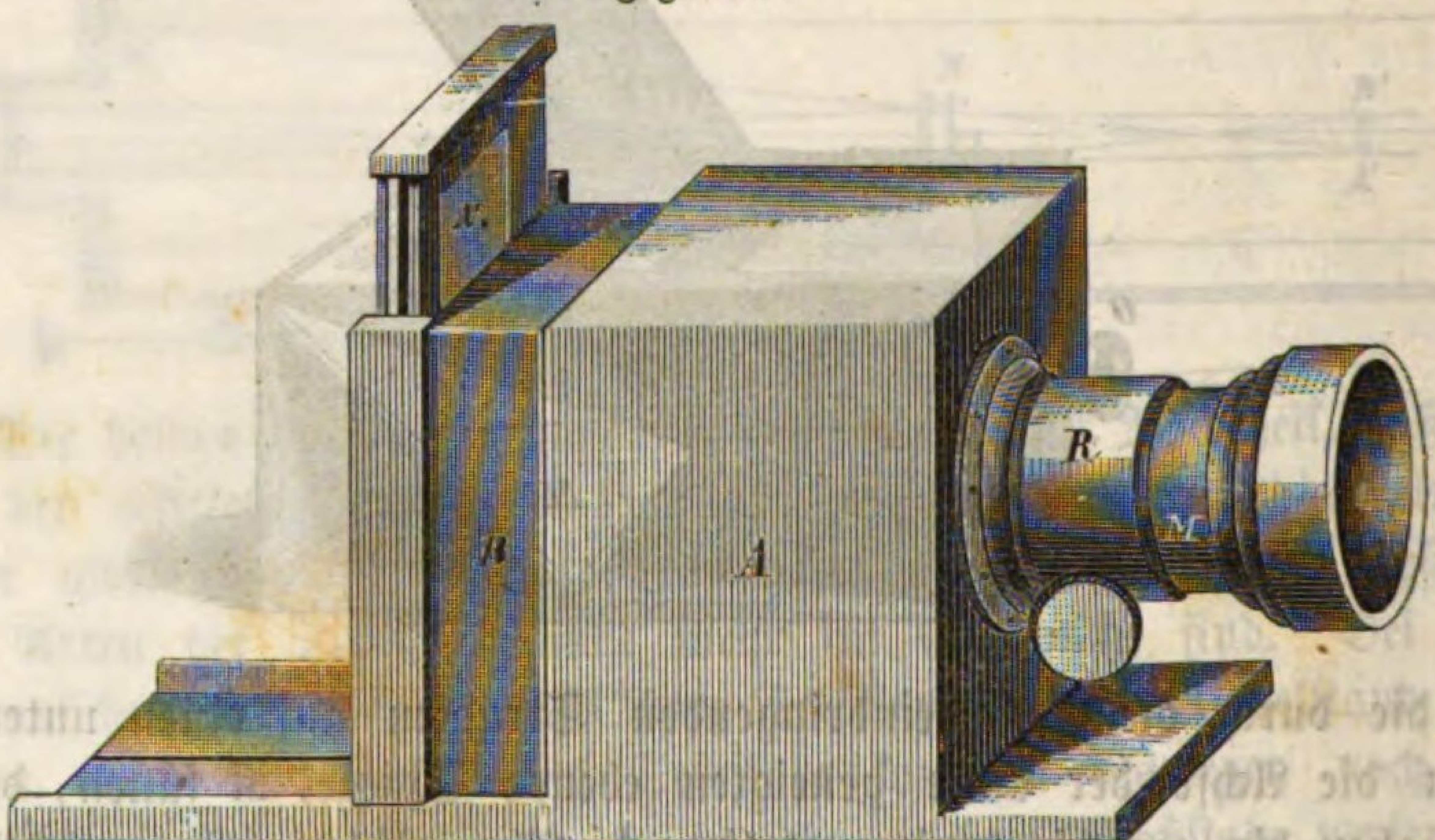
ist, die durch die Linse eindringenden Strahlen auf einen unter 45° gegen die Achse der Linse geneigten ebenen Spiegel M fallen, der sie nach oben hin auf die horizontal liegende Ebene HL wirft. — Befindet sich das Objectiv O an der Decke der Kammer, wie in Fig. 235, so daß die Achse desselben vertical steht; so wird vor das Objectiv ein gegen den Horizont unter dem Winkel von 45° geneigter Planspiegel M gesetzt, von welchem die von dem Gegenstande AB kommenden Strahlen auf die Linse O und zuletzt auf die horizontale Ebene HL fallen. Chevalier ersetzt Spiegel und Linse durch ein einziges Glas, dessen zwei Flächen a und c sphärisch gekrümmt sind und dessen Fläche b eben ist. Die vom Gegenstande ausgehenden Strahlen treten auf der convexen Seite a ein, erfahren auf der ebenen Seite b eine totale Zurückwerfung und treten auf der schwach concaven Seite c heraus, um das Bild A′B′ auf der horizontal

Fig. 235.



liegenden Fläche HL zu erzeugen. — Will man nicht allein sehr reine und scharfe, sondern auch sehr lichtstarke Bilder hervorbringen, wie solche heutzutage in der Photographie gebraucht werden; so muß man ein nach Angabe des Prof. Petzval in Wien verfertigtes Camera obscura-Objectiv anwenden. Dasselbe ist eine Combination von zwei Linsen, die in einer Entfernung von 26 Millimeter von einander sich befinden und deren jede eine achromatische Krown-Flintglaslinse ausmacht. — Figur 236 zeigt den Apparat, wie er zur Anfertigung der Lichtbilder

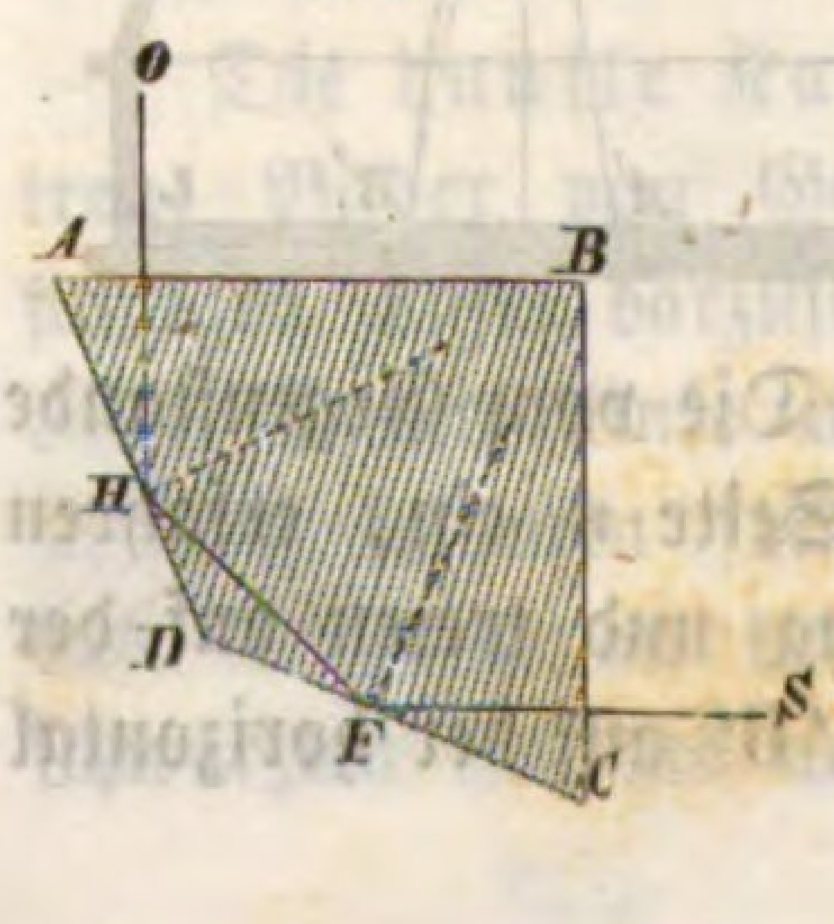
Fig. 236.



gebraucht wird. Der hölzerne Kasten der Kammer besteht aus einem festen Theil A und einem beweglichen B. Auf der Vorderseite des Kastens ist eine messingene Hülse R angebracht, in welcher eine zweite M mittelst eines Triebes hin und her bewegt werden kann. Diese Hülse enthält das Linsensystem, welches die Bilder auf der gegenüberstehenden matten Glastafel N entwirft. Man verschiebt den beweglichen Theil B, bis das Bild gehörig deutlich erscheint, worauf die feinere Einstellung durch Verschiebung der Linse mittelst des Triebes bewerkstelligt wird.

Die helle Kammer (Camera lucida) von Wollaston besteht aus einem Glasprisma, dessen Querschnitt Fig. 237 darstellt. Der Winkel

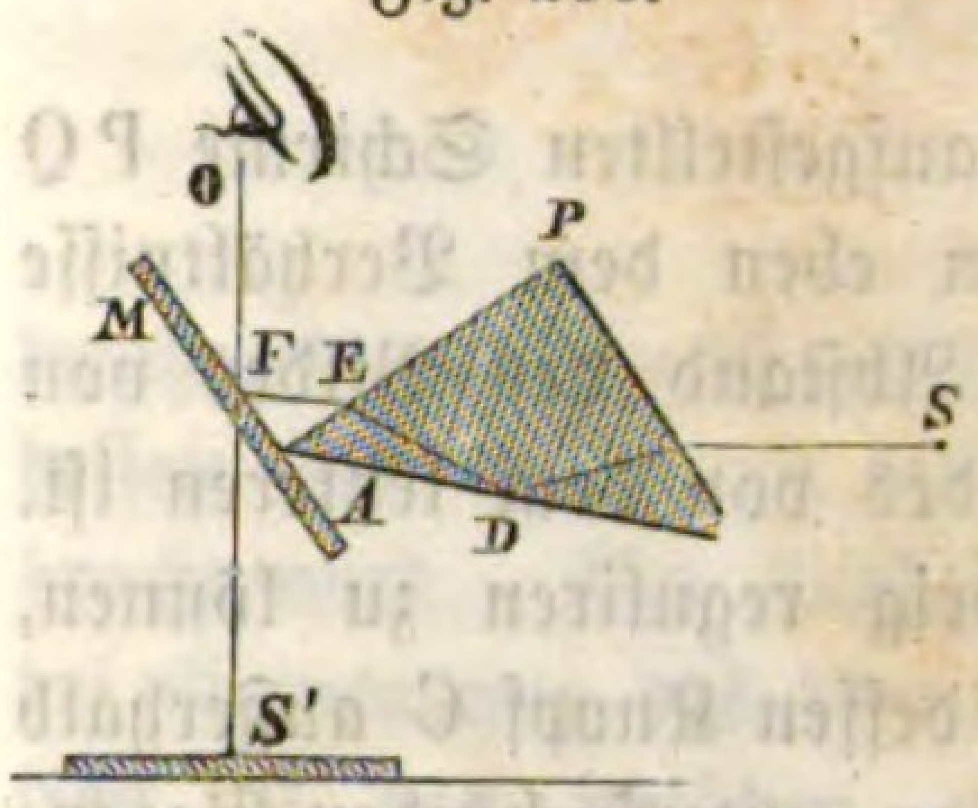
Fig. 237.



bei B ist ein rechter, der Winkel bei D enthält 135° und jeder der Winkel A und C $67\frac{1}{2}$°. Beim Gebrauche wird die wagrechte Fläche AB mit einer geschwärzten Platte bedeckt, die eine kleine Oeffnung hat, um das Licht durchzulassen; das Ganze ist mit einem Postament versehen. Schickt ein Gegenstand S Lichtstrahlen in einer auf der Seite BC senkrechten Richtung auf das

Prisma, so gehen sie nach zweimaliger Reflection in F und H parallel mit BC in der Richtung HO zum Prisma heraus. Das in O befindliche Auge erblickt in dieser Richtung den Gegenstand, den es auf einem unter dem Prisma angebrachten Papier wahrnimmt und der daselbst nachgezeichnet werden kann. — Amici hat diesem Instrumente eine bequemere Einrichtung gegeben. Die eine Seite des rechtwinkligen Glasprismas P (Fig. 238) ist gegen den Gegenstand S gerichtet, und die andere senkrecht gegen ein Glasplättchen M. Der vom Gegenstand S kommende Strahl erleidet bei D die totale Zurückwerfung, worauf er bei E gebrochen und in der Richtung FO in das Auge reflectirt wird. Das letztere nimmt das Bild des Gegenstandes in S' wahr, wo man denselben nachzeichnen kann. — Dieser Zweck läßt sich am einfachsten durch das von Sömmering in Anwendung gebrachte kleine Stahlspiegelchen erreichen. Der Spiegel ist auf der Rückseite mit einer Oeffnung versehen, vermittelst derer man ihn auf ein passendes Statif setzen kann. Im Spiegel sieht man das Bild des zu zeichnenden Gegenstandes auf die Papierfläche projicirt.

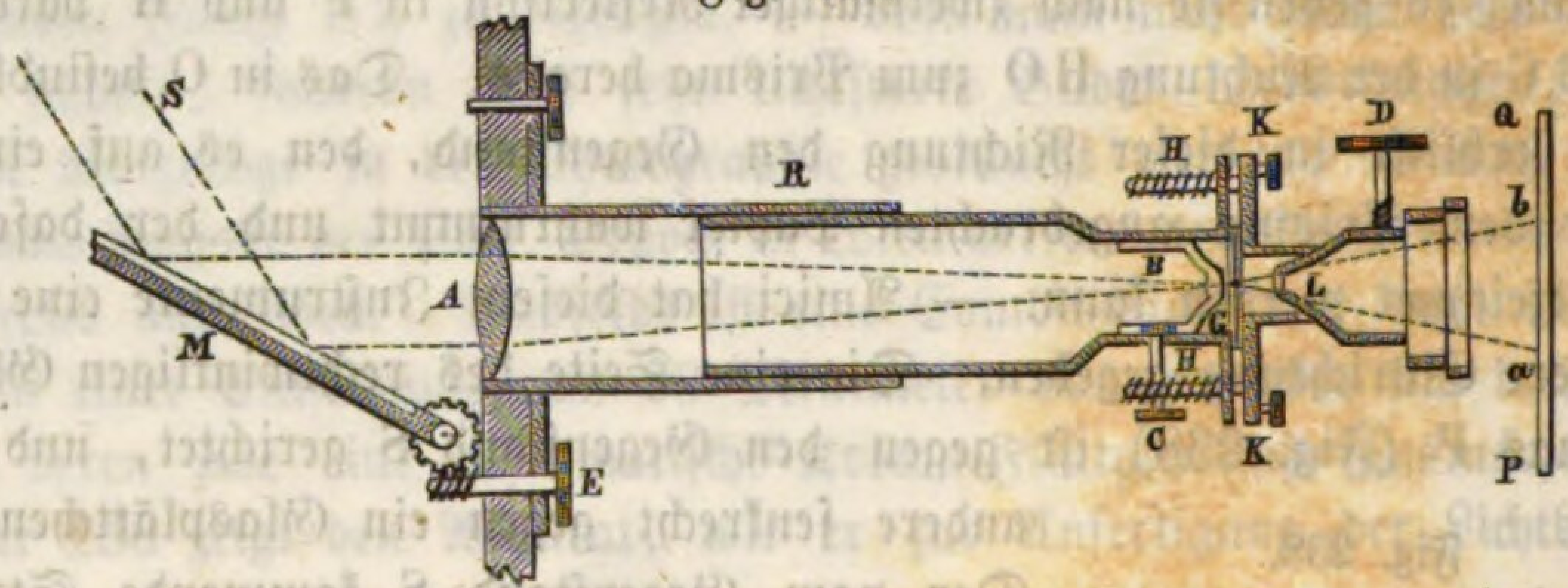
Fig. 238.



Die helle Kammer wird auch bei dem Mikroskope benutzt, um die damit betrachteten Gegenstände nachzeichnen zu können. Zu diesem Behufe schraubt man auf das Ocular einen Aufsatz, der oben mit einer unter einem Winkel von 45° gegen die Achse des Oculars geneigten dünnen geschliffenen Glasplatte geschlossen ist. Der Glasplatte gegenüber steht ein rechtwinkliges Glasprisma, das die aus dem Mikroskop tretenden und von der Glasplatte zurückgeworfenen Strahlen auf die neben das Mikroskop gelegte Papierfläche projicirt.

Das **Sonnenmikroskop** dient dazu, die Bilder kleiner Gegenstände stark vergrößert auf einer weißen Wand oder auf einem durchsichtigen Schirme darzustellen, um dadurch Einzelnheiten solcher Gegenstände, welche dem freien Auge ihrer Kleinheit wegen entgehen, sichtbar zu machen. Vor dem Fensterladen eines verfinsterten Zimmers ist ein Planspiegel M (Fig. 239) aufgestellt, der die Sonnenstrahlen auf eine große Sammellinse A wirft, welche an dem Ende eines im Fensterladen befestigten Rohrs R angebracht ist. Die durch die Linse A bereits convergent gemachten Strahlen werden durch die zweite Linse B noch mehr convergent und erhellen so im hohen Grade den kleinen gewöhnlich zwischen zwei Glasplatten bei G gefaßten Gegenstand. Von dem stark erleuchteten Gegenstande wird hierauf durch ein aus mehreren Linsen zusammengesetztes, als Sammellinse wirkendes achromatisches

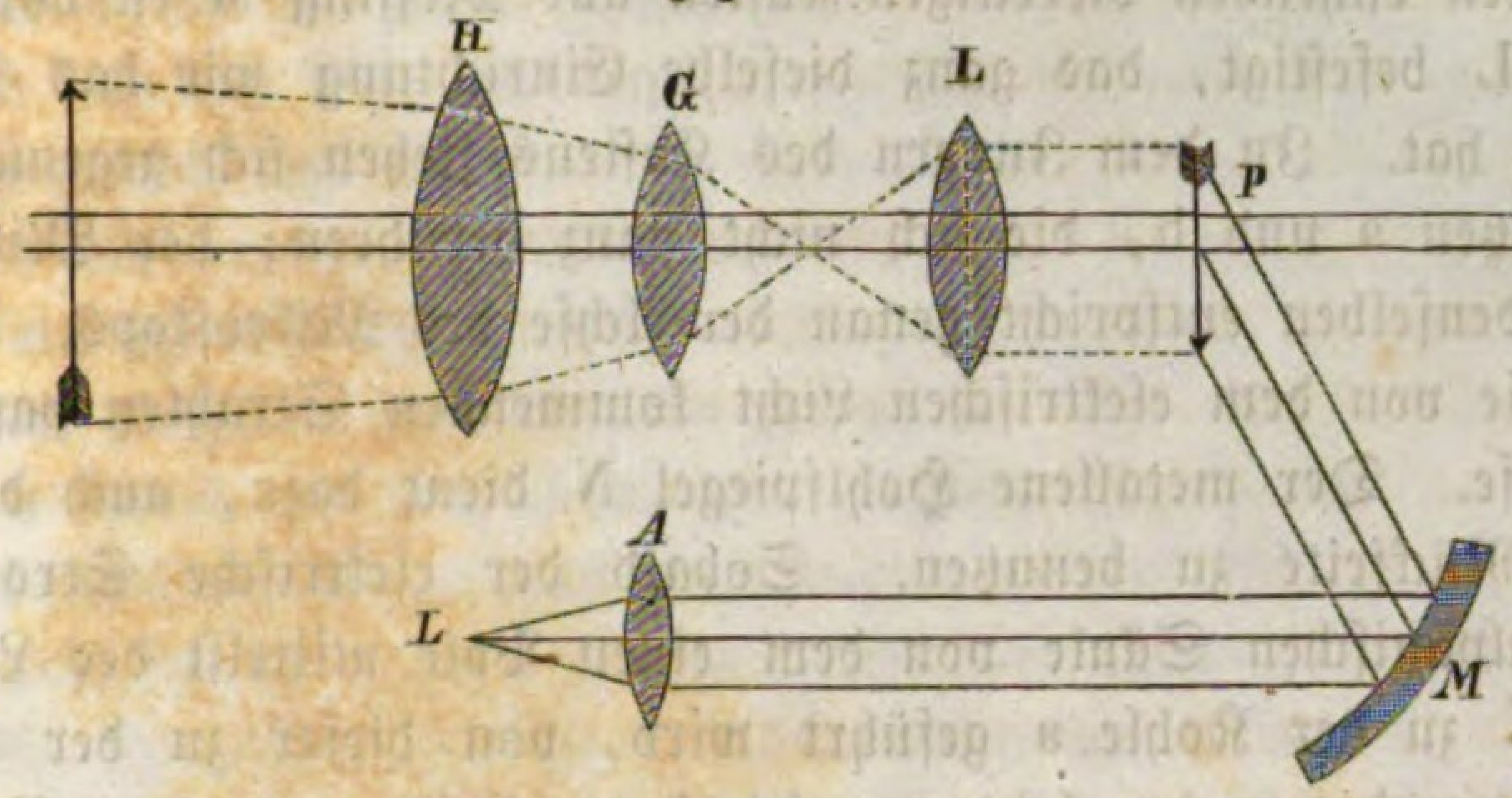
Fig. 239.



Objectiv L von kurzer Brennweite auf dem aufgestellten Schirme PQ ein verkehrtes Bild ab entworfen, welches in eben dem Verhältnisse größer als der Gegenstand erscheint, als der Abstand des Bildes von dem Objectiv größer als jener des Gegenstandes von dem letzteren ist. Um die Beleuchtung des Gegenstandes gehörig reguliren zu können, läßt sich die Linse B mittelst eines Getriebes, dessen Knopf C außerhalb des Rohrs liegt, hin und her bewegen. Die zu untersuchenden Gegenstände werden zwischen die Metallplatten K und H eingeschoben und hier durch Spiralfedern festgehalten. Nachdem auf diese Weise der Gegenstand vorgerichtet ist, wird die achromatische Linse L mit Hülfe eines Getriebes, dessen Knopf in D liegt, so lange verschoben, bis man auf dem Schirm ein helles und deutliches Bild erhält. Damit die vom Spiegel M reflectirten Strahlen jederzeit parallel zur Achse des Mikroskopes eintreten, muß man dem Spiegel alle möglichen Lagen gegen diese Achse geben können. Es geschieht dies mittelst eines gezähnten Rades, in welches die Schraube ohne Ende eingreift, die durch den Knopf E gedreht wird. — Undurchsichtige Gegenstände müssen auf der den mikroskopischen Linsen zugekehrten Seite beleuchtet werden, zu welchem Behufe man die von den Beleuchtungslinsen herkommenden convergirenden Strahlenkegel mittelst eines vor dem Orte des Objectes seitwärts aufgestellten Spiegels auf dasselbe hinlenkt.

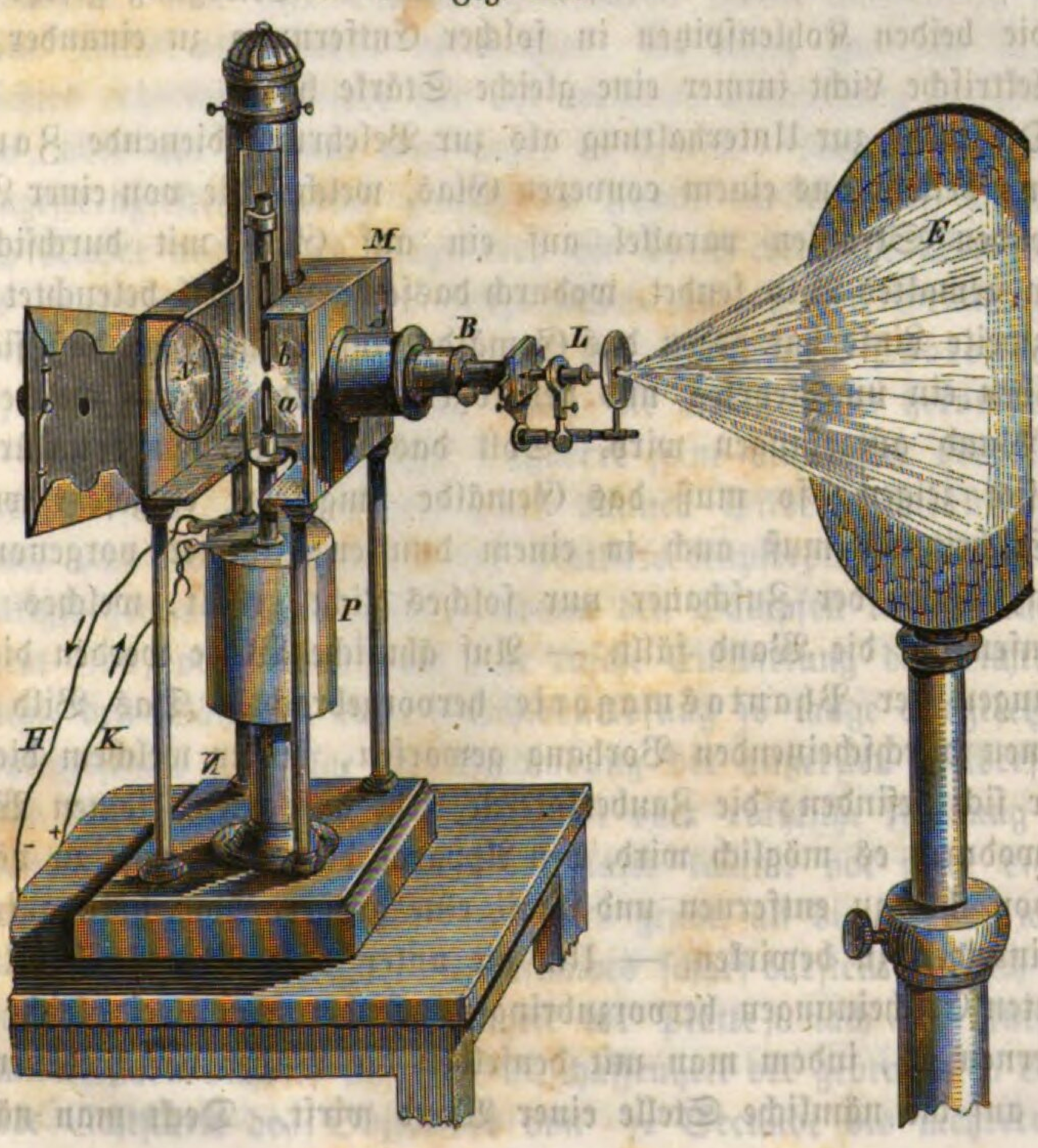
Bei dem Lampenmikroskope sendet die Linse A (Fig. 240) das von einer hellbrennenden Lampe herkommende Licht in parallelen Strahlen auf den Hohlspiegel M, der es auf den Gegenstand P schickt, von welchem es zu der mikroskopischen Linse L gelangt. Die aus derselben heraustretenden Strahlen werden durch eine oder mehrere Linsen G, H auf einen engeren Raum zusammengedrängt, worauf ein verkehrtes und vergrößertes Bild auf dem Schirme entsteht. — Bei dem Gasmikroskope benutzt man zur Beleuchtung des Objectes das intensive Licht, welches ein in der Knallgasflamme glühendes Kalkstück liefert. Das Kalkstück befindet sich in dem Brennpunkt einer stark convexen Linse, welche die Strahlen parallel macht. Hierauf werden die Strahlen

Fig. 240.



durch zwei andere Sammellinsen auf den kleinen Gegenstand concentrirt, dessen Bild durch ein aplanatisches Objectiv an einer Wand hervorgebracht wird. Mit Kalklicht erhält man aber nie so helle Bilder wie bei Anwendung des directen Sonnenlichtes. Intensiver als das Kalklicht ist das zwischen zwei genäherten Kohlenspitzen hervorgerufene elektrische Licht. — Figur 241 stellt das photoelektrische Mikroskop dar, wie es von Duboscq in Paris ausgeführt worden ist. In dem auf

Fig. 241.



vier Säulen ruhenden viereckigen Kasten aus Messing M ist das Mikroskop ABL befestigt, das ganz dieselbe Einrichtung wie das Sonnenmikroskop hat. In dem Innern des Kastens stehen sich gegenüber zwei Kohlenspitzen a und b, die sich nicht ganz berühren; der Mittelpunkt zwischen denselben entspricht genau der Achse des Mikroskops. Dadurch werden die von dem elektrischen Licht kommenden Strahlen parallel zu jener Achse. Der metallene Hohlspiegel N dient dazu, auch das Licht von der Rückseite zu benutzen. Sobald der elektrische Strom einer starken galvanischen Säule von dem einen Pole mittelst des Leitungsdrahtes K zu der Kohle a geführt wird, von dieser zu der Kohle b überströmt und von der letztern mittelst des Leitungsdrahtes H zu dem andern Pole der Säule geht, entwickelt sich das elektrische Licht, dessen Glanz dem der Sonne fast gleich kommt und dem auf dem Schirm E entworfenen vergrößerten Bilde die erforderliche Helligkeit verschafft. Damit das elektrische Licht während mehrerer Stunden gleichmäßig andauere, hat Duboscq eine besondere Vorrichtung, den sogenannten Regulator erdacht. Dieser in dem Innern des Cylinders P befindliche Regulator, der aus verschiedenen Rädern und Hebelwerken zusammengesetzt ist und durch den elektrischen Strom in Bewegung gesetzt wird, hält die beiden Kohlenspitzen in solcher Entfernung zu einander, daß das elektrische Licht immer eine gleiche Stärke hat.

Die mehr zur Unterhaltung als zur Belehrung dienende Zauberlaterne besteht aus einem convexen Glas, welches die von einer Lampe kommenden Strahlen parallel auf ein auf Glas mit durchsichtigen Farben gemaltes Bild sendet, wodurch dasselbe sehr hell beleuchtet wird. Eine zweite Linse hat gegen das Gemälde eine solche Lage, daß sie von demselben ein umgekehrtes und vergrößertes Bild erzeugt, welches auf einer Wand aufgefangen wird. Soll das Bild in seiner natürlichen Lage sich zeigen, so muß das Gemälde umgekehrt eingesetzt werden. Die Erscheinung muß auch in einem dunklen Zimmer vorgenommen werden, damit der Zuschauer nur solches Licht erhält, welches durch die Linsen auf die Wand fällt. — Auf ähnliche Weise werden die Erscheinungen der Phantasmagorie hervorgebracht. Das Bild wird auf einen durchscheinenden Vorhang geworfen, hinter welchem die Zuschauer sich befinden; die Zauberlaterne steht auf einem kleinen Wägelchen, wodurch es möglich wird, den Apparat dem Vorhange zu nähern, oder von ihm zu entfernen und somit eine größere Abwechslung in den Erscheinungen zu bewirken. — Um die unter dem Namen Nebelbilder bekannten Erscheinungen hervorzubringen, wendet man zwei gleiche Zauberlaternen an, indem man mit denselben die Bilder verschiedener Gemälde auf die nämliche Stelle einer Wand wirft. Deckt man nämlich

das Objectivglas der einen Zauberlaterne durch eine Blendung zu, so sieht man nur das Bild der andern. Zieht man hierauf diese Blendung allmählig zurück und schiebt man in derselben Weise eine solche Blendung vor die zweite Zauberlaterne, so läßt sich unmerklich das eine Bild in ein anderes umwandeln. — Das Megaskop ist dazu bestimmt, Bilder von größeren Gegenständen zu geben. Es reducirt sich in seiner einfachsten Form auf eine Linse von größerer Brennweite, vor welcher der gut beleuchtete Gegenstand steht, dessen reelles Bild man auf einen Schirm aus Papier oder eine mattgeschliffene Glastafel auffängt, um es daselbst abzeichnen zu können. Die Linse hat 8 bis 10 Centimeter im Durchmesser, damit sie ein hinlänglich großes Feld umfaßt und ein hinreichend helles Bild liefert. Die Linse ist in eine Röhre gefaßt, damit das fremdartige Licht möglichst zurückgehalten werde.

4. Von der Photographie.

Schon seit längerer Zeit waren Männer, wie Wedgewood, Davy, Wollaston und Charles bemüht gewesen, die Bilder der Camera obscura festzuhalten und auf diese Art getreue Nachbildungen von Gegenständen zu gewinnen. Alle ihre Bemühungen waren jedoch vergeblich, indem sie keine Mittel aufzufinden vermochten, die durch chemische Wirkung des Lichtes erhaltenen Bilder vor der weiteren Einwirkung desselben zu schützen, oder um sie, wie man sagt, zu fixiren. Nach vielen Jahren der angestrengtesten Arbeit gelang es jedoch endlich zwei Männern, Joseph Niepce und Louis Daguerre, die durch chemische Wirkung des Lichtes erzeugten Abbildungen festzuhalten und so den Grund zu der neuen Kunst zu legen, welche man am passendsten Photographie nennt, weil eben die Zeichnung durch die Lichtstrahlen hervorgebracht wird. — Das Material, worauf Daguerre seine Lichtbilder oder Photographien darstellt, ist eine mit einer dünnen Silberschichte überzogene oder wie man sich ausdrückt, eine plattirte Kupferplatte. Diese wird sorgfältigst gereinigt und polirt, alsdann den Dämpfen von festem oder flüssigem Jod, oder wenn man eine rasche Einwirkung des Lichtes beabsichtigt, den Dämpfen einer Jodchlorürlösung so lange ausgesetzt, bis die Spiegelfläche in Folge der Verbindung der äußersten Silberschichte mit Jod oder Jodchlorür eine goldgelbe oder röthliche Färbung angenommen hat. — Die so zubereitete Platte kommt vor jeder Lichteinwirkung bewahrt in die Camera obscura genau an die Stelle, wo sich das Bild des abzuzeichnenden Gegenstandes scharf darstellt. Nach kurzer Zeit, deren Dauer nach der Reinheit der Platte, nach der Intensität des einwirkenden Lichtes, nach der Beschaffenheit der gebrauchten Lösung, nach der Lichtstärke des Objectives von 1/2 Secunde bis mehrere Mi-

nuten wechselt, hat sich die oberste Schichte der Platte so weit verändert, daß, wenn man die Platte Quecksilberdämpfen bei einer Temperatur von etwa 60° C. aussetzt, sich ein deutliches Bild des Gegenstandes zeigt. — Um das gehörig entwickelte Bild zu fixiren oder die Platte gegen weitere Veränderungen durch das Licht zu schützen, muß man den unverändert gebliebenen Theil des Silberüberzuges wegschaffen. Man taucht deßhalb die Platte in eine wässerige Lösung von unterschwefeligsaurem Natron oder in eine siedend heiße gesättigte Kochsalzlösung und reinigt zuletzt durch Uebergießen mit destillirtem Wasser das Bild, welches der ungleiche Widerschein zwischen Quecksilber und Silber zu Tage fördert. Der Effect des Bildes wird erhöht, wenn man ihn durch Behandlung mit einer Auflösung von Chlorgold einen feinen Ueberzug von Gold gibt; durch diesen Ueberzug wird die Silberfläche dunkler und das Quecksilber fester adhärirend.

Die erste wichtige Operation zur Erzeugung guter Lichtbilder ist das Putzen und Poliren der Platte. Am zweckmäßigsten verfährt man dabei wie folgt. Man überzieht ein hölzernes Stativ mit einer dünnen Kautschouckscheibe, welche schwach mit Terpentinöl benetzt wird, und befestigt darauf die Kupferplatte mit der Kupferseite; alsdann fährt man mit feingeschlemmtem Tripel vermittelst zarter, mit etwas Weingeist befeuchteter Baumwolle unter mäßigem Drucke auf der Platte kreisförmig herum, bis sie matt blank erscheint, hierauf bestäubt man sie mit trockenem Tripel und reibt sie auf dieselbe Weise so lange, bis die Baumwolle grauschwarz geworden ist und die Platte wohl rein, aber immer matt spiegelt. — Jetzt erst beginnt das eigentliche Poliren. Zu diesem Behufe wird die Platte mit feingeschlemmtem Colcothar bestäubt und das Pulver mittelst reiner Baumwolle möglichst gleichförmig im Kreise herumgeführt, bis die Platte vollkommen hell erscheint. Die nämliche Operation wird wiederholt, wobei man aber nach entgegengesetzter Richtung im Kreise herumfährt und zuletzt die Platte in geraden Strichen polirt, welche senkrecht gegen jene Richtung liegen, nach welcher das künftige Bild zu stehen kommen soll, mithin bei einem Längenbilde nach der Quere, bei einem Querstücke nach der Länge. Eine gute Politur wird daran erkannt, daß die Platte beim schwachen Anhauchen gleichförmig weiß sich zeigt und der Hauch schnell wieder verschwindet, ohne irgendwo Flecken zurückzulassen.

Die zweite Operation, das Jodiren, geschieht am besten über einer stark mit Wasser verdünnten Jodchlorürlösung. Das Jodchlorür erhält man, wenn man Chlorgas, wie es eben in einer kleinen Retorte mittelst Braunstein und Salzsäure entwickelt wird, in einen Glascylinder leitet, auf dessen Boden sich trockenes gepulvertes Jod befindet. Die Jod-

masse wird bald flüssig und muß öfters umgerührt werden. Ist der größere Theil von Jod in den flüssigen Zustand übergegangen, so setzt man etwa 16 Theile Wasser hinzu und läßt den Rest von Jod sich absetzen. Diese Flüssigkeit wird zum Jodiren der Platte gebraucht; zu dem Ende gießt man die Lösung in ein flaches Porzellangefäß, dessen Ränder wohl abgeschliffen sind, und legt die Platte so darauf, daß sich jeder Punkt der Silberfläche in einer Entfernung von etwa 8 Millimeter von der Oberfläche der Flüssigkeit befindet. Hat die Platte einen röthlichen Farbenton angenommen, so nimmt man sie weg und schützt sie in einer Kapsel eingeschlossen vor jeder Lichteinwirkung.

Die Goldlösung, welche man bei der letzten Operation anwendet, um das fertige Bild schöner hervortreten zu lassen und eine größere Festigkeit zu verleihen, erhält man, wenn man 1,17 Grammes krystallisirtes Chlorgas in 560 Grammes destillirtem Wasser auflöst und unter Umrühren 1 bis 2 Tropfen Ammoniakflüssigkeit hinzusetzt. Hierauf bereitet man eine aus 3,65 Grammes unterschwefelsaurem Natron und 560 Grammes destillirten Wassers bestehende Flüssigkeit und setzt ihr die Goldlösung tropfenweise unter beständigem Umrühren hinzu. Die so erhaltene wasserhelle Flüssigkeit gießt man auf das fertige rein abgewaschene Bild, so daß eine Schichte Goldlösung von etwa 2 Millimeter Höhe darüber steht, worauf die Platte mittelst einer unter ihr stehenden Weingeistlampe so lange erwärmt wird, bis das Bild kräftig hervortritt. Sobald dies der Fall ist, übergießt man die Platte mit kaltem Wasser, wobei man ihr eine geneigte Stellung gibt; läßt abermals Wasser darauf fließen und trocknet sie endlich in dieser Stellung mittelst einer Weingeistlampe. — Das ganze Verfahren ist einfach, verlangt aber viel Uebung und große Handfertigkeit, wenn jederzeit ein vollkommenes Lichtbild zu Stande kommen soll.

Ein ganz anderes Verfahren zur Darstellung photographischer Bilder hat Talbot angegeben. Das Verfahren besteht aus zwei getrennten Operationen: zuerst wird ein negatives Bild des Gegenstandes erzeugt; alsdann werden mittelst dieses Bildes beliebig viele positive Bilder, gleichsam Abdrücke, erhalten. Zur Aufnahme des negativen Bildes dient ein eigens zu diesem Behufe zubereitetes Papier, welches photographisches Papier für das negative Bild genannt werden mag. Ein solches Papier bereitet man, indem man die glatte Seite feinen gleichförmigen Maschinenpapiers vorerst eine Minute lang mit der Oberfläche einer Lösung von Jodkalium (17,5 Grammes in 367,5 Grammes destillirten Wassers), der man etwa 10 Tropfen einer concentrirten Cyankaliumlösung zugesetzt hat, in Berührung bringt; alsdann mit feinem Löschpapier abtrocknet, und hierauf das Papier an einem lichtschwachen

Orte mit der feuchten Seite auf der Oberfläche einer Lösung salpetersauren Silberoxydes (21,9 Grammes in 367,5 Grammes destillirten Wassers) gemengt mit starker Essigsäure (26,2 Grammes) und mit etwas kohlensaurem Natron (etwa 0,36 Grammes) versetzt, 10 Secunden lang liegen läßt. — Das so zubereitete Papier kommt unter Abhaltung jeder Lichteinwirkung noch im feuchten Zustande zwischen Glastafeln in die bereits eingestellte Camera obscura. Nachdem die Einwirkung des Lichtes vollzogen, wozu eine Zeit von 10 bis 60 Secunden hinreicht, wird in einem dunklen Local das Papier mit der Bildseite auf eine horizontale, mit concentrirter Gallussäure bedeckte Glastafel gelegt und darauf so lange gelassen, bis das Bild in allen seinen Theilen kräftig hervorgetreten ist. — Um das Bild zu fixiren, wird es mit frischem destillirtem Wasser mehrmal abgewaschen und dann mit einer Auflösung von unterschwefligsaurem Natron (17,5 Grammes in 175 Grammes destillirten Wassers) übergossen; in dieser Flüssigkeit bleibt das Bild so lange, bis die ungeschwärzten Theile nicht mehr gelb, sondern ganz weiß erscheinen, was bei einer siedend heißen Flüssigkeit schon in 5 bis 15 Minuten, sonst aber erst nach 2 Stunden eintritt. Das Fixiren geschieht bei sehr schwachem Tageslichte oder bei Kerzenlicht. — Das fixirte Bild wird zwischen Fließpapier getrocknet, alsdann mehrmal mit reinem destillirten Wasser gewaschen und wieder getrocknet; worauf man es auf einem Blatte Fließpapier liegen läßt.

Um das positive Bild zu bekommen, muß das gewonnene negative Bild vorerst durchsichtig gemacht werden, was dadurch geschieht, daß man die Papiersubstanz unter Hülfe von Wärme mit einer Mischung von Wachs und Fett durchzieht. Hierauf wird das Papier mit der Bildseite auf ein anders chemisch präparirtes und auf einer Glasplatte liegendes Papier gelegt und mit einer zweiten Glasplatte bedeckt; alsdann das Ganze zusammengepreßt und der Einwirkung des Sonnenlichtes 5 bis 15 Minuten lang ausgesetzt, wodurch auf der zweiten Papierfläche ein positives Bild entsteht, indem die dunklen Stellen des negativen Bildes das Licht von dem zweiten Papier abhalten. — Zum Fixiren des positiven Bildes dient eine Lösung von 36,75 Grammes unterschwefeligsaurem Natron und 8,75 Grammes Kochsalz in 367,5 Grammes destillirten Wassers; man läßt es darin liegen, bis es nicht mehr kräftiger hervortritt. Nach der Operation des Fixirens muß das Bild mehrmals mit destillirtem Wasser gewaschen und zuletzt wieder sorgfältigst getrocknet werden. — Das photographische Papier für das positive Bild wird bereitet, wenn man gutes dichtes Maschinenpapier mit der glatten Seite auf einer Kochsalzlösung (12,27 Grammes in 367,5 Grammes destillirten Wassers) 1½ Minuten schwimmen läßt;

dann mittelst Fließpapier ein wenig abtrocknet und hierauf mit einer Lösung von salpetersauren Silberoxyds (17,5 Grammes in 175 Grammes destillirten Wassers) 2 Minuten lang in Berührung läßt und zuletzt es wieder zwischen Fließpapier trocknet.

Die nach der Talbot'schen Methode erhaltenen Bilder bieten nicht jene Zartheit und Schärfe in den Zeichnungen, nicht jene eigenthümlichen Abstufungen in den Tönen dar, wie wir solche mit so vielem Vergnügen an den Daguerre'schen Bildern wahrnehmen. Dagegen haben die Lichtbilder auf Papier gegen die Metallbilder gehalten ebenfalls unverkennbare Vorzüge. Denn von großem Vortheil ist es, die theure Metallplatte durch ein einfaches Blatt Papier zu ersetzen, das sich wegen seines geringeren Gewichtes leichter transportiren läßt und so die Ausführung dem Reisenden bequemer macht. Zudem hat das Bild auf Papier eine größere Dauerhaftigkeit als das Bild auf Metall, weil das erstere bis auf eine gewisse Tiefe in das Papier eingedrungen ist, während das zweite blos an der Oberfläche haftet. Dazu kommt noch, daß eine gute Photographie auf Papier mehr das Ansehen einer gewöhnlichen Zeichnung hat und bei derselben die lästige Spiegelung wegfällt, welche bei den Metallbildern so schwer sich beseitigen läßt. Ohnerachtet dieser mancherlei wesentlichen Vortheile, welche die Lichtbilder auf Papier gegen die auf Metallplatten haben, werden die ersteren doch die letzteren nicht verdrängen. Denn auch sie haben wieder ihre eigenthümlichen Vortheile und übertreffen die andern in gewissen Stücken, in denen dieselben ihnen nie gleichkommen werden. Beide Zweige dieser Kunst werden daher ungehindert nebeneinander bestehen und sich gegenseitig ergänzen.

Eine glückliche Abänderung der Photographie auf Papier ist die Photographie auf Glas. Nach Niepce wird nämlich bei der Erzeugung des negativen Bildes das Papier durch eine Glasplatte ersetzt, die man mit einer gleichmäßig dichten Schichte von Kleister, Eiweiß oder thierischem Leim überzieht. Der Kleister muß gut verkocht, der Leim vollkommen gelöst und das Eiweiß durch Schlagen zu Schnee oder Filtriren durch Seidenpapier von seiner zellenartigen Substanz befreit werden. Man setzt den Lösungen dieser Stoffe etwas Jodkalium hinzu, seihet sie durch dreifache Leinwand durch und gießt davon eine entsprechende von Luftblasen freie Menge auf eine sorgfältigst gereinigte Glastafel. Indem man die Tafel hin und her neigt, gewinnt man einen gleichförmigen Ueberzug, den man trocken werden läßt und dann erst mit der Silbersalzlösung behandelt, wobei die überzogene Glasfläche mit der Lösung auf einmal in Berührung kommen muß. Die aus der Silberlösung herausgenommene Glastafel wird auf der Rückseite und an den

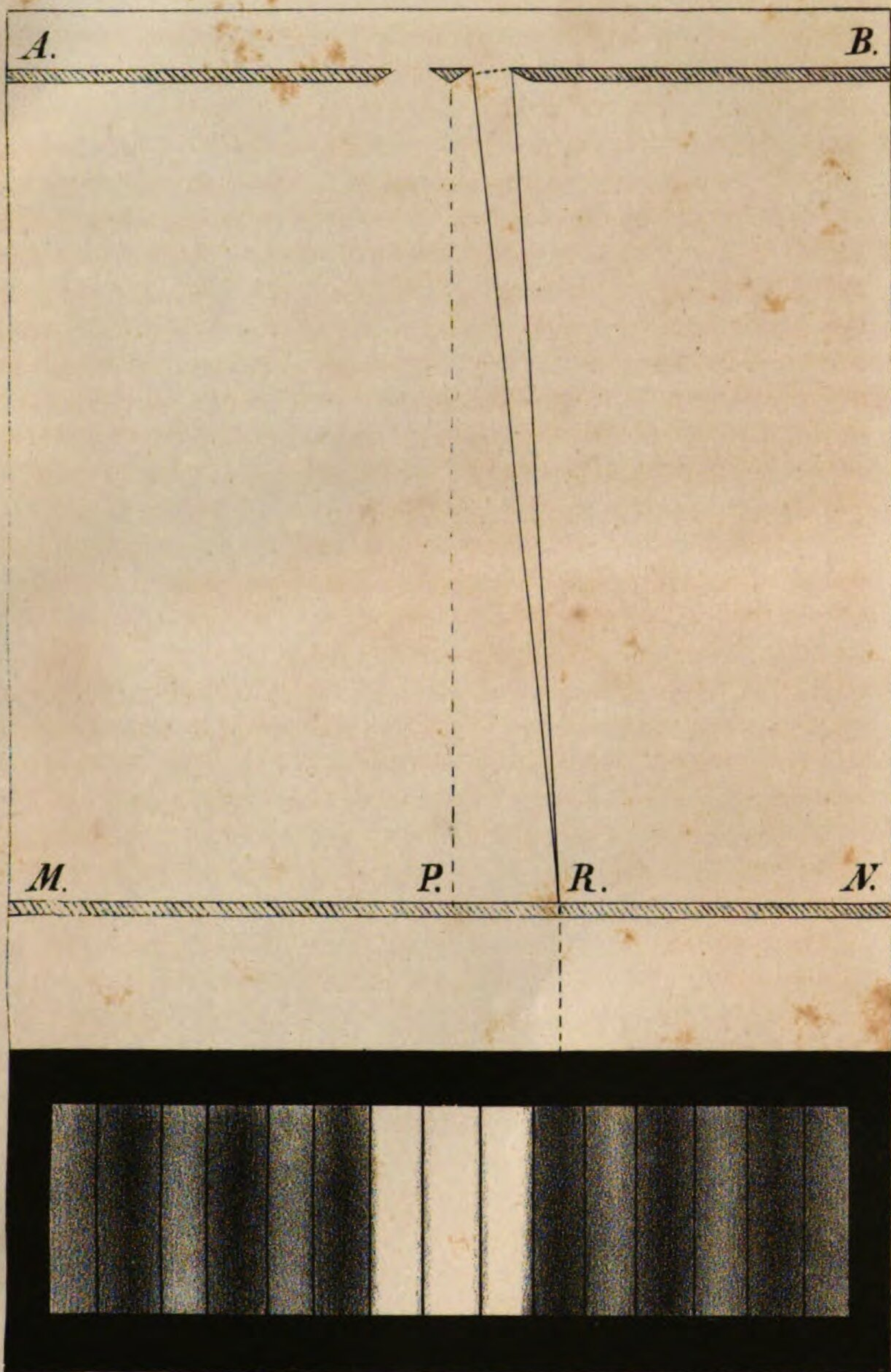
Rändern abgetrocknet und dann in die Camera obscura gestellt; das Bild hierauf mit Gallussäure hervorgerufen, mit unterschwefeligsaurem Natron fixirt und zuletzt mit reinem Wasser abgewaschen. Das so erhaltene negative Bild wird hierauf nach der Talbot'schen Methode auf Papier übertragen. Es ist mithin ein Lichtbild auf Papier, weßhalb der Namen Glasbild streng genommen hier nicht richtig ist.

Bei den sogenannten farbigen Lichtbildern werden die Farben nicht durch das Licht hervorgebracht, sondern von Menschenhand aufgetragen. Im Allgemeinen trägt man die Farben leise auf die Stellen auf, die bemalt werden sollen, so daß die Farbe nur in einem zarten Anflug erscheint. Ein farbiges Lichtbild ist demnach ein Mittelding zwischen Lichtbild und Gemälde. Ob es übrigens dereinst gelingen werde, die Gegenstände in ihren natürlichen Farben wiederzugeben, oder mit dem Lichte in ähnlicher Weise zu malen, wie jetzt mit demselben gezeichnet wird, ist eine schwer zu entscheidende Frage. Um dahin zu gelangen, käme es vor allen Dingen darauf an, eine empfindliche Substanz von solcher Beschaffenheit aufzufinden, welche die chemische Einwirkung der verschiedenfarbigen Strahlen in einer dieselben charakterisirenden Weise wiedergäbe oder die Farbe hervorbrächte, die dem Lichtstrahle eigenthümlich ist, der darauf einwirkt. Bis jetzt scheinen die Aussichten zur Erfüllung dieser Forderung sehr geringe zu sein, obschon man in der That chemische Agentien gefunden hat, die fähig sind, sich durch die Einwirkung des Lichtes auf eine den verschiedenfarbigen Strahlen angemessene Weise zu verändern. Wenn dergestalt es bis jetzt auch möglich gewesen ist, die einfachen Farben des Spectrums hervorzurufen, so war man doch nicht im Stande, dieses farbige Bild durch ein chemisches Mittel zu fixiren; wie denn auch die zusammengesetzten Farbentöne, welche den von dem gewöhnlichen Lichte erleuchteten Gegenständen angehören, sich auf der Platte nicht hervorbringen lassen.

Die Photographie liefert uns bewunderungswürdige Nachbildungen, welche die Hand des Menschen nicht auszuführen vermag; mit erstaunenswerther Genauigkeit vollendet diese Kunst bis in die kleinsten Details ihre Zeichnungen. Das Hervorragende wie das Unscheinbare in der äußeren Scene behandelt sie mit der nämlichen Sorgfalt; ihre Produkte sind und können darum nichts anders sein, als getreue Copien der Natur. — Eine solche Gleichheit ist aber nicht die Aufgabe der Malerei. In ihren Werken wollen wir mit der Wahrheit der materiellen Darstellung künstlich auch Gedanken und Ideen verbunden sehen; die Malerei darf deßwegen nicht blos die Gegenstände des äußeren Lebens wiedergeben; sie soll mit ihren Zusammenstellungen zugleich höhere Gefühle in uns erregen und in allen Theilen des Kunstwerkes einen einheitlichen Gedanken, der dem Ganzen zu Grunde liegt, erkennen lassen. Ein Lichtbild und ein Gemälde sind demnach zwei von einander verschiedene Dinge. Jedes hat seine besondern Eigenthümlichkeiten, nach denen es beurtheilt und geschätzt werden muß. Neben einem guten Gemälde kann ein gutes Lichtbild wohl bestehen; nur darf man von diesem nicht verlangen, was jenes nur zu leisten vermag.

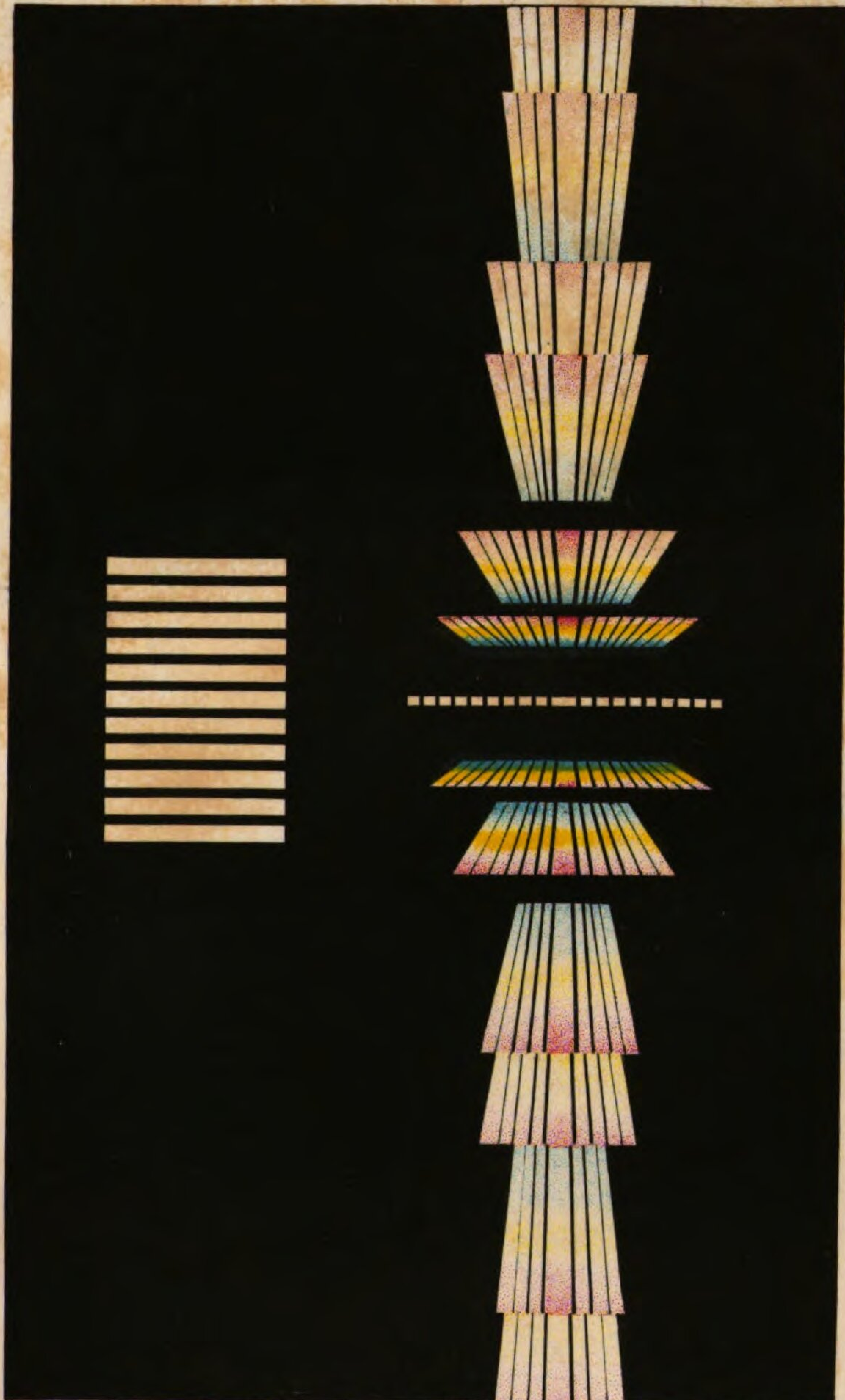


Taf. I.



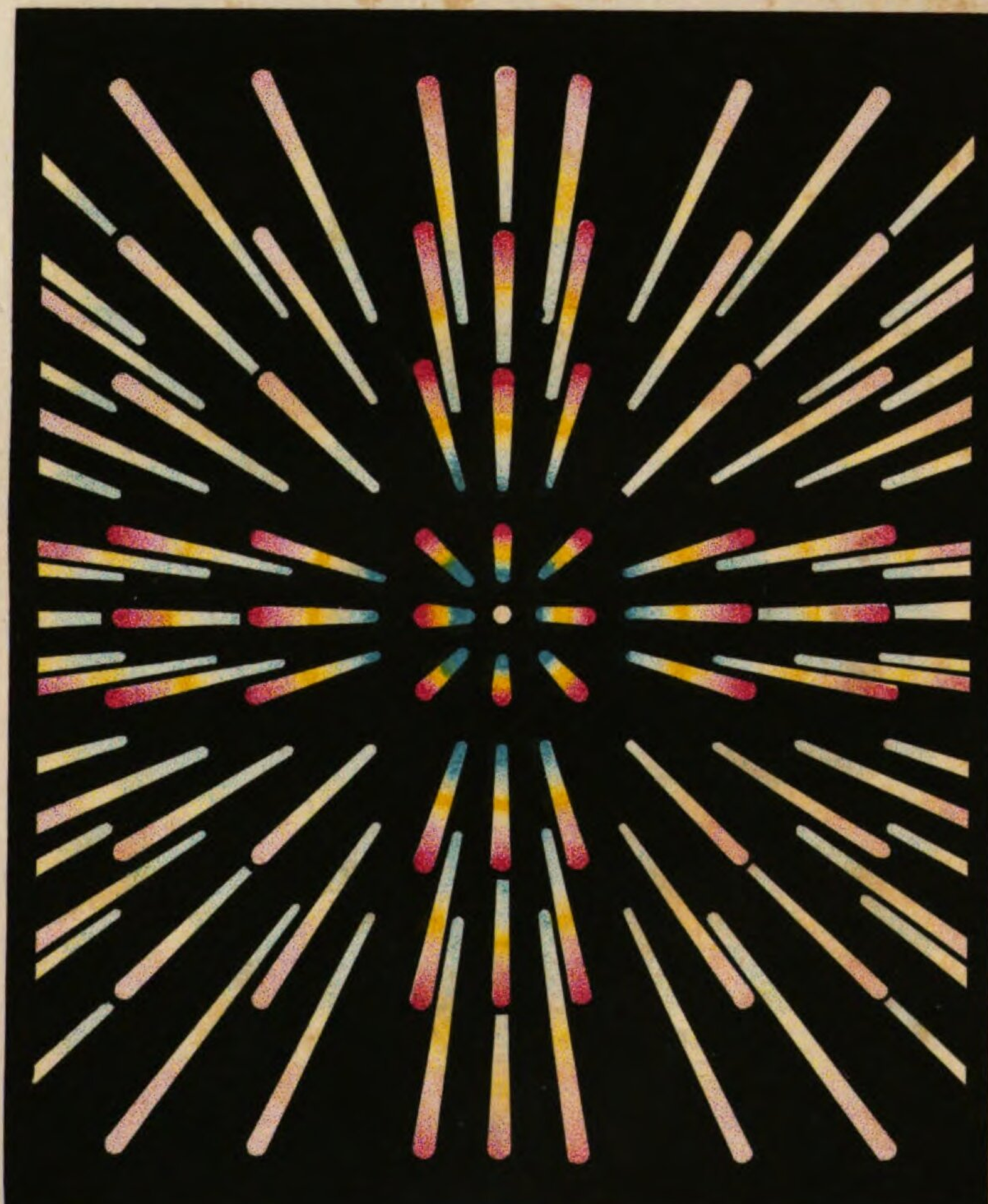


Taf. II.



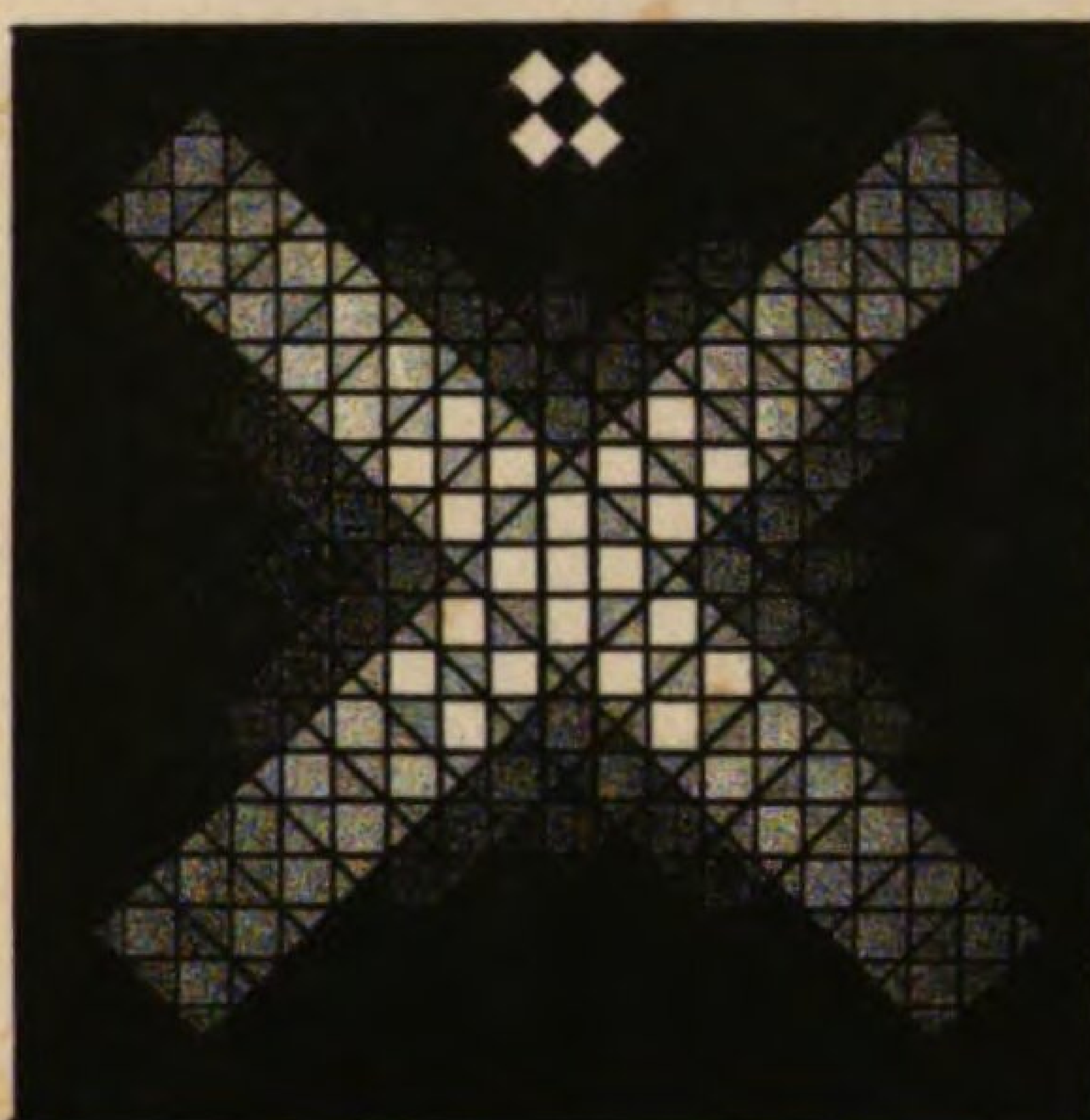


Taf. III.





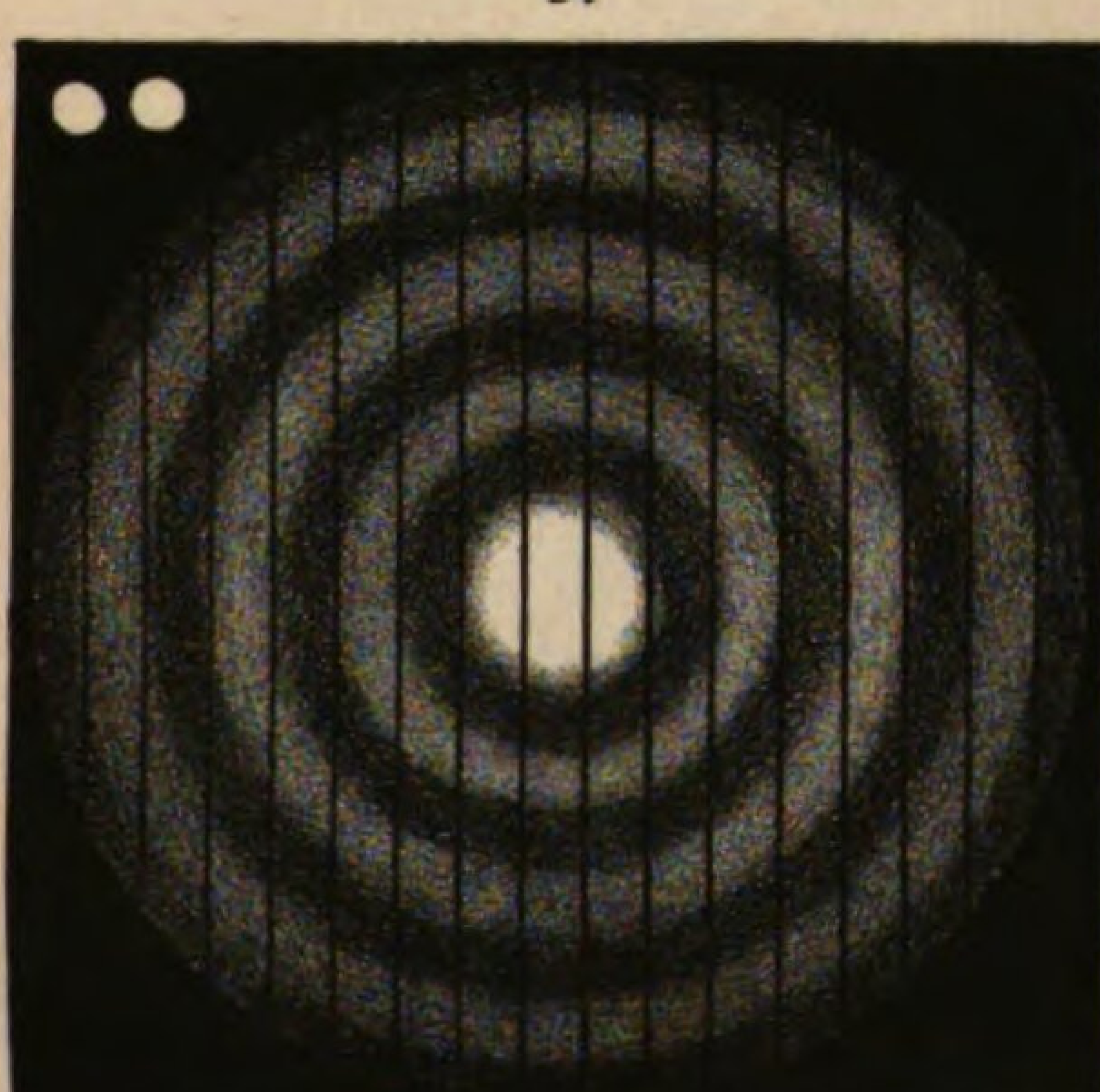
a.



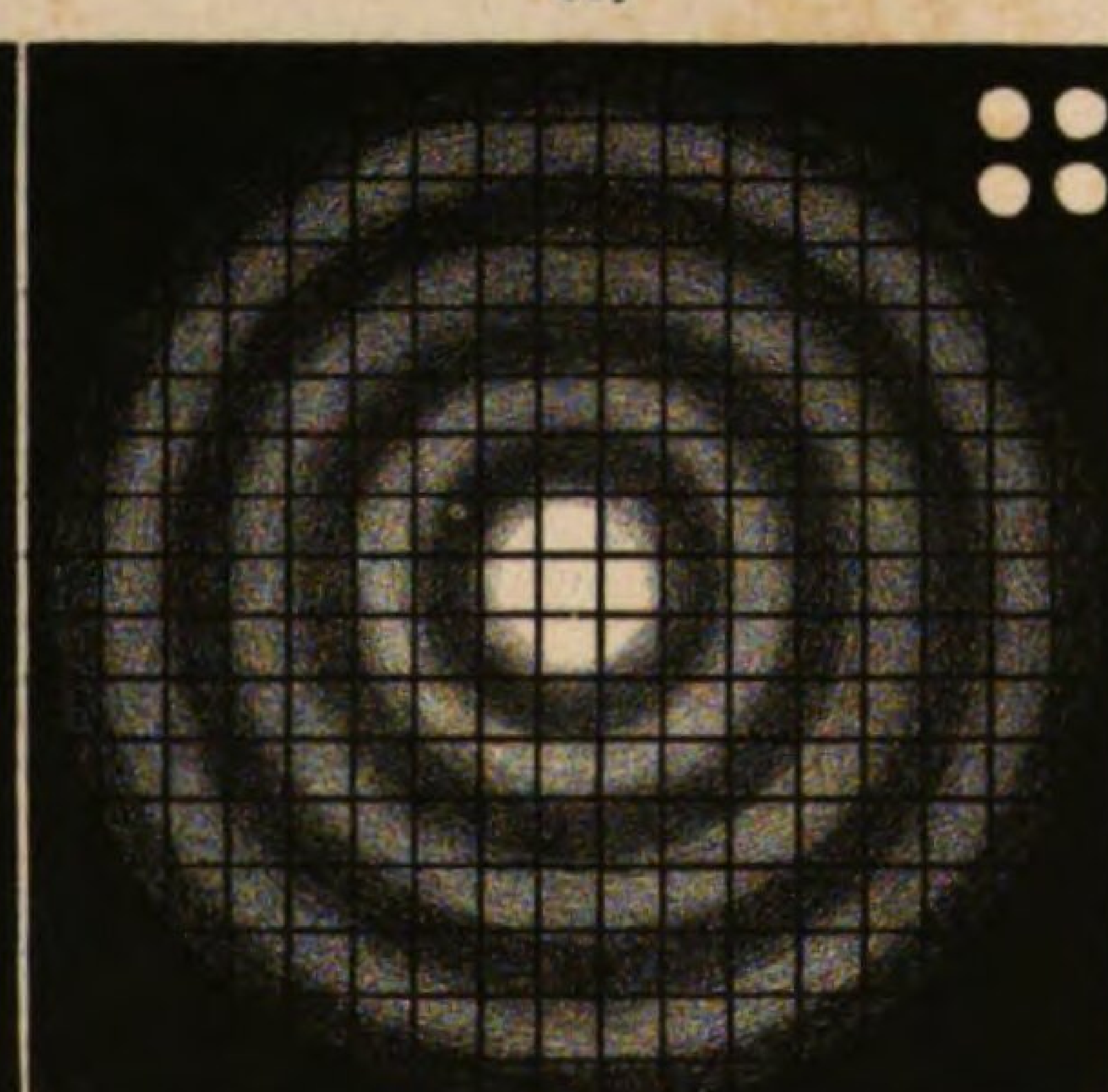
b.



c.



d.



Harkey! Lbm.